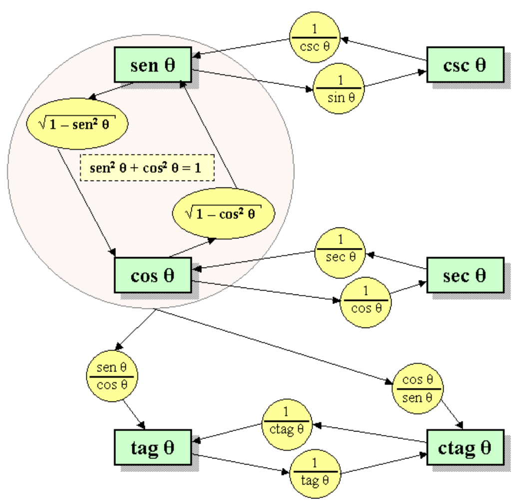
• **Desarrollo de los temas: conceptos, su aplicación, ejercicios prácticos de funciones (5 ejercicios de funciones trigonométricas**

funciones trigonométricas

Las funciones trigonométricas en definición son las funciones cuyo argumento, o variables independientes, es un ángulo. Generalmente se usan términos que describen la medición de ángulos y triángulos, tal como son seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante, otra manera de definirlo es representarlo como el cociente entre dos lados de un triangulo rectángulo, asociado a sus ángulos

Se expresan en radianes los ángulos de las funciones trigonométricas, los radianes son considerados como una forma mas para medir la apertura de un ángulo, así como los grados, que está en función del radio de una circunferencia.

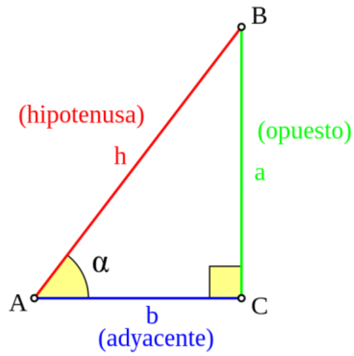


Identidades trigonométricas fundamentales

Definiciones respecto de un triángulo rectángulo.

A partir de un triángulo rectángulo arbitrario que contiene a este ángulo, se definen las razones trigonométricas del ángulo ∝ del vértice A, en cuanto al nombre de los lados de este triangulo rectángulo que se usará en los sucesivos será:

- La hipotenusa es considerada como el lado opuesto del ángulo recto.
- El cateto opuesto (a) es el lado opuesto al ángulo ∝
- El cateto adyacente (b) es el lado adyacente al ángulo ∝.



Triangulo rectángulo.

Mediante estos conceptos, se definen estrictamente las funciones trigonométricas para angulos dentro de ese rango:

- **SENO:** es la relación entre la longitud del cateto opuesto y la longitud de la hipotenusa:

$$sen \propto = \frac{opuesto}{hipotenusa} = \frac{a}{h}$$

- **COSENO:** es la relación entre la longitud del cateto adyacente y la longitud de la hipotenusa.

$$sen \propto = \frac{adyacente}{hipotenusa} = \frac{b}{h}$$

- **TANGENTE:** es la relación entre la longitud del cateto opuesto y la del adyacente.

$$sen \propto = \frac{opuesto}{adyacente} = \frac{a}{b}$$

- **COTANGENTE:** es la relación entre la longitud del cateto adyacente y la del opuesto.

$$sen \propto = \frac{adyacente}{opuesto} = \frac{b}{a}$$

- **SECANTE:** es la relación entre la longitud de la hipotenusa y la longitud del cateto adyacente.

$$sen \propto = \frac{hipotenusa}{adyacente} = \frac{h}{b}$$

- **COSECANTE:** es la relación entre la longitud de la hipotenusa y la longitud del cateto opuesto.

$$sen \propto = \frac{hipotenusa}{opuesto} = \frac{h}{a}$$

En la siguiente tabla se puede visualizar los valores de las funciones trigonométricas con diferentes ángulos:

	0º	30º	45º	60º	90º	120º	135º	150º	180º
θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan\theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	ind	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\csc\theta$	ind	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	ind
$\sec\theta$	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	ind	-2	$-\sqrt{2}$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-1
$\cot\theta$	ind	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	ind

Valores de las funciones trigonométricas

APLICACIONES:

En el ámbito de la ciencia y otros campos, el uso de las funciones trigonométricas es esencial debido a su amplia aplicación en diversas disciplinas como:

Física y electricidad: su principal uso consiste en hallar las componentes de los vectores, los movimientos direccionales como el movimiento de proyectiles, el movimiento angular, el equilibrio y por ultimo el modelo de la mecánica de las ondas y oscilaciones físicas y electromagnéticas, también la suma de la intensidad de campo, el producto punto y cruz e incluso el movimiento parabólico está enfocado en funciones trigonométricas. En cuanto al ámbito de electricidad, para resolver comportamiento y movimiento relacionados con cargas eléctricas se necesitan usar aplicaciones trigonométricas.

Arqueología: Para dividir los sitios de excavación apropiadamente en áreas iguales de trabajo se usa trigonometría, además, pueden ser usados para medir la distancia de sistema de agua subterráneos.

Criminología: Las funciones trigonométricas pueden ser usadas para calcular trayectorias parabólicas u otro tipo de movimiento, poniendo como ejemplo, el estimar lo que causo que un auto se volcara o simplemente estimar el ángulo al que una bala fue disparada.

Astronomía: Es importante el uso de la trigonometría en este ámbito debido a que son muy importantes a la hora de conocer las probabilidades de que estos objetos celestes colisiones con otro objeto celeste, y es de suma importancia cuando esto afecta directamente a la tierra y a otros cuerpos significativos del sistema solar con el fin de proteger nuestro planeta.

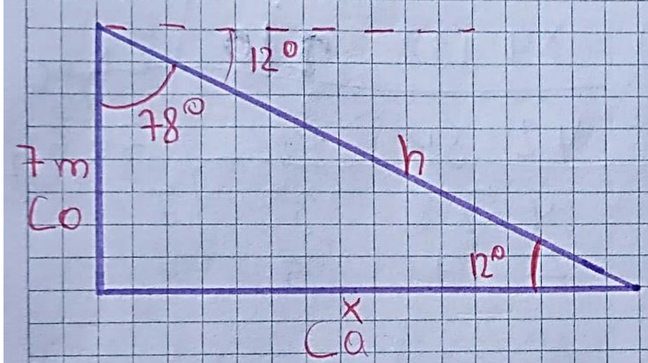
Música: Basándonos en la teoría y producción musical, el uso de la trigonometría es de vital importancia, porque las ondas de sonido siguen un patrón de onda recurrente que puede representar visualmente usando funciones de seno y coseno.

Bellas artes: En el ámbito artístico, cada vez que se pintan el entorno, o un cierto ángulo de una persona es posible que no lo calculen matemáticamente, pero ya están aplicando aplicaciones trigonométricas, especialmente cuando obtienen proporciones exactas del ángulo del objeto que les gustaría pintar y ayudan a trazar líneas rectas.

EJERCICIO

1. De la Cima de un faro de 7m de alto se observa una lancha con un Angulo de depre sesión de 12 grados. Calcular la distancia entre la lancha y el pie del faro

1:



$\tan\theta = \frac{Co}{Ca}$

$\theta = 12^\circ$

$Co = 7m$

$Ca = x$

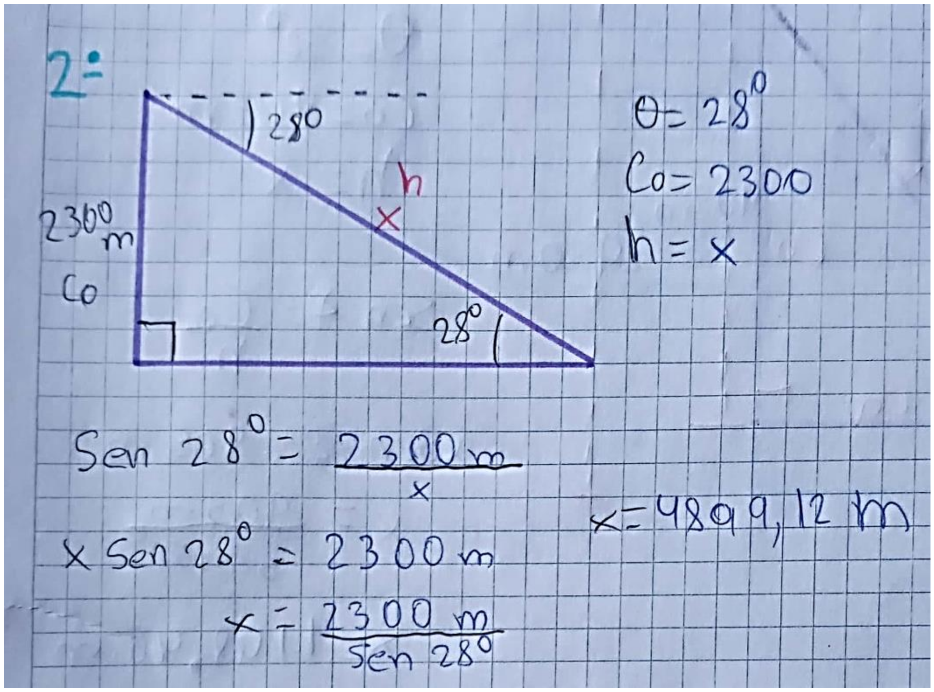
$\tan 12^\circ = \frac{7m}{x} = x \tan 12^\circ = 7m$

$x = \frac{7m}{\tan 12^\circ}$

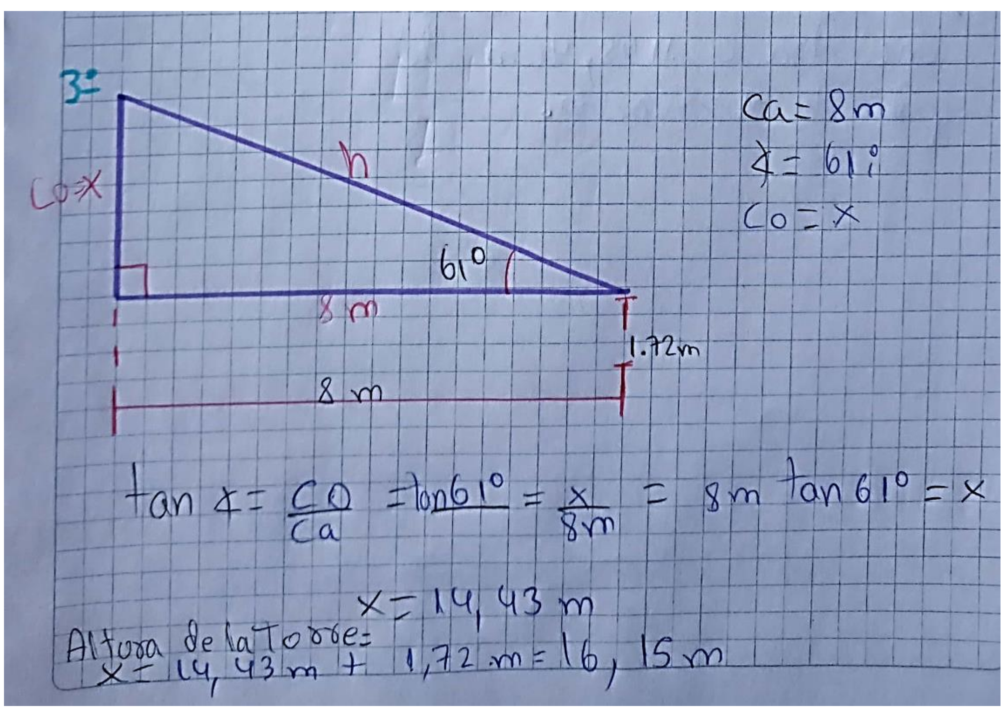
$x = 32{,}93\ m$

R//: la distanca entre la lancha y el pie del foro es 32,93 m

2. Un avión de reconocimiento localiza un barco enemigo con un Angulo de depresión de 28 grados si el avión vuela a 2300m de altura, calcular la distancia a la que se encuentra del barco enemigo.



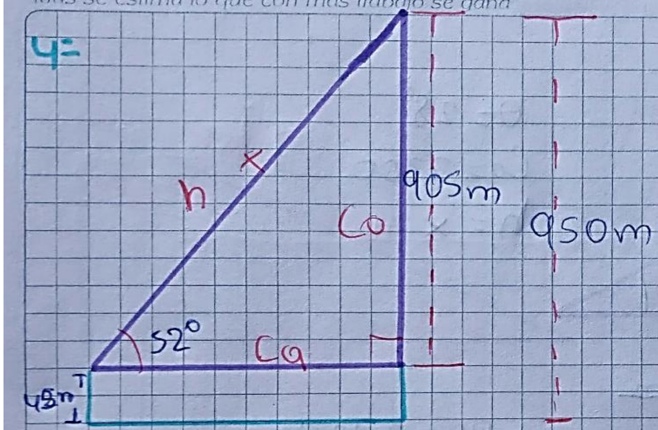
3. Una persona situada a 8m de la base de una torre, observa la parte superior de esta con un Angulo de elevación de 61 grados, si la persona mide 1.72m ¿Cuánto mide la torre?



4. Desde la torre de control de un aeropuerto se establece comunicación con un avión próximo a aterrizar. En ese momento el avión vuela a una altura de 950m y el Angulo de observación desde la torre es de 52 grados ¿A que distancia está el avión del punto de observación de la torre si esta tiene una altura de 45?

"Más se estima lo que con más trabajo se gana" Aristóteles

4:



$\theta = 52^\circ$

$Co = 905\ m$

$h = x$

$\operatorname{sen} \measuredangle = \dfrac{Co}{h}$

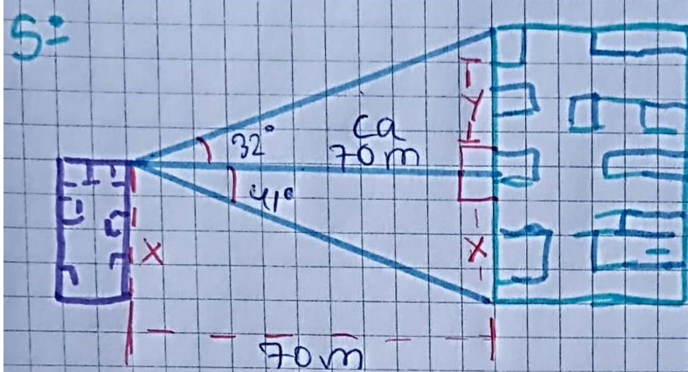
$x \operatorname{sen} 52^\circ = 905\ m$

$x = \dfrac{905\ m}{\operatorname{sen} 52^\circ}$

$x = 1148{,}46\ m$

R=> En ese instante el avión se encuentra a 1148,46m del punto de observación.

5. Desde la azotea de un edificio, Adriana observa la parte mas alta del edificio que esta en frente, con un ángulo de elevación de 32 grados y la parte mas baja con un ángulo de depresión de 41 grados, si la distancia que separa los dos edificios es de 70m ¿Cuál es la altura de los dos edificios?



$\measuredangle = 41^\circ$

$Ca = 70\,m$

$Co = x$

$\tan \measuredangle = \dfrac{Co}{Ca}$ $\quad \tan 41^\circ = \dfrac{x}{70m}$

$70m \cdot \tan 41^\circ = x$

$60{,}85\,m = x$

$\measuredangle = 32^\circ$

$Ca = 70m$

$Co = y$

$\tan \measuredangle = \dfrac{Co}{Ca} =$

$\tan 32^\circ = \dfrac{y}{70m}$

$70 \tan 32^\circ = y$

$43{,}74 = y$

$60{,}85m + 43{,}74y = 104{,}59$

R= El edificio de adriana mide 60,85m y el que esta en frente mide 104,59 m

ALGORTIMO – CALCULAR AREA DE UN POLIGONO IRREGULAR

El cálculo del área de un polígono irregular requiere métodos alternativos de cálculo de áreas, unos de los métodos más común es dividir el polígono en N cantidad de triángulos y posteriormente calcular como suma de las áreas de los triángulos

Para calcular el área de un polígono irregular, es necesario conocer las coordenadas (x , y) de un vértice del polígono, por esa razón usamos una 5 listas con diferentes valores el cual hemos asignado el nombre de una letra del abecedario.

```
#Declaramos los vertices
A =[9,2]
B =[9,3]
C =[6,12]
D =[12,3]
E =[5,6]
```

Posteriormente creamos una lista llamada “polígono” que contendrá los vértices definidos anteriormente, dicha lista toma la representación de un polígono irregular con los vértices en el orden especifico.

```
poligono = [A,B,C,D,E]
```

Creamos una función la cual calculará el área del polígono irregular y mandamos como argumento la lista “polígono”, el cual dicha función retornará un valor el cual se almacenará en la variable “área”, tal como se muestra a continuación:

```
area = poligono_area(poligono)
```

Definimos la función “polígono_area()” el cual como se mencionó anteriormente recibirá una lista, en esta función tomara ese valor y lo nombrara como “vértice”

```python
def poligono_area(vertices):
```

Con la ayuda de la función “len()” se calculara la cantidad de vértices del polígono y almacenamos este valor en la variable “Ln_num_vertices”.además de inicializar dos variables “sum1” y “sum2”, las cuales será utilizadas para acumular las sumas que se necesitan para calcular el área.

```python
    Ln_num_vectices = len(vertices)
    sum1 = 0
    sum2 = 0
```

Mediante un ciclo for iteramos sobre todos los vértices del polígono, a excepción del último vértice, para aquello usamos la estructura de control “for in”:

```python
    for i in range(0, Ln_num_vectices -1):
```

Dentro del ciclo for, el valor de la variable “sum1” en cada iteración del bucle, calculamos una parte de la suma para “sum1” y multiplicamos la coordenada “x” del vértice actual el cual está representado por (“vértices[i][0]”) con la coordenada de “y” del siguiente vértice (“vertices[i + 1][1]”) y lo sumamos para cada iteración a la variable correspondiente:

```python
    for i in range(0, Ln_num_vectices -1):
        sum1 = sum1 + vertices[i][0]*vertices[i+1][1]
```

De igual manera asimilamos el anterior proceso para la variable “sum2”, calculamos una parte de la suma y multiplicamos la coordenada “y” del vértice actual(“vertices[i][1]”) con la coordenada “x” del siguiente vértice (vertices[i + 1][0]) y se ira sumando en la variable “sum2”

```python
    for i in range(0, Ln_num_vectices -1):
        sum1 = sum1 + vertices[i][0]*vertices[i+1][1]
        sum2 = sum2 + vertices[i][1] * vertices[i+1][0]
```

Culminado en bucle for, sumamos la ultima parte de “sum1” multiplicando la coordenada “x” del último vértice con la coordenada “y” del primer vértice, de igual manera, sumamos la ultima parte de “sum2” multiplicando la coordenada “x” del primer vértice con la coordenada “y” del último vértice.

```
sum1 = sum1 + vertices[Ln_num_vectices-1][0] * vertices[0][1]
sum2 = sum2 + vertices[0][0]*vertices[Ln_num_vectices-1][1]
```

Calculamos el área del polígono restando las variables “sum1 y sum2”, tomando el valor absoluto esto para asegurar que el resultado sea positivo y dividiendo por 2, y finalizamos la función retornando el valor del área calculada.

```
area = abs(sum1 - sum2)/2
return area
```

Imprimimos los mensajes correspondientes para que el usuario reconozca cual fue el resultado de dicha operación, y finalizamos con la impresión del área calculada del poigono con un mensaje el cual mostrara el área en unidades cuadradas. Y concluimos con toda la ejecución del algoritmo.

```
area = poligono_area(poligono)
print("DETALLES DEL POLIGONO")
print(f"VERTICES DEL POLIGONO:  {poligono}")
print()
print(f"area = {str(area)} cm2")
```

Mostramos a continuación el código completo:

```python
def poligono_area(vertices):
    Ln_num_vectices = len(vertices)
    sum1 = 0
    sum2 = 0
    for i in range(0, Ln_num_vectices -1):
        sum1 = sum1 + vertices[i][0]*vertices[i+1][1]
        sum2 = sum2 + vertices[i][1] * vertices[i+1][0]
    sum1 = sum1 + vertices[Ln_num_vectices-1][0] * vertices[0][1]
    sum2 = sum2 + vertices[0][0]*vertices[Ln_num_vectices-1][1]

    area = abs(sum1 - sum2)/2
    return area

#Declaramos los vertices
A =[9,2]
B =[9,3]
C =[6,12]
D =[12,3]
E =[5,6]

poligono = [A,B,C,D,E]

area = poligono_area(poligono)
print("DETALLES DEL POLIGONO")
print(f"VERTICES DEL POLIGONO:  {poligono}")
print()
print(f"area = {str(area)} cm2")
```

RESUMEN

La trigonometría demostró ser relevante en varios aspectos de la vida diaria, tomando aspectos en los ámbitos como la ciencia, arte, física, electricidad, arqueología y astronomía. Además de resaltar en el mundo como una de las matemáticas avanzadas y con un método muy eficiente para resolver ciertos problemas que se presentan a diario en nuestra vida cotidiana, el concepto general de la trigonometría es complejo en cuánto a su definición y partiendo de su origen, el cual es explicado con anterioridad.

Por otro lado, las funciones logarítmicas también emplean su uso y relevancia en el mundo y en actividades que se realizan a diario sin imaginarnos que dichas acciones emplean ciertas funciones que a simple vista no la reconocemos, claramente su cálculo es esencial para resolver ecuaciones diferenciales que contendrán la misma función, tanto en la ingeniería como en la física además de descubrir fenómenos meteorológicos para así prevenir algunos catástrofes naturales y a su vez ir tomando medidas preventivas con respectos a esos problemas naturales, por ultimo empleamos su uso ya que permite su versatilidad en diseñar circuitos electrónicos, sistemas de control entre otros.

En conjunto estas dos funciones, tanto trigonométricas como logarítmicas son herramientas muy esenciales que ha demostrado con ejemplos y aplicaciones que contribuyen al desarrollo de la sociedad en múltiples áreas que abarcamos o desarrollamos a diario en nuestros colegios, universidades y en el ámbito laboral abarcando desde temas complejos hasta conceptos simples de la vida. La comprensión y aplicación adecuada resultan fundamentales para la resolución de problemas y poder prevenir de alguna forma catástrofes naturales, dando soluciones innovadoras en diversos campos de conocimiento.

Bibliografía

Brizuela, M. C. (2014, September 9). *Qué son las funciones trigonométricas | Matemáticas Modernas*. Matemáticas Modernas. https://n9.cl/wx37

Guzman, J. H. (2022). Ejercicios de Funciones Logarítmicas Resueltos y para Resolver. *Neurochispas*. https://n9.cl/qkwu5

Guzman, J. H. (2023). Aplicaciones de las Funciones Trigonométricas. *Neurochispas*. https://tinyurl.com/74syawpp

J, P. P., & Gardey, A. (2021). Función logarítmica - Qué es, definición, características y funciones. *Definición.de*. https://n9.cl/m2n0u

Pina-Romero, S. (2020). Funciones trigonométricas: seno, coseno y tangente. *Toda Materia*. https://n9.cl/frh0a6

Serra, B. R. (2020). Área de un polígono irregular. *Universo Formulas*. https://n9.cl/o9cjq