

# Simulador Dinámico de un Exoesqueleto de 6GdL

Reporte de Medio Término

García-Álvarez Gregorio E. , Luna-Macías Antonio J. , Tevera-Ruiz Alejandro

*Departamento: Roobótica y Manufactura Avanzada*

*Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (CINVESTAV)*

**Resumen**—El presente documento describe el desarrollo cinemático y dinámico que simula un exoesqueleto con 6 grados de libertad (GDL). El diseño está enfocado para utilizarse en el dedo índice, sin embargo debido a que este trabajo aún no incorpora otras cadenas cinemáticas, como el diseño original presentado en el trabajo: "HEXOTRAC"[1], esto implica que el propio, se pueda utilizar adecuadamente en cualquier dedo a excepción del pulgar. Una de las características que tendrá el exoesqueleto presentado, será que el dedal distal, tendrá capacidades hápticas y estará actuado en todos sus grados de libertad, sin embargo por el momento, no es el alcance concerniente a este documento.

**Palabras Clave**—Simulador, Exoesqueleto, GRyMA

## I. INTRODUCCIÓN

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

## II. DESCRIPCIÓN METODOLÓGICA

El diseño del dedo exoesqueleto con 6 GDL se muestra en la Figura 1 en su posición inicial de ÇASAz está constituido por una cadena cinemática de 7 eslabones, que están todos conectados entre sí por articulaciones revolutas. El software que se utilizó para generar el diseño en 3D, fue solidworks porque tiene varias herramientas que ayudaron en el desarrollo matemático, así como su versatilidad para enlazarse con matlab, software con el que se programaron los cálculos.

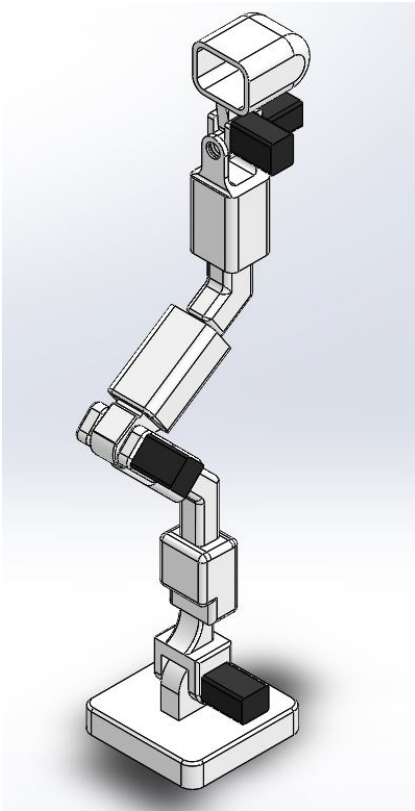


Figura 1. Diseño 3D

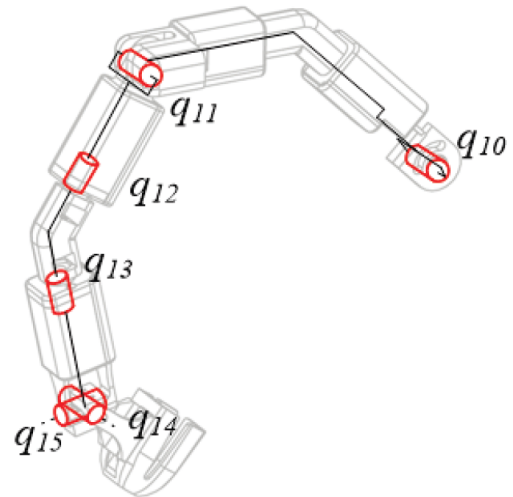


Figura 2. Esquema de las Articulaciones Original

Sin embargo por cuestiones de practicidad el equipo propuso una modificación y se agregó un eslabón más, de esta manera se evita que la articulación revoluta  $q_5$  y  $q_6$  estuvieran fusionadas, como se visualiza en la Figura 2. El dibujo posicionado con una perspectiva lateral derecha, que se visualiza en la Figura 3 proporciona una imagen con dimensiones parametrizadas, mismas que se plasman en la siguiente tabla:

Parámetros	[m]	[rad]
L1	0.03235525	
L2	0.10513390	
L3	0.02462267	
L4	0.02228474	
L5	0.04334075	
L6	0.00600000	
L7	0.01999013	
L8	0.02565247	
L9	0.01273194	
L10	0.03641522	
$\alpha$		59.26721315°

Así mismo, en la Figura 3 se aprecia la asignación de referenciales  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ ,  $q_4$ ,  $q_5$  y  $q_6$ . Los marcos inerciales propuestos a cada GDL se colocaron utilizando la convención GRyMA, manteniendo la dirección positiva de la mano derecha.

También se asignaron materiales, proponiendo para los eslabones un polímero termoplástico de nombre "acrilonitrilo butadieno estireno" también conocido como filamento ABS, utilizado por impresoras 3D, pensando que en un futuro próximo podamos imprimir el modelo y así experimentar con el en un entorno real; en el caso del dedal, se seleccionó un polímero artificial que pertenece al grupo de las poliamidas, llamado comunmente "Nylon", pues creemos que para cuidar la comodidad del usuario, al ingresar su dedo, el material no debe ser tan rígido y el nylon permite un equilibrio entre la suavidad y al mismo tiempo que no sea deformable.

## II-A. Diseño del exoesqueleto

La disposición de las articulaciones que se muestran en la Figura 2, fueron las planteadas originalmente en el manual de robótica, proporcionado por el Dr. Ernesto Olguín.

Finalmente los motores propuestos son de micro Metal LP con reductora de 50:1, de corriente continua, con dimensiones de 24 x 10 x 12 mm y 10 gramos de peso

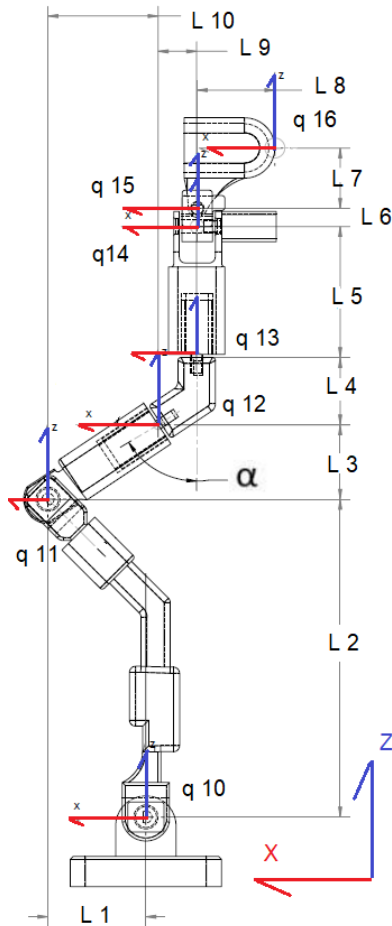


Figura 3. Esquema de las Articulaciones Utilizado

Conocer la cantidad de grados de libertad que tiene el exoesqueleto, nos servirá para identificar la versatilidad del movimiento que se podrá ejercer. Existen 3 clasificaciones [2] :

- Menos de 6 GDL. Tienen menos GDL que el movimiento que puede tener en el espacio. Es decir, si el robot está diseñado para moverse en un espacio tridimensional (con 3 parámetros de traslación y 3 de rotación) y tiene menos de 6 GDL, presentará limitaciones en la manera en que se mueve.
- Exactamente 6 GDL. Para aquellos manipuladores robóticos que tienen exactamente 6 GDL, pueden mover su efector final de manera independiente en cada uno de los seis parámetros que conforman el espacio de trabajo tridimensional.
- Más de 6 GDL. Si un robot tiene más actuadores que los parámetros del espacio en el que se puede mover, implica que está sobre actuado y por lo tanto redundante.

## II-B. Cinemática directa

La cinemática directa consiste en definir la posición y orientación del efector final, en función de las coordenadas generalizadas de cada articulación, con respecto a un marco de referencia [3], en este caso particular, es un marco de referencia no inercial.

Para lograrlo, se requieren cadenas cinemáticas desde el referencial base hasta el referencial local; para cada uno de estos ejes coordenados, se requiere el cálculo de matrices de transformación homogéneas mismas que definen el movimiento de rotación y traslación en función de donde se ubique el marco referencial de cada articulación.

Debido a que cada eslabón tiene asignada una coordenada generalizada y por lo tanto, tiene su propia matriz que describe su movimiento, se necesita multiplicar cada una de las matrices de transformación homogéneas.

La matriz de transformación homogénea tiene la siguiente forma:

$$A_i = \begin{bmatrix} R_{i-1}^i & d_{i-1}^i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cabe destacar que la matriz  $R_i^j \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  representa la orientación del referencial  $j$  respecto al referencial  $i$ , y el vector  $d_i^j$  expresa la traslación del referencial  $j$  respecto al referencial  $i$ .

Existen diferentes métodos para asignar los referenciales de coordenadas generalizadas, y así obtener la matriz de transformación homogénea; uno de los más utilizados en robótica industrial es el denominado: "Denavit Hartenberg", pero no es el único. En el curso se presentan 2 más (Denavit Hartenberg modificado "mDHz GRyMA"), lo cierto es que los 3 buscan reducir la cantidad de parámetros que se requieren para definir las transformaciones homogéneas entre marcos referenciales. Los movimientos rígidos generales se definen mediante una traslación  $d \in \mathbb{R}^3$  y una rotación  $R \in SO(3)$ . Por tanto, se componen de 6 GDL para cada par de marcos referenciales consecutivos. La asignación del marco para cada elemento rígido da como resultado todos los  $A_i(q_i) \in SE(3)$  en el sistema.

Dos de los ejemplos más comunes son las convenciones clásicas de Denavit-Hartenberg (DH) y las modificadas de Denavit-Hartenberg (mDH). Ambos reducen los parámetros requeridos de 6 a 4, lo que da como resultado la torsión del enlace ( $\alpha$ ), la longitud del enlace ( $a$ ), el ángulo de unión ( $\theta$ ) y el desplazamiento del enlace ( $d$ ). A continuación se presentarán las reglas que se deben llevar a cabo para la asignación de referenciales, correspondiente.

**II-B1. Denavit Hartenberg:** Existen dos restricciones al momento de definir del marco de referencia:

1. El eje  $x$  de un referencial dado debe ser perpendicular al eje  $z$  de los referenciales vecinos consecutivos.
2. El eje  $x$  de un referencial dado y el eje  $z$  del referencial vecino consecutivo deben intersectar.

Debido a que la convención DH define una secuencia intrínseca explícita:  $\theta_i \rightarrow d_i \rightarrow a_i \rightarrow \alpha_i$ , las transformaciones

homogéneas  $A_i(q_i)$ , que representan el movimiento rígido correspondiente, se obtiene la siguiente forma particular:

$$\begin{aligned} A_i(q_i) &\triangleq A_R(R_{z,\theta}) A_T(d_i k) A_T(a_i i) A_R(R_{x,\alpha_i}) \\ &= \begin{bmatrix} R_{i-1}^i(\cdot) & d_{i/i-1}^{(i-1)}(\cdot) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} R_{i-1}^i(\cdot) &= R_{z,\theta_i} R_{x,\alpha_i} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$d_{i/i-1}^{(i-1)}(\cdot) = d_i k + a_i R_{z,\theta_i} R_{x,\alpha_i} i = \begin{bmatrix} a_i \cos \theta_i \\ a_i \sin \theta_i \\ d_i \end{bmatrix}$$

Además se sabe que solo uno de los parámetros DH es variable en el tiempo, por lo tanto existen variaciones en el ángulo de articulación o en el desplazamiento del enlace

$$\begin{aligned} \theta_i(t) &= \theta_{i0} + q_i(t) && \text{Articulación Revoluta}(R) \\ d_i(t) &= d_{i0} + q_i(t) && \text{Articulación prismática}(P) \end{aligned}$$

La cinemática directa de un robot manipulador puede ser determinada por la multiplicación de todas las matrices  $A_i(q_i)$  obtenidas por la tabla de los parámetros de DH.

Sabiendo que el exoesqueleto tiene asignados 6 coordenadas generalizadas  $q_i$  se tendría que aplicar la multiplicación de la siguiente manera:

$$A = A_1(q_1) A_2(q_2) A_3(q_3) A_4(q_4) A_5(q_5) A_6(q_6) A_7(q_7)$$

Sin embargo, esto no es del todo cierto, debido a que para lograr cumplir con las 2 condiciones que estipula la metodología, aunado a la forma que tiene el diseño de los eslabones 1 y 3, implica que se generen referenciales virtuales.

Después de comparar los resultados de la matriz homogénea obtenida por las 3 metodologías y comparando los resultados de las mismas, se optó por no utilizar la metodología tradicional y llevar a cabo los cálculos con el siguiente método:

**II-B2. GRyMA:** La metodología GRyMA (Nombre dado en honor al Grupo de Robótica y Manufactura Avanzada) es otra alternativa a la asignación de los marcos referenciales en una cadena cinemática. Busca un cambio de paradigma y no exige las restricciones de DH mencionadas en la metodología anterior.

El origen de cada marco de referencia  $\sum_i$  se coloca a lo largo del eje de articulación que definirá la coordenada generalizada  $q_i$ . No obstante, el eje  $z$  no está restringido a estar a lo largo de esta coordenada y la dirección del movimiento se define directamente con el vector director extendido  $\lambda_i = (\lambda_{Ti}^T, \lambda_{Ri}^T)^T \in \mathbb{R}^6$ . Todas las coordenada generalizada de referencia, son colocadas en la misma orientación de ÇASA logrando una configuración nula y 3 parámetros de compensación son definidos

para representar la distancia relativa desde el origen del marco padre para cada marco nominal  $\mathbf{d}_{io} = (d_{xi}, d_{yi}, d_{zi})$  en la posición de ÇASA”(q=0).

La transformación homogénea correspondiente es  $A_i$  y tiene la siguiente forma:

$$A_i(q_i) = A_{io} A_{iv}(q_i) \quad \Sigma_i \rightarrow \Sigma_{pi},$$

$A_{io}$  representa la transformación homogénea constante y  $A_{iv}(q_i)$  la transformación homogénea variante en el tiempo.

$$A_{io} = \begin{bmatrix} I_3 & d_{io} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in SE(3)$$

donde

$$d_{io} = \begin{pmatrix} d_{xi} \\ d_{yi} \\ d_{zi} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

Por otra parte:

$$A_{vi}(q_i(t)) \doteq \begin{bmatrix} e^{[\lambda_{Ri}X]q_i} & \lambda_{Ti}q_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{cases} A_R(R\lambda_{Ri}, q_i) & \text{si } q_i \text{ es rotacional } (\lambda_T = 0) \\ A_T(\lambda_{Ti}q_i) & \text{si } q_i \text{ es prismática } (\lambda_R = 0) \end{cases}$$

Se caracteriza con la coordenada generalizada escalar  $q_i \in \mathbb{R}$  y el vector director extendido unitario constante (vector director cinemático)

$$\lambda_i^{(1)} := \begin{pmatrix} A_{Ti} \\ A_{Ri} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \Rightarrow \lambda_{Ti}x\lambda_{Ri} = 0$$

Entonces:

$$A_i(q_i) = A_{io} A_{iv}(q_i) = \begin{bmatrix} e^{[\lambda_{Ri}X]q_i} & d_{io} + \lambda_{Ti}q_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$e^{[\lambda_{Ri}X]q_i}$  es la matriz de rotación correspondiente la cual es un mapeo exponencial (Formula de Rodrigues)

$$R_{\lambda_i \vartheta} = I + [\lambda x]s\vartheta + [\lambda x]^2 v\vartheta = e^{[\lambda x]\vartheta}$$

donde

$$\epsilon_{q_i} = \text{verseno} := 1 - \cos(q_i)$$

Si todos los movimientos posibles son alineados con uno de los ejes principales de cada marco, el vector director cinemático  $\Theta_i$  se puede codificar con un parámetro escalar único  $i$ , como se muestra a continuación:

$\Theta_i$	0	1	2	3	4	5	6
$\lambda_{Ti}$	0	1	0	0	0	0	0
$\lambda_{Ti}$	0	0	1	0	0	0	0
$\lambda_{Ti}$	0	0	0	1	0	0	0
$\lambda_{Ri}$	0	0	0	0	1	0	0
$\lambda_{Ri}$	0	0	0	0	0	1	0
$\lambda_{Ri}$	0	0	0	0	0	0	1
$R_i$	$I_3$	$I_3$	$I_3$	$I_3$	$R_x(q_i)$	$R_y(q_i)$	$R_z(q_i)$

En caso contrario, cada  $\lambda_{Ti}$ ,  $\lambda_{Ri}$  puede parametrizarse con un par elevación-azimut ( $\alpha_i, \beta_i$ ):

Por lo cual, la metodología GRyMA usa únicamente 4 parámetros constantes independientes básicos para cada relación de los marcos padre/hijo:  $d_{xi}, d_{yi}, d_{zi}$  y  $\theta$

$\Theta_i$	7	8
$\lambda_{Ti}$	$\cos \alpha_i \sin \beta_i$	0
$\lambda_{Ti}$	$\sin \alpha_i \sin \beta_i$	0
$\lambda_{Ti}$	$\cos \beta_i$	0
$\lambda_{Ri}$	0	$\cos \alpha_i \sin \beta_i$
$\lambda_{Ri}$	0	$\sin \alpha_i \sin \beta_i$
$\lambda_{Ri}$	0	$\cos \beta_i$
$R_i$	$I_3$	$R_{\lambda_{Ri}}(q_i)$

Para la asignación de marcos se respeta el siguiente algoritmo:

1. Identificar los ejes de movimiento en cada articulación.
2. Asignar el marco de referencia inercial  $\Sigma_0$  de modo que tanto la posición como la orientación sean estratégicamente definidas con respecto a los ejes de articulación del sistema.
3. Asignar cada marco de referencia  $\Sigma_i$  a la articulación correspondiente con la misma orientación del marco inercial y con el origen a lo largo del eje de articulación.
4. Determinar el vector de distancia  $d_{i0} \in \mathbb{R}^3$  desde el marco padre de cada unión, en la posición "home" ( $q = 0$ ).
5. Codificar el parámetro de dirección  $\Theta_i$  con respecto a la dirección y el tipo de movimiento de cada articulación.

Finalmente, aplicando lo anterior y asignando los marcos referenciales como se aprecia en la Figura 3, se obtiene la siguiente tabla:

$\Sigma_i$	$\Sigma_{pi}$	$d_{xi}$	$d_{yi}$	$d_{zi}$	$\Theta_i$
$\Sigma_1$	$\Sigma_0$	0	0	0	5
$\Sigma_2$	$\Sigma_1$	L1	1	L2	5
$\Sigma_3$	$\Sigma_2$	-L7	0	L3	8
$\Sigma_4$	$\Sigma_3$	-L6	0	L4	6
$\Sigma_5$	$\Sigma_4$	0	0	L5	4
$\Sigma_6$	$\Sigma_5$	0	0	0	5
$\Sigma_6$	$\Sigma_6$	-L8	0	0	0

## II-C. Jacobiano

Existen dos tipos de jacobiano: El jacobiano analítico y el jacobiano geométrico. Este último depende de la configuración del manipulador y representa la relación entre las velocidades de la articulación, la velocidad lineal y angular de efector final. En contraparte, el jacobiano analítico es cuando el efector final se expresa con referencia a una representación mínima (ángulos de Euler) en el espacio operacional, y se calcula derivando la posición del efector final y su orientación con respecto a las variables de la articulación [6]. La matriz jacobiana de un manipulador robótico es una matriz de  $6 \times N$ , donde la velocidad articular  $\dot{q}$  es un vector  $N$  y la velocidad espacial  $v$  es un vector  $-6$ . La velocidad espacial y la velocidad articular están relacionadas a través de la matriz jacobiana mediante la siguiente expresión:

$$v = J_i(q)\dot{q}$$

En el caso de que el manipulador tenga 6 GDL, no hay ningún problema a la hora de analizar la matriz jacobiana, ya que será una matriz de  $6 \times 6$  (matriz cuadrada), por lo que los cálculos de determinantes y rangos se pueden realizar sin

ningún problema. Sin embargo, como se mencionó anteriormente, el diseño propuesto se clasifica como un manipulador de menos de 6 GDL. Debido a esto, la matriz jacobiana resultante será una matriz de  $6 \times 5$ . De esta manera la matriz correspondiente a jacobiana se expresa como:

$$J = \begin{bmatrix} J_{1,1} & J_{1,2} & J_{1,3} & J_{1,4} & J_{1,5} \\ J_{2,1} & J_{2,2} & J_{2,3} & J_{2,4} & J_{2,5} \\ J_{3,1} & J_{3,2} & J_{3,3} & J_{3,4} & J_{3,5} \\ J_{4,1} & J_{4,2} & J_{4,3} & J_{4,4} & J_{4,5} \\ J_{5,1} & J_{5,2} & J_{5,3} & J_{5,4} & J_{5,5} \\ J_{6,1} & J_{6,2} & J_{6,3} & J_{6,4} & J_{6,5} \end{bmatrix}$$

Donde los valores representados en los primeros 3 renglones, corresponden a la velocidad lineal y los siguientes 3 a la velocidad angular. Para el caso de la velocidad lineal, se parte de la ecuación:

$$J_{v_i} q \triangleq \frac{\partial d_i}{\partial q}$$

Tomando en cuenta esto, la matriz del jacobiana de la velocidad lineal  $J_v$  para el robot manipulador propuesto resultará de:

$$J_v = J_{v_1}(q_1) J_{v_2}(q_2) J_{v_3}(q_3) J_{v_4}(q_4) J_{v_5}(q_5)$$

Para el caso de la velocidad angular, se parte de la ecuación:

$$J_{\omega_i} q \triangleq [r1_i] \times \frac{\partial r1_i}{\partial q} + [r2_i] \times \frac{\partial r2_i}{\partial q} + [r3_i] \times \frac{\partial r3_i}{\partial q}$$

Tomando en cuenta esto, la matriz del jacobiana de la velocidad angular  $J_\omega$  para el robot manipulador propuesto resultará de:

$$J_\omega = J_{\omega_1}(q_1) J_{\omega_2}(q_2) J_{\omega_3}(q_3) J_{\omega_4}(q_4) J_{\omega_5}(q_5)$$

## II-D. Dinámica

La dinámica estudia las causas del movimiento, esto a través del estudio de las fuerzas y torques y su efecto en el movimiento de los cuerpos (esta representada en expresiones de segundo orden). En robótica, cuando se habla de dinámica, se hace referencia a la relación existente entre el movimiento del robot y las fuerzas generalizadas sobre él. El modelo de Euler-Lagrange está representado por:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau$$

Donde  $H(q)$  es la matriz de inercia,  $C(q, \dot{q})$  es la matriz de coriolis y  $g(q)$  es el vector de gravedad. De igual forma,  $\tau$  es la entrada del sistema.

**II-D1. Matriz de Inercia:** La matriz de inercia, proviene de la energía cinemática del sistema, se encuentra descrita por

$$K = \frac{1}{2}\dot{q}^T H(q)\dot{q}$$

De la ecuación anterior sur la matriz de inercia, expresada por

$$H(q) = \sum_{i=0}^n \{m_i^0 J_{v_{cm_i}}^T(q) + {}^0 J_{\omega_i}^T(q) R_0^i(q) I_c^i R_0^{iT}(q) {}^0 J_{\omega_i}(q)\}$$

donde  $m_i$  es la masa de cada eslabón  $J_{v_{cm_i}}^T(q)$  es la matriz jacobiana de la velocidad lineal transpuesta para el centro de masa  $i$  dependiente de  $q$ ,  $J_{\omega_i}^T(q)$  es la matriz jacobiana de la velocidad angular transpuesta de  $i$  dependiente de  $q$ ,  $I_c^i$  es la matriz del tensor de inercia de  $i$  y  $J_{\omega_i}(q)$  es la matriz jacobiana de la velocidad angular. La matriz del tensor de inercia expresa el centro de masa en un marco referencial de coordenadas cartesianas. Es definida por

$$\mathbf{I}_c \triangleq \int_B [r \times]^T [r \times] dm$$

Dentro de las propiedades de la matriz, es que esta debe ser definida positiva.

**II-D2. Matriz de Coriolis:** El vector de fuerzas centrípetas y de Coriolis están representadas por  $C_q(q, \dot{q})\dot{q}$ . Como la matriz de Coriolis depende del vector de coordenadas generalizadas y las velocidades correspondientes, al multiplicarla con el vector de velocidades en coordenadas generalizadas, se obtienen velocidades cruzadas (cuadrática en velocidad) y debido a ello no hay una única matriz de Coriolis.

Calcularla con los símbolos de Christoffel nos da la propiedad de anti-simetría con respecto a la matriz de inercia.

$$[C_q(q, \dot{q})]_{kj} = \sum_{i=1}^n c_{ijk}(q) \dot{q}_i$$

donde:

$$c_{ijk}(q) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\delta h_{kj}(q)}{\delta q_i} + \frac{\delta h_{ik}(q)}{\delta q_j} - \frac{\delta h_{ij}(q)}{\delta q_k} \right\}$$

El vector de Coriolis se obtiene multiplicando la matriz de Coriolis por las velocidades en coordenadas generalizadas

$$C_q(q, \dot{q})\dot{q} = \begin{pmatrix} \vdots \\ \sum_{i,j=1}^n C_{ijk}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vdots \\ \dot{q}^T C_k(q) \dot{q} \\ \vdots \end{pmatrix}$$

**II-D3. Vector de gravedad:** El vector de gravedad representa los torques sobre el robot debido al peso de cada eslabón, para obtenerlo se parte de la energía potencial. La energía potencial de cada cuerpo viene dada por su peso multiplicado por la posición vertical de su centro de masa

$$U_i = -m_i g_0 \cdot d_{cmi}(q) = -m_i d_{cmi}^T(q) g_0'$$

$d_{cmi}(q) \in R^3$  es la posición cartesiana del vector de masa del cuerpo  $i$

$g_0 \in R^3$  es la expresión inercial para la dirección de la gravedad (se define de acuerdo con la definición de la referencia del marco inercial del sistema) y el signo menos es una corrección tal que la energía potencial aumenta en contra de la dirección de la gravedad.

La potencia total es una función que varía solo en la configuración  $q$  del sistema:

$$g_q = - \sum_{i=1}^N m_i \frac{\delta d_{cmi}(q)^T}{\delta q} g_0 = - \sum_{i=1}^N m_i J_{v_{cmi}}^T(q) g_0$$

donde:

$$d_{cmi}(q) = d_i + R_0^i(q) r_{ci}$$

La gradiente de la energía potencial es calculada como:

$$g_q = - \sum_{i=1}^n m_i \frac{\delta d_{cmi}(q)^T}{\delta q} g_0 = - \sum_{i=1}^n m_i J_{v_{cmi}}^T(q) g_0$$

### III. IMPLEMENTACIÓN



### III-A. Jacobiana

Como se mencionó anteriormente, la matriz jacobiana se compone de la velocidad lineal y de la velocidad angular, a fin de obtener la matriz

$$J = \begin{bmatrix} J_{1,1} & J_{1,2} & J_{1,3} & J_{1,4} & J_{1,5} \\ J_{2,1} & J_{2,2} & J_{2,3} & J_{2,4} & J_{2,5} \\ J_{3,1} & J_{3,2} & J_{3,3} & J_{3,4} & J_{3,5} \\ J_{4,1} & J_{4,2} & J_{4,3} & J_{4,4} & J_{4,5} \\ J_{5,1} & J_{5,2} & J_{5,3} & J_{5,4} & J_{5,5} \\ J_{6,1} & J_{6,2} & J_{6,3} & J_{6,4} & J_{6,5} \end{bmatrix}$$

Como se observa la matriz obtenida es una matriz de 6 x 6, al ser una matriz cuadrada, el rango de la matriz es de 6 Para la jacobiana de la velocidad lineal se obtiene:

$$J = \begin{bmatrix} J_{v1,1} & J_{v1,2} & J_{v1,3} & J_{v1,4} & J_{v1,5} \\ J_{v2,2} & J_{v2,2} & J_{v2,3} & J_{v2,4} & J_{v2,5} \\ J_{v3,3} & J_{v3,2} & J_{v3,3} & J_{v3,4} & J_{v3,5} \end{bmatrix}$$

Tomando en cuenta que cada  $C_i$  corresponde a  $\cos \theta_i$  y cada  $S_i$  a  $\sin \theta_i$ , cada elemento  $J_{v_{ij}}$  de la matriz es representado por:

Y para la jacobiana de la velocidad angular se tiene:

$$J = \begin{bmatrix} J_{\omega 1,1} & J_{\omega 1,2} & J_{\omega 1,3} & J_{\omega 1,4} & J_{\omega 1,5} \\ J_{\omega 2,2} & J_{\omega 2,2} & J_{\omega 2,3} & J_{\omega 2,4} & J_{\omega 2,5} \\ J_{\omega 3,3} & J_{\omega 3,2} & J_{\omega 3,3} & J_{\omega 3,4} & J_{\omega 3,5} \end{bmatrix}$$

Tomando en cuenta que cada  $C_i$  corresponde a  $\cos \theta_i$  y cada  $S_i$  a  $\sin \theta_i$ , cada elemento  $J_{\omega_{ij}}$  de la matriz es representado por:

$$J_{\omega 1,1} = 0$$

$$J_{\omega 1,2} = 0$$

$$J_{\omega 1,3} = 0$$

$$J_{\omega 1,4} = 0$$

$$J_{\omega 1,5} = 0$$

$$J_{\omega 2,2} = 0$$

$$J_{\omega 2,2} = 0$$

$$J_{\omega 2,3} = 0$$

$$J_{\omega 2,4} = 0$$

$$J_{\omega 2,5} = 0$$

$$J_{\omega 3,3} = 0$$

$$J_{\omega 3,2} = 0$$

$$J_{\omega 3,3} = 0$$

$$J_{\omega 3,4} = 0$$

$$J_{\omega 3,5} = 0$$

### III-B. Dinámica

Se obtuvieron el vector de Coriolis, Inercia así como el vector de gravedad (el proceso y los resultados obtenidos

se muestran más adelante). A fin de obtener la dinámica del sistema. Cabe resaltar que para obtener las masas, los centros de masa, así como los tensores de inercia, estos fueron obtenidos del modelo CAD, los datos se describen a continuación: Masas:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tensor de inercia:

$$I_{c1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$I_{c2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$I_{c3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$I_{c4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$I_{c5} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$I_{c6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Centros de Masa

$$CM_{xi} = \begin{bmatrix} 00 & 00 & 00 \end{bmatrix}$$

$$CM_{yi} = \begin{bmatrix} 00 & 00 & 00 \end{bmatrix}$$

$$CM_{zi} = \begin{bmatrix} 00 & 00 & 00 \end{bmatrix}$$

**III-B1. Matriz de Inercia:** La matriz de inercia del robot manipulador esta expresada por

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & H_{14} & H_{15} & H_{16} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & H_{24} & H_{25} & H_{26} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & H_{34} & H_{35} & H_{36} \\ H_{41} & H_{42} & H_{43} & H_{44} & H_{45} & H_{46} \\ H_{51} & H_{52} & H_{53} & H_{54} & H_{55} & H_{56} \\ H_{61} & H_{62} & H_{63} & H_{64} & H_{65} & H_{66} \end{bmatrix}$$

Tomando en cuenta que cada  $q_i$  corresponde a  $\theta_i$ ,  $C_i$  corresponde a  $\cos \theta_i$  y cada  $S_i$  a  $\sin \theta_i$ , cada elemento  $H_{ij}$  de la matriz es representado por:

**III-B2. Vector de Coriolis:** Para el robot dedo exoesqueleto propuesto, el vector de coriolis esta expresado por:

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{21} \\ C_{31} \\ C_{41} \\ C_{51} \\ C_{61} \end{bmatrix}$$

Tomando en cuenta que cada  $q_i$  corresponde a  $\theta_i$ ,  $dq_i$  corresponde a  $\dot{\theta}_i$ ,  $C_i$  corresponde a  $\cos \theta_i$  y cada  $S_i$  a  $\sin \theta_i$ , cada elemento  $C_{ij}$  de la matriz es representado por:

*III-B3. Vector de gravedad:* El vector de gravedad final resultante de  $\mathbf{C}$ , para el robot propuesto se representa por el siguiente vector

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = [g(q)_1 \quad g(q)_2 \quad g(q)_3 \quad g(q)_4 \quad g(q)_5 \quad g(q)_6]$$

Tomando en cuenta que cada  $C_1$  corresponde a  $\cos \theta_i$  y cada  $S_i$  a  $\sin \theta_i$ , cada elemento  $g(q)_i$  de vector es representado por

#### IV. RESULTADOS

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

## V. DISCUSIÓN

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

## VI. CONCLUSIONES

*VI-A. García Álvarez Gregorio Eliezer*

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

*VI-B. Luna Macías Antonio de Jesús*

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

*VI-C. Tevera Ruiz Alejandro*

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.



## VII. ANEXOS

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.