Simulador Dinámico de un Exoesqueleto de 6GdL

Reporte de medio término

García-Álvarez Gregorio E., Luna-Macías Antonio J., Tevera-Ruiz Alejandro

Maestría en Ciencias en Robótica y Manufactura Avanzada

20 de octubre de 2021

Cinvestav

Objetivo del proyecto

Desarrollar un simulador dinámico para un exoesqueleto actuado de 6 GdL para el análisis de sus variables de estado y su comportamiento energético.

Diseño mecánico y asignación de referenciales

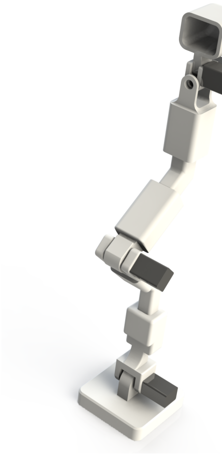


Figura 1: Modelo 3D

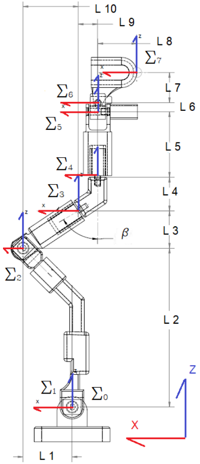


Figura 2: Referenciales

Parámetros GRyMA

De acuerdo al modelo realizado en SolidWorks y con base a los códigos de movimiento [OD21]:

q_i	Parámetros de localización [mm] d_{xi}	d_{yi}	d_{zi}	[º] α	β	Θ_i	Σ_i	Σ_{pi}
q_1	0	0	0	-	-	5	Σ_1	Σ_0
q_2	32.35	0	105.13	-	-	5	Σ_2	Σ_1
q_3	-36.41	0	24.62	0	-59.26	8	Σ_3	Σ_2
q_4	-12.73	0	22.28	-	-	6	Σ_4	Σ_3
q_5	0	0	43.34	-	-	4	Σ_5	Σ_4
q_6	0	0	6	-	-	5	Σ_6	Σ_5

Cuadro 1: Parámetros cinemáticos

Cinemática de orden cero

Para cada referencial Σ_i con articulaciones tipo revoluta:

$$A_i(q_i) = \begin{bmatrix} e^{[\boldsymbol{\lambda}_{R_i}\times]q_i} & \boldsymbol{d}_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

Permitiendo la obtención de la cinemática directa para Σ_i:

$$A_0^i(q) = A_0^{p_i}(q_1, ..., q_j)A_i(q_i) \tag{2}$$

Cinemática de primer orden

Para el Jacobiano Geométrico de Velocidad Angular:

$$ {}^{0}J_{\omega_i} = \left[\boldsymbol{\lambda}_{R_1}^{(0)}, \boldsymbol{\lambda}_{R_2}^{(0)}, \ldots, \boldsymbol{\lambda}_{R_i}^{(0)}, 0, \ldots, 0 \right] \in \mathbb{R}^{3xn} \tag{3} $$

donde

$$ \boldsymbol{\lambda}_{R_i}^{(0)}(\boldsymbol{q}) = R_0^i(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\lambda}_{R_i} \tag{4} $$

Mientras que para el Jacobiano Geométrico de Velocidad Lineal:

$$ \left[{}^{0}J_{v_i}\right]_k = \begin{cases} \boldsymbol{\lambda}_{R_k}^{(0)} \times (\boldsymbol{d}_i - \boldsymbol{d}_k) & \text{si } k \leq i \\ 0 & \text{si } k > 0 \end{cases} \tag{5} $$

Formulación de D'Alambert-Lagrange

Considerando [OD19]:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial K}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}} - \frac{\partial K}{\partial \boldsymbol{q}} = \boldsymbol{Q} \in \mathbb{R}^n \tag{6}$$

donde

$$K = \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^T H(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{Q} \triangleq \begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} \tag{8}$$

Resolviendo (6) y considerando $\boldsymbol{\tau}_U$ y $\boldsymbol{\tau}_D$, se obtiene:

$$H(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + C(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + D(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau} \tag{9}$$

Matriz de Inercia

Por otro lado

$$K = K_v + K_\omega \tag{10}$$

entonces

$$H(\boldsymbol{q}) = \sum_{i=1}^{n} \{ m_i \, {}^0J_{vcm_i}^T(\boldsymbol{q}) \, {}^0J_{vcm_i}(\boldsymbol{q}) \\ +{}^0 \, J_{\omega_{cm_i}}^T(\boldsymbol{q}) \, R_0^i(\boldsymbol{q}) \, \boldsymbol{I}_c^{(i)} \, {R_0^i}^T(\boldsymbol{q}) \, {}^0J_{\omega_{cm_i}}(\boldsymbol{q}) \} \tag{11}$$

definiendo que $H(\boldsymbol{q}) = H(\boldsymbol{q})^T > 0$.

Vector de Coriolis y Vector de Disipación

El vector de Coriolis puede ser expresado como:

$$C(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \sum_{i,j}^{n} c_{ijk}(\boldsymbol{q})\,\dot{q}_i\dot{q}_j \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{12}$$

donde

$$c_{ijk}(q) \triangleq \frac{1}{2}\left(\frac{\partial h_{kj}(\boldsymbol{q})}{\partial q_i} + \frac{\partial h_{ik}(\boldsymbol{q})}{\partial q_j} - \frac{\partial h_{ij}(\boldsymbol{q})}{\partial q_k}\right) \in \mathbb{R}^n \tag{13}$$

son los *Símbolos de Christoffel*.
El vector de disipación se expresa como:

$$D(b,\dot{\boldsymbol{q}}) = b\,\boldsymbol{I}\,\dot{\boldsymbol{q}} \in \mathbb{R}^n \tag{14}$$

Energía Potencial y Vector de Gravedad

Considerando U para sistemas multipartículas con referencia a un *datum* o valor de referencial h_0:

$$U_{h_0} = \sum_{i=1}^{n} U_{i_{h_0}} = \sum_{i=1}^{n} m_i \boldsymbol{d}_{cm_i}^T \boldsymbol{g}_0 \tag{15}$$

Realizando un *offset*:

$$U = U_{h_0} + U_0 \quad \therefore \dot{U} = \dot{U}_{h_0} \tag{16}$$

Mientras que el vector de gravedad:

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \frac{\partial U}{\partial \boldsymbol{q}} = -\sum_{i=1}^{n} \left[m_i \, {}^0J_{vcm_i}^T(\boldsymbol{q}) \right] \boldsymbol{g}_0 \in \mathbb{R}^n \tag{17}$$

siendo

$$\boldsymbol{g}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -9{,}81 \end{bmatrix}^T \tag{18}$$

Energía Mecánica

La energía mecánica está representada como:

$$E = K + U \tag{19}$$

Para sistemas aislados o conservativos:

$$\dot{E} = 0 \tag{20}$$

Diagrama de bloques del simulador (1/2)

$$\ddot{\mathbf{q}} = H(\mathbf{q})^{-1}\left\{\boldsymbol{\tau} - C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - D(b, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{g}(\mathbf{q})\right\} \qquad (21)$$

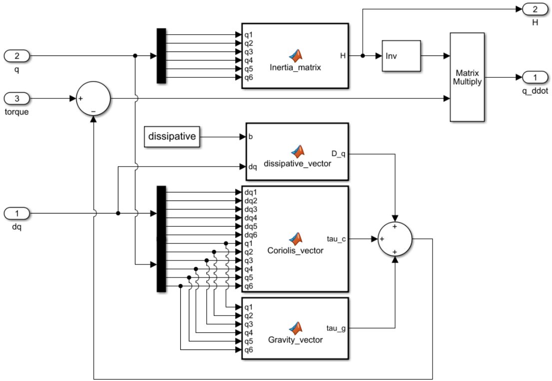


Figura 3: Modelo dinámico del exoesqueleto

Diagrama de bloques del simulador (2/2)

Considerando al solucionador $ode15s$ de *paso variable* para ecuaciones diferenciales rígidas

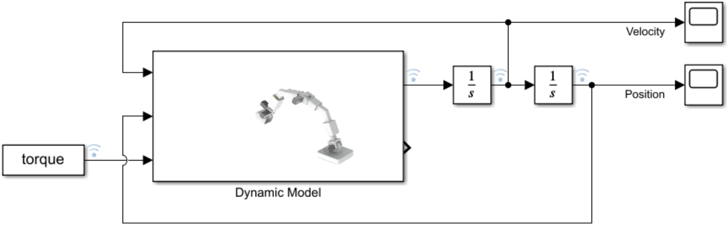
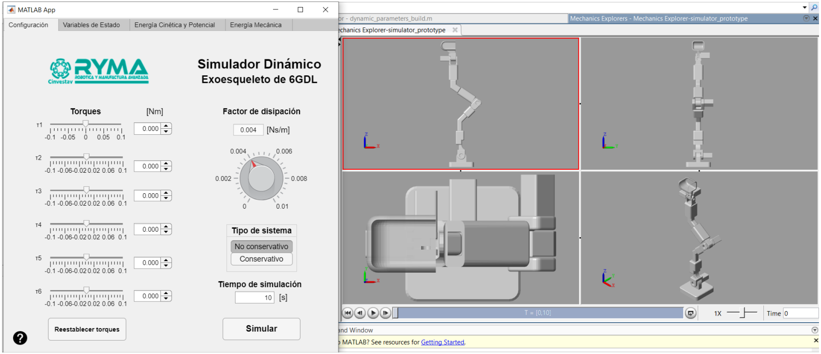


Figura 4: Planta

Demostración

Simulación en vivo



Parámetros de casos

Cuadro 2: Parámetros originales del simulador

Parámetros	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5	τ_6	Unidades
Torques	0	0	0	0	0	0	[Nm]
Factor de Disipación	0.004						[Ns/m]
Tiempo de Simulación	10						[s]

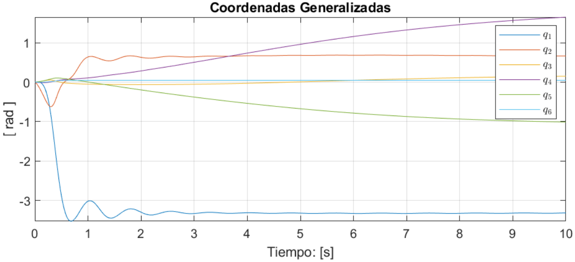
Cuadro 3: Parámetros caso 2

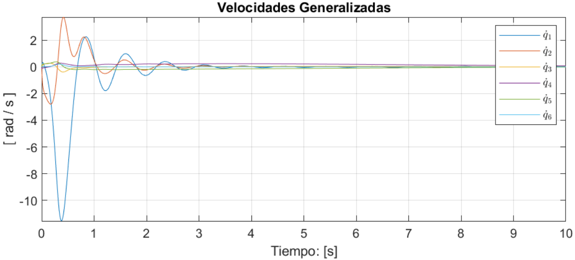
Parámetros	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5	τ_6	Unidades
Torques	-0.050	0.050	-0.040	-0.060	0.020	0.010	[Nm]
Factor de Disipación	0.006001						[Ns/m]
Tiempo de Simulación	20						[s]

Cuadro 4: Parámetros caso 3

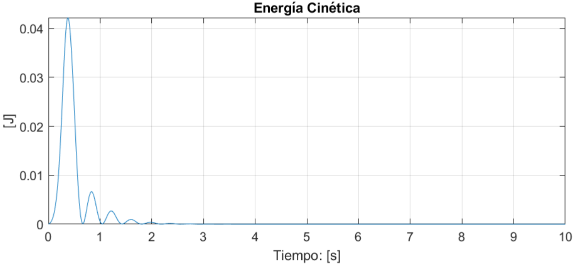
Parámetros	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5	τ_6	Unidades
Torques	0	0	0	0	0	0	[Nm]
Factor de Disipación	0						[Ns/m]
Tiempo de Simulación	200						[s]

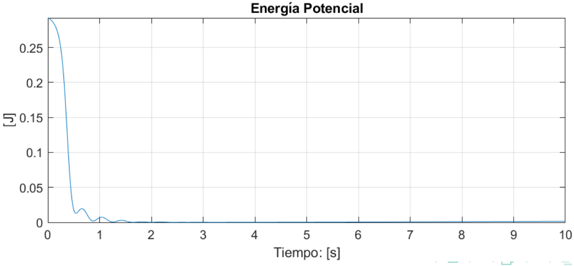
Caso 1: Sistema no conservativo y $\tau = 0$



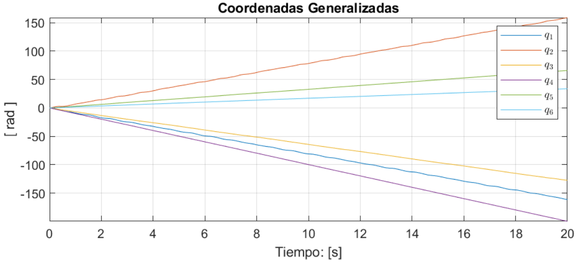


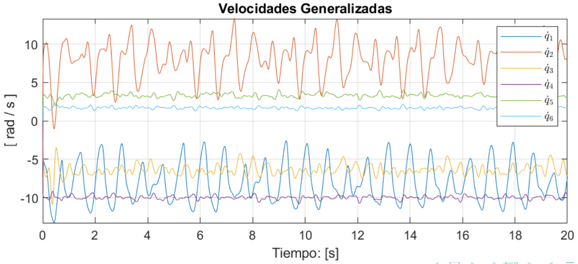
Caso 1: Análisis energético



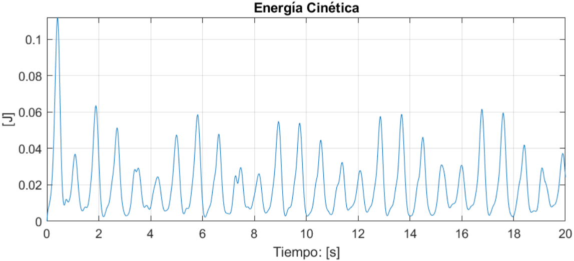


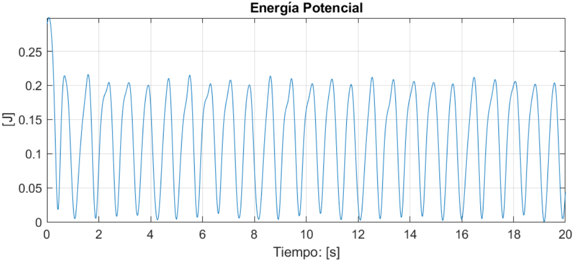
Caso 2: Sistema no conservativo y τ variables



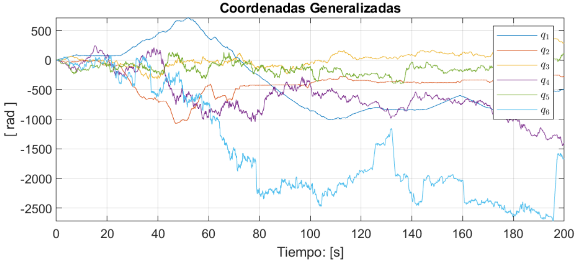


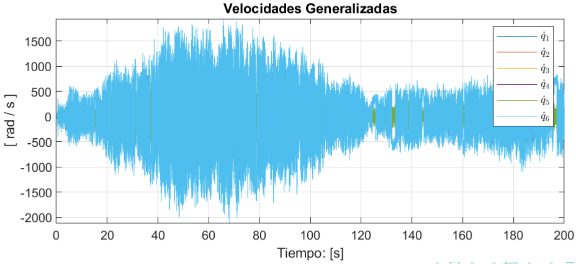
Caso 2: Análisis energético



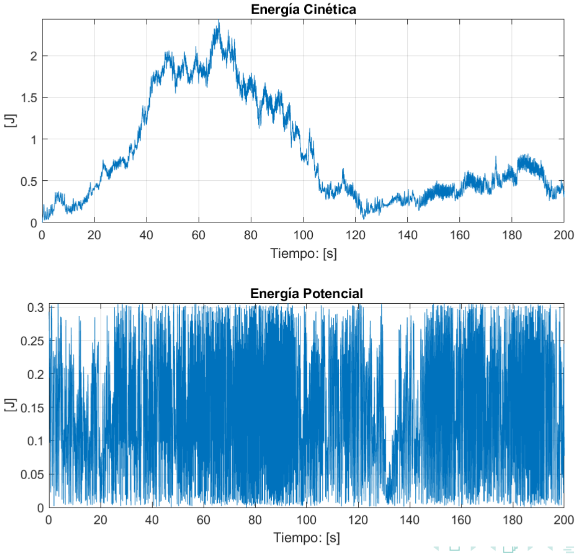


Caso 3: Sistema conservativo y $\tau = 0$

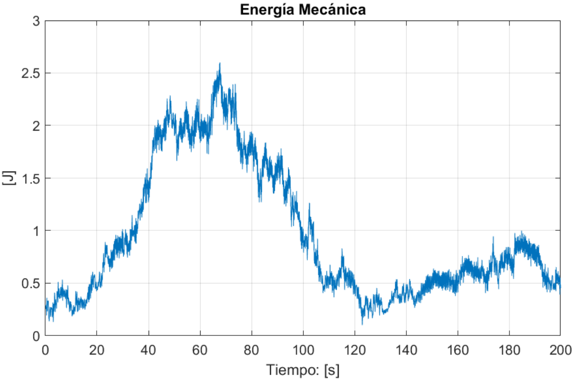




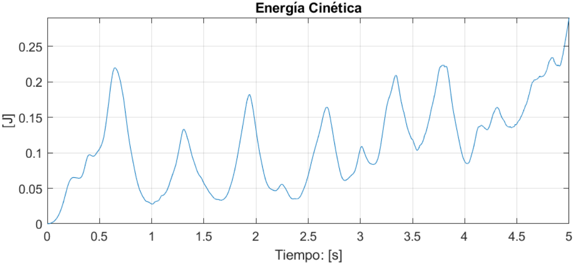
Caso 3: Análisis energético

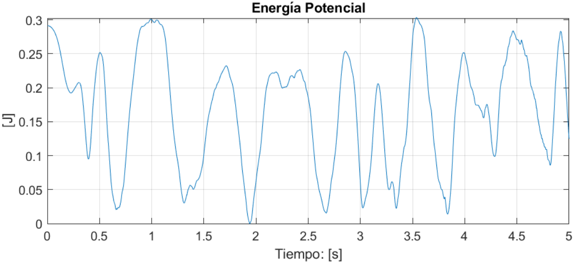


Caso 3: Análisis energético

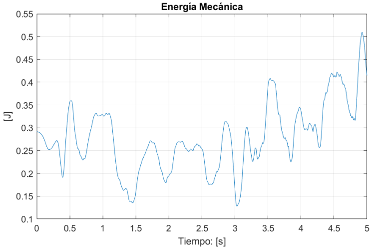


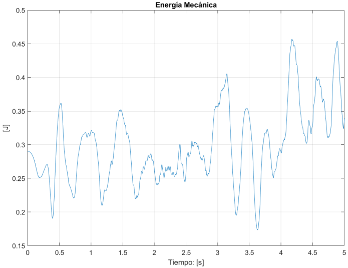
Caso 3: Análisis energético, periodo 5[s]





Caso 3: Comparación entre integradores, *ode15s* y *ode3*





Conclusiones

Análisis de sistema no conservativo

- Respuesta congruente con lo esperado.

Análisis de sistema conservativo

- Respuesta no congruente con la Ley de la conservación de la energía.
- Error acumulado del solucionador.

Trabajo futuro

- Desarrollo de segundo simulador con BDA.
- Prueba con solucionadores y parámetros diferentes.

[OD19] Ernesto Olguín-Díaz.
3D Motion of Rigid Bodies: A Foundation for Robot Dynamics Analysis.
Springer, 2019.

[OD21] Ernesto Olguín-Díaz.
Rigid Multibody Systems Dynamics.
CINVESTAV, 2021.

Cinvestav

Gracias por su atención!