INTEGRAL INDEFINIDA

DEFINIÇÃO:

- Sendo f(x) uma função definida em um intervalo aberto I e seja F(x) uma função que é a primeira da função F(x) em I. A expressão f(x) + C é definida como sendo a integral de F(x) com relação a x e escrevermos:

$$\int F(x)\,dx = F(x) + C$$ ONDE C É UMA CONSTANTE ARBITRÁRIA

Observação:

1) $\int F(x)\,dx = F(x) + C \iff F'(x) = f'(x)$

2) $F(x) + C$ é uma família de funções

ONDE:

$\int$ → Integral

$f(x)$ → Função a ser integrada

dx → Variável de integração

$f(x)dx$ → Integrando

EXEMPLOS:

1) $\int dx = x + C$ $\quad F'(x) = x$ $\quad F'(x) = 1$

2) $\int x\,dx = \frac{x^2}{2} + C$ $\quad F'(x) = \frac{x^2}{2}$ $\quad F'(x) = \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = x$

3) $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$ $\quad F'(x) = \frac{x^3}{3}$ $\quad F'(x) = \frac{\cancel{3}x^2}{\cancel{3}} = x^2$

4) $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$ $\quad F'(x) = \frac{x^4}{4}$ $\quad F'(x)\ \frac{\cancel{4}x^3}{\cancel{4}} = x^3$

IMPORTANTE:

Se $n \neq -1$, então $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

PROVA:

$F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ e $F(x) = x^n$

LOGO:

$F'(x) = \left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]' = \cancel{(n+1)} \cdot \frac{x^{n+\cancel{1}-\cancel{1}}}{\cancel{n+1}} =$

PROPRIEDADES

- Sejam f,g dentro de um intervalo I que pertence aos reais e K uma constante qualquer:

I) $\int [K \cdot F(x)] = K \cdot \int F(x) \, dx$

II) $\int [F(x) + P(x)] = \int F(x) \, dx + \int P(x) \, dx$