a) $A(x) = (5x^3 - 2x)^4(2x^3 - 2x^2)^2$

1-a) $A(x) = (5x^3-2x)^4(2x^3-2x^2)^2$

$$A'(x) = [4(5x^3-2x)\cdot(15x^2-2)\cdot(2x^3-2x)^2 + (5x^3-2x)^4\cdot 2(2x^3-2x^2)\cdot(6x^2-4x)]$$

$$A'(x) = [[(20x^3-8x)\cdot(30x^5-30x^3-4x^3+4x)^2 + (5x^3-2x)^4\cdot(24x^5-16x^4-24x^4+16x^3)]$$

b) $B(x) = \dfrac{e^{3x^2}}{\cos(9x^2)}$

1-b) $B(x) = \dfrac{e^{3x^2}}{\cos(9x^2)}$

$$B'(x) = \frac{((e^{3x^2}\cdot 6x)\cdot\cos(9x^2) - e^{3x^2}\cdot(-sen(9x^2)\cdot 18x)}{\cos^2(9x^2)}$$

c) $C(x) = sen(sen(cos(x)))$

1-c) $C(x) = sen(sen(cos(x)))$

$$C'(x) = \cos(sen(\cos(x)))\cdot\cos(\cos(x))\cdot(-sen(x))$$

d) $D(x) = \sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}$

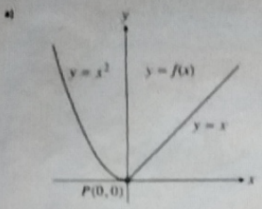
$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot(x)'$$

1-d) $D(x) = \sqrt{x\sqrt{x+\sqrt{x}}}$

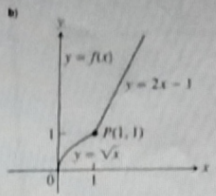
$$D'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x\sqrt{x+\sqrt{x}}}}\cdot\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x}}}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$$

Questão 2) (2,0 pontos) Calcule as derivadas à direita e à esquerda, por definição, para mostrar que funções nos itens a seguir não são deriváveis no ponto P.

a)



b)



$nu = -\frac{1}{n^{r}}$

Questão 3) (2,0 pontos) Resolva:

2-a) $y = x^2$ $\leftarrow$ $y = x$ $\rightarrow$

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$f(x) = x^2$

$f(x+h) = (x+h)^2$

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{(x+h)(x+h) - x^2}{h}$$

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{\cancel{x^2} + 2xh + h^2 - \cancel{x^2}}{h}$$

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{\cancel{h}(2x+h)}{\cancel{h}}$$

$x = 0$

$$\lim_{h \to 0^-} 2x + h = 2x = 0$$

$f(x) = x$

$f(x+h) = x + h$

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{\cancel{x} + h - \cancel{x}}{h}$$

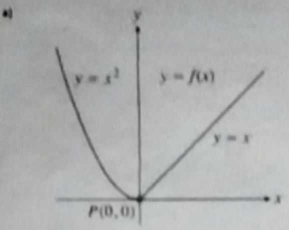
$$\lim_{h \to 0^+} \frac{h}{h} = 1$$

$0 \neq 1$

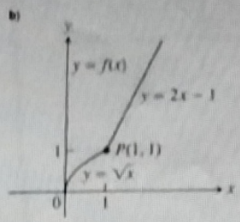
Não é derivável no ponto $P(0,0)$

Questão 2) (2,0 pontos) Calcule as derivadas à direita e à esquerda, por definição, para mostrar que funções nos itens a seguir não são deriváveis no ponto P.

a)



b)



2-b) $y = \sqrt{x}$ $\quad$ $y = 2x - 1$

$\longleftarrow$ $\qquad$ $\longrightarrow$

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$F(x) = \sqrt{x}$

$F(x+h) \sqrt{x+h}$

$$\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \cdot \frac{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{\cancel{x} + h - \cancel{x}}{h}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{h}{h} = 1$$

$F(x) = 2x + 1$

$F(x+h) = 2x + 2h + 1$

$$\lim_{h \to 0} \frac{\cancel{2x} + 2h + \cancel{1} - \cancel{2x} - \cancel{1}}{h}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{2\cancel{h}}{\cancel{h}} = 2$$

$1 \neq 2$

não é derivável no ponto $P(1,1)$

a) Encontre a equação da reta normal a curva $x^3+y^3-9xy=0$ no ponto (2,4) utilizando derivação implícita

3 - a) $x^3+y^3-9xy=0$ $\quad P(2,4)$

$$3x^2+3y^2\cdot\frac{dy}{dx}-9\left(1\cdot y+x\cdot\frac{dy}{dx}\right)=0$$

$$3x^2+3y^2\cdot\frac{dy}{dx}-9y-9x\frac{dy}{dx}=0$$

$$3y^2\frac{dy}{dx}-9x\frac{dy}{dx}=9y-3x^2$$

$$\frac{dy}{dx}(3y^2-9x)=9y-3x^2$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{9y-3x^2 \div 3}{-9x+3y^2 \div 3}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{3y-x^2}{-3x+y^2}$$

$$\frac{dy}{dx}\ \frac{8}{10}=\frac{4}{5}$$

$$m_n=-\frac{5}{4}$$

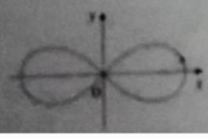
$$y-4=-\frac{5}{4}(x-2)\cdot 4$$

$$4y-16=-5x+10$$

$$\boxed{4y+5x=26}$$

b) Use a derivação implícita para encontrar a equação da reta tangente à curva no ponto dado.

$2(x^2+y^2)^2 = 25(x^2-y^2)$, $(3,1)$ (lemniscata)



3-b) $2(x^2+y^2)^2 = 25(x^2-y^2)$ $P(3,1)$

$$4(x^2+y^2)\cdot\left(2x+2y\frac{dy}{dx}\right) = 25\cdot\left(2x-2y\frac{dy}{dx}\right)$$

$$4(9+1)\cdot\left(6+2\frac{dy}{dx}\right) = 25\left(6-2\frac{dy}{dx}\right)$$

$$40\left(6+2\frac{dy}{dx}\right) = 150-50\frac{dy}{dx}$$

$$240+80\frac{dy}{dx} = 150-50\frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{90}{130} = \frac{-9}{13}$$

$$y-1 = \frac{9}{13}(x-3)$$

$$13y-13 = 9x-27$$

$$13y-9x = -14$$

Questão 4) (1,5 ponto) Determinar os seguintes limites com o auxílio das Regra de L'Hopital.

a) $\lim_{x\to 0} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x^2}$ b) $\lim_{x\to 0} \frac{e^{\alpha x} - e^{\beta x}}{\operatorname{sen}(ax) - \operatorname{sen}(bx)}$ c) $\lim_{x\to 0^+} (sen(x))^x$

a) $\lim_{x \to 0} \frac{x - sen(x)}{x^2} = \frac{0}{0}$

L'H

$\lim_{x \to 0} \frac{1 - cos(x)}{2x} = \frac{0}{0}$

L'H

$\lim_{x \to 0} \frac{sen(x)}{2} = 0$

b) $\lim_{x \to 0} \frac{e^{ax} - e^{Bx}}{sen(ax) - sen(bx)} = \frac{0}{0}$

L'H

$\lim_{x \to 0} \frac{e^{ax} \cdot a - e^{Bx} \cdot B}{cos(ax) \cdot a - sen(bx) \cdot b}$

$\lim_{x \to 0} \frac{a - B}{a - b} = \frac{a - B}{a - b}$

c) $\lim_{x \to 0^+} (sen(x))^x$

$\lim_{x \to 0} e^{Ln(sen(x)^x)}$

$\lim_{x \to 0} e^{x \cdot Ln(sen(x)^x)}$

$e^{\lim_{x \to 0} x \cdot Ln(sen(x))}$

$\lim_{x \to 0} x \cdot Ln(sen(x)) = 0$

$Ln(sen(x)) \cong Ln(x)$

quando $x \to 0$

$e^0 = \boxed{1}$