Exemplo 1. No instante $t = 0$ um corpo inicia um movimento em linha reta. Sua posição no instante é dada por $s(t) = 16t - t^2$

a) a velocidade do corpo no instante $t = 2$; X

b) a aceleração no instante $t = 4$; X

a) $s(t) = 16t - t^2$

$v(t) = s'(t) = -2t + 16$

$v(2) = -2(2) + 16$

$v(2) = -4 + 16$

$v(2) = 12$

b) $a(t) = v'(t)$

$a(t) = -2$

$a(4) = -2$

Exemplo 2. Uma partícula move-se ao longo da curva $u(t) = t^3 - 5t^2 + 7t - 3$. Calcule a aceleração no instante em que a velocidade é zero. X

$u(t) = t^3 - 5t^2 + 7t - 3$

$v(t) = u'(t) = 3t^2 - 10t + 7$

$a(t) = v'(t) = 6t - 10$

$0 = 3t^2 - 10t + 7$

$\Delta = 100 - 4 \cdot 3 \cdot 7$

$\Delta = 16$

$t' = \frac{10+4}{6} = \frac{14}{6}$

$t'' = \frac{10-4}{6} = 1$

$a(1) = 6 - 10 = \boxed{-4}$

$a\left(\frac{14}{6}\right) = \cancel{6}\left(\frac{14}{\cancel{6}}\right) - 10$

$a\left(\frac{14}{6}\right) = \boxed{4}$

Exemplo 3. No instante t, a posição de um corpo que se desloca ao longo do eixo s é $s = t^3 - 6t^2 + 9t$ m. Determine a aceleração do corpo toda vez que a velocidade for nula ✗

$s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$

$v(t) = s'(t) = 3t^2 - 12t + 9$

$a(t) = v'(t) = 6t - 12$

$a(3) = 6 \cdot (3) - 12$

$\boxed{a(3) = 6}$

$a(1) = 6 - 12$

$\boxed{a(1) = -6}$

$0 = 3t^2 - 12t + 9 \quad (\div 3)$

$0 = t^2 - 4t + 3$

$\Delta = 16 - 4 \cdot \cdot 1$

$\Delta = 4$

$t' = \frac{4+2}{2} = 3$

$t'' = \frac{4-2}{2} = 1$

Exemplo 4. A Figura a seguir mostra a queda livre de uma bola pesada que parte do repouso no instante $t = 0$ s. (A equação métrica da queda livre é $s(t) = 4,9t^2$).

(a) Quantos metros a bola cai nos primeiros 2 segundos? ✗

(b) Quais são a velocidade, o módulo de velocidade e a aceleração da bola quando $t = 2$? ✗

$s(t) = 4,9t^2$

a) $s(2) = 4,9(2)^2$

$s(2) = 4,9 \cdot 4$

$s(2) = 19,6$

b) $v(t) = s'(t) = 9,8t$

$a(t) = v'(t) = 9,8$ (gravidade)

$v(2) = 9,8 \cdot 2 = 19,6$

$|v(2)| = |19,6| = 19,6$

$a(2) = 9,8$

Exemplo 5. Uma carga de dinamite lança uma pedra pesada para cima com uma velocidade de lançamento de 160 pés/s. A pedra atinge uma altura de $s = 160t - 16t^2$ pés após t segundos.

a) Qual a altura máxima atingida pela pedra?

b) Quais são a velocidade e o módulo da velocidade da pedra quando ela está a 256 pés do solo na subida? E na descida? ✗

c) Qual é a aceleração da pedra em qualquer instante t durante sua trajetória (depois da explosão)? ✗

d) Quando a pedra atingirá o solo novamente?

$s(t) = -16t^2 + 160t$

$v(t) = s'(t) = -32t + 160$

$a(t) = v'(t) = \boxed{-32}$ ← Letra C

d) $0 = -16t^2 + 160t \quad (\div 16)$

$0 = -t^2 + 10t$

$0 = t(-t + 10)$

$t = 0 \quad \boxed{t = 10}$

$-t + 10 = 0$

a) $\frac{-b}{2a} = \frac{-160}{-32} = 5$

$s(5) = -16 \cdot (5)^2 + 160 \cdot (5)$

$s(5) = -16(25) + 800$

$s(5) = -400 + 800$

$s(5) = 400$ pés

b) $s(t) = -16t^2 + 160t$

$256 = -16t^2 + 160t$

$0 = -16t^2 + 160t - 256 \quad (\div 16)$

$0 = -t^2 + 10t - 16$

$\Delta = 100 - 64$

$\Delta = 36$

$t' = \frac{-10+6}{-2} = \boxed{2}$

$t'' = \frac{-10-6}{-2} = \boxed{8}$

$v(2) = -32(2) + 160$

$v(2) = -64 + 160$

$v(2) = 96$ pés/s

$|v(2)| = 96$ pés/s

$v(8) = -32(8) + 160$

$v(8) = -96$ pés/s

$|v(8)| = 96$ pés/s

Exercício 1. Uma sonda é lançada para cima verticalmente, sendo a distância acima do solo no instante t dada por $s(t) = t(1000 - t)$

i) Determine em que instante e com que velocidade a sonda atinge o solo.

ii) Qual é a altura máxima que a sonda atinge?

$s(t) = t(1000 - t)$ $\quad v(t) = s'(t) = -2t + 1000$

i) $0 = t(1000 - t)$ $\quad v(1000) = -2(1000) + 1000$

$v(1000) = \boxed{-1000}$

$t = 0$ $\quad 1000 - t = 0$

$\boxed{t = 1000}$

ii) $-2t + 1000 = 0$

$2t = 1000$

$t = 500$

Exercício 2. No instante $t \geqslant 0$, a velocidade de um corpo que se desloca ao longo do eixo $v = t^2 - 4t + 3$. Determine a aceleração do corpo toda vez que a velocidade for nula.

$u(t) = t^2 - 4t + 3$ $\quad 0 = 2t - 4$

$v(t) = u'(t) = 2t - 4$ $\quad 2t = 4$

$a(t) = v'(t) = 2$ $\quad t = 2$

$a(2) = 2$

Exercício 3. Movimento de um projétil na Lua. Uma pedra atirada verticalmente para cima a partir da superfície da Lua com velocidade de $24m/s$ (cerca de $86km/h$) atinge uma altura de $s = 24t - 0,8t^2$ metros em t segundos.

a) Determine a velocidade e a aceleração da pedra no instante t. (Nesse caso, a aceleração é a aceleração da gravidade na Lua.)

b) Quanto tempo a pedra leva para atingir o ponto mais alto?

c) Qual a altura atingida pela pedra?

$s(t) = 24t - 0,8t^2$

$v(t) = s'(t) = 24 - 1,6t$

$a(t) = v'(t) = -1,6$

b) $0 = 24 - 1,6t$ $\quad$ c) $s(15) = 24(15) - 0,8(15)^2$

$1,6t = 24$ $\quad s(15) = 360 - 180$

$t = \frac{24}{1,6}$ $\quad \boxed{s(15) = 180}$

$\boxed{t = 15}$

Exercício 4. Altura de uma bala disparada. Ao ser disparada para cima a partir da superfície da Lua, uma bala calibre 45 atingiria uma altura de $s = 832t - 2,6t^2$ após t segundos. Na Terra, na ausência de ar, sua altura seria de $s = 832t - 16t^2$ pés após t segundos. Por quanto tempo a bala ficaria no ar em cada caso? Que altura a bala atingiria em cada caso?

$s(t) = 832t - 2,6t^2$

$s(t) = t(832 - 2,6t)$

$0 = t(832 - 2,6t)$

$t = 0$

$2,6t = 832$

$t = \dfrac{832}{2,6}$

$\boxed{t = 320\,s}$

$s(t) = 832t - 16t^2$

$s(t) = t(832 - 16t)$

$0 = t(832 - 16t)$

$t = 0$

$16t = 832$

$t = \dfrac{832}{16}$

$\boxed{t = 52}$

Exercício 5. Um corpo se move em linha reta, de modo que sua posição no instante t é dada por $f(t) = 16t + t^2$, $0 \leqslant t \leqslant 8$, onde o tempo é dado em segundos e a distância em metros.

a) Determinar a velocidade do corpo num instante qualquer t.

b) Achar a velocidade do corpo no instante t = 3.

c) Determinar a aceleração no instante t.

$F(t) = 16t + t^2$

$v(t) = F'(t) = 2t + 16\,m/s$

$a(t) = v'(t) = \boxed{2}\,m/s^2$ c)

b) $v(3) = 2(3) + 16$

$v(3) = 22\,m/s$

Exercício 6. Influências externas produzem uma aceleração numa partícula de tal forma que a equação de seu movimento retilíneo é $y = \frac{b}{t} + ct$, onde y é o deslocamento e t o tempo.

a) Qual a velocidade da partícula no instante t = 2?

b) Qual é a equação da aceleração?

$y(t) = \dfrac{b}{t} + ct$

$y'(t) = \dfrac{-b}{t^2} + (0 \cdot t + c \cdot 1)$

$y'(t) = \dfrac{-b}{t^2} + c \quad \Big| \; -bt^{-2}$

$y'(2) = \dfrac{-b}{4} + c$

$a(t) = y''(t) = \boxed{2b^{-3}}$

Exercício 7. A posição de uma partícula que se move no eixo dos x depende do tempo de acordo com a equação $x = 3t^2 - t^3$, em que x vem expresso em metros e t em segundos.

a) Qual é o seu deslocamento depois dos primeiros 4 segundos?

b) Qual a velocidade da partícula ao terminar cada um dos 4 primeiros segundos?

c) Qual é a aceleração da partícula em cada um dos 4 primeiros segundos?

$x(t) = 3t^2 - t^3$

a) $x(4) = 3 \cdot (4)^2 - (4)^3$

$x(4) = 48 - 64$

$x(4) = -16$

//

b) $v(t) = 6t - 3t^2$

$v(0) = 0$

$v(1) = 6 - 3 = 3$

$v(2) = 12 - 12 = 0$

$v(3) = 18 - 27 = -9$

$v(4) = 24 - 48 = -24$

//

c) $a(t) - 6t + 6$

$a(0) = 6$

$a(1) = 0$

$a(2) = -6$

$a(3) = -12$

$a(4) = -18$

//

♠ **Exemplo:** Um quadrado se expande de modo que seu lado varia a razão de 5cm/s. Encontre a taxa de variação de sua área em relação ao tempo no instante em que o lado mede 15 cm.

$\frac{dL}{dt}$ L $\frac{dA}{dt} = ?$

$\frac{dL}{dt} = 5 cm/s$

$L = 15 cm$

$A = L^2$

$\frac{dA}{dt} = 2L \cdot \frac{dL}{dt}$

$\frac{dA}{dt} = 2 \cdot (15) \cdot 5$

$\frac{dA}{dt} = 150 cm^2/s$

//

♠ **Exemplo:** Um cubo se expande de modo que sua aresta varia a razão de 12,5cm/s. Encontre a taxa de variação de seu volume no instante em que sua aresta mede 10 cm.

C a $\frac{da}{dt}$ $\frac{dv}{dt} = ?$ v_0

$\frac{da}{dt} = 12{,}5 cm/s$

$a = 10 cm$

$V = a^3$

$\frac{dV}{dt} = 3a^2 \cdot \frac{da}{dt}$

$\frac{dV}{dt} = 3 \cdot (10)^2 \cdot 12{,}5$

$\frac{dV}{dt} =$

$\frac{dV}{dt} = 3750 cm^3/s$

♠ **Exemplo:** Uma escada de 5m de comprimento está recostada em uma parede. A base da escada escorrega, afastando-se da parede a uma taxa (velocidade) de 2cm/s. Com que velocidade cai o topo da escada no momento em que a base da escada está a 3m da parede?

$e = 5m \qquad T = 4m \qquad 5^2 = T^2 + s^2$

$\frac{ds}{dt} = 2cm/s \qquad \frac{dT}{dt} = -1{,}5cm/s \qquad 0 = 2T \cdot \frac{dT}{dt} + 2s \cdot \frac{ds}{dT}$

$s = 3m$

$0 = 2T \cdot \frac{dT}{dt} + 6 \cdot 0{,}02$

$0 = 8 \cdot \frac{dT}{dt} + 6 \cdot 0{,}02$

$\frac{-0{,}12}{8} = \frac{dT}{dt} \qquad 25 = T^2 + 3^2$

$T^2 = 16$

$-0{,}015 = \frac{dT}{dt} \qquad T = 4$

♠ **Exemplo:** Uma cidade X é atingida por uma moléstia epidêmica. Os setores de saúde calculam que o número de pessoas atingidas pela moléstia depois de um tempo t (medido em dias a partir do primeiro dia da epidemia) é, aproximadamente, dado por

$$f(t) = 64t - \frac{t^3}{3}$$

a) Qual a razão da expansão da epidemia no tempo t = 4?

$\frac{dp}{dt} = ? \rightarrow 64 - t^2 \rightarrow 48p/d$

$t = 4$

$f(t) = p$

a) $F(t) = 64t - \frac{t^3}{3}$

$F'(t) = 64 - \frac{1}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3}t^2$

$F'(t)\ 64 - t^2$

$F'(4) = 64 - 16$

$F'(4) = 48p/d$

b) Qual a razão da expansão da epidemia no tempo t = 8? 0

c) Quantas pessoas serão atingidas pela epidemia no 5º dia?

b) $F'(t) = 64 - t^2$

$F'(8) = 64 - 64$

$F'(8) = 0$

c) $F(t) = 64t - \frac{t^3}{3}$

$F(5) = 64 \cdot 5 - \frac{5^3}{3}$

$F(5) = 320 - \frac{125}{3}$

$F(5) = \frac{960 - 125}{3}$

$F(5) = \frac{845}{3} = 281{,}6$

♠ **Exemplo:** A equação de demanda de uma determinada camisa é $2px + 65p - 4950 = 0$, onde x centenas de camisas são demandadas por semana quando p for o preço unitário. Se a camisa estiver sendo vendida esta semana R$ 30,00 e o preço estiver crescendo a uma taxa de R$ 0,20 por semana, ache a taxa de variação na demanda.

$p = R\$30{,}00 \qquad 60x + 1950 - 4950 = 0$

$\frac{dp}{dt} = R\$0{,}20/semana \qquad 60x = 3000$

$x = 50$

$x = 50 \qquad 2\left(1 \cdot \frac{dp}{dt} \cdot x + p \cdot 1 \cdot \frac{dx}{dt}\right) + 65 \cdot \frac{dp}{dt} = 0$

$2\left(x\frac{dp}{dt} + p\frac{dx}{dt}\right) + 65\frac{dp}{dt} = 0$

$2x\frac{dp}{dt} + 2p\frac{dx}{dt} + 65\frac{dp}{dt} = 0$

$2 \cdot 50 \cdot 0{,}2 + 2 \cdot 30 \cdot \frac{dx}{dt} + 65 \cdot 0{,}2 = 0$

$20 + 60\frac{dx}{dt} + 13 = 0$

$\frac{dx}{dt} = \frac{-33}{60}$

$\frac{dx}{dt} = -0{,}55$ centenas de camisa/sem

c) Quantas pessoas serão atingidas pela epidemia no 5º dia?

♠ **Exemplo:** Bombeia-se ar para dentro de um balão esférico e seu volume cresce a uma taxa constante de $100\text{cm}^3/s$. O quão rápido está crescendo o raio do balão quando o seu raio é 25cm?

$$\frac{dV}{dt} = 100\,cm^3/s \qquad V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{4}{\cancel{3}} \cdot \pi \cdot \cancel{3} r^2 \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$r = 25\,cm$$

$$100 = 4\pi r^2 \cdot \frac{dr}{dt}$$

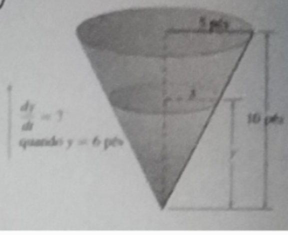
$$100 = 4\pi \cdot 625 \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$100 = 2500\pi \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{1\cancel{00}}{25\cancel{00}\pi} = \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{25\pi}\,cm/s$$

♠ **Exemplo:** Água entra em um tanque cônico a uma taxa de 9 $pés^3/min$. O tanque tem o vértice voltado para baixo e altura de 10 pés, e o raio da base é de 5 pés. Qual será a taxa de aumento do nível da água quando a profundidade for de 6 pés?



$$\frac{dV}{dt} = 9\,pes^3/min \qquad V = \pi r^3 \cdot \frac{2}{3}$$

$$\frac{dV}{dt} = \cancel{3}\pi r^2 \cdot \frac{2}{\cancel{3}} \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$h = 6\,pés$$

$$r = 3\,pés$$

$$9 = \pi r^2 \cdot 2 \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$9 = \pi \cdot 18 \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{\cancel{2}\pi} \cdot \cancel{2}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{\pi}\,pés^3/min \qquad \frac{dr}{dt} = \frac{\cancel{9}}{\cancel{18}\pi} \qquad \frac{dr}{dt} = \frac{1}{2\pi}$$

♠ **Exemplo:** Suponha que uma bola de neve esteja se derretendo, com raio decrescendo a razão constante 2 cm/min. Qual a variação do volume quando o raio está com 25 cm?

$$\frac{dr}{dt} = -2\,cm/min \qquad V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

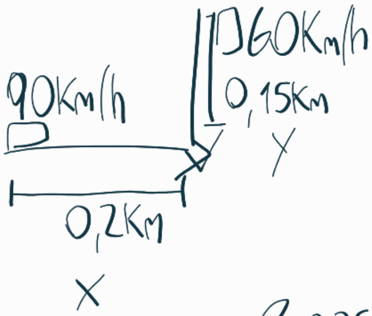
$$r = 25\,cm \qquad V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{4}{\cancel{3}} \cdot \pi \cdot \cancel{3} r^2 \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = 4 \cdot \pi \cdot 625 \cdot -2$$

$$\frac{dV}{dt} = -5000\pi\, cm^3/min$$

♠ **Exemplo:** Dois carros estão se encaminhando em direção a um cruzamento, um seguindo a direção leste a uma velocidade de 90 km/h e o outro seguindo a direção sul, a 60 km/h. Qual a taxa segundo a qual eles se aproximam um do outro no instante em que o primeiro carro está a 0.2 km do cruzamento e o segundo a 0.15 km?



$$z^2 = y^2 + x^2 \qquad z^2 = 0{,}15^2 + 0{,}2^2$$

$$z^2 = 0{,}0225 + 0{,}04$$

$$2z \cdot \frac{dz}{dt} = 2y \cdot \frac{dy}{dt} + 2x \cdot \frac{dx}{dt} \qquad z = \sqrt{0{,}0625}$$

$$2 \cdot 0{,}25 \cdot \frac{dz}{dt} = 2 \cdot 0{,}15 \cdot (-60) + 2 \cdot 0{,}2 \cdot (-90) \qquad z = 0{,}25$$

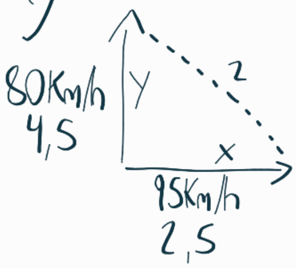
$$0{,}5 \frac{dz}{dt} = -18 - 36$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{-54}{0{,}5}$$

$$\frac{dz}{dt} = -108\,Km/h$$

1) Um trem deixa uma estação, num certo instante, e vai para a direção norte à razão de 80 km/h. Um segundo trem deixa a mesma estação 2 horas depois e vai na direção leste à razão de 95 km/h. Achar a taxa na qual estão se separando os dois trens 2 horas e 30 minutos depois do segundo trem deixar a estação.

1)



$z^2 = 2{,}5^2 + 4{,}5^2$

$z^2 = 6{,}25 + 20{,}25$

$z^2 = 26{,}50$

$z = 5{,}147$

$2z \cdot \frac{dz}{dt} = 2x \cdot \frac{dx}{dt} + 2y \cdot \frac{dy}{dt}$

$2(5{,}147) \frac{dz}{dt} = 5 \cdot \frac{dx}{dt} + 9 \cdot \frac{dy}{dt}$

$10{,}294 \cdot \frac{dz}{dt} = 5 \cdot 95 + 9 \cdot 80$

$10{,}294 \frac{dz}{dt} = 475 + 720$

$\frac{dz}{dt} = 116{,}08 \text{ Km/h}$

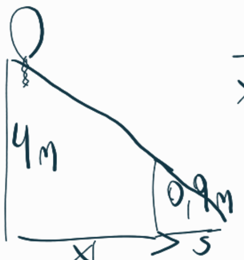
$y = 80 \cdot 4{,}5 \qquad x = 95 \cdot 2{,}5$

$y = 360 \qquad x = 237{,}5$

//

2) Uma lâmpada colocada em um poste está a 4 m de altura. Se uma criança de 90 cm de altura caminha afastando-se da lâmpada à razão de 5 m/s, com que rapidez se alonga sua sombra?

2)



$\frac{dx}{dt} = 5 \text{m/s}$

$\frac{4}{x+s} = \frac{0{,}9}{s}$

$4s = 0{,}9x + 0{,}9s$

$s = \frac{0{,}9}{3{,}1} x$

$\frac{ds}{dt} = \frac{0{,}9}{3{,}1} \cdot \frac{dx}{dt}$

$\frac{ds}{dt} = \frac{0{,}9}{3{,}1} \cdot 5$

$\frac{ds}{dt} = \frac{4{,}5}{3{,}1} \text{m/s}$

//

3) Uma usina de britagem produz pó de pedra, que ao ser depositado no solo, forma uma pilha cônica onde a altura é aproximadamente igual a 4/3 do raio da base.

a) Determinar a razão de variação do volume em relação ao raio da base.

b) Se o raio da base varia a uma taxa de 20 cm/s, qual a razão de variação do volume quando o raio mede 2 m?

3)

$V = \frac{4}{9} \cdot \pi \cdot r^3$

a) $\frac{dV}{dt} = \frac{4}{9} \cdot \pi \cdot 3r \cdot \frac{dr}{dt}$

b) $\frac{dV}{dt} = \frac{4}{9} \cdot \pi \cdot 3 \cdot 4 \cdot 0{,}2$

$\frac{dV}{dt} = 3{,}349 \text{m}^3/\text{s}$

4) Uma viatura de polícia, vindo do norte e se aproximando de um cruzamento em ângulo reto, persegue um carro em alta velocidade, que no cruzamento toma a direção leste. Quando a viatura está a 0,6 milha ao norte do cruzamento e o carro fugitivo a 0,8 milha a leste, o radar da polícia detecta que a distância entre a viatura e o fugitivo aumenta a 20 milhas/h. Se a viatura se desloca a 60 milhas/h no instante dessa medição, qual é a velocidade do fugitivo?

4) y 0,5milha z x 0,8milha

$$z^2 = y^2 + x^2$$
$$z = \sqrt{0,5^2 + 0,^2}$$
$$z = \sqrt{0,25 + 0,64}$$
$$z = \sqrt{0,89}$$

$$\frac{dz}{dt} = 20\text{milhas/h}$$
$$\frac{dy}{dt} = -60\text{milhos/h}$$
$$\frac{dx}{dt} = 60,6\text{milhas/h}$$

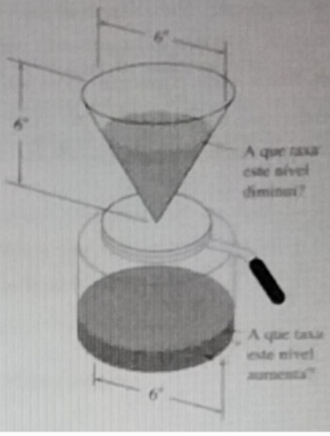
$$2z\frac{dz}{dt} = 2y\frac{dy}{dt} + 2x\frac{dx}{dt}$$
$$2\cdot\sqrt{0,89}\cdot\frac{dz}{dt} = \frac{dy}{dt} + 1,6\frac{dx}{dt}$$
$$1,88\cdot 20 = -60 + 1,6\frac{dx}{dt}$$
$$\frac{97}{1,6} = \frac{dx}{dt}$$
$$60,6 = \frac{dx}{dt}$$

//

5) **Fazendo café:** O café escoa de um filtro cônico para uma cafeteira cilíndrica à taxa de 10pol³/min.

a) A que taxa o nível na cafeteira aumentará quando o café no filtro tiver 5 polegadas de profundidade?

b) A que taxa o nível do filtro diminuirá nesse momento?



5-a) $r_{cone} = 3$

$h_{cone} = 6$

$r_{cilindro} = 3$

$h_{cilindro} = 5$

$$\frac{dV_{cone}}{dt} = 10\text{pol}^3/\text{min}$$
$$\frac{dV_{cilindro}}{dt} = 10\text{pol}^3/\text{min}$$

$$V_{cilindro} = \pi r^2 \cdot h$$
$$\frac{dV_{cilindro}}{dt} = \pi r^2 \cdot \frac{dh}{dt}$$
$$10 = \pi \cdot 9 \cdot \frac{dh}{dt}$$
$$\frac{dh}{dt} = \frac{10}{9\pi}\text{pol/min}$$

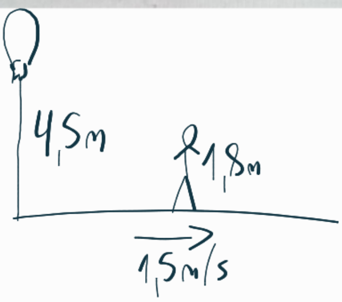
$$V_{cone} = \frac{1}{3}\pi\cdot\frac{1}{4}\cdot h^3$$
$$-10 = \frac{1}{12}\pi\cdot 3\cdot 25\cdot\frac{dh}{dt}$$
$$\frac{dh}{dt} = \frac{-10}{6,25\pi}\text{pol/min}$$

6) Uma lâmpada está pendurada a 4,5m de um piso horizontal. Se um homem com 1,80m de altura caminha afastando-se da luz, com uma velocidade horizontal de 1,5m/s:

a) Qual a velocidade de crescimento da sombra?

b) Com que velocidade a ponta da sombra do homem está se movendo?

6-a)



$$\frac{4,5}{x+s} = \frac{1,8}{s}$$

$$4,5s = 1,8x + 1,8s$$

$$2,7s = 1,8x$$

$$s = \frac{1,8}{2,7}x$$

$$s = \frac{2}{3}x$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{2}{3} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{2}{3} \cdot 1,5$$

$$\boxed{\frac{ds}{dt} = 1 \text{ m/s}}$$

a

b) $x+s$

$\to \frac{dx}{dt} + \frac{ds}{dt}$

$1,5 + 1$

$\boxed{2,5 \text{m/s}}$

---

7) A areia que vaza de um deposito e forma uma pilha cônica cuja altura sempre é igual ao raio da base. Se a altura da pilha aumenta a uma razão de 15 cm/min. Determine a taxa a qual a areia está se escoado quando a altura da pilha for de 25 cm.

7) $h = r$

$\frac{dh}{dt} = 15 \text{cm/min}$

$h = 25 \text{cm}$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot h^3$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{3}\pi \cdot 3h^2 \cdot \frac{dh}{dt}$$

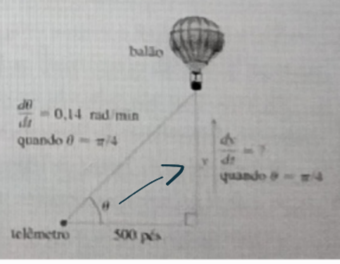
$$\frac{dV}{dt} = \frac{\cancel{1}}{\cancel{3}}\pi \cdot \cancel{3}(25)^2 \cdot 15$$

$$\frac{dV}{dt} = 625 \cdot 15\pi$$

$$\frac{dV}{dt} = 9375\pi \text{ cm}^3/\text{min}$$

---

8) Um balão de ar quente, que sobe na vertical a partir do solo, é rastreado por um telêmetro colocado a 500 pés de distância do ponto da decolagem. No momento em que o ângulo de elevação do telêmetro é $\pi/4$, o ângulo aumenta a uma taxa de 0,14 rad/min. A que velocidade o balão sobe nesse momento?



8) $\tan(\theta) = \frac{y}{a}$

$$y = a \cdot \tan(\theta)$$

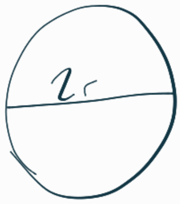
$$y = 500\tan(\theta)$$

$$\frac{dy}{dt} = 500\sec^2(\theta) \cdot 0,14$$

$$\frac{dy}{dt} = 1000 \cdot 0,14$$

$$\frac{dy}{dt} = 140 \text{pés/min}$$

9) Ao ser aquecida uma chapa circular de metal, seu diâmetro varia à razão de 0.005 cm/min. Determine a taxa à qual a área de uma das faces varia quando o diâmetro é 30 cm.



$$\frac{dd}{dt} = 0{,}005\,cm/min$$

$$d = 30\,cm$$

$$r = 15\,cm$$

$$A = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$A = \pi\frac{d^2}{4}$$

$$A = \pi \cdot d^2 \cdot \frac{1}{4}$$

$$\frac{dA}{dt} = 2 \cdot 30 \cdot \pi \cdot \frac{1}{4} \cdot 0{,}005$$

$$\boxed{\frac{dA}{dt} = 0{,}075\pi\,cm^2/min}$$

---

10) Acumula-se areia em um monte com a forma de um cone onde a altura é igual ao raio da base. Se o volume de areia cresce a uma taxa de $10m^3/h$, a que razão aumenta a área da base quando a altura do monte é de 4m?

10) $h = r$

$$\frac{dV}{dt} = 10\,m^3/h$$

$$h = 4$$

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^3$$

$$10 = \frac{1}{\cancel{3}} \cdot \pi \cdot \cancel{3} r^2 \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$10 = 16\pi \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{10}{16\pi} = \frac{dr}{dt}$$

$$A = \pi r^2$$

$$\frac{dA}{dt} = 2r\pi \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dA}{dt} = 8\cancel{\pi} \cdot \frac{10}{16\cancel{\pi}}$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{80 \div 16}{16 \div 16}$$

$$\frac{dA}{dt} = 5\,m^2/h$$