

**Program Perhitungan Lintasan Proyektil: Integrasi Materi Perulangan  
dan Percabangan dalam Simulasi Ketepatan dan Kepresisian Lintasan  
Peluru**



Disusun Oleh :

Ghefira Putri Athaya Fairuz	1105220098
Bintang Mizar Molawan	101042300030
Najla Fadhillah	101042330059
Firsha Gibran Satriyo	101042300105

TELKOM UNIVERSITY  
TAHUN AJARAN 2023/2024

## DAFTAR ISI

BAB I PENDAHULUAN.....	1
BAB II METODE.....	2
BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN.....	3
BAB IV KESIMPULAN.....	5
DAFTAR PUSTAKA.....	6
LAMPIRAN.....	7

# BAB I

## PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang

Lintasan proyektil dalam medan gravitasi yang seragam adalah masalah fisika klasik yang umum. Namun, dalam sebagian besar kursus fisika pengantar, seseorang bekerja dengan asumsi bahwa gaya gesek dapat diabaikan. Ini tentu tidak selalu terjadi, terutama pada kecepatan tinggi. Jika gaya gesek dimasukkan, jalur proyektil tidak dapat lagi dijelaskan secara analitis, dan lintasannya harus dihitung secara numerik. Untuk melakukannya, seseorang harus memecahkan seperangkat persamaan diferensial terkopel, yang memberikan kita peluang yang sangat baik untuk mengimplementasikan pemecah ODE dalam bentuk vektor. Ini ternyata menjadi implementasi yang elegan dan mudah, yang dapat digunakan untuk menyelesaikan baik persamaan diferensial tingkat tinggi maupun persamaan diferensial terkopel.

$$\vec{F}_G = m\vec{g},$$

$$W = \int \vec{F}_D \cdot d\vec{r}.$$

Dengan memanfaatkan teknologi yang ada, kita dapat mengetahui lintasan proyektil melalui faktor dalam gaya yang terjadi pada lintasan seperti kecepatan, sudut yang digunakan, dan lainnya dengan membuat sebuah program untuk memudahkan kita dalam menghitung informasi yang ingin dicari dalam lintasan proyektil. Program ini nantinya dalam mencari sudut yang ingin diketahui dalam lintasan proyektil ketika dipengaruhi oleh beberapa faktor seperti kondisi cuaca dengan angin kencang dan adanya tekanan dari angin dari atas ke dalam lintasan.

## **BAB II**

### **METODE**

#### **A. Percabangan**

Penyeleksi kondisi atau pernyataan kondisi (conditional statement) merupakan suatu pernyataan yang menganalisa suatu keadaan dan mengambil Keputusan berdasarkan pada hasil analisa itu. Hasil dari penyeleksian jika bernilai benar maka akan dikerjakan instruksi tertentu. Jika salah maka akan dikerjakan instruksi yang lain. Pada struktur percabangan, program akan berpindah urutan pelaksanaan jika suatu kondisi yang disyaratkan terpenuhi. Pada Flowchart, simbol flowchart Decision yang digunakan pada proses ini. Simbol decision akan berisi pernyataan yang akan diuji kebenarannya. Nilai hasil pengujian akan menentukan cabang mana yang akan ditempuh.

#### **B. Perulangan**

Looping atau perulangan merupakan sebuah struktur perintah yang sering digunakan pada sebuah aplikasi atau program. Perulangan juga sangat berguna pada program karena dapat kita pakai dalam struktur-struktur rumit yang besar dan memiliki kumpulan algoritma yang kompleks.

Untuk mencacah berapa kali perulangan dilakukan, diperlukan suatu variabel pencacah yang bertipe integer. Variabel tersebut akan bertambah nilainya setiap kali perulangan dilakukan. Konstruksi *while* digunakan untuk melakukan perulangan terhadap baris kode tertentu selama suatu kondisi terpenuhi.

Hampir setiap program mutlak memerlukan suatu perulangan dan percabangan. Tujuan perulangan disini adalah untuk mengulang *statement* berulang kali sesuai jumlah yang ditentukan pemakai. Program perulangan terbagi atas beberapa bagian yang digunakan sesuai dengan kebutuhan. Setiap perulangan akan memberikan *output* sesuai dengan algoritma yang dikehendaki.

## BAB III

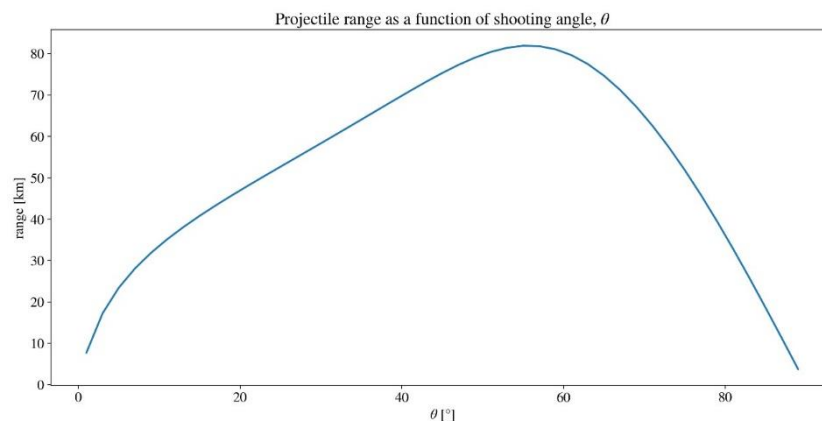
### HASIL DAN PEMBAHASAN

#### A. Program

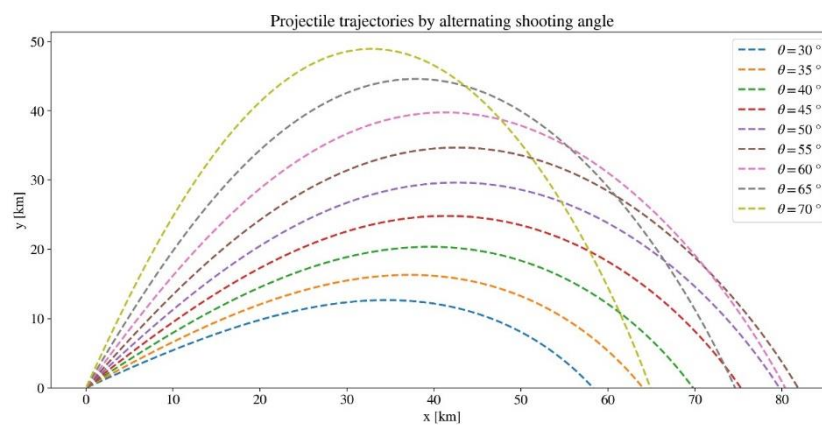
Program bahasa python berikut adalah implementasi lintasan proyektil dengan menggunakan materi percabangan dan perulangan. Program ini menghitung lintasan proyektil sebuah objek yang dilemparkan dengan kecepatan awal dan sudut tertentu. Program akan menampilkan posisi objek pada setiap waktu tertentu selama lintasan.

Program ini memanfaatkan konsep matematika dari gerak parabola untuk menghitung posisi objek pada setiap waktu. Dalam program ini, digunakan percabangan untuk menghentikan perhitungan saat objek mencapai titik tertentu di atas tanah ( $v_y < 0$ ), dan perulangan while untuk mengiterasi selama objek masih berada di udara. Delta waktu ( $\Delta t$ ) digunakan untuk mengontrol frekuensi perhitungan dan menampilkan hasil pada interval waktu tertentu.

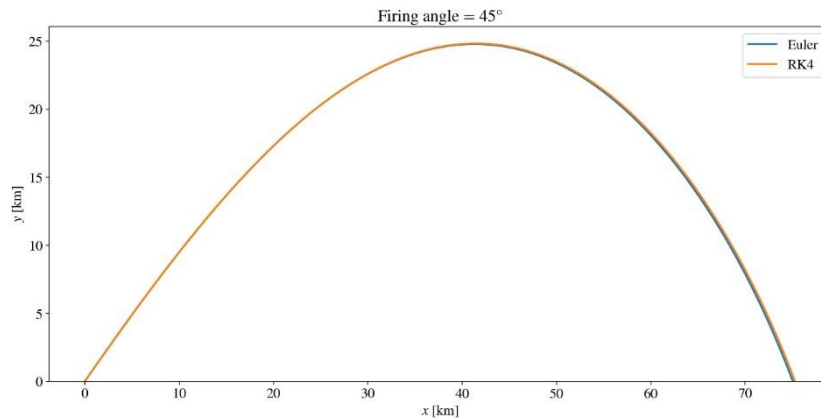
#### B. Hasil Output Program



Gambar 3.1



Gambar 3.2



Gambar 3.3

a. Gambar 3.1

Interpolasi linier adalah metode yang memungkinkan kita untuk memperkirakan nilai di antara dua titik pada garis lurus. Metode ini berguna untuk mendapatkan estimasi nilai di dalam suatu interval berdasarkan dua titik yang diketahui. Grafik pada Gambar 3.1 menampilkan hasil implementasi metode interpolasi linier, memvisualisasikan nilai-nilai yang dihitung di antara dua titik referensi. Dengan menggunakan teknik ini, kita dapat memperoleh informasi yang lebih detail tentang perubahan nilai dalam suatu rentang tertentu pada garis lurus. Implementasi ini melibatkan pemahaman konsep matematika interpolasi linier dan penerapannya dalam pemrograman.

b. Gambar 3.2

Output grafik untuk semua sudut berdasarkan rumus metode interpolasi linier memberikan visualisasi menyeluruh terhadap perubahan nilai dengan mempertimbangkan berbagai sudut. Grafik tersebut mencerminkan hasil perhitungan interpolasi linear untuk setiap sudut, memberikan pemahaman yang komprehensif terhadap pola perubahan nilai dalam berbagai kondisi. Implementasi metode interpolasi linier pada berbagai sudut ini memungkinkan analisis yang lebih mendalam terhadap hubungan antara sudut dan nilai yang diestimasi.

c. Gambar 3.3

Melakukan perbandingan antara metode perhitungan lintasan proyektil untuk senjata "The Paris Gun" ditampilkan pada grafik Gambar 3.3. Evaluasi kepresisian dan ketepatan metode perhitungan ini dapat memberikan pandangan lebih mendalam terkait dengan kemampuan masing-masing metode dalam mereplikasi lintasan proyektil tersebut.

## **BAB IV**

### **KESIMPULAN**

Program ini memanfaatkan materi perulangan dan percabangan untuk menghitung lintasan proyektil dari suatu objek yang dilemparkan. Dalam program ini, user diminta untuk memasukkan kecepatan awal dan sudut lemparan. Menggunakan rumus fisika, program menghitung komponen horizontal dan vertikal dari kecepatan awal. Selanjutnya, dengan menggunakan perulangan, program menghitung dan menampilkan posisi objek pada setiap waktu selama objek masih berada di udara. Percabangan digunakan untuk menghentikan perhitungan ketika objek mencapai tanah. Hasilnya, program memberikan informasi yang detail dan terstruktur tentang lintasan proyektil, memungkinkan pemahaman yang lebih baik tentang pergerakan objek dalam berbagai kondisi lemparan. Keseluruhan, program ini berhasil mengintegrasikan konsep perulangan dan percabangan untuk menghasilkan solusi yang informatif dan dapat dipahami terkait dengan masalah lintasan proyektil.

## DAFTAR PUSTAKA

Asisten Laboratorium Dasar Komputer . (2023). MODUL PRAKTIKUM ALPRO 2023 GENAP\_1. <https://www.daskomlab.com/>

Niels Henrik , A., Eilif Sommer, Ø., Jaakko, A., & Jon Andreas, S. (2019). Shooting a projectile into the air Examples - Mechanics. Nbviewer.org. [https://nbviewer.org/urls/www.numfys.net/media/notebooks/projectile\\_motion.ipynb](https://nbviewer.org/urls/www.numfys.net/media/notebooks/projectile_motion.ipynb)



## LAMPIRAN

```
# Importing necessary packages
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib import rc
%matplotlib inline

newparams = {'figure.figsize': (15, 7), 'axes.grid': False,
             'lines.markersize': 10, 'lines.linewidth': 2,
             'font.size': 15, 'mathtext.fontset': 'stix',
             'font.family': 'STIXGeneral', 'figure.dpi': 200}
plt.rcParams.update(newparams)

# Constants

g = 9.81          # Force of gravity per kilo on earth's surface
alpha = 2.5       # Parameter in the adiabatic air density model
a = 6.5 * 10 ** (-3) # Parameter in the adiabatic air density model
T_0 = 288         # Temperature at sea level
m = 50           # Mass of the projectile
B = 2 * 10 ** (-3) # Constant based on the Paris gun
v_0 = 1640       # Initial velocity

# Wind strength. This is a constant that never varies
V = np.zeros(2) # Starting of with no wind

def f(w):
    """ A function describing the right hand side of the equations
    of motion/the set of ODEs.
    Parameter:
        w      vector containg the needed coordinates and their velocities
    """
    # V : the vector describing the wind strength and direction
    temp_vector = np.zeros(4)
    temp_vector[0] = w[2]
    temp_vector[1] = w[3]
    # Saving the next parameters in order to optimize run time
    k = (1 - a * w[1] / T_0) # Air density factor
    s = np.sqrt((w[2]-V[0]) ** 2 + (w[3]-V[1]) ** 2 )
    if k>0:
        temp_vector[2] = - B / m * k ** (alpha) * (w[2]-V[0]) * s
        temp_vector[3] = - B / m * k ** (alpha) * (w[3]-V[1]) * s - g
    else:
        temp_vector[2] = 0
        temp_vector[3] = - g
    return temp_vector
```

```

def RK4_step(f, w, h):
    """Performing a single step of the Runge-Kutta fourth order method.
    Parameters:
        f    RHS of ODEs to be integrated
        w    numerical approximation of w at time t
        h    unit/integration step length
    Returns:
        numerical approximation of w at time t+h
    """
    s1 = f(w)
    s2 = f(w + (h / 2) * s1)
    s3 = f(w + (h / 2) * s2)
    s4 = f(w + h * s3)
    return w + (h / 6) * (s1 + (2 * s2) + (2 * s3) + s4)

def shoot(theta, v0):
    """ Initializes the vector w (x and y position and velocity of the
    projectile) given a initial shooting angle, theta, and
    absolute velocity, v0.
    """
    w = np.zeros(4)
    w[2] = v0 * np.cos(np.deg2rad(theta))
    w[3] = v0 * np.sin(np.deg2rad(theta))
    return w

def projectile_motion(h, theta):
    """ Calculates the motion of the projectile using the functions
    defined above. While the projectile is in the air (w[1] >=0) the
    position and velocity is updated using a single step of RK4.
    Parameters:
        h    unit/integration step length
        theta initial shooting angle
    Returns:
        X_list array of the projectile's x-position
        Y_list array of the projectile's y-position
    """
    w = shoot(theta, v_0)
    X_list = np.zeros(0)
    Y_list = np.zeros(0)
    while w[1] >= 0:
        w = RK4_step(f, w, h)
        X_list = np.append(X_list, w[0])
        Y_list = np.append(Y_list, w[1])
    return X_list, Y_list

def find_optimal_angle(h):
    """ Given an integration time step, this function calculates the optimal initial
    shooting angle for the projectile to obtain maximum range, in x-direction. The
    set of angles tested, with their corresponding range, along with the optimal
    angle are returned.

```

```

"""

record = 0      # Placeholder variable that holds the maximum range
optimal_angle = 0 # Placeholder variable that holds the angle yielding the maximum
range
# Lists containing the initial angle and its corresponding range
theta_list = np.zeros(0)
range_list = np.zeros(0)
for theta in range(1,90,2):
    x_list, y_list = projectile_motion(h, theta)
    # Using linear interpolation do determine the landing point more precisely
    m = (y_list[-1] - y_list[-2]) / (x_list[-1] - x_list[-2]) # The landing point
    x_range = - y_list[-1] / m + x_list[-1]
    theta_list = np.append(theta_list, theta)
    range_list = np.append(range_list, x_range)
    # Update records
    if x_range >= record:
        record = x_range
        optimal_angle = theta

# Rerunning the same code on a smaller interval in order to approximate the optimal
angle
# more precicely
theta_list_smaller = np.linspace(optimal_angle - 2, optimal_angle + 2, 41)
for theta_small in theta_list_smaller:
    x_list, y_list = projectile_motion(h, theta)
    # Again, using linear interpolation do determine the landing point more precisely
    m = (y_list[-1] - y_list[-2]) / (x_list[-1] - x_list[-2])
    x_range = - y_list[-1] / m + x_list[-1]
    if x_range >= record:
        record = x_range
        optimal_angle = theta_small

return theta_list, range_list, optimal_angle

theta, x , best = find_optimal_angle(0.1)

print("The optimal angle is: ", best, " degrees")

plt.plot(theta, x/1000)
plt.title(r"Projectile range as a function of shooting angle, $\theta$")
plt.xlabel(r"$\theta$ $ [^\circ]$")
plt.ylabel(r"range [km]")

def trajectories(h):
    plt.figure()
    plt.title("Projectile trajectories by alternating shooting angle")
    plt.xlabel(r"x [km]")
    plt.ylabel(r"y [km]")
    theta_list = np.arange(30.0,75,5)

```

```

for angle in theta_list:
    x_list, y_list = projectile_motion(h, angle)
    plt.plot(x_list/1000, y_list/1000, '--', label=r'$\theta = $%.1 $\degree$'%(angle))
plt.legend(loc='best')
plt.gca().set_ylim(bottom=0)
plt.show()
trajectories(0.1)

def euler_step(f, w, h):
    """Simple implementation of Euler's method on vector form
    """
    return w + h * f(w)

def energy_conservation(h, theta, func):
    """ This function performs the same steps as "projectile_motion()" and "f()"
    but extracts the value for the drag, F_D, at every step. This enables the
    calculation of work and storage of energy at each time step.
    Parameters:
        h      integration time step
        theta   initial shooting angle
        func    a function defining the integration step (euler or RK4)
    Returns:
        x_list   array of the trajectory x-coordinates
        y_list   array of the trajectory y-coordinates
        time_steps array of the elapsed time at each step
        energy   array of the energy at each step
        work     the total work by the drag force
    """
    w = shoot(theta, v_0)

    x_list = np.zeros(1)
    y_list = np.zeros(1)
    work = 0

    # Initial total energy
    v = np.sqrt(w[2]**2 + w[3]**2)
    energy = np.array([0.5 * m * v**2])

    while w[1] >= 0:
        w = func(f, w, h)

        # Updating lists
        x_list = np.append(x_list, w[0])
        y_list = np.append(y_list, w[1])

        # Temporary parameters for checking if high altitude
        k = (1 - a * y_list[-2] / T_0)
        s = np.sqrt((w[2] - V[0])**2 + (w[3] - V[1])**2)
        if k > 0:

```

```

        F_D = B * k ** (alpha) * s ** 2
    else:
        F_D = 0

    # Add the amount of work done by drag this time interval
    work += v * F_D * h
    # Updating the speed in order to calculate the total energy
    v = np.sqrt(w[2] ** 2 + w[3] ** 2)
    # Use np.sum on the work_list to get the cumulative work
    energy = np.append(energy, 0.5 * m * v ** 2 + m * g * w[1] + work)

n = len(x_list)
time_steps = np.linspace(0, n * h, n)

return x_list, y_list, time_steps, energy, work

# Setting initial values
theta = 45
h = 0.1
# Getting the results
x_list_euler, y_list_euler, time_steps_euler, energy_euler, work =
energy_conservation(h, theta, euler_step)
x_list_RK4, y_list_RK4, time_steps_RK4, energy_RK4, work = energy_conservation(h,
theta, RK4_step)

print("At firing angle %.1f degrees and with time step h = %.2f seconds:" %(theta, h))
print("Energy lost with RK4: %.3E = %.2f percent of total energy" %(energy_RK4[0] -
energy_RK4[-1],
                    (energy_RK4[0] - energy_RK4[-1]) / energy_RK4[0] * 100))
print("Energy lost with Euler's method: %.3E = %.2f percent of total energy"
%(energy_euler[0] - energy_euler[-1],
                    (energy_euler[0] - energy_euler[-1]) / energy_euler[0] * 100))

# Plotting the separate trajectories
plt.plot(x_list_euler/1000, y_list_euler/1000, label="Euler")
plt.plot(x_list_RK4/1000, y_list_RK4/1000, label="RK4")
plt.title("Firing angle = " + str(theta) + "$\degree$")
plt.xlabel(r"$x$ [km]")
plt.ylabel(r"$y$ [km]")
plt.gca().set_ylim(bottom=0)
plt.legend()
plt.show()

```