Câu 1:

Xác định giá trị của $x(t)$ tại $t = +\infty$ biết nó nhân quả và có biến đổi Laplace là:

$X(s) = \frac{0.75s+3}{s^2+3s}$

Lời giải:

$X(s) = \frac{0.75s+3}{s^2+3s}$

$\quad\quad = -\frac{0.25}{s+3} + \frac{1}{s}$

$\rightarrow x(t) = -0.25e^{-3t}u(t) + u(t)$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x(+\infty) = 1$

Đáp án: 1

Câu 2:

Xác định giá trị của $x[n]$ tại $n = 0$ biết nó nhân quả và có biến đổi Z là:

$X(z) = \frac{6-3z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-\frac{1}{4}z^{-1})}$

Lời giải:

$X(z) = \frac{6-3z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-\frac{1}{4}z^{-1})}$

$\quad\quad = \frac{4}{1-z^{-1}} + \frac{2}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$

$\rightarrow x[n] = 4u[n] + 2\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x[0] = 6$

Đáp án: 6

Câu 3:

Xác định giá trị của $x[n]$ tại $n = +\infty$ biết nó nhân quả và có biến đổi Z là:

$X(z) = \frac{5}{(1-z^{-1})(1+\frac{1}{4}z^{-1})}$

Lời giải:

$X(z) = \frac{5}{(1-z^{-1})(1+\frac{1}{4}z^{-1})}$

$\quad\quad = \frac{4}{1-z^{-1}} + \frac{1}{1+\frac{1}{4}z^{-1}}$

$\rightarrow x[n] = 4u[n] + \left(-\frac{1}{4}\right)^n u[n]$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x[+\infty] = 4$

Đáp án: 4

Câu 4:

Xác định giá trị của $x(t)$ tại $t = +\infty$ biết nó nhân quả và có biến đổi Laplace là:

$X(s) = \frac{1-6s}{4s^2+2s}$

Lời giải:

$X(s) = \frac{1-6s}{4s^2+2s}$

$\quad\quad = \frac{1}{2s} - \frac{4}{2s+1}$

$\quad\quad = \frac{\frac{1}{2}}{s} - \frac{2}{s+\frac{1}{2}}$

$\rightarrow x(t) = \frac{1}{2}u(t) - 2e^{-\frac{1}{2}t}u(t)$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x(+\infty) = \frac{1}{2}$

Đáp án: 0,50

Câu 5:

Xác định giá trị của $x(t)$ tại $t = +\infty$ biết nó nhân quả và có biến đổi Laplace là:

$X(s) = \frac{6s-1}{4s^2+2s}$

Lời giải:

$X(s) = \frac{6s-1}{4s^2+2s}$

$\quad\quad = -\frac{1}{2s} + \frac{4}{2s+1}$

$\quad\quad = -\frac{\frac{1}{2}}{s} + \frac{2}{s+\frac{1}{2}}$

$\rightarrow x(t) = -\frac{1}{2}u(t) + 2e^{-\frac{1}{2}t}u(t)$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x(+\infty) = -\frac{1}{2}$

Đáp án: $-0{,}50$

Câu 6:

Xác định giá trị của $x(t)$ tại $t = 0$ biết nó nhân quả và có biến đổi Laplace là:

$X(s) = \frac{1}{3s^2+s}$

Lời giải:

$X(s) = \frac{1}{3s^2+s}$

$\quad\quad = \frac{1}{s} - \frac{3}{3s+1}$

$\quad\quad = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+\frac{1}{3}}$

$\rightarrow x(t) = u(t) - e^{-\frac{1}{3}t}u(t)$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x(0) = 0$

Đáp án: 0

Câu 7:

Xác định giá trị của $x(t)$ tại $t = +\infty$ biết nó nhân quả và có biến đổi Laplace là:

$X(s) = \frac{1}{3s^2+s}$

Lời giải:

$X(s) = \frac{1}{3s^2+s}$

$\quad\quad = \frac{1}{s} - \frac{3}{3s+1}$

$\quad\quad = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+\frac{1}{3}}$

$\rightarrow x(t) = u(t) - e^{-\frac{1}{3}t}u(t)$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x(0) = 1$

Câu 8:

Xác định giá trị của $x(t)$ tại $t = 0$ biết nó nhân quả và có biến đổi Laplace là:

$X(s) = \frac{5s+4}{2s^2+s}$

Lời giải:

$X(s) = \frac{5s+4}{2s^2+s}$

$\quad\quad = \frac{4}{s} - \frac{3}{2s+1}$

$\quad\quad = \frac{4}{s} - \frac{\frac{3}{2}}{s+\frac{1}{2}}$

$\rightarrow x(t) = 4u(t) - \frac{3}{2}e^{-\frac{1}{2}t}u(t)$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x(0) = \frac{5}{2}$

Đáp án: 2,50

Câu 9:

Xác định giá trị của $x(t)$ tại $t = +\infty$ biết nó nhân quả và có biến đổi Laplace là:

$X(s) = \frac{5s+4}{2s^2+s}$

Lời giải:

$X(s) = \frac{5s+4}{2s^2+s}$

$\quad\quad = \frac{4}{s} - \frac{3}{2s+1}$

$\quad\quad = \frac{4}{s} - \frac{\frac{3}{2}}{s+\frac{1}{2}}$

$\rightarrow x(t) = 4u(t) - \frac{3}{2}e^{-\frac{1}{2}t}u(t)$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x(+\infty) = 4$

Đáp án: 4

Câu 10:

Xác định giá trị của $x(t)$ tại $t = 0$ biết nó nhân quả và có biến đổi Laplace là:

$X(s) = \frac{5s+\frac{1}{4}}{4s^2+s}$

Lời giải:

$X(s) = \frac{5s+\frac{1}{4}}{4s^2+s}$

$\quad\quad = \frac{\frac{1}{4}}{s} + \frac{4}{4s+1}$

$\quad\quad = \frac{\frac{1}{4}}{s} + \frac{1}{s+\frac{1}{4}}$

$\rightarrow x(t) = \frac{1}{4}u(t) + e^{-\frac{1}{4}t}u(t)$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x(0) = \frac{5}{4}$

Đáp án: 1,25

Câu 11:

Xác định giá trị của $x(t)$ tại $t = +\infty$ biết nó nhân quả và có biến đổi Laplace là:

$X(s) = \frac{5s+\frac{1}{4}}{4s^2+s}$

Lời giải:

$X(s) = \frac{5s+\frac{1}{4}}{4s^2+s}$

$\quad\quad = \frac{\frac{1}{4}}{s} + \frac{4}{4s+1}$

$\quad\quad = \frac{\frac{1}{4}}{s} + \frac{1}{s+\frac{1}{4}}$

$\rightarrow x(t) = \frac{1}{4}u(t) + e^{-\frac{1}{4}t}u(t)$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x(+\infty) = \frac{1}{4}$

Đáp án: 0,25

Câu 12:

Cho tín hiệu nhân quả $x(t)$ có biến đổi Laplace $X(s) = \frac{4(s+25)}{s(s+10)}$.

Tính giá trị $x(0)$

Lời giải:

$X(s) = \frac{4(s+25)}{s(s+10)}$

$\quad\quad = \frac{10}{s} - \frac{6}{s+10}$

$\rightarrow x(t) = 10u(t) - 6e^{-10t}u(t)$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x(0) = 4$

Đáp án: 4

Câu 13:

Cho tín hiệu nhân quả $x(t)$ có biến đổi Laplace $X(s) = \frac{4(s+25)}{s(s+10)}$.

Tính giá trị $x(+\infty)$

Lời giải:

$X(s) = \frac{4(s+25)}{s(s+10)}$

$\quad\quad = \frac{10}{s} - \frac{6}{s+10}$

$\rightarrow x(t) = 10u(t) - 6e^{-10t}u(t)$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x(+\infty) = 10$

Đáp án: 10

Câu 14:

Cho tín hiệu nhân quả $x(t)$ có biển đổi Laplace là

$X(s) = \frac{s-10}{(s+1)(s+10)}$. Tính giá trị $x(0)$.

Lời giải:

$X(s) = \frac{s-10}{(s+1)(s+10)}$

$\quad\quad = -\frac{\frac{11}{9}}{s+1} + \frac{\frac{20}{9}}{s+10}$

$\rightarrow x(t) = -\frac{11}{9}e^{-t}u(t) + \frac{20}{9}e^{-10t}u(t)$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x(0) = 1$

Đáp án: 1

Câu 15: Giống câu 13 ra 10.

Câu 16:

Xác định giá trị của $x(t)$ tại $t = 0$ biết nó nhân quả và có biến đổi Laplace là:

$X(s) = \frac{1-6s}{4s^2+2s}$

Lời giải:

$X(s) = \frac{1-6s}{4s^2+2s}$

$\quad\quad = \frac{1}{2s} - \frac{4}{2s+1}$

$\quad\quad = \frac{\frac{1}{2}}{s} - \frac{2}{s+\frac{1}{2}}$

$\rightarrow x(t) = \frac{1}{2}u(t) - 2e^{-\frac{1}{2}t}u(t)$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x(+\infty) = -\frac{3}{2}$

Đáp án: $-1{,}50$

Câu 17:

Giá trị của tín hiệu $u[n-1] + 2u[n+1]$ tại $n = 2$ là:

Đáp án: 3

Câu 18:

Xác định giá trị của $x[n]$ tại $n = 0$ biết nó nhân quả và có biến đổi Z là:

$X(z) = \frac{5-3z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})}$

Lời giải:

$X(z) = \frac{5-3z^{-1}}{(1-z^{-1})(1+\frac{1}{3}z^{-1})}$

$\quad\quad = \frac{3}{1-z^{-1}} + \frac{2}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}$

$\rightarrow x[n] = 3u[n] + 2\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x[0] = 5$

Đáp án: 5

Câu 19:

Xác định giá trị của $x[n]$ tại $n = +\infty$ biết nó nhân quả và có biến đổi Z là:

$X(z) = \frac{1+z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})}$

Lời giải:

$X(z) = \frac{1+z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})}$

$\quad\quad = \frac{3}{1-z^{-1}} - \frac{2}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}$

$\rightarrow x[n] = 3u[n] - 2\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x[+\infty] = 3$

Đáp án: 3

Câu 20: Giống câu 3 ra 4.

Câu 21:

Xác định giá trị của $x(t)$ tại $t = 0$ biết nó nhân quả và có biến đổi Laplace là:

$X(s) = \frac{0.75s+3}{s^2+3s}$

Lời giải:

$X(s) = \frac{0.75s+3}{s^2+3s}$

$\quad\quad = -\frac{0.25}{s+3} + \frac{1}{s}$

$\rightarrow x(t) = -0.25e^{-3t}u(t) + u(t)$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x(0) = 0.75$

Đáp án: 0.75

Câu 22:

Xác định tín hiệu tuần hoàn $x(t)$ có các hệ số chuỗi Fourier của tín hiệu này và tần số cơ sở được cho như sau:

$X[k] = -j\delta[k-2] + j\delta[k+2] + 2\delta[k-3] + 2\delta[k+3]$ và $\Omega_0 = \pi$

Lời giải:

Đây là chuỗi Fourier nên:

$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[k]e^{jkw_0t}$

$= -je^{2jw_0t} + je^{-2jw_0t} + 2e^{3jw_0t} + 2e^{-3jw_0t}$

$= -j(2j\sin(2w_0t)) + 2(2\cos(3w_0t))$

$= 2\sin(2\pi t) + 4\cos(3\pi t)$

Câu 23:

Xác định tín hiệu tuần hoàn $x(y)$ có chu kì cơ sở $T = 6$ giây và các hệ số chuỗi Fourier của tín hiệu này được cho như sau:

$X[k] = \delta[k+2] + \delta[k-2] + 2j\delta[k+3] - 2j\delta[k-3]$

Lời giải:

Đây là chuỗi Fourier với $w_0 = 2\frac{\pi}{T} = \frac{\pi}{3}$:

$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[k]e^{jkw_0t}$

$= e^{-2jw_0t} + e^{2jw_0t} + 2je^{-3jw_0t} - 2je^{3jw_0t}$

$= 2\cos(2w_0t) - 2j(2j\sin(3w_0t))$

$= 2\cos\left(\frac{2\pi t}{3}\right) + 4\sin(\pi t)$

Câu 24:

Cho 1 tín hiệu

$x[n] = (\delta[n] - 2\delta[n-1] + 2\delta[n-2]) * (\delta[n] - \delta[n-1] + \delta[n-2])$.

Tính giá trị của biến đổi Z của $x[n]$ khi $z = \frac{1}{2}$.

Lời giải:

Ta có:

- $x_1[n] = \delta[n] - 2\delta[n-1] + 2\delta[n-2]$ có biến đổi $Z(x_1[n]) = 1 - 2z^{-1} + 2z^{-2}$.
- $x_2[n] = \delta[n] - \delta[n-1] + \delta[n-2]$ có biến đổi $Z(x_2[n]) = 1 - z^{-1} + z^{-2}$.

$\rightarrow Z(x[n]) = Z(x_1[n])Z(x_2[n])$

$= (1 - 2z^{-1} + 2z^{-2})(1 - z^{-1} + z^{-2})$

Thay $z = \frac{1}{2}$, có:

$X\left(\frac{1}{2}\right) = 15$

Đáp án: 15

Câu 25:

Tìm chu kỳ cơ sở của tín hiệu sau: $x(t) = 2\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) + \sin\left(\frac{5\pi t}{3}\right)$.

Lời giải:

Ta có:
- Chu kì của $2\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$ là 4.
- Chu kì của $\sin\left(\frac{5\pi t}{3}\right)$ là 1.2.

Như vậy, chu kì của $x(t) = 2\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) + \sin\left(\frac{5\pi t}{3}\right)$ là $\operatorname{lcm}(4, 1.2) = 12$.

Đáp án: 12

Câu 26:

Tìm chu kỳ cơ sở của tín hiệu sau: $x(t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{2}t\right)$.

Lời giải:

Ta có:
- Chu kì của $2\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$ là 6.
- Chu kì của $\sin\left(\frac{5\pi}{2}t\right)$ là 4.

Như vậy, chu kì của $x(t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{2}t\right)$ là $\operatorname{lcm}(6, 4) = 12$.

Đáp án: 12

Câu 27:

Xác định chu kỳ cơ sở của tín hiệu $x(t) = \cos(\pi t) - \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$.

Lời giải:

Ta có:
- Chu kì của $\cos(\pi t)$ là 2.
- Chu kì của $\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ là 1.

Như vậy, chu kì của $x(t) = \cos(\pi t) - \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ là $\operatorname{lcm}(1, 2) = 2$.

Đáp án: 2

Câu 28:

Xác định chu kỳ cơ sở của tín hiệu $x(t) = 2\cos(t) - \sin(5\pi t)$.

Lời giải:

Ta có:
- Chu kì của $2\cos(t)$ là 2π.
- Chu kì của $\sin(5\pi t)$ là 2.

Như vậy, $x(t)$ không tuần hoàn do $\frac{2\pi}{2} = \pi$ là vô tỉ.

Đáp án: 0

Câu 29:

Xác định chu kì cơ sở của tín hiệu $x[n] = 2\cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) + \cos\left(\frac{5\pi n}{4}\right)$.

Lời giải:

Ta có:
- Chu kì của $\cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)$ là 4.

- Chu kì của $\cos\left(\frac{5\pi n}{4}\right)$ là 8.

Như vậy, $x[n] = 2\cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) + \cos\left(\frac{5\pi n}{4}\right)$ có chu kỳ là $\text{lcm}(4, 8) = 8$.

Đáp án: 8

Câu 30:

Xác định chu kì cơ sở của tín hiệu $x[n] = 2\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) + \sin(2\pi n)$.

Lời giải:

Ta có:
- Chu kì của $2\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)$ là 6.
- Chu kì của $\sin(2\pi n)$ là 1.

Như vậy, $x[n] = 2\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) + \sin(2\pi n)$ có chu kỳ là $\text{lcm}(6, 1) = 6$.

Câu 31:

Xác định chu kỳ cơ sở của tín hiệu $x[n] = \cos(\pi n) - \cos\left(2n + \frac{\pi}{3}\right)$.

Lời giải: Ta có:
- Chu kì của $\cos(\pi n)$ là 2.
- Chu kì của $\cos\left(2n + \frac{\pi}{3}\right)$ không phải là số nguyên.

$\to x[n]$ không tuần hoàn.

Đáp án: 0

Câu 32:

Xác định giá trị của $x(t)$ tại $t = 0$ biết nó nhân quả và có biến đổi Laplace là:

$X(s) = \frac{6s-1}{4s^2+2s}$

Lời giải:

$$\begin{aligned} X(s) &= \frac{6s-1}{4s^2+2s} \\ &= -\frac{1}{2s} + \frac{4}{2s+1} \\ &= -\frac{\frac{1}{2}}{s} + \frac{2}{s+\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$\to x(t) = -\frac{1}{2}u(t) + 2e^{-\frac{1}{2}t}u(t)$ (Do x nhân quả).

$\to x(0) = \frac{3}{2}$

Đáp án: 1,50

Câu 33:

Xác định giá trị của $x[n]$ tại $n = 0$ biết nó nhân quả và có biến đổi Z là:

$X(z) = \frac{3}{(1-z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})}$

Lời giải:

$X(z) = \frac{3}{(1-z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})}$

$\quad\quad = \frac{2}{1-z^{-1}} + \frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$

$\rightarrow x[n] = 2u[n] + \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x[0] = 3$

Đáp án: 3

Câu 34:

Xác định giá trị của $x[n]$ tại $n = +\infty$ biết nó nhân quả và có biến đổi Z là:

$X(z) = \frac{3}{(1-z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})}$

Lời giải:

$X(z) = \frac{3}{(1-z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})}$

$\quad\quad = \frac{2}{1-z^{-1}} + \frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$

$\rightarrow x[n] = 2u[n] + \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x[+\infty] = 2$

Đáp án: 2

Câu 35:

Xác định giá trị của $x[n]$ tại $n = +\infty$ biết nó nhân quả và có biến đổi Z là:

$X(z) = \frac{5-3z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})}$

Lời giải:

$X(z) = \frac{5-3z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})}$

$\quad\quad = \frac{3}{1-z^{-1}} + \frac{2}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}$

$\rightarrow x[n] = 3u[n] + 2\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x[+\infty] = 3$

Đáp án: 3

Câu 36:

Xác định giá trị của $x[n]$ tại $n = 0$ biết nó nhân quả và có biến đổi Z là:

$X(z) = \frac{1+z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})}$

Lời giải:

$X(z) = \frac{1+z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})}$

$\quad\quad = \frac{3}{1-z^{-1}} - \frac{2}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}$

$\rightarrow x[n] = 3u[n] - 2\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x[0] = 1$

Đáp án: 1

Câu 37: Giống câu 36 ra 1.

Câu 38:

Xác định giá trị của $x[n]$ tại $n = +\infty$ biết nó nhân quả và có biến đổi Z là:

$X(z) = \frac{1+z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})}$

Lời giải:

$$\begin{aligned} X(z) &= \tfrac{1+z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})} \\ &= \tfrac{3}{1-z^{-1}} - \tfrac{2}{1-\frac{1}{3}z^{-1}} \end{aligned}$$

$\rightarrow x[n] = 3u[n] - 2\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x[+\infty] = 3$

Đáp án: 3

Câu 39:

Xác định giá trị của $x[n]$ tại $n = 0$ biết nó nhân quả và có biến đổi Z là:

$X(z) = \frac{8}{(1-z^{-1})(1+\frac{1}{3}z^{-1})}$

Lời giải:

$$\begin{aligned} X(z) &= \tfrac{8}{(1-z^{-1})(1+\frac{1}{3}z^{-1})} \\ &= \tfrac{6}{1-z^{-1}} + \tfrac{2}{1+\frac{1}{3}z^{-1}} \end{aligned}$$

$\rightarrow x[n] = 6u[n] + 2\left(-\frac{1}{3}\right)^n u[n]$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x[0] = 8$

Đáp án: 8

Câu 40:

Xác định giá trị của $x[n]$ tại $n = +\infty$ biết nó nhân quả và có biến đổi Z là:

$X(z) = \frac{8}{(1-z^{-1})(1+\frac{1}{3}z^{-1})}$

Lời giải:

$$\begin{aligned} X(z) &= \tfrac{8}{(1-z^{-1})(1+\frac{1}{3}z^{-1})} \\ &= \tfrac{6}{1-z^{-1}} + \tfrac{2}{1+\frac{1}{3}z^{-1}} \end{aligned}$$

$\rightarrow x[n] = 6u[n] + 2\left(-\frac{1}{3}\right)^n u[n]$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x[+\infty] = 6$

Đáp án: 6

Câu 41:

Xác định giá trị của $x[n]$ tại $n = 0$ biết nó nhân quả và có biến đổi Z là:

$X(z) = \frac{5}{(1-z^{-1})(1+\frac{1}{4}z^{-1})}$

Lời giải:

$$\begin{aligned} X(z) &= \frac{5}{(1-z^{-1})(1+\frac{1}{4}z^{-1})} \\ &= \frac{4}{1-z^{-1}} + \frac{1}{1+\frac{1}{4}z^{-1}} \end{aligned}$$

$\rightarrow x[n] = 4u[n] + \left(-\frac{1}{4}\right)^n u[n]$ (Do x nhân quả).

$\rightarrow x[0] = 5$

Đáp án: 5

Câu 42:

Tín hiệu $x(t) = 2e^{j\frac{\pi}{3}t}$ có:

Lời giải:

Đây là tín hiệu tuần hoàn có chu kì là 6, như vậy:

$$\begin{aligned} P_x &= \frac{1}{6}\int_0^6 |x(t)|^2 \, \mathrm{d}t \\ &= \frac{1}{6}\int_0^6 4 \, \mathrm{d}t \\ &= 4 \end{aligned}.$$

Đáp án: Công suất $P_x = 4$

Câu 43:

Tín hiệu $x(t) = 2e^{j\frac{\pi}{3}t}[u(t) - u(t-1)]$ có:

Lời giải:

Ta tính năng lượng của tín hiệu:

$$\begin{aligned} E_x &= \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 \, \mathrm{d}t \\ &= \int_0^1 |x(t)|^2 \, \mathrm{d}t \\ &= \int_0^1 4 \, \mathrm{d}t \\ &= 4 \end{aligned}$$

Đáp án: Năng lượng $E_x = 4$

Câu 44:

Tín hiệu $x(t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$ có:

Lời giải:

Đây là tín hiệu tuần hoàn có chu kì là 6, như vậy:

$P_x = \frac{1}{6}\int_0^6 |x(t)|^2\,\mathrm{d}t$

$= \frac{2}{3}\int_0^6 |\cos(\frac{\pi}{3}t)|^2\,\mathrm{d}t$

$= \frac{2}{3} \times 3$

$= 2$

Đáp án: Tín hiệu công suất $P_x = 2$.

Câu 45:

Tín hiệu $x(t) = 2\cos(\frac{\pi}{3}t)[u(t) - u(t-3)]$ có:

Lời giải:

Ta tính năng lượng của tín hiệu:

$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2\,\mathrm{d}t$

$= \int_0^3 |x(t)|^2\,\mathrm{d}t$

$= 4\int_0^3 |\cos(\frac{\pi}{3}t)|^2\,\mathrm{d}t$

$= 4 \times \frac{3}{2}$

$= 6$

Đáp án: Tín hiệu năng lượng $E_x = 6$.

Câu 46:

Tín hiệu $x(t) = 3\sin(\frac{\pi}{3}t)$ có:

Lời giải:

Đây là tín hiệu tuần hoàn có chu kỳ 6, như vậy:

$P_x = \frac{1}{6}\int_0^6 |x(t)|^2\,\mathrm{d}t$

$= \frac{3}{2}\int_0^6 |\sin(\frac{\pi}{3}t)|^2\,\mathrm{d}t$

$= \frac{3}{2} \times 3$

$= \frac{9}{2}$

Đáp án: Tín hiệu công suất $P_x = \frac{9}{2}$.

Câu 47:

Tín hiệu $x[n] = \cos(\frac{\pi}{2}n)$ có:

Lời giải:

Đây là tín hiệu tuần hoàn có chu kỳ 4, như vậy:

$P_x = \frac{1}{4}\sum_{n=0}^{3}|x[n]|^2$
$\quad = \frac{1}{2}$

Đáp án: Tín hiệu công suất $P_x = \frac{1}{2}$.

Câu 48:

Tín hiệu $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)(u[n] - u[n-2])$ có:

Lời giải:

Ta tính năng lượng của tín hiệu:
$E_x = \sum_{-\infty}^{\infty}|x[n]|^2$
$\quad = \sum_{n=0}^{1}|\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)|^2 = 1$

Đáp án: Tín hiệu năng lượng $E_x = 1$.

Câu 49:

Tín hiệu $x[n] = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$ có:

Lời giải:

Đây là tín hiệu tuần hoàn có chu kỳ 4, như vậy:
$P_x = \frac{1}{4}\sum_{n=0}^{3}|x[n]|^2$
$\quad = 2$

Đáp án: Tín hiệu công suất $P_x = 2$.

Câu 50:

Tín hiệu $x[n] = e^{j\frac{\pi}{2}n}$ có:

Lời giải:

Đây là tín hiệu tuần hoàn có chu kỳ 4, như vậy:
$P_x = \frac{1}{4}\sum_{n=0}^{3}|x[n]|^2$
$\quad = 1$.

Đáp án: Tín hiệu công suất $P_x = 1$.

Câu 51: Giống câu 50, Tín hiệu công suất $P_x = 1$.

Câu 52:

Tín hiệu $x[n] = e^{j\frac{\pi}{2}n}(u[n] - u[n-2])$ có:

Lời giải:

Ta tính năng lượng của tín hiệu:
$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty}|x[n]|^2$
$\quad = \sum_{n=0}^{1}|e^{j\frac{\pi}{2}n}|^2 \quad = 2$

Đáp án: Tín hiệu năng lượng $E_x = 2$.

Câu 53:

Trong các hệ thống TTBB được biểu diễn bởi đáp ứng xung sau đây, hệ nào không ổn định.

Lời giải:

Ta sẽ kiểm tra điều kiện ổn định của hệ thống:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| < +\infty$$

- $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |n2^{-n}u[n]| < 3$ hữu hạn.
- $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |2^{-n}u[n]| < 2$ hữu hạn.
- $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |2^{-n}\cos(n)u[n]| < \sum_{n=-\infty}^{\infty} |2^{-n}u[n]|$ hữu hạn.
- $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |\cos(n)u[n]|$ không bị chặn.

Đáp án: $h(n) = \cos(n)u[n]$

Câu 54:

Cho tín hiệu $x(t) = 2\cos(\pi t) - \sin(5\pi t)$. Nhận xét nào sau đây đúng:

Lời giải:

- Tín hiệu tuần hoàn chu kỳ $T = 2$ nên nó là tín hiệu công suất hay nó có công suất hữu hạn và năng lượng vô hạn.
- Tín hiệu không nhân quả vì khi $t < 0$ thì vẫn có $x(t) \neq 0$.

Đáp án: Tín hiệu có công suất hữu hạn

Câu 55:

Xác định các hệ số chuỗi Fourier của tín hiệu

$x(t) = \sin\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) + 2\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$

Lời giải:

Tín hiệu có chu kỳ $T = 12$, $w_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{6}$.

$x(t) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 2\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$

$\rightarrow x(t) = -\frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{3}t} - \frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{3}t} + e^{j\frac{\pi}{2}t} + e^{-j\frac{\pi}{2}t}$

$\rightarrow X[k] = -\frac{1}{2}\delta[k-2] - \frac{1}{2}\delta[k+2] + \delta[k-3] + \delta[k+3]$

Đáp án: $X[k] = -\frac{1}{2}\delta[k-2] - \frac{1}{2}\delta[k+2] + \delta[k-3] + \delta[k+3]$

Câu 56:

Xác định hệ số chuỗi Fourier của tín hiệu $x(t) = 3\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$

Lời giải:

Tín hiệu có chu kỳ $T = 4$, $w_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2}$

$x(t) = \frac{3}{2}e^{j\frac{\pi}{4}}e^{\frac{\pi}{2}jt} + \frac{3}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{\pi}{2}t}$
$\quad = \frac{3}{2}e^{j\frac{\pi}{4}}e^{1\times w_0 jt} + \frac{3}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{(-1)\times w_0 jt}$

$\rightarrow X[1] = \frac{3}{2}e^{j\frac{\pi}{4}}$ và $X[-1] = \frac{3}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}$.

Đáp án: $X[k] = \begin{cases} \frac{3}{2}e^{j\frac{\pi}{4}} \text{ với } k=1 \\ \frac{3}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}} \text{ với } k=-1 \\ 0 \text{ với } k=0 \end{cases}$

Câu 57:

Xác định các hệ số chuỗi Fourier của tín hiệu:

$x(t) = \sin(2t) - \cos(3t+1) + 1$

Lời giải:

Tín hiệu có chu kì $T = 2\pi, w_0 = \frac{2\pi}{T} = 1$
$x(t) = -\frac{j}{2}\left(e^{j2t} - e^{-j2t}\right) - \frac{1}{2}\left(e^{j(3t+1)} + e^{-j(3t+1)}\right) + 1$
$\quad = -\frac{j}{2}e^{2\times jt} + \frac{j}{2}e^{(-2)\times jt} - \frac{e^j}{2}e^{3\times jt} - \frac{e^{-j}}{2}e^{(-3)\times jt} + e^{0\times jt}$

$\rightarrow X[k] = -\frac{j}{2}\delta[k-2] + \frac{j}{2}\delta[k+2] - \frac{e^j}{2}\delta[k-3] - \frac{e^{-j}}{2}\delta[k+3] + \delta[k]$
Đáp án: $X[k] = \delta[k] - \frac{j}{2}\delta[k-2] + \frac{j}{2}\delta[k+2] - \frac{e^j}{2}\delta[k-3] - \frac{e^{-j}}{2}\delta[k+3]$

Câu 58:

Xác định các hệ số chuỗi Fourier của tín hiệu tuần hoàn $x(t)$ có chu kỳ cơ sở $T = 2$ giây và một chu kỳ được biểu diễn như sau:
$x(t) = \begin{cases} 1 \text{ với } 0 \le t < 1 \\ 0 \text{ với } 1 \le t < 2 \end{cases}$

Lời giải:

Tín hiệu có chu kỳ $T = 2, w_0 = \frac{2\pi}{T} = \pi$
$X[k] = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)e^{-jw_0kt}\,\mathrm{d}t$

$\quad = \frac{1}{2}\int_0^1 e^{-jw_0kt}\,\mathrm{d}t$

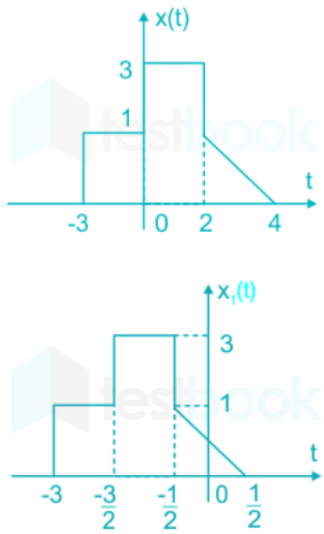
$\quad = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{-jw_0k}\right)e^{-jw_0kt}\,\Big|_0^1$

$\quad = \frac{1-e^{-j\pi k}}{j2\pi k}$

Đáp án: $X[k] = \frac{1-e^{-j\pi k}}{j2\pi k}$

Câu 59:

Xác định mối quan hệ giữa hai tín hiệu $x(t)$ và $x_1(t)$ biểu diễn trong hình vẽ dưới:



Hình 1: 59

Lời giải:

Nhận xét:

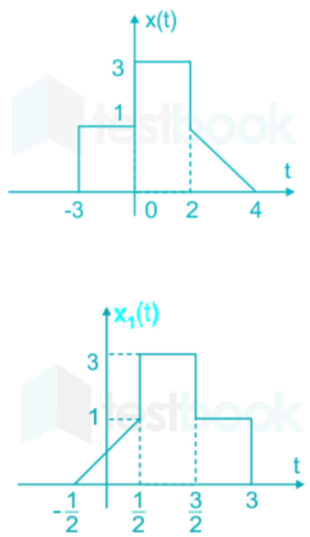
- Các đỉnh mốc của $x_1(t)$ có giá trị giống như $x(t)$ nên hệ số là 1.
- Hình dạng của đồ thị không đổi nên khả năng không có phép lật.
- Đặt $x_1(t) = x(at + b)$:
  - $x(0) = x_1\left(-\frac{3}{2}\right) = x\left(a\left(-\frac{3}{2}\right) + b\right) \to 0 = -\frac{3}{2}a + b$
  - $x(-3) = x_1(-3) = x(a(-3) + b) \to -3 = -3a + b$

$\to a = 2, b = 3 \to x_1(t) = x(2t + 3)$

Đáp án: $x_1(t) = x(2t + 3)$

Câu 60:

Xác định mối quan hệ giữa hai tín hiệu $x(t)$ và $x_1(t)$ biểu diễn trong hình vẽ dưới:



Hình 2: 60

Lời giải:

Nhận xét:

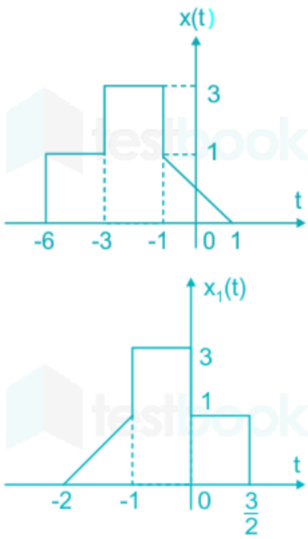
- Các đỉnh mốc của $x_1(t)$ có giá trị giống như $x(t)$ nên hệ số là 1.
- Hình dạng của đồ thị bị đảo ngược nên hệ số của t sẽ âm.
- Đặt $x_1(t) = x(at + b)$:
  - $x(2) = x_1\left(\frac{1}{2}\right) = x\left(a\left(\frac{1}{2}\right) + b\right) \to 2 = \frac{1}{2}a + b$
  - $x(-3) = x_1(3) = x(a3 + b) \to -3 = 3a + b$

$\to a = -2, b = 3 \to x_1(t) = x(-2t + 3)$

Đáp án: $x_1(t) = x(-2t + 3)$

Câu 61:

Xác định mối quan hệ giữa hai tín hiệu $x(t)$ và $x_1(t)$ biểu diễn trong hình vẽ dưới



Hình 3: 61

Lời giải:

Nhận xét:

- Các đỉnh mốc của $x_1(t)$ có giá trị giống như $x(t)$ nên hệ số là 1.
- Hình dạng của đồ thị bị đảo ngược nên hệ số của t sẽ âm.
- Đặt $x_1(t) = x(at + b)$:
  - $x(-6) = x_1\left(\frac{3}{2}\right) = x\left(a\left(\frac{3}{2}\right) + b\right) \to -6 = \frac{3}{2}a + b$
  - $x(1) = x_1(-2) = x(a(-2) + b) \to 1 = -2a + b$

$\to a = -2, b = -3 \to x_1(t) = x(-2t - 3)$

Đáp án: $x_1(t) = x(-2t - 3)$

Câu 62:

Tìm đáp ứng tần số của hệ thống TTBB biết rằng đáp ứng của hệ thống này với tín hiệu vào $x(t) = e^{-t}u(t)$ là $y(t) = \left(e^{-t} - te^{-t}\right)u(t)$.

Lời giải:

Ta xét biển đổi Laplace:

- $\mathcal{L}(x(t)) = \frac{1}{s+1}$
- $\mathcal{L}(y(t)) = \mathcal{L}(e^{-t}) - \mathcal{L}(te^{-t})$

$$= \frac{1}{s+1} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(\frac{1}{s+1}\right)$$

$$= \frac{1}{s+1} - \frac{1}{(s+1)^2}$$

$$= \frac{s}{(s+1)^2}$$

- $H(s) = \frac{\mathcal{L}(y(t))}{\mathcal{L}(x(t))}$

$$= \frac{s}{s+1}$$

- Thay $s = jw$ ta thu được đáp ứng tần số:

$H(w) = \frac{jw}{jw+1}$

Đáp án: $H(w) = \frac{jw}{jw+1}$

Câu 63:

Tìm đáp ứng tần số của hệ thống TTBB rời rạc biết rằng đáp ứng của hệ thống này với tín hiệu $x[n] = 4\delta[n] + 4\delta[n-1] + \delta[n-2]$ và $y[n] = \delta[n] - 2\delta[n-1]$

Lời giải:

Ta xét biến đổi Z:

- $\mathcal{Z}(x[n]) = 4 + 4z^{-1} + z^{-2}$
- $\mathcal{Z}(y[n]) = 1 - 2z^{-1}$
- $H(z) = \frac{1-2z^{-1}}{4+4z^{-1}+z^{-2}}$

$$= \frac{1-2z^{-1}}{(2+z^{-1})^2}$$

- Thay $z = e^{j\Omega}$ thu được đáp ứng tần số:

$H(\Omega) = \frac{1-2e^{-j\Omega}}{(2+e^{-j\Omega})^2}$

Đáp án: $H(\Omega) = \frac{1-2e^{-j\Omega}}{(2+e^{-j\Omega})^2}$

Câu 64:

Tìm đáp ứng tần số của một hệ thống TTBB ổn định tại tần số $w = \frac{\pi}{3}$ (rad/s) biết rằng đáp ứng của hệ thống này với tín hiệu vào

$x(t) = \sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{4}\right) + 2\cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{3}\right)$ là

$y(t) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{2\pi}{3}\right)$

Lời giải:

Ta xét biến đổi Fourier:

- $x(t)$ có chu kì $N = 12, w_0 = \frac{2\pi}{N} = \frac{\pi}{6}$

$x(t) = \frac{1}{2j}\left(e^{j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{\pi}{3}t} - e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{\pi}{3}t}\right) + e^{j\frac{\pi}{4}t}e^{-j\frac{\pi}{3}} + e^{-j\frac{\pi}{4}t}e^{j\frac{\pi}{3}}$

$\rightarrow x(t) = -\frac{j}{2}e^{j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{\pi}{3}t} + \frac{j}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{\pi}{3}t} + e^{-j\frac{\pi}{3}}e^{j\frac{\pi}{4}t} + e^{j\frac{\pi}{3}}e^{-j\frac{\pi}{4}t}$

$\rightarrow X\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{j}{2}e^{j\frac{\pi}{4}}$ (Hệ số của $e^{j\frac{\pi}{3}t}$)

- $y(t)$ có chu kì $N = 12, w_0 = \frac{2\pi}{N} = \frac{\pi}{6}$

$y(t) = -\frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{\pi}{3}t} - \frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{\pi}{3}t} + \frac{1}{2}e^{-j\frac{2\pi}{3}}e^{j\frac{\pi}{4}t} + \frac{1}{2}e^{j\frac{2\pi}{3}}e^{-j\frac{\pi}{4}t}$

$\rightarrow Y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}$

$\rightarrow H\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{Y\left(\frac{\pi}{3}\right)}{X\left(\frac{\pi}{3}\right)} = \frac{1}{j}e^{-j\frac{\pi}{2}} = -1$

Đáp án: $H\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$

Câu 65

Tìm đáp ứng tần số của một hệ thống TTBB ổn định tại tần số $w = \frac{\pi}{4}$ (rad/s) biết rằng đáp ứng của hệ thống này với tín hiệu vào

$x(t) = \sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{4}\right) + 2\cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{3}\right)$ là

$y(t) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{2\pi}{3}\right)$

Lời giải:

$x(t) = -\frac{j}{2}e^{j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{\pi}{3}t} + \frac{j}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{\pi}{3}t} + e^{-j\frac{\pi}{3}}e^{j\frac{\pi}{4}t} + e^{j\frac{\pi}{3}}e^{-j\frac{\pi}{4}t}$

$\rightarrow X\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{-j\frac{\pi}{3}}$

$y(t) = -\frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{\pi}{3}t} - \frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{\pi}{3}t} + \frac{1}{2}e^{-j\frac{2\pi}{3}}e^{j\frac{\pi}{4}t} + \frac{1}{2}e^{j\frac{2\pi}{3}}e^{-j\frac{\pi}{4}t}$

$\rightarrow Y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}e^{-j2\frac{\pi}{3}}$

$\rightarrow H\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{Y\left(\frac{\pi}{4}\right)}{X\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{3}}$

Đáp án: $H\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{3}}$

Câu 66:

Tìm đáp ứng tự nhiên của hệ thống được biểu diễn bởi phương trình vi phân $y''(t) + 5y'(t) + 6y(t) = x'(t) + 6x(t)$ với các điều kiện khởi đầu $y(0^-) = 1$ và $y'(0^-) = 2$

Lời giải:

$\lambda^2 + 5\lambda + 6 = 0 \rightarrow \lambda \in \{-2, -3\}$

$\rightarrow y(t) = c_1e^{-2t}u(t) + c_2e^{-3t}u(t)$

- $y(0^-) = 1 \rightarrow 1 = c_1 + c_2$
- $y'(0^-) = 2 \rightarrow 2 = -2c_1 - 3c_2$

$\rightarrow c_1 = 5, c_2 = -4 \rightarrow y_0(t) = 5e^{-2t}u(t) - 4e^{-3t}u(t)$

Đáp án: $y_0(t) = 5e^{-2t}u(t) - 4e^{-3t}u(t)$

Câu 67:

Tìm đáp ứng tự nhiên của hệ thống được biểu diễn bởi phương trình vi phân $y''(t) + y(t) = x'(t) + x(t)$ với các điều kiện khởi đầu $y(0^-) = 1$ và $y'(0^-) = 1$

Lời giải:

$\lambda^2 + 1 = 0 \rightarrow \lambda = \{\pm j\}$

$\rightarrow y(t) = c_1 e^{jt} u(t) + c_2 e^{-jt} u(t)$

- $y(0^-) = 1 \rightarrow c_1 + c_2 = 1$
- $y'(0^-) = 1 \rightarrow jc_1 - jc_2 = 1$

$\rightarrow c_2 = \frac{j+1}{2}, c_1 = \frac{1-j}{2} \rightarrow y_0(t) = -\frac{j}{2}(e^{jt} - e^{-jt})u(t) + \frac{1}{2}(e^{jt} + e^{-jt})u(t)$

$\rightarrow y_0(t) = \sin(t)u(t) + \cos(t)u(t)$

Đáp án: $y_0(t) = [\cos(t) + \sin(t)]u(t)$

Câu 68:

Tìm đáp ứng tự nhiên của hệ thống được biểu diễn bởi phương trình vi phân $y''(t) + 4y'(t) + 4y(t) = x'(t)$ với các điều kiện khởi đầu $y(0^-) = 1$ và $y'(0^-) = 2$

Lời giải:

$\lambda^2 + 4\lambda + 4 = 0 \rightarrow \lambda \in \{-2, -2\}$

$\rightarrow y(t) = c_1 e^{-2t} u(t) + c_2 t e^{-2t} u(t)$

- $y(0^-) = 1 \rightarrow c_1 = 1$
- $y'(0^-) = 2 \rightarrow -2c_1 + c_2 = 2$

$\rightarrow c_1 = 1, c_2 = 4 \rightarrow y_0(t) = e^{-2t}u(t) + 4te^{-2t}u(t)$

Đáp án: $y_0(t) = (e^{-2t} + 4te^{-2t})u(t)$

Câu 69:

Tìm đáp ứng tự nhiên của một hệ thống được mô tả bởi phương trình sai phân $y[n] + 2y[n-1] - 3y[n-2] = x[n-1]$ với các điều kiện đầu y$[-1] = 2$ và y$[-2] = 0$.

Lời giải:

$\lambda^2 + 2\lambda - 3 = 0 \rightarrow \lambda \in \{1, -3\}$

$\rightarrow y[n] = c_1 u[n] + c_2 (-3)^n u[n]$

- $y[-1] = 2 \rightarrow c_1 - \frac{c_2}{3} = 2$
- $y[-2] = 0 \rightarrow c_1 + \frac{c_2}{9} = 0$

$\rightarrow c_1 = \frac{1}{2}, c_2 = -\frac{9}{2} \rightarrow y_0[n] = \frac{1}{2}u[n] - \frac{9}{2}(-3)^n u[n]$.

Đáp án: $y_0[n] = \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(-3)^{n+2}\right]u[n]$

Câu 70:

Tìm đáp ứng tự nhiên của một hệ thống được mô tả bởi phương trình sai phân $y[n] + 2y[n-1] - 3y[n-2] = x[n-1]$ với các điều kiện đầu y$[-1] = -2$ và y$[-2] = 0$.

Lời giải:

$\lambda^2 + 2\lambda - 3 = 0 \to \lambda \in \{1, -3\}$

$\to y[n] = c_1 u[n] + c_2 (-3)^n u[n]$

- $y[-1] = 2 \to c_1 - \frac{c_2}{3} = -2$
- $y[-2] = 0 \to c_1 + \frac{c_2}{9} = 0$

$\to c_1 = -\frac{1}{2}, c_2 = \frac{9}{2} \to y_0[n] = -\frac{1}{2}u[n] + \frac{9}{2}(-3)^n u[n].$

Đáp án: $y_0[n] = \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(-3)^{n+2}\right]u[n]$

Câu 71:

Tìm đáp ứng tự nhiên của một hệ thống được mô tả bởi phương trình sai phân $y[n] + 2y[n-1] - 3y[n-2] = x[n-1]$ với các điều kiện đầu y$[-1] = 1$ và y$[-2] = -1$.

Lời giải:

$\lambda^2 + 2\lambda - 3 = 0 \to \lambda \in \{1, -3\}$

$\to y[n] = c_1 u[n] + c_2 (-3)^n u[n]$

- $y[-1] = 2 \to c_1 - \frac{c_2}{3} = 1$
- $y[-2] = 0 \to c_1 + \frac{c_2}{9} = -1$

$\to c_1 = -\frac{1}{2}, c_2 = -\frac{9}{2} \to y_0[n] = -\frac{1}{2}u[n] - \frac{9}{2}(-3)^n u[n].$

Đáp án: $y_0[n] = \left[-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(-3)^{n+2}\right]u[n]$

Câu 72:

Tìm đáp ứng tự nhiên của hệ thống được biểu diễn bởi phương trình vi phân $y''(t) - 4y'(t) + 4y(t) = x'(t)$ với các điều kiện khởi đầu $y(0^-) = 1$ và $y'(0^-) = 2$

Lời giải:

$\lambda^2 - 4\lambda + 4 = 0 \to \lambda \in \{2, 2\}$

$\to y(t) = c_1 e^{2t} u(t) + c_2 t e^{2t} u(t)$

- $y(0^-) = 1 \to c_1 = 1$
- $y'(0^-) = 2 \to 2c_1 + c_2 = 2$

$\to c_1 = 1, c_2 = 0 \to y_0(t) = e^{2t}u(t)$

Đáp án: $y_0(t) = e^{2t}u(t)$

Câu 73:

Tìm đáp ứng tự nhiên của một hệ thống được mô tả bởi phương trình sai phân $y[n] + 2y[n-1] - 3y[n-2] = x[n-1]$ với các điều kiện đầu y$[-1] = 0$ và y$[-2] = 3$.

Lời giải:

$\lambda^2 + 2\lambda - 3 = 0 \to \lambda \in \{1, -3\}$

$\to y[n] = c_1 u[n] + c_2 (-3)^n u[n]$

- $y[-1] = 0 \rightarrow c_1 - \frac{c_2}{3} = 0$
- $y[-2] = 3 \rightarrow c_1 + \frac{c_2}{9} = 3$

$\rightarrow c_1 = \frac{9}{4}, c_2 = \frac{27}{4} \rightarrow y_0[n] = \frac{9}{4}u[n] + \frac{27}{4}(-3)^n u[n].$

Đáp án: $y_0[n] = \left[\frac{9}{4} - \frac{1}{4}(-3)^{n+3}\right]u[n]$

Câu 74:

Tìm mối quan hệ giữa hai tín hiệu tuần hoàn $x[n]$ và $y[n]$ có cùng chu kỳ cơ sở $N = 20$, biết quan hệ giữa các hệ số chuỗi Fourier của chúng: $Y[k] = \cos\left(\frac{\pi}{5}k\right)X[k]$

Lời giải:

$N = 20 \Rightarrow w = \frac{\pi}{10}$

$$H(k) = \frac{Y[k]}{X[k]} = \cos\left(\frac{\pi}{5}k\right)$$
$$= \frac{e^{j\frac{\pi}{5}t} + e^{-j\frac{\pi}{5}t}}{2}$$
$$= \frac{e^{j2wt} + e^{-j2wt}}{2}$$

$\Rightarrow h[n] = \frac{1}{2}(\delta[n-2] + \delta[n+2])$

$\Rightarrow y[n] = \frac{1}{2}(x[n-2] + x[n+2])$

Câu 75:

Tìm một chu kỳ của tín hiệu tuần hoàn $x[n]$ với các hệ số chuỗi Fourier tín hiệu này được cho như sau:

$X[k] = \cos\left(\frac{4\pi}{11}k\right) + 2j\sin\left(\frac{6\pi}{11}k\right)$

Lời giải:

Với $-5 \leq n \leq 5$ thì chu kì là 11 $\Rightarrow w = \frac{2\pi}{11}$

$X[k] = \frac{1}{2}\left(e^{j\frac{4\pi}{11}k} + e^{-j\frac{4\pi}{11}k}\right) + \left(e^{j\frac{6\pi}{11}k} - e^{-j\frac{6\pi}{11}k}\right)$

$X[k] = \frac{1}{11}\sum_{n=-5}^{5} x[n]e^{-jkw_0n}$

$\rightarrow x[n] = \frac{11}{2}\delta[n-2] + \frac{11}{2}\delta[n+2] + 11\delta[n-3] - 11\delta[n+3]$ với $-5 \leq n \leq 5$

Câu 76:

Tìm tín hiệu $x(t)$ có biến đổi Fourier $X(w) = e^{-2\,|w|}$

Lời giải:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\,|w|}e^{jwt}\,\mathrm{d}w$$
$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{0} e^{2w}e^{jwt}\,\mathrm{d}w + \frac{1}{2\pi}\int_{0}^{+\infty} e^{-2w}e^{jwt}\,\mathrm{d}w$$
$$= \frac{1}{2\pi}\frac{1}{2+jt} + \frac{1}{2\pi}\frac{1}{2-jt}$$
$$= \frac{1}{\pi}\frac{1}{4+t^2}$$
$$= \frac{1}{\pi(t^2+4)}$$

Đáp án: $x(t) = \frac{1}{\pi(t^2+4)}$

Câu 77:

Tìm tín hiệu $x[n]$ biết biến đổi Fourier của tín hiệu này $X(\Omega) = \delta(\Omega)$ với $-\pi < \Omega < \pi$.

Lời giải:

$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\Omega) e^{j\Omega n} \, \mathrm{d}\Omega$

$x[n] = \frac{1}{2\pi}$

Đáp án: $x[n] = \frac{1}{2\pi}$

Câu 78:

Tìm tín hiệu $x[n]$ có biến đổi Fourier $X(\Omega) = \sin\left(2\Omega + \frac{\pi}{2}\right)$

Lời giải:

$$\begin{aligned} X(\Omega) &= \frac{1}{2j}\left(e^{j\left(2\Omega+\frac{\pi}{2}\right)} - e^{j\left(-2\Omega-\frac{\pi}{2}\right)}\right) \\ &= \frac{1}{2}e^{j2\Omega} + \frac{1}{2}e^{-j2\Omega} \end{aligned}$$

Đáp án: $\frac{1}{2}(\delta[n+2] + \delta[n-2])$

Câu 79:

Tìm tín hiệu tuần hoàn $x(t)$ có chu kỳ cơ sở $T = 2$ giây và các hệ số chuỗi Fourier của tín hiệu này $X[k] = 2^{-|k|} e^{j\frac{\pi}{5}k}$

Lời giải:

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X[k] e^{jkw_0 t} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2^{-|k|} e^{j\frac{\pi}{5}k} e^{jkw_0 t} \\ &= -1 + \frac{1}{1-\frac{e^{j\frac{\pi}{5}} e^{jw_0 t}}{2}} + \frac{1}{1-\frac{e^{-j\frac{\pi}{5}} e^{-jw_0 t}}{2}} \\ &= -1 + \frac{2}{2-e^{j\left(\frac{\pi}{5}+w_0 t\right)}} + \frac{2}{2-e^{j\left(-\frac{\pi}{5}-w_0 t\right)}} \\ &= -1 + \frac{8-4\cos\left(\frac{\pi}{5}+w_0 t\right)}{5-4\cos\left(\frac{\pi}{5}+w_0 t\right)} \\ &= \frac{3}{5-4\cos\left(\frac{\pi}{5}+w_0 t\right)} \end{aligned}$$

Đáp án: $x(t) = \frac{3}{5-4\cos\left(\frac{\pi}{5}+w_0 t\right)}$

Câu 80:

Tìm tín hiệu tuần hoàn $x[n]$ có chu kỳ cơ sở $N = 6$ với các hệ số chuỗi Fourier của tín hiệu này được cho như sau:

$X[k] = \delta[k-2] - 2\delta[k-3] + \delta[k-4]$ với $0 \leq k \leq 5$

Lời giải:

$N = 6 \to w_0 = \frac{\pi}{3}$

$x[n] = \sum_{k=0}^{5} X[k] e^{jkw_0 n}$

$\quad = e^{j\frac{2\pi}{3}n} - 2e^{j\pi n} + e^{j\frac{4\pi}{3}n}$

$\quad = 2\cos\left(\frac{2\pi}{3}n\right) - 2\cos(\pi n)$

Đáp án: $x[n] = 2\cos\left(\frac{2\pi}{3}n\right) - 2\cos(\pi n)$

Câu 81:

Tín hiệu $x(t) = 2e^{j\frac{\pi}{3}t}$ có:

Lời giải:

Chu kỳ $T = 6$, công suất:

$P_x = \frac{1}{T}\int_0^6 |x(t)|^2 = 4$

Đáp án: Công suất $P_x = 4$

Câu 82:

Tìm đáp ứng của hệ thống TTBB có đáp ứng tần số $H(w) = \frac{1}{2+jw}$ với tín hiệu vào $x(t) = \cos(2t) + 1$

Lời giải:

$h(t) = e^{-2t}u(t)$

$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau$

$\quad = \int_0^{+\infty} e^{-2\tau}(1 + \cos(2t - 2\tau))\,\mathrm{d}\tau$

$\quad = \int_0^{+\infty}\left(e^{-2\tau} + \frac{1}{2}e^{-2\tau+2jt-2j\tau} + \frac{1}{2}e^{-2\tau+2j\tau-2jt}\right)\mathrm{d}\tau$

$\quad = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{1}{2+2j}e^{2jt} + \frac{1}{2}\frac{1}{2-2j}e^{-2jt}$

$\quad = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}(\cos(2t) + \sin(2t))$

Đáp án: 1/4 (cos(2t) + sin(2t) + 2)

Câu 83:

Tìm đáp ứng của hệ thống TTBB có đáp ứng xung $h(t) = \delta(t) - 2\delta(t-1) + \delta(t-2)$ với tín hiệu $x(t) = u(t)$.

Lời giải:

$y(t) = x(t) * h(t)$

$\quad = \delta(t) * u(t) - 2\delta(t-1) * u(t) + \delta(t-2) * u(t)$

$\quad = u(t) - 2u(t-1) + u(t-2)$

$y(t) = \begin{cases} 1 \text{ với } t\in[0,1) \\ -1 \text{ với } t\in[1,2) \\ 0 \text{ với còn lại} \end{cases}$

Đáp án: $y(t) = \begin{cases} 1 \text{ với } t \in [0,1) \\ -1 \text{ với } t \in [1,2) \\ 0 \text{ với còn lại} \end{cases}$

Câu 84:

Tìm đáp ứng của hệ thống TTBB có đáp ứng xung $h(t) = e^{-2t}u(t)$ với tín hiệu vào $x(t) = \cos(2t)$

Lời giải:

$h(t) = e^{-2t}u(t)$

$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau$

$\quad = \int_{0}^{+\infty} e^{-2\tau}(\cos(2t-2\tau))\,\mathrm{d}\tau$

$\quad = \int_{0}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}e^{-2\tau+2jt-2j\tau} + \frac{1}{2}e^{-2\tau+2j\tau-2jt}\right)\mathrm{d}\tau$

$\quad = \frac{1}{2}\frac{1}{2+2j}e^{2jt} + \frac{1}{2}\frac{1}{2-2j}e^{-2jt}$

$\quad = \frac{1}{4}(\cos(2t) + \sin(2t))$

Đáp án: $y(t) = \frac{1}{4}(\cos(2t) + \sin(2t))$

Câu 85:

Tìm đáp ứng của hệ thống TTBB có đáp ứng xung $h(t) = e^{-t}u(t)$ với tín hiệu vào $x(t) = u(t-1)$

Lời giải:

$X(s) = \frac{e^{-s}}{s}$

$H(s) = \frac{1}{s+1}$

$\rightarrow Y(s) = \frac{e^{-s}}{s(s+1)}$

$\rightarrow Y(s) = \frac{e^{-s}}{s} - \frac{e^{-s}}{s+1}$

$\rightarrow y(t) = (1 - e^{-t})u(t-1)$

Đáp án: $(1 - e^{-t})u(t-1)$

Câu 86:

Tìm đáp ứng của hệ thống TTBB được biểu diễn bởi đáp ứng xung $h(t) = \delta(t+1) - \delta(t) + 2\delta(t-2)$ với tín hiệu vào $x(t) = \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$

Lời giải:

$y(t) = x(t) * h(t)$

$\quad = \delta(t+1) * \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) - \delta(t) * \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) + 2\delta(t-2) * \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$

$\quad = \cos\left(\frac{\pi}{2}(t+1)\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) + 2\cos\left(\frac{\pi}{2}(t-2)\right)$

$\quad = -\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) - 2\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$\quad = -\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) - 3\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$

Đáp án: $y(t) = -\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) - 3\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$

Câu 87:

Tìm đáp ứng cưỡng bách của hệ thống nhân quả được biểu diễn bởi phương trình vi phân $y''(t) + 5y'(t) + 6y(t) = 6x(t)$ với tín hiệu vào $x(t) = u(t)$.

Lời giải:

$\lambda^2 + 5\lambda + 6 = 0 \to \lambda \in \{-2, -3\}$

$\to y_0(t) = c_1 e^{-2t}u(t) + c_2 e^{-3t}u(t)$

Nghiệm riêng: $y(t) = cu(t) \to c = 1$

Đáp ứng cưỡng bách:

$y_s(t) = c_1 e^{-2t}u(t) + c_2 e^{-3t}u(t) + u(t)$

- $c_1 + c_2 + 1 = 0$
- $-2c_1 - 3c_2 = 0$

$\to c_1 = -3, c_2 = 2$

Đáp án: $u(t) - 3e^{-2t}u(t) + 2e^{-3t}u(t)$

Câu 88:

Tìm đáp ứng cưỡng bách của một hệ thống được mô tả bởi phương trình sai phân $y[n] + 2y[n-1] = x[n-1]$ với tín hiệu vào $x[n] = 2^{-n}u[n]$.

Lời giải:

$\lambda = -2 \to y_0[n] = c_1(-2)^n u[n]$

Nghiệm riêng: $y[n] = c2^{-n}u[n] \to c2^{-n} + 2c2^{-n+1} = 2^{-n+1} \to c = \frac{2}{5}$

Đáp ứng cưỡng bách:

$y_s[n] = \left(c_1(-2)^n + \frac{2}{5}2^{-n}\right)u[n]$

$y_s[0] = 0 \to c_1 = -\frac{2}{5}$

Đáp án: $y_s[n] = \left(-\frac{2}{5}(-2)^n + \frac{2}{5}2^{-n}\right)u[n]$

Câu 89:

Tìm đáp ứng cưỡng bách của một hệ thống được mô tả bởi phương trình sai phân $y[n] - 2y[n-1] = x[n-1]$ với tín hiệu vào $x[n] = 2^{-n}u[n]$.

$\lambda = -2 \to y_0[n] = c_1 2^n u[n]$

Nghiệm riêng: $y[n] = c2^{-n}u[n] \to c2^{-n} - 2c2^{-n+1} = 2^{-n+1} \to c = -\frac{2}{3}$

Đáp ứng cưỡng bách:

$y_s[n] = \left(c_1 2^n - \frac{2}{3}2^{-n}\right)u[n]$

$y_s[0] = 0 \to c_1 = \frac{2}{3}$

Đáp án: $y_s[n] = \left(\frac{2}{3}2^n - \frac{2}{3}2^{-n}\right)u[n]$

Câu 90:

Tìm đáp ứng cưỡng bách của một hệ thống được mô tả bởi phương trình vi phân $y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = x'(t)$ với tín hiệu vào $x(t) = \sin(2t)u(t)$. Phát biểu nào sau đây KHÔNG ĐÚNG:

Lời giải:

$\lambda^2 - 3\lambda + 2\lambda = 0 \to \lambda \in \{1, 2\} \to e^t u(t), e^{2t}u(t)$ là thành phần của đáp ứng cưỡng bách của $y_s(t)$.

$x(t) = \sin(2t)u(t) \to \sin(2t)u(t), \cos(2t)u(t)$ là thành phần của đáp ứng cưỡng bách của $y_s(t)$.

Đáp án: $e^{-t}u(t)$ là một thành phần của đáp ứng cưỡng bách $y_s(t)$

Câu 91:

Tìm đáp ứng cưỡng bách của một hệ thống được mô tả bởi phương trình vi phân $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = x'(t)$ với tín hiệu đầu vào $x(t) = \sin(2t)u(t)$. Phát biểu nào sau đây KHÔNG ĐÚNG

Lời giải:

- Nghiệm thuần nhất của hệ thống là:

$\lambda^2 + 3\lambda + 2 = 0 \to \lambda \in \{-1, -2\}$

$\to e^{-t}, e^{-2t}$ là đáp ứng cưỡng bách của hệ thống.

- $x(t) = \sin(2t)u(t)$ nên nghiệm riêng của hệ thống là:

$\sin(2t)u(t)$ và $\cos(2t)u(t)$

Đáp án: $e^t u(t)$ là một thành phần của đáp ứng cưỡng bách $y_s(t)$.

Câu 92:

Tìm đáp ứng pha của hệ thống TTBB ổn định được mô tả bằng phương trình vi phân $y''(t) - y(t) = -x(t-1)$

Lời giải:

Xét biến đổi Laplace:

$s^2Y(s) - Y(s) = -e^{-s}X(s)$

$\to \frac{Y(s)}{X(s)} = -\frac{e^{-s}}{s^2-1}$

Thay $s = jw$, có:

$\to H(w) = \frac{e^{-jw}}{1+w^2}$

$\to H(w) = \frac{\cos(-w)}{1+w^2} + j\frac{\sin(-w)}{1+w^2}$

$\to \phi_H(w) = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}(H(w))}{\mathrm{Re}(H(w))}\right)$

$= \arctan\left(\frac{\sin(-w)}{\cos(-w)}\right)$

$= -w$

Đáp án: $\phi_H(w) = -w$

Câu 93:

Tìm đáp ứng pha của một hệ thống TTBB ổn định tại tần số $w = \frac{\pi}{3}$ (rad/s) biết rằng đáp ứng của hệ thống này với tín hiệu vào

$x(t) = \sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{4}\right) + 2\cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{3}\right)$ là

$y(t) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{2\pi}{3}\right)$

Lời giải:

$x(t) = -\frac{j}{2}\left(e^{j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{\pi}{3}t} - e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{\pi}{3}t}\right) + \left(e^{-j\frac{\pi}{3}}e^{j\frac{\pi}{4}t} + e^{j\frac{\pi}{3}}e^{-j\frac{\pi}{4}t}\right)$

$\to X\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{j}{2}e^{j\frac{\pi}{4}}$

$y(t) = -\frac{1}{2}\left(e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{\pi}{3}t} + e^{j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{\pi}{3}t}\right) + \frac{1}{2}\left(e^{-j\frac{2\pi}{3}}e^{j\frac{\pi}{4}t} + e^{j\frac{2\pi}{3}}e^{-j\frac{\pi}{4}t}\right)$

$\to Y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}$

$\to H\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$

$\to \phi_H\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$

Đáp án: $\phi_H\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$

Câu 94:

Tìm đáp ứng pha của một hệ thống TTBB ổn định tại tần số $w = \frac{\pi}{4}$ (rad/s) biết rằng đáp ứng của hệ thống này với tín hiệu vào

$x(t) = \sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{4}\right) + 2\cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{3}\right)$ là

$y(t) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{2\pi}{3}\right)$

Lời giải:

$x(t) = -\frac{j}{2}\left(e^{j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{\pi}{3}t} - e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{\pi}{3}t}\right) + \left(e^{-j\frac{\pi}{3}}e^{j\frac{\pi}{4}t} + e^{j\frac{\pi}{3}}e^{-j\frac{\pi}{4}t}\right)$

$\to X\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{-j\frac{\pi}{3}}$

$y(t) = -\frac{1}{2}\left(e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{\pi}{3}t} + e^{j\frac{\pi}{4}}e^{-j\frac{\pi}{3}t}\right) + \frac{1}{2}\left(e^{-j\frac{2\pi}{3}}e^{j\frac{\pi}{4}t} + e^{j\frac{2\pi}{3}}e^{-j\frac{\pi}{4}t}\right)$

$\to Y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}e^{-j\frac{2\pi}{3}}$

$\to H\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{3}}$

$\to \phi_H\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\pi}{3}$

Đáp án: $\phi_H\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\pi}{3}$

Câu 95:

Tìm đáp ứng pha tại tần số $\Omega = \frac{\pi}{2}$ (rad/cycle) của hệ thống được mô tả bằng phương trình sai phân

$2y[n] - y[n-1] = x[n] - 3x[n-1]$

Lời giải:

$2Y(z) - z^{-1}Y(z) = X(z) - 3z^{-1}X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1-3z^{-1}}{2-z^{-1}}$

Thay $z = e^{jw}$

$\rightarrow H(w) = \frac{1-3e^{-jw}}{2-e^{-jw}}$

$$\begin{aligned}\rightarrow H\left(\tfrac{\pi}{2}\right) &= \tfrac{1+3j}{2+j} \\ &= (1+3j)\tfrac{2-j}{5} \\ &= \tfrac{5+5j}{5} \\ &= 1+j\end{aligned}$$

$\rightarrow \phi_H(w) = \arctan\left(\frac{1}{1}\right) = \frac{\pi}{4}$

Đáp án: $\phi_H(w) = \frac{\pi}{4}$

Câu 96:

Tìm đáp ứng pha tại tần số $\Omega = \frac{\pi}{2}$ (rad/cycle) của hệ thống được mô tả bằng phương trình sai phân

$2y[n] + y[n-1] = x[n] - \frac{1}{3}x[n-1]$

Lời giải:

$2Y(z) + z^{-1}Y(z) = X(z) - \frac{1}{3}z^{-1}X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1-\frac{1}{3}z^{-1}}{2+z^{-1}}$

Thay $z = e^{jw}$

$\rightarrow H(w) = \frac{1-\frac{1}{3}e^{-jw}}{2+e^{-jw}}$

$$\begin{aligned}\rightarrow H\left(\tfrac{\pi}{2}\right) &= \tfrac{1+\frac{1}{3}j}{2-j} \\ &= \left(1+\tfrac{1}{3}j\right)\tfrac{2+j}{5} \\ &= \tfrac{\frac{5}{3}+\frac{5}{3}j}{5} \\ &= \tfrac{1}{3}+\tfrac{1}{3}j\end{aligned}$$

$\rightarrow \phi_H(w) = \arctan\left(\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}}\right) = \frac{\pi}{4}$

Đáp án: $\phi_H(w) = \frac{\pi}{4}$

Câu 97:

Tìm đáp ứng pha tại tần số $\Omega = \frac{\pi}{2}$ (rad/cycle) của hệ thống được mô tả bằng phương trình sai phân

$2y[n] + y[n-1] = x[n] + 3x[n-1]$

Lời giải:

$2Y(z) + z^{-1}Y(z) = X(z) + 3z^{-1}X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1+3z^{-1}}{2+z^{-1}}$

Thay $z = e^{jw}$

$\rightarrow H(w) = \frac{1+3e^{-jw}}{2+e^{-jw}}$

$$\begin{aligned}\rightarrow H\left(\tfrac{\pi}{2}\right) &= \tfrac{1-3j}{2-j} \\ &= (1-3j)\tfrac{2+j}{5} \\ &= \tfrac{5-5j}{5} \\ &= 1-j\end{aligned}$$

$\rightarrow \phi_H(w) = \arctan\left(-\frac{1}{1}\right) = -\frac{\pi}{4}$

Đáp án: $\phi_H(w) = -\frac{\pi}{4}$

Câu 98:

Tìm đáp ứng pha tại tần số $\Omega = \frac{\pi}{2}$ (rad/cycle) của hệ thống được mô tả bằng phương trình sai phân

$2y[n] - y[n-1] = x[n] + \frac{1}{3}x[n-1]$

Lời giải:

$2Y(z) - z^{-1}Y(z) = X(z) + \frac{1}{3}z^{-1}X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{2-z^{-1}}$

Thay $z = e^{jw}$

$\rightarrow H(w) = \frac{1+\frac{1}{3}e^{-jw}}{2-e^{-jw}}$

$$\begin{aligned}\rightarrow H\left(\tfrac{\pi}{2}\right) &= \tfrac{1-\frac{1}{3}j}{2+j} \\ &= \left(1-\tfrac{1}{3}j\right)\tfrac{2-j}{5} \\ &= \tfrac{\frac{5}{3}-\frac{5}{3}j}{5} \\ &= \tfrac{1}{3}-\tfrac{1}{3}j\end{aligned}$$

$\rightarrow \phi_H(w) = \arctan\left(-\frac{1}{1}\right) = -\frac{\pi}{4}$

Đáp án: $\phi_H(w) = -\frac{\pi}{4}$

Câu 99:

Tìm đáp ứng tần số của hệ thống có đáp ứng xung $h(t) = e^t[u(t) - u(t-2)]$.

Lời giải:

$H(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{-jwt}\,\mathrm{d}t$

$\quad\quad = \int_0^2 e^{t(1-jw)}\,\mathrm{d}t$

$\quad\quad = \frac{e^{2(1-jw)-1}}{1-jw}$

Đáp án: $H(w) = \frac{e^{2(1-jw)-1}}{1-jw}$

Câu 100:

Tìm đáp ứng tần số của hệ thống được mô tả bằng phương trình sai phân $4y[n] + 4y[n-1] + y[n-2] = x[n] - 2x[n-1]$

Lời giải:

$4Y(z) + 4z^{-1}Y(z) + z^{-2}Y(z) = X(z) - 2z^{-1}X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1-2z^{-1}}{(1+2z^{-1})^2}$

Thay $z = e^{j\Omega}$, có:

$H(\Omega) = \frac{1-2e^{-j\Omega}}{(2+e^{-j\Omega})^2}$

Đáp án: $H(\Omega) = \frac{1-2e^{-j\Omega}}{(2+e^{-j\Omega})^2}$

Câu 101:

Tìm đáp ứng tần số của hệ thống TTBB nhân quả được mô tả bằng phương trình vi phân $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = 2x'(t) + x(t)$

Lời giải:

$s^2Y(z) + 3sY(s) + 2Y(s) = 2sX(s) + X(s)$

$\rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{2s+1}{s^2+3s+2}$

Thay $s = jw$, có:

$H(w) = \frac{2jw+1}{-w^2+3jw+2}$

Đáp án: $H(w) = \frac{2jw+1}{-w^2+3jw+2}$

Câu 102:

Tìm đáp ứng tần số của hệ thống TTBB nhân quả được mô tả bằng phương trình vi phân $y''(t) + 2y'(t) + y(t) = x(t-2)$

Lời giải:

$s^2Y(s) + 2sY(s) + Y(s) = e^{-2s}X(s)$

$\rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{e^{-2s}}{(s+1)^2}$

Thay $s = jw$, có:

$H(w) = \frac{e^{-2jw}}{(jw+1)^2}$

$\rightarrow |H(w)| = \frac{1}{w^2+1}$

Đáp án: $|H(w)| = \frac{1}{w^2+1}$

Câu 103:

Tìm đáp ứng biên độ tại tần số $\Omega = \frac{\pi}{2}$ (rad/cycle) của hệ thống được mô tả bằng phương trình sai phân

$2y[n] + y[n-1] = x[n] + 3x[n-1]$

Lời giải:

$2Y(z) + z^{-1}Y(z) = X(z) + 3z^{-1}X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1+3z^{-1}}{2+z^{-1}}$

Thay $z = e^{jw}$

$\rightarrow H(w) = \frac{1+3e^{-jw}}{2+e^{-jw}}$

$\rightarrow H\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1-3j}{2-j}$

$= (1-3j)\frac{2+j}{5}$

$= \frac{5-5j}{5}$

$= 1-j$

$\rightarrow |H\left(\frac{\pi}{2}\right)| = \sqrt{2}$

Đáp án: $|H\left(\frac{\pi}{2}\right)| = \sqrt{2}$

Câu 104:

Tìm đáp ứng biên độ tại tần số $\Omega = \frac{\pi}{2}$ (rad/cycle) của hệ thống được mô tả bằng phương trình sai phân

$2y[n] + y[n-1] = x[n] - \frac{1}{3}x[n-1]$

Lời giải:

$2Y(z) + z^{-1}Y(z) = X(z) - \frac{1}{3}z^{-1}X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1-\frac{1}{3}z^{-1}}{2+z^{-1}}$

Thay $z = e^{jw}$

$\rightarrow H(w) = \frac{1-\frac{1}{3}e^{-jw}}{2+e^{-jw}}$

$\rightarrow H\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1+\frac{1}{3}j}{2-j}$

$= \left(1+\frac{1}{3}j\right)\frac{2+j}{5}$

$= \frac{\frac{5}{3}+\frac{5}{3}j}{5}$

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3}j$

$\rightarrow |H\left(\frac{\pi}{2}\right)| = \frac{\sqrt{2}}{3}$

Đáp án: $|H(\frac{\pi}{2})| = \frac{\sqrt{2}}{3}$

Câu 105:

Tìm đáp ứng của hệ thống biểu diễn bởi đáp ứng xung

$h[n] = u[n] - u[n-2]$ với tín hiệu vào $x[n] = u[n] - u[n-10]$

Lời giải:

$$
\begin{aligned}
h[n] &= \delta[n] + \delta[n-1] \\
y[n] &= x[n] * h[n] \\
&= (\delta[n] + \delta[n-1]) * x[n] \\
&= x[n] + x[n-1] \\
&= u[n] - u[n-10] + u[n-1] - u[n-11]
\end{aligned}
$$

$$y[n] = \begin{cases} \text{1 với n = 0 hoặc n = 10} \\ \text{2 với } 1 \le n \le 9 \\ \text{0 còn lại} \end{cases}$$

Đáp án: $y[n] = \begin{cases} \text{1 với n = 0 hoặc n = 10} \\ \text{2 với } 1 \le n \le 9 \\ \text{0 còn lại} \end{cases}$

Câu 106:

Tìm đáp ứng của hệ thống có đáp ứng tần số $H(w) = \frac{1}{1-jw}$ với tín hiệu vào $x(t) = \sin(\frac{\pi}{2}t)$

Lời giải:

$$
\begin{aligned}
h(t) &= -e^t u(t) \\
y(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) x(t-\tau)\, \mathrm{d}\tau \\
&= -\int_0^{+\infty} e^\tau \sin\left(\frac{\pi}{2}(t-\tau)\right) \mathrm{d}\tau \\
&= -\frac{1}{2j} \int_0^{+\infty} e^\tau \left(e^{j\frac{\pi}{2}(t-\tau)} - e^{-j\frac{\pi}{2}(t-\tau)}\right) \mathrm{d}\tau \\
&= -\frac{1}{2j}\left(-\frac{1}{1-j\frac{\pi}{2}} e^{j\frac{\pi}{2}t} + \frac{1}{1+j\frac{\pi}{2}} e^{-j\frac{\pi}{2}t}\right) \\
&= -\frac{1}{2j}\left(-\frac{1}{1+\frac{\pi^2}{4}}\right)\left(e^{j\frac{\pi}{2}t}\left(1+j\frac{\pi}{2}\right) - e^{-j\frac{\pi}{2}t}\left(1-j\frac{\pi}{2}\right)\right) \\
&= -\frac{1}{2j}\left(-\frac{1}{1+\frac{\pi^2}{4}}\right)\left(2j\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) + 2j\frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)\right) \\
&= \frac{1}{1+\frac{\pi^2}{4}}\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) + \frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)\right)
\end{aligned}
$$

Đáp án: $y(t) = \frac{1}{1+\frac{\pi^2}{4}}\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) + \frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)\right)$

Câu 107:

Tìm đáp ứng của hệ thống có đáp ứng tần số $H(w) = \frac{1}{1-jw}$ với tín hiệu vào $x(t) = \cos(2t) + 1$

Lời giải:

$h(t) = -e^t u(t)$

$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) x(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau$

$= -\int_0^{+\infty} e^{\tau}(\cos(2(t-\tau)) + 1)\,\mathrm{d}\tau$

$= -\int_0^{+\infty} e^{\tau}\frac{1}{2}\left(e^{j2(t-\tau)} + e^{j2(\tau-t)}\right)\mathrm{d}\tau + 1$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1-2j}e^{j2t} + \frac{1}{1+2j}e^{-j2t}\right) + 1$

$= \frac{1}{10}\left((1+2j)e^{j2t} + (1-2j)e^{-j2t}\right) + 1$

$= \frac{1}{5}\cos(2t) - \frac{2}{5}\sin(2t) + 1$

Đáp án: $y(t) = \frac{1}{5}[\cos(2t) - 2\sin(2t)] + 1$

Câu 108:

Tìm đáp ứng của hệ thống có đáp ứng tần số $H(w) = \frac{1}{1+jw}$ với tín hiệu vào $x(t) = e^{-t}u(t-1)$

Lời giải:

$X(s) = \frac{e^{-s}}{s+1}$

$H(s) = \frac{1}{s+1}$

$\rightarrow Y(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$

$\rightarrow y(t) = te^{-t}u(t-1)$

Đáp án: $y(t) = te^{-t}u(t-1)$

Câu 109:

Tìm đáp ứng của hệ thống có đáp ứng tần số $H(w) = \frac{1}{2+jw}$ với tín hiệu vào $x(t) = e^{-3t}u(t)$

Lời giải:

$X(s) = \frac{1}{s+3}$

$H(s) = \frac{1}{s+2}$

$\rightarrow Y(s) = \frac{1}{(s+2)(s+3)} = \frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+3}$

$\rightarrow y(t) = \left(e^{-2t} - e^{-3t}\right)u(t)$

Đáp án: $y(t) = \left(e^{-2t} - e^{-3t}\right)u(t)$

Câu 110:

Tìm đáp ứng của hệ thống có đáp ứng tần số $H(w) = \frac{1}{jw+2}$ với tín hiệu vào $x(t) = e^{-t}u(t-1)$

Lời giải:

$X(s) = \frac{e^{-s}}{s+1}$

$H(w) = \frac{1}{s+2}$

$\to Y(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)(s+2)}$

$\to Y(s) = e^{-s}\left(\frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+2}\right) \to y(t) = u(t-1)\left(e^{-t+1} - e^{-2t+2}\right)$

Đáp án: $y(t) = (e^{-t} - e^{-2t})u(t-1)$

Câu 111:

Tìm đáp ứng của hệ thống có đáp ứng tần số $H(\Omega) = \frac{1}{1+\frac{1}{2}e^{-j2\Omega}}$

với tín hiệu vào $x[n] = \sin\left(\frac{\pi}{2}n\right) + 1$

Lời giải:

$h[n] = \frac{1}{2}\left(\left(j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n + \left(-j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n\right)u[n]$

$$\begin{aligned}
y[n] &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]x[n-k] \\
&= \sum_{k=0}^{+\infty} h[k]\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}(n-k)\right) + 1\right) \\
&= \sum_{k=0}^{+\infty} -\frac{j}{2}\left(e^{j\frac{\pi}{2}(n-k)}\frac{1}{2}\left(\left(j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^k + \left(-j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^k\right) - e^{-j\frac{\pi}{2}(n-k)}\frac{1}{2}\left(\left(j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^k + \left(-j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^k\right)\right) + \frac{2}{3} \\
&= -\frac{j}{4}\left(e^{j\frac{\pi}{2}n}\left(\frac{1}{1-\frac{j\sqrt{2}}{2e^{j\frac{\pi}{2}}}} + \frac{1}{1+\frac{j\sqrt{2}}{2e^{j\frac{\pi}{2}}}}\right) - e^{-j\frac{\pi}{2}n}\left(\frac{1}{1-\frac{j\sqrt{2}}{2e^{-j\frac{\pi}{2}}}} + \frac{1}{1+\frac{j\sqrt{2}}{2e^{-j\frac{\pi}{2}}}}\right)\right) + \frac{2}{3} \\
&= -\frac{j}{4}\left(e^{j\frac{\pi}{2}n}\frac{4}{3} + e^{-j\frac{\pi}{2}n}\frac{4}{3}\right) + \frac{2}{3} \\
&= \frac{2}{3}\sin\left(\frac{\pi}{2}n\right) + \frac{2}{3}
\end{aligned}$$

Đáp án: $y[n] = \frac{4}{3}\sin\left(\frac{\pi}{2}n\right) + \frac{2}{3}\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right) + \frac{2}{3}$

Câu 112:

Tìm đáp ứng của hệ thống có đáp ứng tần số $H(\Omega) = \frac{1}{1+\frac{1}{2}e^{-j\Omega}}$

với tín hiệu vào $x[n] = 2^{-n+1}u[n]$.

Lời giải:

$X(z) = \frac{2}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$

$H(z) = \frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$

$\to Y(z) = \frac{2}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})}$

$\to Y(z) = \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$

$\to y[n] = \left[2^{-n} + (-2)^{-n}\right]u[n]$

Đáp án: $y[n] = \left[2^{-n} + (-2)^{-n}\right]u[n]$

Câu 113:

Tìm đáp ứng của hệ thống có đáp ứng tần số $H(\Omega) = \frac{1}{1+\frac{1}{2}e^{-j2\Omega}}$

với tín hiệu vào $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) + 1$

Lời giải:

$$h[n] = \frac{1}{2}\left(\left(j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n + \left(-j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n\right)u[n]$$

$$\begin{aligned}
y[n] &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]x[n-k] \\
&= \sum_{k=0}^{+\infty} h[k]\left(\cos\left(\tfrac{\pi}{4}(n-k)\right) + 1\right) \\
&= \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{2}\left(e^{j\frac{\pi}{4}(n-k)}\frac{1}{2}\left(\left(j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^k + \left(-j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^k\right) + e^{-j\frac{\pi}{4}(n-k)}\frac{1}{2}\left(\left(j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^k + \left(-j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^k\right)\right) + \frac{2}{3} \\
&= \frac{1}{4}\left(e^{j\frac{\pi}{4}n}\left(\frac{1}{1-\frac{j\sqrt{2}}{2e^{j\frac{\pi}{4}}}} + \frac{1}{1+\frac{j\sqrt{2}}{2e^{j\frac{\pi}{4}}}}\right) + e^{-j\frac{\pi}{4}n}\left(\frac{1}{1-\frac{j\sqrt{2}}{2e^{-j\frac{\pi}{4}}}} + \frac{1}{1+\frac{j\sqrt{2}}{2e^{-j\frac{\pi}{4}}}}\right)\right) + \frac{2}{3} \\
&= \frac{1}{4}\left(e^{j\frac{\pi}{4}n}\left(j + 1 + \frac{3-j}{5}\right) + e^{-j\frac{\pi}{4}n}\left(\frac{3+j}{5} + 1 - j\right)\right) + \frac{2}{3} \\
&= \frac{1}{4}\left(\frac{8}{5}\left(e^{j\frac{\pi}{4}n} + e^{-j\frac{\pi}{4}n}\right) + \frac{4}{5}j\left(e^{j\frac{\pi}{4}n} - e^{-j\frac{\pi}{4}n}\right)\right) + \frac{2}{3} \\
&= \frac{4}{5}\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) - \frac{2}{5}\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right) + \frac{2}{3}
\end{aligned}$$

Đáp án: $y[n] = \frac{4}{5}\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) - \frac{2}{5}\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right) + \frac{2}{3}$

Câu 114:

Tìm đáp ứng của hệ thống có đáp ứng tần số $H(\Omega) = \frac{1}{1-\frac{1}{2}e^{-j\Omega}}$

với tín hiệu vào $x[n] = \delta[n] - 2\delta[n-1]$.

Lời giải:

$$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

$$\begin{aligned}
y[n] &= x[n] * h[n] \\
&= (\delta[n] - 2\delta[n-1]) * h[n] \\
&= h[n] - 2h[n-1] \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - 2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u[n-1]
\end{aligned}$$

Đáp án: $y[n] = 2^{-n}u[n] - 2^{-n+2}u[n-1]$

Câu 115:

Tìm đáp ứng của hệ thống có đáp ứng xung $h[n] = 2^{-n}u[n]$ với tín hiệu vào $x[n] = 3 + \cos\left(\pi n + \frac{\pi}{3}\right)$

Lời giải:

$$
\begin{aligned}
y[n] &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]x[n-k] \\
&= \sum_{k=0}^{+\infty} 2^{-k}\left(3+\cos\left(\pi(n-k)+\tfrac{\pi}{3}\right)\right) \\
&= \sum_{k=0}^{+\infty} 2^{-k}\left(3+\tfrac{1}{2}e^{j\pi(n-k)}e^{j\frac{\pi}{3}}+\tfrac{1}{2}e^{-j\pi(n-k)}e^{-j\frac{\pi}{3}}\right) \\
&= 6+\tfrac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{3}+j\pi n}\frac{1}{1-\frac{1}{2}e^{-j\pi}}+\tfrac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{3}-j\pi n}\frac{1}{1-\frac{1}{2}e^{j\pi}} \\
&= 6+\tfrac{1}{3}\left(e^{j\left(\frac{\pi}{3}+\pi n\right)}+e^{-j\left(\frac{\pi}{3}+\pi n\right)}\right) \\
&= 6+\tfrac{2}{3}\cos\left(\pi n+\tfrac{\pi}{3}\right)
\end{aligned}
$$

Đáp án: $y[n]=6+\frac{2}{3}\cos\left(\pi n+\frac{\pi}{3}\right)$

Câu 116:

Tìm đáp ứng của hệ thống có đáp ứng xung $h(t)=e^{-t}u(t)$ với tín hiệu vào $x(t)=e^{-t}u(t-1)$

Lời giải:

$$
\begin{aligned}
y(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau \\
&= \int_{0}^{t-1} e^{-\tau}e^{-t+\tau}\,\mathrm{d}\tau u(t-1) \\
&= (t-1)e^{-t}u(t-1)
\end{aligned}
$$

Đáp án: $y(t)=(t-1)e^{-t}u(t-1)$

Câu 117:

Tìm đáp ứng của hệ thống có đáp ứng xung $h(t)=e^{-t}u(t)$ với tín hiệu vào $x(t)=\cos(2t)$

Lời giải:

$$
\begin{aligned}
y(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau \\
&= \int_{0}^{+\infty} e^{-\tau}\cos(2t-2\tau)\,\mathrm{d}\tau \\
&= \tfrac{1}{2}\int_{0}^{+\infty} e^{-\tau}\left(e^{j(2t-2\tau)}+e^{-j(2t-2\tau)}\right)\mathrm{d}\tau \\
&= \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{1}{-1-2j}e^{-\tau}e^{j(2t-2\tau)}+\tfrac{1}{-1+2j}e^{-r}e^{-j(2t-2\tau)}\right)\Big|_{0}^{+\infty} \\
&= \tfrac{1}{10}\left((-1+2j)e^{j2t}-(1+2j)e^{-j2t}\right) \\
&= \tfrac{1}{10}(-2\cos(2t)+2j2j\sin(2t)) \\
&= \tfrac{1}{5}(-\cos(2t)-2\sin(2t))
\end{aligned}
$$

Đáp án: $y(t)=\frac{1}{5}(\cos(2t)+2\sin(2t))$

Câu 118:

Tìm đáp ứng của hệ thống đáp ứng tần số $H(\Omega)=\frac{1}{1-\frac{1}{2}e^{-j\Omega}}$ với tín hiệu vào $x[n]=2^{-n}u[n-1]$

Lời giải:

$h[n] = 2^{-n}u[n]$

$\rightarrow y[n] = \sum_{-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k]$

$\quad = \sum_{0}^{n-1} 2^{-k}2^{-(n-k)}u[n-1]$

$\quad = n2^{-n}u[n-1]$

Đáp án: $y[n] = n2^{-n}u[n-1]$

Câu 119:

Tìm đáp ứng của hệ thống TTBB biểu diễn bởi đáp ứng xung

$h[n] = 2^{-n}u[n-2]$ với tín hiệu vào $x[n] = u[n]$.

Lời giải:

$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k]$

$\quad = \sum_{k=0}^{n-2} 2^{-n+k}u[n-2]$

$\quad = 2^{-n}(2^{n-1}-1)u[n-2]$

$\quad = \left(\frac{1}{2} - 2^{-n}\right)u[n-2]$

Đáp án: $y[n] = \left(\frac{1}{2} - 2^{-n}\right)u[n-2]$

Câu 120:

Tìm đáp ứng của hệ thống TTBB biểu diễn bởi đáp ứng xung $h(t) = \delta\left(t + \frac{\pi}{2}\right) - \delta(t) + 2\delta(t-\pi)$ với tín hiệu vào $x(t) = \sin(t)$

Lời giải:

$y(t) = x(t) * h(t)$

$\quad = \sin(t) * \delta\left(t + \frac{\pi}{2}\right) - \sin(t) * \delta(t) + 2\sin(t) * \delta(t-\pi)$

$\quad = \sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right) - \sin(t) + 2\sin(t-\pi)$

$\quad = \cos(t) - \sin(t) - 2\sin(t)$

$\quad = \cos(t) - 3\sin(t)$

Đáp án: $y(t) = \cos(t) - 3\sin(t)$

Câu 121:

Tìm đáp ứng của hệ thống TTBB biểu diễn bởi đáp ứng xung $h[n] = u[n]$ với tín hiệu vào $x[n] = u[n-3]$

Lời giải:

$y[n] = x[n] * h[n]$

$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k]$

$= \sum_{k=3}^{n} 1$

$= (n-2)u[n-2]$

Đáp án: $y[n] = (n-2)u[n-2]$

Câu 122:

Tìm biến đổi Laplace và miền hội tụ (ROC) của biến đổi cho tín hiệu $x(t) = \delta(t+1)$

Lời giải:

$X(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-st}\,\mathrm{d}t$

$= \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t+1)e^{-st}\,\mathrm{d}t$

$= e^{s}$

ROC: $\forall s$

Đáp án: $X(s) = e^{s}; \mathrm{ROC} : \forall s$

Câu 123:

Tìm biến đổi Laplace và miền hội tụ (ROC) của biến đổi cho tín hiệu $x(t) = e^{5t}u(-t+3)$

Lời giải:

$X(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-st}\,\mathrm{d}t$

$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{5t}u(-t+3)e^{-st}\,\mathrm{d}t$

$= \int_{-\infty}^{3} e^{(5-s)t}\,\mathrm{d}t$

$= \frac{1}{5-s}\left(e^{(5-s)t}\ |_{-\infty}^{3}\right)$

$= \frac{1}{5-s}\left(e^{3(5-s)}\right)$ (ROC: $5 - \mathrm{Re}(s) > 0 \rightarrow \mathrm{Re}(s) < 5$)

Đáp án: $X(s) = -\frac{e^{-3(s-5)}}{s-5}; \mathrm{ROC} : \mathrm{Re}(s) < 5$

Câu 124:

Tìm biến đổi Laplace của tín hiệu $x(t) = \left(e^{3t}u(t)\right) * (tu(t))$

Lời giải:

- $\mathcal{L}\left(e^{3t}u(t)\right) = \frac{1}{s-3}$
- $\mathcal{L}(tu(t)) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\mathcal{L}(u(t))$

  $= -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\frac{1}{s}$

  $= \frac{1}{s^2}$

- $\mathcal{L}(x(t)) = \mathcal{L}(e^{3t}u(t))\mathcal{L}(tu(t))$
$= \frac{1}{s-3}\frac{1}{s^2}$
$= \frac{1}{s^2(s-3)}$

Đáp án: $X(s) = \frac{1}{s^2(s-3)}$

Câu 125:

Tìm tín hiệu nhân quả $x(t)$ có biến đổi Laplace $X(s) = \frac{s^2+s-3}{s^2+3s+2}$

Lời giải:

$X(s) = \frac{s^2+s-3}{s^2+3s+2}$
$= 1 + \frac{-2s-5}{(s+1)(s+2)}$
$= 1 - \frac{3}{s+1} + \frac{1}{s+2}$

$\rightarrow x(t) = \delta(t) - 3e^{-t}u(t) + e^{-2t}u(t)$ (Do x nhân quả)

Đáp án: $x(t) = \delta(t) - 3e^{-t}u(t) + e^{-2t}u(t)$

Câu 126:

Tìm biến đổi Laplace và miền hội tụ (ROC) của biến đổi cho tín hiệu $x(t) = e^{-t}u(t+2)$.

Lời giải:

$\mathcal{L}(x(t)) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-st}\,\mathrm{d}t$
$= \int_{-2}^{+\infty} e^{-t}e^{-st}\,\mathrm{d}t$
$= \int_{-2}^{+\infty} e^{-t(s+1)}\,\mathrm{d}t$
$= \frac{1}{s+1}e^{-t(s+1)} \mid_{-2}^{+\infty}$
$= \frac{e^{2(s+1)}}{s+1}$ (ROC: $\mathrm{Re}(s) + 1 > 0 \rightarrow \mathrm{Re}(s) > -1$)

Đáp án: $X(s) = \frac{e^{2(s+1)}}{s+1}; \mathrm{ROC} : \mathrm{Re}(s) > -1$

Câu 127:

Tìm biến đổi Laplace và miền hội tụ (ROC) của biến đổi cho tín hiệu $x(t) = -e^{-2t}u(-t+2)$.

Lời giải:

$\mathcal{L}(x(t)) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-st}\,\mathrm{d}t$
$= \int_{-\infty}^{2} -e^{-2t}e^{-st}\,\mathrm{d}t$
$= \int_{-\infty}^{2} -e^{-(s+2)t}\,\mathrm{d}t$
$= \frac{1}{s+2}e^{-(s+2)t}\ |_{-\infty}^{2}$
$= \frac{e^{-2(s+2)}}{s+2}$ (ROC: $\mathrm{Re}(s)+2<0 \to \mathrm{Re(s)} < -2$)

Đáp án: $X(s) = \frac{e^{-2(s+2)}}{s+2}; \mathrm{ROC} : \mathrm{Re}(s) < -2$

Câu 128:

Tìm biến đổi Laplace và miền hội tụ (ROC) của biến đổi cho tín hiệu $x(t) = u(-t+3)$.

Lời giải:

$\mathcal{L}(x(t)) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-st}\,\mathrm{d}t$
$= \int_{-\infty}^{3} e^{-st}\,\mathrm{d}t$
$= -\frac{1}{s}e^{-st}\ |_{-\infty}^{3}$
$= -\frac{1}{s}e^{-3s}$ (ROC: $\mathrm{Re}(s) < 0$)

Đáp án: $X(s) = -\frac{e^{-3s}}{s}; \mathrm{ROC} : \mathrm{Re}(s) < 0$

Câu 129:

Tìm tín hiệu nhân quả $x(t)$ có biến đổi Laplace $X(s) = \frac{3s^2+4}{s(s^2+4)}$

Lời giải:

$\mathcal{L}(x(t)) = \frac{3s^2+4}{s(s^2+4)}$
$= \frac{1}{s} + \frac{2s}{s^2+4}$

$\to x(t) = u(t) + 2\cos(2t)u(t)$ (Do x nhân quả)

Đáp án: $x(t) = [1 + 2\cos(2t)]u(t)$

Câu 130:

Tìm biến đổi Laplace của tín hiệu $y(t) = e^{-t}x(t)$ biết rằng tín hiệu $x(t)$ có biến đổi Laplace là $X(s) = \frac{2s}{s^2+2}$

Lời giải:

Sử dụng tính chất dịch trong mặt phẳng s:

$\mathcal{L}\left(e^{(-1)\times t}x(t)\right) = X(s+1)$
$= \frac{2(s+1)}{(s+1)^2+2}$
$= \frac{2s+2}{s^2+2s+3}$

Đáp án: $Y(s) = \frac{2s+2}{s^2+2s+3}$

Câu 131: Giống câu 125, đáp án: $x(t) = \delta(t) - \left(3e^{-t} - e^{-2t}\right)u(t)$

Câu 132:

Tìm tín hiệu nhân quả $x(t)$ biết biến đổi Laplace của nó là $X(s) = \frac{s+2}{s^2+1}$

Lời giải:

$X(s) = \frac{s}{s^2+1} + \frac{2}{s^2+1}$

$\rightarrow x(t) = \cos(t)u(t) + 2\sin(t)u(t)$ (Do x nhân quả)

Đáp án: $x(t) = [\cos(t) + 2\sin(t)]u(t)$

Câu 133:

Tìm tín hiệu $x(t)$ có biến đổi Laplace là $X(s) = \frac{5-s}{s^2-s-2}$, biết rằng biến đổi Fourier của $x(t)$ hội tụ.

Lời giải:

$$\begin{aligned} X(s) &= \frac{5-s}{s^2-s-2} \\ &= \frac{5-s}{(s+1)(s-2)} \\ &= -\frac{2}{s+1} + \frac{1}{s-2} \end{aligned}$$

Điều kiện: $x(t)$ là tín hiệu năng lượng hay $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, \mathrm{d}t < +\infty$

$\rightarrow x(t) = -2e^{-t}u(t) - e^{2t}u(-t)$

Đáp án: $x(t) = -e^{-2t}u(-t) - 2e^{-t}u(t)$

Câu 134:

Tìm đáp ứng của hệ thống có đáp ứng xung $h(t) = e^{-t}u(t)$ với tín hiệu vào $x(t) = e^{t}u(t-1)$

Lời giải:

(Có thể dùng Laplace)

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)y(t-\tau) \, \mathrm{d}\tau \\ &= \int_{1}^{t} e^{\tau}e^{-t+\tau} \, \mathrm{d}\tau u[t-1] \\ &= \int_{1}^{t} e^{2\tau-t} \, \mathrm{d}\tau u[t-1] \\ &= \frac{1}{2}e^{2\tau-t} \, |_{1}^{t} \, u[t-1] \\ &= \frac{1}{2}(e^{t} - e^{2-t})u[t-1] \end{aligned}$$

Đáp án: $y(t) = \frac{1}{2}(e^{t} - e^{-t+2})u(t-1)$

Câu 135:

Tìm đáp ứng của hệ thống nhân quả có hàm truyền (hàm chuyển) $H(s) = \frac{2s^2+2s-2}{s^2-1}$ với tín hiệu vào $x(t) = u(t)$

Lời giải:

$X(s) = \frac{1}{s}$
$Y(s) = X(s)H(s)$
$\quad = \frac{1}{s}\frac{2s^2+2s-2}{s^2-1}$
$\quad = \frac{1}{s-1} + \frac{2}{s} - \frac{1}{s+1}$

$\rightarrow y(t) = e^t u(t) + 2u(t) - e^{-t}u(t)$

Đáp án: $y(t) = (2 - e^{-t} + e^t)u(t)$

Câu 136:

Tìm đáp ứng của hệ thống nhân quả có hàm truyền (hàm chuyển) $H(s) = \frac{s^2-s-1}{s^2+2s}$ với tín hiệu vào $x(t) = \cos(t)u(t)$

Lời giải:

$X(s) = \frac{s}{s^2+1^2}$
$Y(s) = X(s)H(s)$
$\quad = \frac{s}{s^2+1}\frac{s^2-s-1}{s^2+2s}$
$\quad = \frac{s^2-s-1}{(s^2+1)(s+2)}$
$\quad = \frac{1}{s+2} - \frac{1}{s^2+1}$

$\rightarrow y(t) = e^{-2t}u(t) - \sin(t)u(t)$

Đáp án: $y(t) = [e^{-2t} - \sin(t)]u(t)$

Câu 137:

Tính giá trị đáp ứng tại $t = \infty$ của một hệ thống nhân quả có hàm truyền (hàm chuyển) $H(s) = \frac{2(s-25)}{s+10}$ với tín hiệu vào $x(t) = (1 - e^{-2t})u(t)$

Lời giải:

$X(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+2}$
$Y(s) = X(s)H(s)$
$\quad = \frac{2(s-25)}{s(s+10)} - \frac{2(s-25)}{(s+2)(s+10)}$
$\quad = -\frac{5}{s} + \frac{7}{s+10} - \frac{27}{4(s+2)} + \frac{35}{4(s+10)}$
$\quad = -\frac{5}{s} - \frac{\frac{27}{4}}{s+2} + \frac{\frac{63}{4}}{s+10}$

$\rightarrow y(t) = -5u(t) - \frac{27}{4}e^{-2t}u(t) + \frac{63}{4}e^{-10t}u(t)$

$\rightarrow y(+\infty) = -5$

Đáp án: $y(\infty) = -5$

Câu 138:

Tìm đáp ứng của hệ thống nhân quả biểu diễn bởi phương trình vi phân $y'(t) - y(t) = x(t)$ với tín hiệu vào $x(t) = e^{-t}u(t-1)$

Lời giải:

$$X(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t}u(t-1)e^{-st}\,\mathrm{d}t$$
$$= \int_{1}^{+\infty} e^{-t}e^{-st}\,\mathrm{d}t$$
$$= -\tfrac{1}{s+1}e^{-(s+1)t}\Big|_1^{+\infty}$$
$$= \tfrac{e^{-(s+1)}}{s+1} \qquad \text{(ROC: } \mathrm{Re}(s) + 1 \geq 0\text{)}$$

$y'(t) - y(t) = x(t)$

$\to sY(s) - Y(s) = X(s)$

$$\to Y(s) = \tfrac{e^{-(s+1)}}{(s+1)(s-1)}$$
$$= \tfrac{1}{2}e^{-(s+1)}\left(\tfrac{1}{s-1} + \tfrac{1}{s+1}\right)$$
$$= \tfrac{e^{-1}}{2}\left(\tfrac{e^{-s\times 1}}{s-1} + \tfrac{e^{-s\times 1}}{s+1}\right)$$

$$\to y(t) = \tfrac{e^{-1}}{2}\left(e^{t-1}u(t-1) + e^{-t+1}u(t-1)\right)$$
$$= \tfrac{1}{2}(e^{t-2} + e^{-t})u(t-1)$$

Đáp án: $y(t) = \frac{1}{2}(e^{t-2} + e^{-t})u(t-1)$

Câu 139:

Tìm tín hiệu nhân quả $x(t)$ là đầu vào của một hệ thống có hàm truyền (hàm chuyển) $H(s) = \frac{1}{2s^2+s+1}$ khi đáp ứng $y(t)$ có biến đổi Laplace là $Y(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+1)}$

Lời giải:

$$X(s) = \tfrac{Y(s)}{H(s)}$$
$$= \tfrac{2s^2+s+1}{(s+1)(s^2+1)}$$
$$= \tfrac{1}{s+1} + \tfrac{s}{s^2+1}$$

$\to x(t) = e^{-t}u(t) + \cos(t)u(t)$

Đáp án: $x(t) = (e^{-t} + \cos(t))u(t)$

Câu 140:

Tìm tín hiệu nhân quả $x(t)$ là đầu vào của một hệ thống có hàm truyền (hàm chuyển) $H(s) = \frac{s^2+1}{s^2+s-2}$ khi đáp ứng $y(t) = e^{-2t}u(t)$

Lời giải:

$Y(s) = \frac{1}{s+2}$
$X(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$

$= \frac{1}{s+2}\frac{(s-1)(s+2)}{s^2+1}$

$= \frac{s-1}{s^2+1}$

$= \frac{s}{s^2+1} - \frac{1}{s^2+1}$

$x(t) = \cos(t)u(t) - \sin(t)u(t)$

Đáp án: $x(t) = [\cos(t) - \sin(t)]u(t)$

Câu 141:

Tìm đáp ứng của hệ thống nhân quả có hàm truyền (hàm chuyển) $H(s) = \frac{s^2+1}{s^2-1}$ với tín hiệu vào $x(t) = [\cos(t) + \sin(t)]u(t)$

Lời giải:

$X(s) = \frac{s+1}{s^2+1}$
$Y(s) = X(s)H(s)$

$= \frac{s^2+1}{s^2-1}\frac{s+1}{s^2+1}$

$= \frac{s+1}{s^2-1}$

$= \frac{1}{s-1}$

$\rightarrow y(t) = e^t u(t)$

Đáp án: $y(t) = e^t u(t)$

Câu 142:

Tìm đáp ứng tần số của hệ thống TTBB nhân quả có hàm truyền (hàm chuyển) $H(s) = \frac{1}{s+2}$

Lời giải:

$H(s) = \frac{1}{s+2} \rightarrow h(t) = e^{-2t}u(t)$

Thay $s = jw \rightarrow H(w) = \frac{1}{jw+2}$

Đáp án: $H(w) = \frac{1}{jw+2}$

Câu 143:

Tìm đáp ứng tần số của hệ thống TTBB nhân quả có hàm truyền (hàm chuyển) $H(s) = \frac{1}{s-2}$

Lời giải:

$H(s) = \frac{1}{s-2} \rightarrow h(t) = e^{2t}u(t) \rightarrow h(t)$ không phải tín hiệu năng lượng.

Đáp án: Không tồn tại.

Câu 144:

Tìm đáp ứng tần số của hệ thống TTBB nhân quả có hàm truyền (hàm chuyển) $H(s) = \frac{1}{s^2+1}$

Lời giải:

$H(s) = \frac{1}{s^2+1} \rightarrow h(t) = \cos(t)u(t) \rightarrow h(t)$ không phải tín hiệu năng lượng nên không hội tụ.

Đáp án: Không tồn tại (đáp ứng tần số không hội tụ)

Câu 145:

Tìm hàm truyền (hàm chuyển) của hệ thống TTBB được biểu diễn bởi phương trình vi phân $3y''(t) - 2y'(t) - y(t) = 2x'(t) + x(t)$

Lời giải:

$3y''(t) - 2y'(t) - y(t) = 2x'(t) + x(t)$

$\rightarrow 3s^2Y(s) - 2sY(s) - Y(s) = 2sX(s) + X(s)$

$\rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{2s+1}{3s^2-2s-1}$

$\rightarrow H(s) = \frac{2s+1}{3s^2-2s-1}$

Đáp án: $H(s) = \frac{2s+1}{3s^2-2s-1}$

Câu 146:

Tìm đáp ứng tần số của hệ thống TTBB nhân quả được biểu diễn bằng phương trình vi phân $y'(t) + 2y(t) = x(t)$

Lời giải:

$y'(t) + 2y(t) = x(t)$

$\rightarrow sY(s) + 2Y(s) = X(s)$

$\rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s+2}$

$\rightarrow H(s) = \frac{1}{s+2}$

$\rightarrow H(w) = \frac{1}{jw+2}$

Đáp án: $H(w) = \frac{1}{jw+2}$

Câu 147:

Tìm đáp ứng tần số của hệ thống TTBB nhân quả được biểu diễn bởi phương trình $y'(t) - 2y(t) = x(t)$

Lời giải:

$y'(t) - 2y(t) = x(t)$

$\rightarrow sY(s) - 2Y(s) = X(s)$

$\rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s-2}$

$\rightarrow H(s) = \frac{1}{s-2} \rightarrow h(t) = e^{2t}u(t) \rightarrow h(t)$ không phải tín hiệu năng lượng.

Đáp án: Không tồn tại.

Câu 148:

Tìm đáp ứng tần số của hệ thống TTBB nhân quả được biểu diễn bởi phương trình $y''(t) + y(t) = x(t)$

Lời giải:

$y''(t) + y(t) = x(t)$

$\rightarrow s^2Y(s) + Y(s) = X(s)$

$\rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s^2+1}$

$\rightarrow H(s) = \frac{1}{s^2+1}$

$\rightarrow h(t) = \sin(t)u(t)$

$\rightarrow h(t)$ không phải tín hiệu năng lượng nên $H(w)$ không hội tụ

Đáp án: Không tồn tại (đáp ứng tần số không hội tụ)

Câu 149:

Tìm đáp ứng tần số của hệ thống TTBB nhân quả được biểu diễn bởi phương trình $y''(t) - y(t) = x(t)$

Lời giải:

$y''(t) - y(t) = x(t)$

$\rightarrow s^2Y(s) - Y(s) = X(s)$

$\rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s^2-1}$

$\rightarrow H(s) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{s-1} + \frac{1}{s+1}\right)$

$\rightarrow h(t) = -\frac{1}{2}e^{t}u(t) + \frac{1}{2}e^{-t}u(t) \rightarrow h(t)$ không phải tín hiệu năng lượng.

Đáp án: Không tồn tại.

Câu 150:

Tìm đáp ứng tần số của hệ thống TTBB nhân quả được biểu diễn bởi phương trình $y''(t) + y'(t) + y(t) = x(t)$

Lời giải:

$y''(t) + y'(t) + y(t) = x(t)$

$\rightarrow s^2Y(s) + sY(s) + Y(s) = X(s)$

$\rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s^2+s+1}$

$\to H(s) = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\left(s+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}$

$\to h(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} e^{-\frac{1}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) u(t)$

$\to H(w) = \frac{1}{-w^2+jw+1}$

Đáp án: $H(w) = \frac{1}{-w^2+jw+1}$

Câu 151:

Cho hệ thống TTBB có hàm truyền (hàm chuyển) $H(s) = \frac{1}{s^2+4s+5}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

Lời giải:

$H(s) = \frac{1}{(s+2)^2+1}$

$\to H(s) = \frac{1}{(s+2-i)(s+2+i)}$

$\to H(s) = \frac{1}{2j}\left(\frac{1}{s+2-j} - \frac{1}{s+2+j}\right)$

- Nếu hệ thông nhân quả thì:

$h(t) = \frac{1}{2j}\left(e^{(j-2)t}u(t) - e^{-(j+2)t}u(t)\right)$

$\to h(t) = \frac{e^{-2t}}{2j} u(t)\left(e^{jt} - e^{-jt}\right)$

$\to h(t) = \frac{e^{-2t}}{2j} u(t)(2j\sin(t))$

$\to h(t) = e^{-2t}\sin(t)u(t)$

Như vậy, hệ thống sẽ ổn định.

Đáp án: Hệ thống ổn định khi nó nhân quả

Câu 152:

Cho hệ thống TTBB có hàm truyền (hàm chuyển) $H(s) = \frac{1}{s^2+s-6}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

Lời giải:

$H(s) = \frac{1}{(s-2)(s+3)}$

$H(s) = \frac{1}{5}\left(\frac{1}{s-2} - \frac{1}{s+3}\right)$

$\frac{1}{s-2} \to \begin{cases} e^{2t}u(t) \text{ Khi hệ thống nhân quả} \\ -e^{2t}u(-t) \text{ Khi hệ thống phản nhân quả} \end{cases}$

$\frac{1}{s+3} \to \begin{cases} e^{-3t}u(t) \text{ Khi hệ thống nhân quả} \\ -e^{-3t}u(-t) \text{ Khi hệ thống phản nhân quả} \end{cases}$

$\to$ Hệ thống có thể ổn định nhưng không thể vừa ổn định vừa nhân quả.

Đáp án: Hệ thống không thể vừa nhân quả vừa ổn định.

Câu 153:

Cho hệ thống TTBB được mô tả bởi phương trình $y''(t) + \frac{5}{2}y'(t) + y(t) = x(t)$ Trong các phát biểu sau đây, phát biểu nào đúng?

Lời giải:

$y''(t) + \frac{5}{2}y'(t) + y(t) = x(t)$

$\rightarrow s^2Y(s) + \frac{5}{2}sY(s) + Y(s) = X(s)$

$\rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{(s+\frac{1}{2})(s+2)}$

$\rightarrow H(s) = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{s+\frac{1}{2}} - \frac{1}{s+2}\right)$

$\frac{1}{s+\frac{1}{2}} \rightarrow \begin{cases} e^{-\frac{1}{2}t}u(t) \text{ Khi hệ thống nhân quả} \\ -e^{-\frac{1}{2}t}u(-t) \text{ Khi hệ thống phản nhân quả} \end{cases}$

$\frac{1}{s+2} \rightarrow \begin{cases} e^{-2t}u(t) \text{ Khi hệ thống nhân quả} \\ -e^{-2t}u(-t) \text{ Khi hệ thống phản nhân quả} \end{cases}$

$\rightarrow$ Hệ thống nhân quả thì ổn định.

Đáp án: Hệ thống ổn định nếu nó nhân quả

Câu 154:

Tìm hàm truyền (hàm chuyển) của hệ thống và xem xét tính ổn định của hệ thống nhân quả được biểu diễn bởi phương trình vi phân sau đây:

$\frac{\mathrm{d}^2y(t)}{\mathrm{d}^2t} + 5\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} + 6y(t) = \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + 6x(t)$

Lời giải:

$\frac{\mathrm{d}^2y(t)}{\mathrm{d}^2t} + 5\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} + 6y(t) = \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + 6x(t)$

$\rightarrow s^2Y(s) + 5sY(s) + 6Y(s) = sX(s) + 6X(s)$

$\rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s+6}{s^2+5s+6}$

$\rightarrow H(s) = \frac{s+6}{(s+2)(s+3)}$

$\rightarrow H(s) = \frac{4}{s+2} - \frac{3}{s+3}$

$\rightarrow h(t) = 4e^{-2t}u(t) - 3e^{-3t}u(t)$

$\rightarrow$ Hệ thống ổn định.

Đáp án: $H(s) = \frac{s+6}{s^2+5s+6}$; hệ thống ổn định

Câu 155:

Cho hệ thống TTBB có hàm truyền (hàm chuyển) $H(s) = \frac{s+2}{s^2+10s+100}$. Phát biểu nào sau đây đúng:

Lời giải:

$H(s) = \frac{s+2}{s^2+10s+100}$

$\rightarrow H(s) = \frac{s+2}{(s+5)^2+75}$

$\rightarrow H(s) = \frac{s+5}{(s+5)^2+75} - \frac{3}{5\sqrt{3}}\frac{5\sqrt{3}}{(s+5)^2+75}$

$\frac{s+5}{(s+5)^2+75} \rightarrow \begin{cases} e^{-5t}\cos\left(5\sqrt{3}t\right)u(t) \text{ Khi hệ thống nhân quả} \\ e^{-5t} - \cos\left(-5\sqrt{3}t\right)u(-t) \text{ Khi hệ thống phản nhân quả} \end{cases}$

$\frac{3}{5\sqrt{3}}\frac{5\sqrt{3}}{(s+5)^2+75} \rightarrow \begin{cases} e^{-5t}\frac{3}{5\sqrt{3}}\cos\left(5\sqrt{3}t\right)u(t) \text{ Khi hệ thống nhân quả} \\ e^{-5t} - \frac{3}{5\sqrt{3}}\cos\left(5\sqrt{3}t\right)u(-t) \text{ Khi hệ thống phản nhân quả} \end{cases}$

$\rightarrow$ Nếu hệ thống nhân quả thì sẽ ổn định

Đáp án: Hệ thống ổn định khi nó nhân quả

Câu 156:

Cho hệ thống TTBB có hàm truyền (hàm chuyển) $H(s) = \frac{s+2}{s^2+2}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

Lời giải:

$H(s) = \frac{s}{s^2+2} + \frac{2}{s^2+2}$

$\frac{s}{s^2+2} \rightarrow \begin{cases} \cos\left(\sqrt{2}t\right)u(t) \text{ Nếu hệ thống nhân quả} \\ -\cos\left(\sqrt{2}t\right)u(-t) \text{ Nếu hệ thống phản nhân quả} \end{cases}$

$\frac{2}{s^2+2} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{2}\sin\left(\sqrt{2}t\right)u(t) \text{ Nếu hệ thống nhân quả} \\ -\sqrt{2}\sin\left(\sqrt{2}t\right)u(-t) \text{ Nếu hệ thống phản nhân quả} \end{cases}$

$\rightarrow$ Hệ thống không thể ổn định. ($\int_{-\infty}^{+\infty}|h(t)|$ không thể hội tụ)

Đáp án: Hệ thống không thể ổn định

Câu 157:

Trong các hệ thống nhân quả được biểu diễn bởi các hàm truyền (hàm chuyển) sau đây, hệ thống nào ổn định?

Lời giải:

$H(s) = \frac{s}{s^2+1} \rightarrow h(s) = \cos(t)u(t)$ không thể ổn định.

$H(s) = \frac{s}{(s+1)^2} = \frac{1}{s+1} - \frac{1}{(s+1)^2} \rightarrow h(t) = e^{-t}u(t) - te^{-t}u(t)$ ổn định

$H(s) = \frac{s}{s^2-1} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{s-1} + \frac{1}{s+1}\right) \rightarrow h(t) = \frac{1}{2}(e^{-t} + e^{t})u(t)$ không ổn định

$H(s) = \frac{s}{(s-1)^2} = \frac{1}{s-1} + \frac{1}{(s+1)^2} \rightarrow h(t) = e^{t}u(t) + te^{t}u(t)$ không ổn định

Đáp án: $H(s) = \frac{s}{(s+1)^2}$

Câu 158:

Trong các hệ thống được biểu diễn bởi các hàm truyền (hàm chuyển) sau đây, hệ thống nào KHÔNG THỂ ổn định?

Lời giải:

$H(s) = \frac{s}{s^2+1} \rightarrow h(s) = \cos(t)u(t)$ không thể ổn định.

$H(s) = \frac{s}{s^2-1} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{s-1} + \frac{1}{s+1}\right) \to h(t) = \frac{1}{2}\left(e^{-t}u(t) - e^{t}u(-t)\right)$ ổn định. (ROC: $1 > \mathrm{Re}(s) > -1$)

$H(s) = \frac{s}{(s+1)^2} = \frac{1}{s+1} - \frac{1}{(s+1)^2} \to h(t) = e^{-t}u(t) - te^{-t}u(t)$ ổn định.

$H(s) = \frac{s}{(s-1)^2} = \frac{1}{s-1} + \frac{1}{(s+1)^2} \to h(t) = -e^{t}u(-t) + -te^{t}u(-t)$ ổn định khi phản nhân quả.

Đáp án: $H(s) = \frac{s}{s^2+1}$

Câu 159:

Xác định vùng hội tụ (ROC) của biến đổi Z của tín hiệu $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|}$

Lời giải:

$$\begin{aligned} X(z) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]z^{-n} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{-1} \left(\tfrac{1}{2}\right)^{-n} z^{-n} + \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\tfrac{1}{2}\right)^{n} z^{-n} \\ &= \sum_{1}^{+\infty} \left(\tfrac{1}{2}\right)^{n} z^{n} + \frac{1}{1-\frac{1}{2z}} \\ &= \frac{z}{2}\frac{1}{1-\frac{z}{2}} + \frac{1}{1-\frac{1}{2z}} \end{aligned}$$

ROC: $|\frac{z}{2}| < 1 \wedge |\frac{1}{2z}| < 1 \to \frac{1}{2} < |z| < 2$

Đáp án: $\frac{1}{2} < |z| < 2$

Câu 160:

Tìm tín hiệu nhân quả $x[n]$ có biến đổi Z là $X(z) = \frac{z^{-2}}{1+z^{-2}}$

Lời giải:

$$\begin{aligned} X(z) &= 1 - \frac{1}{(1+jz^{-1})(1-jz^{-1})} \\ &= 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1-jz^{-1}} + \frac{1}{1+jz^{-1}}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x[n] &= \delta[n] - \frac{1}{2}\left(j^n + (-j)^n\right)u[n] \\ &= \delta[n] - \frac{1}{2}\left(e^{j\frac{\pi}{2}n} + e^{-j\frac{\pi}{2}n}\right)u[n] \\ &= \delta[n] - \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)u[n] \qquad = -\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)u[n-2] \end{aligned}$$

Đáp án: $x[n] = -\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)u[n-2]$

Câu 161: Giống câu 160, đáp án là $x[n] = -\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)u[n-2]$

Câu 162:

Tìm biến đổi Z và vùng hội tụ (ROC) của biến đổi cho tín hiệu $x[n] = 2^n u[n+1]$

Lời giải:

$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]z^{-n}$

$= \sum_{n=-1}^{+\infty} 2^n z^{-n}$

$= \frac{z}{2}\frac{1}{1-\frac{2}{z}}$

$= \frac{2^{-1}z}{1-2z^{-1}}$ ROC: $|\frac{2}{z}| < 1 \rightarrow |z| > 2$

Đáp án: $X(z) = \frac{2^{-1}z}{1-2z^{-1}}$; ROC: $|z| > 2$

Câu 163:

Tìm vùng hội tụ (ROC) của biến đổi Z cho tín hiệu $x[n] = u[n] - u[n-10]$

Lời giải:

$X(Z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]z^{-n}$

$= \sum_{n=0}^{9} z^{-n}$

$\rightarrow$ ROC : $z \neq 0$

Đáp án: $z \neq 0$

Câu 164:

Cho một tín hiệu $x[n]$ có biến đổi Z là $X(z)$ với vùng hội tụ (ROC) là $2 < |z| < 3$. Tìm vùng hội tụ của biến đổi Z của tín hiệu $y[n] = (-4)^n x[n]$

Lời giải:

Sử dụng tính chất co giãn trên mặt phẳng Z:

$\rightarrow$ ROC: $|-4|\ 2 < |z| < |-4|\ 3 \rightarrow 8 < |z| < 12$

Đáp án: ROC của $Y(z) : 8 < |z| < 12$

Câu 165:

Tìm vùng hội tụ (ROC) của biến đổi Z cho tín hiệu $x[n] = 3^{|n|}$

Lời giải:

$X(z) = \sum_{-\infty}^{+\infty} x[n]z^{-n}$

$= \sum_{-\infty}^{-1} 3^{-n}z^{-n} + \sum_{0}^{+\infty} 3^n z^{-n} = \sum_{1}^{+\infty} 3^n z^n + \frac{1}{1-3z^{-1}}$

$= \frac{3z}{1-3z} + \frac{1}{1-3z^{-1}}$ (ROC: $|3z^{-1}| < 1, |3z| < 1 \rightarrow 3 < |z| < \frac{1}{3}$)

Đáp án: ROC của $X(z) : \emptyset(\forall z$ không hội tụ)

Câu 166:

Tìm biến đổi Z và vùng hội tụ (ROC) của biến đổi cho tín hiệu $x[n] = [2^{-n} + (-3)^n]u[n]$

Lời giải:

$X(z) = \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{1}{1+3z^{-1}}$

$= \frac{2+\frac{5}{2}z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1+3z^{-1})}$

$= \frac{2z^2+\frac{5}{2}z}{(z-\frac{1}{2})(z+3)}$

$= \frac{z(2z+\frac{5}{2})}{(z-\frac{1}{2})(z+3)}$ (ROC: $|z| > 3, |z| > \frac{1}{2} \rightarrow |z| > 3$)

Đáp án: $X(z) = \frac{z(2z+\frac{5}{2})}{(z-\frac{1}{2})(z+3)}$; ROC: $|z| > 3$

Câu 167:

Tìm tín hiệu nhân quả $x[n]$ có biến đổi Z là:

$X(z) = \frac{z^{-1}}{(1+\frac{1}{2}z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})}$

$X(z) = \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$

$\rightarrow x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$ (Do x nhân quả)

Đáp án: $x[n] = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right] u[n]$

Câu 168:

Tìm đáp ứng xung của một hệ thống nhân quả có hàm truyền (hàm chuyển) $H(z) = \frac{z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$ với tín hiệu vào $x[n] = (-2)^n u[n]$

Lời giải:

$X(z) = \frac{1}{1+2z^{-1}}$
$Y(z) = X(z)H(z)$

$= \frac{z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1+2z^{-1})}$

$= \frac{2}{5}\left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{1}{1+2z^{-1}}\right)$

$\rightarrow y[n] = \frac{2}{5}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - (-2)^n u[n]\right)$ (Hệ thống nhân quả)

$\rightarrow y[n] = \frac{1}{5}\left(2^{-n+1} + (-2)^{n+1}\right) u[n] = \frac{1}{5}\left(2^{-n+1} + (-2)^{n+1}\right) u[n-1]$

Đáp án: $y[n] = \frac{1}{5}\left(2^{-n+1} + (-2)^{n+1}\right) u[n-1]$

Câu 169:

Tìm đáp ứng của một hệ thống nhân quả có hàm truyền (hàm chuyển) $H(z) = \frac{z^{-1}}{1+z^{-1}}$ với tín hiệu vào $x[n] = 2^{-n} u[n]$.

Lời giải:

$X(z) = \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$

$Y(z) = X(z)H(z)$

$= \frac{z^{-1}}{(1+z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})}$

$= \frac{2}{3}\left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{1}{1+z^{-1}}\right)$

$\rightarrow y[n] = \frac{2}{3}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n - (-1)^n\right)u[n]$ (Hệ thống nhân quả)

$\rightarrow y[n] = \frac{1}{3}\left(2(-1)^{n-1} + 2^{-n+1}\right)u[n] = \frac{1}{3}\left(2(-1)^{n-1} + 2^{-n+1}\right)u[n-1]$

Đáp án: $y[n] = \frac{1}{3}\left(2(-1)^{n-1} + 2^{-n+1}\right)u[n-1]$

Câu 170:

Tìm đáp ứng của một hệ thống có đáp ứng xung $h[n] = 2^n u[n-1]$ với tín hiệu vào $x[n] = 2^{-n}u[n]$

Lời giải:

$X(z) = \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$

$H(z) = \frac{2z^{-1}}{1-2z^{-1}}$

$Y(z) = X(z)H(z)$

$= \frac{2z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-2z^{-1})}$

$= \frac{2}{3}\left(\frac{1}{1-2z^{-1}} - \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}\right)$

$\rightarrow y[n] = \frac{2}{3}(2^n - 2^{-n})u[n]$

Đáp án: $y[n] = \frac{2}{3}(2^n - 2^{-n})u[n]$

Câu 171:

Tìm đáp ứng của hệ thống nhân quả biểu diễn bởi hàm truyền (hàm chuyển) $H(z) = \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$ với tín hiệu vào $x[n] = u[n]$.

Lời giải:

$X(z) = \frac{1}{1-z^{-1}}$

$Y(z) = X(z)H(z)$

$= \frac{1}{(1-z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})}$

$= \frac{2}{1-z^{-1}} - \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$

$\rightarrow y[n] = 2u[n] - \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] = (2 - 2^{-n})u[n]$

Đáp án: $y[n] = (2 - 2^{-n})u[n]$

Câu 172:

Tìm đáp ứng của một hệ thống có đáp ứng xung $h[n] = 2^n u[n]$ với tín hiệu vào $x[n] = u[n]$

Lời giải:

$X(z) = \frac{1}{1-z^{-1}}$

$H(z) = \frac{1}{1-2z^{-1}}$

$Y(z) = X(z)H(z)$

$= \frac{1}{(1-z^{-1})(1-2z^{-1})}$

$= -\frac{1}{1-z^{-1}} + \frac{2}{1-2z^{-1}}$

$y[n] = -u[n] + 2^{n+1}u[n]$

Đáp án: $y[n] = -u[n] + 2^{n+1}u[n]$

Câu 173:

Tìm đáp ứng của một hệ thống nhân quả có hàm truyền (hàm chuyển) $H(z) = \frac{z^{-1}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$ với tín hiệu vào $x[n] = 2^n u[n]$.

Lời giải:

$X(z) = \frac{1}{1-2z^{-1}}$

$Y(z) = X(z)H(z)$

$= \frac{z^{-1}}{(1+\frac{1}{2}z^{-1})(1-2z^{-1})}$

$= \frac{2}{5}\left(\frac{1}{1-2z^{-1}} - \frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}\right)$

$y[n] = \frac{2}{5}\Big(2^n - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\Big)u[n]$ (Hệ thống nhân quả)

Đáp án: $y[n] = \frac{2}{5}\Big(2^n - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\Big)u[n]$

Câu 174:

Tìm đáp ứng của một hệ thống nhân quả có hàm truyền (hàm chuyển) $H(z) = \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}$ với tín hiệu vào $x[n] = 2^{-n}u[n]$.

Lời giải:

$X(z) = \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$

$Y(z) = X(z)H(z)$

$= \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})}$

$= 2\left(\frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}\right)$

$y[n] = 2\Big(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\Big)u[n]$ (Hệ thống nhân quả)

$y[n] = (2 - 2^{-n+1})u[n]$

Đáp án: $y[n] = (2 - 2^{-n+1})u[n]$

Câu 175:

Tìm đáp ứng của hệ thống nhân quả biểu diễn bởi hàm truyền (hàm chuyển $H(z) = \frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$ với tín hiệu vào $x[n] = u[n]$.

Lời giải:

$X(z) = \frac{1}{1-z^{-1}}$
$Y(z) = X(z)H(z)$
$\quad = \frac{1}{(1+\frac{1}{2}z^{-1})(1-z^{-1})}$
$\quad = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{2}{1-z^{-1}}\right)$

$y[n] = \frac{1}{3}\Big(\big(-\frac{1}{2}\big)^n u[n] + 2u[n]\Big)$ (Hệ thống nhân quả)

$y[n] = \Big(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\big(-\frac{1}{2}\big)^n\Big)u[n]$

Đáp án: $y[n] = \Big(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\big(-\frac{1}{2}\big)^n\Big)u[n]$

Câu 176:

Tìm đáp ứng tần số của một hệ thống nhân quả có hàm truyền (hàm chuyển)
$H(z) = \frac{z^{-1}}{1+\frac{3}{2}z^{-1}-z^{-2}}$

Lời giải:

$H(z) = \frac{z^{-1}}{(2-z^{-1})(\frac{1}{2}+z^{-1})}$
$\quad = \frac{1}{5}\left(\frac{2}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{2}{1+2z^{-1}}\right)$

$h[n] = \frac{2}{5}\big(\frac{1}{2}\big)^n u[n] - \frac{2}{5}(-2)^n u[n]$ (Hệ thông nhân quả) không phải tín hiệu năng lượng nên đáp ứng tần số không hội tụ.

Đáp án: Không tồn tại ($H(\Omega)$ không hội tụ)

Câu 177:

Tìm một phương trình sai phân biểu diễn hệ thống có đáp ứng xung $h[n] = 2^{-n}u[n] + 3^{-n+2}u[n-1]$

Lời giải:

$H(z) = \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{3z^{-1}}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}$
$\to H(z) = \frac{1-\frac{1}{3}z^{-1}+3z^{-1}-\frac{3}{2}z^{-2}}{1-\frac{5}{6}z^{-1}+\frac{1}{6}z^{-2}}$
$\to H(z) = \frac{1+\frac{8}{3}z^{-1}-\frac{3}{2}z^{-2}}{1-\frac{5}{6}z^{-1}+\frac{1}{6}z^{-2}}$

$\to 6y[n] - 5y[n-1] + y[n-2] = 6x[n] + 16x[n-1] - 9x[n-2]$

Đáp án: $6y[n] - 5y[n-1] + y[n-2] = 6x[n] + 16x[n-1] - 9x[n-2]$

Câu 178:

Tìm đáp ứng xung của một hệ thống nhân quả được mô tả bởi phương trình sai phân $y[n]+\frac{1}{4}y[n-2]=2x[n]$

Lời giải:

$Y(z)+\frac{1}{4}z^{-2}Y(z)=2X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{2}{1+\frac{1}{4}z^{-2}}$

$\rightarrow H(z)=\frac{2}{(1+\frac{1}{2}jz^{-1})(1-\frac{1}{2}jz^{-1})}$

$\rightarrow H(z)=\frac{1}{1+\frac{1}{2}jz^{-1}}+\frac{1}{1-\frac{1}{2}jz^{-1}}$

$\rightarrow h[n]=\left[\left(-\frac{1}{2}j\right)^n+\left(\frac{1}{2}j\right)^n\right]u[n]$ (Hệ thống nhân quả)

$\rightarrow h[n]=\left(\frac{1}{2}\right)^n 2\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)u[n]$

$\rightarrow h[n]=2^{-n+1}\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)u[n]$

Đáp án: $h[n]=2^{-n+1}\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)u[n]$

Câu 179:

Tìm đáp ứng xung của một hệ thống ổn định được mô tả bởi phương trình sai phân

$y[n]+\frac{1}{4}y[n-1]-\frac{1}{8}y[n-2]=-2x[n]+\frac{5}{4}x[n-1]$

Lời giải:

$Y(z)+\frac{1}{4}z^{-1}Y(z)-\frac{1}{8}z^{-2}Y(z)=-2X(z)+\frac{5}{4}z^{-1}X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{-2+\frac{5}{4}z^{-1}}{1+\frac{1}{4}z^{-1}-\frac{1}{8}z^{-2}}$

$\rightarrow H(z)=\frac{-2+\frac{5}{4}z^{-1}}{(1-\frac{1}{4}z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})}$

$\rightarrow H(z)=\frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}-\frac{3}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$

$\rightarrow h[n]=\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]-3\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$ (Hệ thống ổn định)

$\rightarrow h[n]=\left(4^{-n}-3(-2)^{-n}\right)u[n]$

Đáp án: $h[n]=\left(4^{-n}-3(-2)^{-n}\right)u[n]$

Câu 180:

Tìm đáp ứng tần số của một hệ thống nhân quả có hàm truyền (hàm chuyển) $H(z)=\frac{z^{-1}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}-\frac{1}{2}z^{-2}}$

Lời giải:

$H(z)=\frac{z^{-1}}{(1+z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})}$

$\rightarrow H(z)=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}-\frac{1}{1+z^{-1}}\right)$

$\rightarrow h[n]=\frac{2}{3}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]-(-1)^n u[n]\right)$

$\rightarrow h[n]$ không phải tín hiệu năng lượng nên không tồn tại đáp ứng tần số.

Đáp án: Không tồn tại ($H(\Omega)$ không hội tụ)

Câu 181:

Tìm đáp ứng tần số của một hệ thống nhân quả được mô tả bằng phương trình sai phân $y[n] + \frac{3}{2}y[n-1] - y[n-2] = x[n-1]$

Lời giải:

$Y(z) + \frac{3}{2}z^{-1}Y(z) - z^{-2}Y(z) = z^{-1}X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(s)} = \frac{z^{-1}}{1+\frac{3}{2}z^{-1}-z^{-2}}$

$\rightarrow H(z) = \frac{z^{-1}}{(1+2z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})}$

$\rightarrow H(z) = \frac{2}{5}\left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{1}{1+2z^{-1}}\right)$

$\rightarrow h[n] = \frac{2}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - \frac{2}{5}(-2)^n u[n]$ (Hệ thống nhân quả) không phải là tín hiệu năng lượng nên không tồn tại đáp ứng tần số.

Đáp án: Không tồn tại ($H(\Omega)$ không hội tụ)

Câu 182:

Tìm đáp ứng tần số của một hệ thống nhân quả được mô tả bằng phương trình sai phân $y[n] + \frac{1}{6}y[n-1] - \frac{1}{3}y[n-2] = x[n-1]$

Lời giải:

$Y(z) + \frac{1}{6}z^{-1}Y(z) - \frac{1}{3}z^{-2}Y(z) = z^{-1}X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-1}}{1+\frac{1}{6}z^{-1}-\frac{1}{3}z^{-2}}$

$\rightarrow H(z) = \frac{z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1+\frac{2}{3}z^{-1})}$

$\rightarrow H(z) = \frac{6}{7}\left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{1}{1+\frac{2}{3}z^{-1}}\right)$

$\rightarrow h[n] = \frac{6}{7}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - \frac{6}{7}\left(-\frac{2}{3}\right)^n u[n]$ (Hệ thống nhân quả) là tín hiệu năng lượng nên ta thay $z = e^{j\Omega}$, có:

$H(\Omega) = \frac{e^{-j\Omega}}{1+\frac{1}{6}e^{-j\Omega}-\frac{1}{3}e^{-j2\Omega}}$

Đáp án: $H(\Omega) = \frac{e^{-j\Omega}}{1+\frac{1}{6}e^{-j\Omega}-\frac{1}{3}e^{-j2\Omega}}$

Câu 183:

Tìm đáp ứng xung của một hệ thống nhân quả được mô tả bằng phương trình sai phân $y[n] + \frac{3}{2}y[n-1] - y[n-2] = x[n-1]$

Lời giải:

$Y(z) + \frac{3}{2}z^{-1}Y(z) - z^{-2}Y(z) = z^{-1}X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(s)} = \frac{z^{-1}}{1+\frac{3}{2}z^{-1}-z^{-2}}$

$\rightarrow H(z) = \frac{z^{-1}}{(1+2z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})}$

$\rightarrow H(z) = \frac{2}{5}\left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{1}{1+2z^{-1}}\right)$

$\rightarrow h[n] = \frac{2}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - \frac{2}{5}(-2)^n u[n]$ (Hệ thống nhân quả)

Đáp án: $h[n] = \frac{2}{5}(2^{-n} - (-2)^n)u[n]$

Câu 184:

Tìm đáp ứng tần số của một hệ thống nhân quả được mô tả bởi phương trình $y[n] + \frac{1}{2}y[n-1] - \frac{1}{2}y[n-2] = x[n-1]$

Lời giải:

$Y(z) + \frac{1}{2}z^{-1}Y(z) - \frac{1}{2}z^{-2}Y(z) = z^{-1}X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-1}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}-\frac{1}{2}z^{-2}}$

$\rightarrow H(z) = \frac{z^{-1}}{(1+z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})}$

$\rightarrow H(z) = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{1}{1+z^{-1}}\right)$

$\rightarrow h[n] = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - \frac{2}{3}(-1)^n u[n]$ (Hệ thống nhân quả) không phải là tín hiệu năng lượng nên không tồn tại đáp ứng tần số.

Đáp án: Không tồn tại ($H(\Omega)$ không hội tụ)

Câu 185:

Tìm đáp ứng xung của một hệ thống nhân quả được mô tả bằng phương trình sai phân $y[n] + \frac{1}{2}y[n-1] - \frac{1}{2}y[n-2] = x[n-1]$

Lời giải:

$Y(z) + \frac{1}{2}z^{-1}Y(z) - \frac{1}{2}z^{-2}Y(z) = z^{-1}X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-1}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}-\frac{1}{2}z^{-2}}$

$\rightarrow H(z) = \frac{z^{-1}}{(1+z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})}$

$\rightarrow H(z) = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{1}{1+z^{-1}}\right)$

$\rightarrow h[n] = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - \frac{2}{3}(-1)^n u[n]$

Đáp án: $h[n] = \frac{2}{3}[2^{-n} - (-1)^n]u[n]$

Câu 186:

Tìm một phương trình sai phân mô tả hệ thống có đáp ứng xung $h[n] = \frac{3u[n-1]}{4^n}$

Lời giải:

$H(z) = \frac{\frac{3}{4}z^{-1}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$

$\rightarrow y[n] - \frac{1}{4}y[n-1] = \frac{3}{4}x[n-1]$

Đáp án: $4y[n] - y[n-1] = 3x[n-1]$

Câu 187:

Tìm đáp ứng xung của hệ thống nhân quả được xác định bởi phương trình sai phân $y[n]-\frac{1}{2}y[n-1]=2x[n-1]$

Lời giải:

$Y(z)-\frac{1}{2}z^{-1}Y(z)=2z^{-1}X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{2z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$

$\rightarrow H(z)=\frac{2z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$

$\rightarrow H(z)=-4+\frac{4}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$

$\rightarrow h[n]=2^{-n+2}u[n-1]$

Đáp án: $h[n]=2^{-n+2}u[n-1]$

Câu 188:

Trong số các hệ thống có hàm truyền (hàm chuyển) cùng với tính nhân quả được cho như bên dưới, hệ thống nào KHÔNG ổn định?

Lời giải:

- $H(z)=\frac{1+2z^{-1}}{1+\frac{4}{5}z^{-1}}=\frac{5}{2}-\frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{4}{5}z^{-1}}$ và hệ thống nhân quả

$\rightarrow h[n]=\frac{5}{2}\delta[n]-\frac{3}{2}\left(-\frac{4}{5}\right)^n u[n]$ ổn định.

- $H(z)=\frac{1-2z^{-1}}{1+3z^{-1}}=-\frac{2}{3}+\frac{\frac{5}{3}}{1+3z^{-1}}$ và hệ thống phản nhân quả

$\rightarrow h[n]=-\frac{2}{3}\delta[n]-\frac{5}{3}(-3)^n u[-n-1]$ ổn định.

- $H(z)=\frac{1+2z^{-1}}{1+\frac{3}{5}z^{-1}}=-\frac{\frac{7}{3}}{1+\frac{3}{5}z^{-1}}+\frac{10}{3}$ và hệ thống phản nhân quả

$\rightarrow h[n]=\frac{10}{3}\delta[n]+\frac{7}{3}\left(-\frac{3}{5}\right)^n u[-n-1]$ không ổn định.

- $H(z)=\frac{1+z^{-1}}{(1+2z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})}=\frac{\frac{2}{3}}{1+2z^{-1}}+\frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$ và hệ thống phi nhân quả

$\rightarrow h[n]=\frac{2}{3}(-2)^{-n}u[-n-1]+\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$ ổn định.

Đáp án: $H(z)=\frac{1+2z^{-1}}{1+\frac{3}{5}z^{-1}}$; hệ thống phản nhân quả.

Câu 189:

Cho một hệ thống được mô tả bởi phương trình sai phân $y[n]-\frac{5}{2}y[n-1]+y[n-2]=x[n-1]$. Trong các phát biểu sau đây, phát biểu nào đúng với hệ thống này?

Lời giải:

$Y(z)-\frac{5}{2}z^{-1}Y(z)+z^{-2}Y(z)=z^{-1}X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{z^{-1}}{1-\frac{5}{2}z^{-1}+z^{-2}}$

$\rightarrow H(z)=\frac{z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-2z^{-1})}$

$\rightarrow H(z) = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{1-2z^{-1}} - \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}\right)$

$\frac{1}{1-2z^{-1}} \rightarrow \begin{cases} 2^n u[n] \text{ Nếu hệ thống nhân quả} \\ -2^n u[-n-1] \text{ Nếu hệ thống phản nhân quả} \end{cases}$

$\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} \rightarrow \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \text{ Nếu hệ thống nhân quả} \\ -\left(\frac{1}{2}\right)^n u[-n-1] \text{ Nếu hệ thống phản nhân quả} \end{cases}$

$\rightarrow$ Hệ thống không thể đồng thời vừa ổn định vừa nhân quả

Đáp án: Hệ thống không thể đồng thời vừa ổn định vừa nhân quả

Câu 190:

Cho một hệ thống có hàm truyền (hàm chuyển) $H(z) = \frac{2+z^{-1}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}-\frac{1}{2}z^{-2}}$. Phát biểu nào sau đây đúng với hệ thống này?

Lời giải:

$H(z) = \frac{2+z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1+z^{-1})}$

$\rightarrow H(z) = \frac{\frac{4}{3}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{\frac{2}{3}}{1+z^{-1}}$

$\frac{\frac{4}{3}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} \rightarrow \begin{cases} \frac{4}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \text{ Nếu hệ thống nhân quả} \\ -\frac{4}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[-n-1] \text{ Nếu hệ thống phản nhân quả} \end{cases}$

$\frac{\frac{2}{3}}{1+z^{-1}} \rightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}(-1)^n u[n] \text{ Nếu hệ thống nhân quả} \\ -\frac{2}{3}(-1)^n u[-n-1] \text{ Nếu hệ thống phản nhân quả} \end{cases}$

$\rightarrow$ Hệ thống không thể ổn định

Đáp án: Hệ thống không thể ổn định

Câu 191:

Cho một hệ thống được mô tả bằng phương trình sai phân $y[n] + \frac{5}{2}y[n-1] + y[n-2] = x[n-1]$. Phát biểu nào sau đây đúng với hệ thống này?

Lời giải:

$Y(z) + \frac{5}{2}z^{-1}Y(z) + z^{-2}Y(z) = z^{-1}X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-1}}{1+\frac{5}{2}z^{-1}+z^{-2}}$

$\rightarrow H(z) = \frac{z^{-1}}{(1+\frac{1}{2}z^{-1})(1+2z^{-1})}$

$\rightarrow H(z) = \frac{\frac{2}{3}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{\frac{2}{3}}{1+2z^{-1}}$

$\frac{\frac{2}{3}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}} \rightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n] \text{ Nếu hệ thống nhân quả} \\ -\frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[-n-1] \text{ Nếu hệ thống phản nhân quả} \end{cases}$

$\frac{\frac{2}{3}}{1+2z^{-1}} \rightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}(-2)^n u[n] \text{ Nếu hệ thống nhân quả} \\ -\frac{2}{3}(-2)^n u[-n-1] \text{ Nếu hệ thống phản nhân quả} \end{cases}$

$\rightarrow$ Hệ thống không thể vừa ổn định vừa nhân quả.

Đáp án: Hệ thống không ổn định nếu nó nhân quả

Câu 192:

Cho một hệ thống được mô tả bằng phương trình sai phân $y[n] + \frac{1}{2}y[n-2] = x[n-1]$. Phát biểu nào sau đây đúng với hệ thống này?

Lời giải:

$Y(z) + \frac{1}{2}z^{-2}Y(z) = z^{-1}X(z)$

$\to \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-1}}{1+\frac{1}{2}z^{-2}}$

$\to H(z) = \frac{z^{-1}}{\left(1+j\frac{\sqrt{2}}{2}z^{-1}\right)\left(1-j\frac{\sqrt{2}}{2}z^{-1}\right)}$

$\to H(z) = \frac{1}{j\sqrt{2}}\left(\frac{1}{1-j\frac{\sqrt{2}}{2}z^{-1}} - \frac{1}{1+j\frac{\sqrt{2}}{2}z^{-1}}\right)$

$\to h[n] = \frac{1}{j\sqrt{2}}\left(\left(j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n - \left(-j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n\right)u[n]$

$\to h[n] = \frac{1}{j\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n\left(e^{j\frac{\pi}{2}n} - e^{-j\frac{\pi}{2}n}\right)u[n]$

$\to h[n] = \frac{1}{j\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n\left(2j\sin\left(\frac{\pi}{2}n\right)\right)u[n]$

$\to h[n] = \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n\sin\left(\frac{\pi}{2}n\right)u[n]$

$\to$ Hệ thống ổn định nếu nó nhân quả

Đáp án: Hệ thống ổn định nếu nó nhân quả

Câu 193:

Trong các hệ thống nhân quả được mô tả bằng các biểu diễn sau đây, hệ thống nào ổn định?

Lời giải:

- $h[n] = \sin(2n)u[n-1]$ không ổn định.
- $y[n] + \frac{5}{2}y[n-1] + y[n-2] = x[n] \to \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{(1+2z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})} \to H(z) = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{1}{1+2z^{-1}}\right) \to h[n] = \frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \frac{2}{3}(-2)^n u[n]$ (Hệ thống nhân quả) không ổn định.
- $H(z) = \frac{1}{(3+z^{-1})(2-z^{-1})} \to H(z) = \frac{1}{5}\left(\frac{1}{3+z^{-1}} + \frac{1}{2-z^{-1}}\right) \to h[n] = \frac{1}{5}\left(\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{3}\right)^n + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)u[n]$ (Hệ thống nhân quả) ổn định.
- $2y[n] + y[n-1] - y[n-2] = x[n] \to \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{2+z^{-1}-z^{-2}} \to H(z) = \frac{1}{(1+z^{-1})(2-z^{-1})} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{1+z^{-1}} + \frac{1}{2-z^{-1}}\right) \to h[n] = \frac{1}{3}(-1)^n u[n] + \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$ (Hệ thống nhân quả) không ổn định.

Đáp án: $H(z) = \frac{1}{(3+z^{-1})(2-z^{-1})}$

Câu 194:

Trong các hệ thống được mô tả bằng các biểu diễn sau đây, hệ thống nào KHÔNG THỂ ổn định?

Lời giải:

- $H(z) = \frac{1}{(3+z^{-1})(2-z^{-1})} \rightarrow H(z) = \frac{1}{5}\left(\frac{1}{3+z^{-1}} + \frac{1}{2-z^{-1}}\right) \rightarrow h[n] = \frac{1}{5}\left(\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{3}\right)^n + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)u[n]$ (Hệ thống nhân quả) ổn định.
- $2y[n] + y[n-1] - y[n-2] = x[n] \rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{2+z^{-1}-z^{-2}} \rightarrow H(z) = \frac{1}{(1+z^{-1})(2-z^{-1})} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{1+z^{-1}} + \frac{1}{2-z^{-1}}\right)$ không thể ổn định.
- $y[n] + \frac{5}{2}y[n-1] + y[n-2] = x[n] \rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{(1+2z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})} \rightarrow H(z) = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{1}{1+2z^{-1}}\right) \rightarrow h[n] = \frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n] - \frac{2}{3}(-2)^n u[-n-1]$ ổn định.
- $h[n] = 2^{-n}\sin(2n)u[n+1]$ ổn định.

Đáp án: $2y[n] + y[n-1] - y[n-2] = x[n]$

Câu 195:

Trong các hệ thống có đáp ứng tần số được cho sau đây, hệ thống nào phi nhân quả?

Lời giải:

- $H(\Omega) = \frac{1}{2+e^{-j2\Omega}} \rightarrow H(z) = \frac{1}{2+z^{-2}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}jz^{-1}\right)\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}jz^{-1}\right)}\right) = \frac{1}{1+\frac{\sqrt{2}}{2}jz^{-1}} + \frac{1}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}jz^{-1}} \rightarrow h[n] = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}j\right)^n u[n] + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}j\right)^n u[n] \rightarrow$ nhân quả.
- $H(\Omega) = \frac{e^{-j\Omega}}{(2-e^{-j\Omega})(3+2e^{-j\Omega})} \rightarrow H(z) = \frac{z^{-1}}{(2-z^{-1})(3+2z^{-1})} = \frac{\frac{2}{7}}{2-z^{-1}} - \frac{\frac{3}{7}}{3+2z^{-1}} \rightarrow h[n] = \frac{4}{7}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - \frac{9}{7}\left(-\frac{2}{3}\right)^n u[n] \rightarrow$ nhân quả.
- $H(\Omega) = \frac{1}{(2-e^{-j\Omega})(1+2e^{-j\Omega})} \rightarrow H(z) = \frac{1}{(2-z^{-1})(1+2z^{-1})} = \frac{1}{5}\left(\frac{1}{2-z^{-1}} + \frac{2}{1+2z^{-1}}\right) \rightarrow h[n] = \frac{1}{10}\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - \frac{2}{5}(-2)^n u[-n-1] \rightarrow$ phi nhân quả.
- $H(\Omega) = \frac{1}{2-e^{-j2\Omega}} \rightarrow H(z) = \frac{1}{2-z^{-2}} = \frac{1}{\left(\sqrt{2}-z^{-1}\right)\left(\sqrt{2}+z^{-1}\right)} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}-z^{-1}} + \frac{1}{\sqrt{2}+z^{-1}}\right) \rightarrow h[n] = \frac{1}{4}\left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n\right)u[n] \rightarrow$ nhân quả.

(Chọn để $h[n]$ là tín hiệu năng lượng).

Đáp án: $H(\Omega) = \frac{1}{(2-e^{-j\Omega})(1+2e^{-j\Omega})}$

Câu 196:

Một hệ thống rời rạc được tạo thành từ hai hệ thống con T_1 và T_2 theo cách như sau:

trong đó, khối T_1 có hàm truyền (hàm chuyển) $H_1(z) = \frac{z^{-1}}{1+z^{-1}}$ và khối phản hồi âm T_2 là khối trễ có hàm truyền (hàm chuyển) $H_2(z) = z^{-1}$. Tìm hàm truyền (hàm chuyển) của toàn bộ hệ thống.

Lời giải:

$T_1(x[n] - T_2(y[n])) = y[n]$

$\rightarrow H_1(z)X(z) - H_1(z)H_2(z)Y(z) = Y(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = H_1 \frac{z}{1+H_1(z)H_2(z)}$

$\rightarrow H(z) = \frac{\frac{z^{-1}}{z^{-1}+1}}{1+\frac{z^{-1}}{1+z^{-1}}z^{-1}}$

$\rightarrow H(z) = \frac{z^{-1}}{1+z^{-1}+z^{-2}}$

Câu 197:

Một hệ thống rời rạc được tạo thành từ hai hệ thống con T_1 và T_2 theo cách như sau:

trong đó, khối T_1 có hàm truyền (hàm chuyển) $H_1(z) = \frac{1}{1+z^{-1}+z^{-2}}$ và khối phản hồi âm T_2 là khối trễ có hàm truyền (hàm chuyển) $H_2(z) = z^{-1}$. Tìm hàm truyền (hàm chuyển) của toàn bộ hệ thống.

Lời giải:

$H(z) = \frac{H_1(z)}{1+H_1(z)H_2(z)}$

$\rightarrow H(z) = \frac{\frac{1}{1+z^{-1}+z^{-2}}}{1+\frac{z^{-1}}{1+z^{-1}+z^{-2}}} = \frac{1}{(1+z^{-1})^2}$

Đáp án: $H(z) = \frac{1}{(1+z^{-1})^2}$

Câu 198:

Một hệ thống rời rạc được tạo thành từ hai hệ thống con T_1 và T_2 theo cách như sau:

trong đó, khối T_1 có hàm truyền (hàm chuyển) $H_1(z) = \frac{1}{1+z^{-1}+z^{-2}}$ và khối phản hồi âm T_2 là khối khuếch đại có đáp ứng xung $h_2[n] = 2\delta[n]$. Tìm hàm truyền (hàm chuyển) của toàn bộ hệ thống.

Lời giải:

$H_2(z) = 2$

$H(z) = \frac{H_1(z)}{1+H_1(z)H_2(z)}$

$\rightarrow H(z) = \frac{\frac{1}{1+z^{-1}+z^{-2}}}{1+\frac{2}{1+z^{-1}+z^{-2}}} = \frac{1}{3+z^{-1}+z^{-2}}$

Đáp án: $H(z) = \frac{1}{3+z^{-1}+z^{-2}}$

Câu 199:

Một hệ thống rời rạc được tạo thành từ ba hệ thống con T_1, T_2 và T_3 theo cách như sau:

trong đó, khối T_1 có phương trình $y[n] = x[n] - x[n-1]$ khối T_2 có hàm truyền (hàm chuyển) $H_2(z) = \frac{1}{1-z^{-1}-z^{-2}}$ và khối phản hồi âm T_3 là khối trễ có hàm truyền (hàm chuyển) $H_3(z) = z^{-1}$. Tìm hàm truyền (hàm chuyển) của toàn bộ hệ thống.

Lời giải:

$H_1(z) = 1 - z^{-1}$

$(X(z)H_1(z) - H_3(z)Y(z))H_2(z) = Y(z)$

$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{H_1(z)H_2(z)}{1+H_3(z)H_2(z)}$

$\rightarrow H(z) = \frac{(1-z^{-1})\left(\frac{1}{1-z^{-1}-z^{-2}}\right)}{1+\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}-z^{-2}}}$

$\rightarrow H(z) = \frac{1-z^{-1}}{1-z^{-2}} = \frac{1}{1+z^{-1}}$

Đáp án: $H(z) = \frac{1}{1+z^{-1}}$

Câu 200:

Một hệ thống rời rạc được tạo thành từ ba hệ thống con T_1, T_2 và T_3 theo cách như sau:

trong đó, khối T_1 có phương trình $y[n] = x[n] - x[n-1]$ khối T_2 có hàm truyền (hàm chuyển) $H_2(z) = \frac{1}{1-z^{-1}-2z^{-2}}$ và khối phản hồi âm T_3 là khối khuếch đại có đáp ứng xung $h_3[n] = 2\delta[n]$. Tìm hàm truyền (hàm chuyển) của toàn bộ hệ thống.

Lời giải:

$H_1(z) = 1 - z^{-1}$

$H_3(z) = 2$

$(X(z)H_1(z) - H_3(z)Y(z))H_2(z) = Y(z)$

$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{H_1(z)H_2(z)}{1+H_3(z)H_2(z)}$

$\to H(z) = \frac{(1-z^{-1})\left(\frac{1}{1-z^{-1}-2z^{-2}}\right)}{1+\frac{2}{1-z^{-1}-2z^{-2}}}$

$\to H(z) = \frac{1-z^{-1}}{3-z^{-1}-2z^{-2}} = \frac{1}{3+2z^{-1}}$

Đáp án: $H(z) = \frac{1}{1+z^{-1}}$

Câu 201:

Một hệ thống rời rạc được tạo thành từ hai hệ thống con T_1, T_2 theo cách như sau:

trong đó, khối T_1 có hàm truyền (hàm chuyển) $H_1(z) = \frac{1}{k+z^{-1}}$ và khối phản hồi âm T_2 là khối trễ có hàm truyền (hàm chuyển) $H_2(z) = z^{-1}$, với k là một giá trị thực dương ($k > 0$). Tìm điều kiện của k để hệ thống này ổn định.

Lời giải:

$H(z) = \frac{H_1(z)}{1+H_1(z)H_2(z)}$

$\to H(z) = \frac{\frac{1}{k+z^{-1}}}{1+\frac{z^{-1}}{k+z^{-1}}}$

$\to H(z) = \frac{1}{k+2z^{-1}} = \frac{1}{k}\frac{1}{1+\left(\frac{2}{k}\right)z^{-1}} \to h[n] = \frac{1}{k}\left(-\frac{2}{k}\right)^n u[n] \to k > 2$ thì hệ thống này ổn định.

Đáp án: $k > 2$

Câu 202:

Một hệ thống rời rạc được tạo thành từ hai hệ thống con T_1, T_2 theo cách như sau:

trong đó, khối T_1 có hàm truyền (hàm chuyển) $H_1(z) = \frac{1}{1-z^{-1}}$ và khối phản hồi âm T_2 là khối trễ có hàm truyền (hàm chuyển) $H_2(z) = kz^{-1}$, với k là một giá trị thực dương ($k > 0$). Tìm điều kiện k của để hệ thống này ổn định.

Lời giải:

$H(z) = \frac{H_1(z)}{1+H_1(z)H_2(z)}$

$\to H(z) = \frac{\frac{1}{1-z^{-1}}}{1+\frac{kz^{-1}}{1-z^{-1}}}$

$\rightarrow H(z) = \frac{1}{1-z^{-1}+kz^{-1}} = \frac{1}{1-(1-k)z^{-1}}$

$\rightarrow h[n] = (1-k)^n u[n] \rightarrow |1-k| < 1 \rightarrow 2 > k > 0$ thị hệ thống này ổn định.

Đáp án: $0 < k < 2$

Câu 203:

Một hệ thống rời rạc được tạo thành từ ba hệ thống con T_1, T_2 và T_3 theo cách như sau:

trong đó, khối T_1 có đáp ứng xung $h_1[n] = u[n]$, khối T_2 có đáp ứng xung $h_2[n] = (-2)^n u[n]$ và T_3 khối trễ có hàm truyền (hàm chuyển) $H_3(z) = z^{-1}$. Tìm hàm truyền (hàm chuyển) của toàn bộ hệ thống.

Lời giải:

$H_1(z) = \frac{1}{1-z^{-1}}$

$H_2(z) = \frac{1}{1+2z^{-1}}$

$H(z) = \frac{H_1(z)H_2(z)}{1+H_3(z)H_2(z)}$

$\rightarrow H(z) = \frac{\frac{1}{1-z^{-1}}\frac{1}{1+2z^{-1}}}{1+\frac{z^{-1}}{1+2z^{-1}}}$

$\rightarrow H(z) = \frac{1}{(1-z^{-1})(1+3z^{-1})}$

$\rightarrow H(z) = \frac{1}{1+2z^{-1}-3z^{-2}}$

Đáp án: $H(z) = \frac{1}{1+2z^{-1}-3z^{-2}}$

Câu 204:

Biết rằng biến đổi Fourier của tín hiệu xung đơn vị: $\mathcal{F}(\delta(t)) = 1$, tìm tín hiệu $x(t)$ có biến đổi Fourier $X(w) = e^{j2w}$

Lời giải:

$e^{j2w} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-jwt} = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t+2)e^{j2w}$

$\rightarrow x(t) = \delta(t+2)$

Đáp án: $X(t) = \delta(t+2)$

Câu 205:

Cho một hệ thống có đáp ứng tần số $H(\Omega) = \frac{1}{1-\frac{1}{3}e^{-j\Omega}}$. Tìm tín hiệu vào $x[n]$ của hệ thống nếu tín hiệu ra là $y[n] = 3^{-n}u[n] + (-3)^{-n}u[n]$

Lời giải:

$Y(z) = \frac{1}{1-\frac{1}{3}z^{-1}} + \frac{1}{1+\frac{1}{3}z^{-1}}$

$H(z) = \frac{1}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}$

$X(z) = \frac{Y(z)}{H(z)}$

$= 1 + \frac{1-\frac{1}{3}z^{-1}}{1+\frac{1}{3}z^{-1}}$

$= \frac{2}{1+\frac{1}{3}z^{-1}}$

$\rightarrow x[n] = 2(-3)^{-n}u[n]$ (Xét ROC)

Đáp án: $x[n] = 2(-3)^{-n}u[n]$

Câu 206:

Cho một hệ thống có đáp ứng tần số $H(\Omega) = \frac{1}{1+\frac{1}{2}e^{-j\Omega}}$. Tìm tín hiệu vào $x[n]$ của hệ thống nếu tín hiệu ra là $y[n] = 2^n(u[n] - u[n-2])$

Lời giải:

$Y(z) = 1 + 2z^{-1}$

$H(z) = \frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$

$X(z) = \frac{Y(z)}{H(z)}$

$= \left(1 + 2z^{-1}\right)\left(1 + \frac{1}{2}z^{-1}\right)$

$= 1 + \frac{5}{2}z^{-1} + z^{-2}$

$\rightarrow x[n] = \delta[n] + \frac{5}{2}\delta[n-1] + \delta[n-2]$

Đáp án: $x[n] = \delta[n] + \frac{5}{2}\delta[n-1] + \delta[n-2]$

Câu 207:

Cho một hệ thống được mô tả bởi phương trình sai phân $4y[n] - y[n-2] = x[n]$ với tín hiệu vào $x[n] = 2^{-n}u[n]$. Phát biểu nào sau đây KHÔNG ĐÚNG?

Lời giải:

$4\lambda^2 - 1 = 0 \rightarrow \lambda = \pm\frac{1}{2}$

$\rightarrow$ các nghiệm của phương trình sai phân là $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\}$ nên $2^{-n}u[n], (-2)^{-n}u[n], n2^{-n}u[n]$ là thành phần của đáp ứng cưỡng bách $y_s[n]$.

Đáp án: $2^n u[n]$ là một thành phần của đáp ứng cưỡng bách $y_s[n]$

Câu 208:

Cho một hệ thống được mô tả bởi phương trình sai phân $y[n] - 4y[n-2] = x[n]$ với tín hiệu vào $x[n] = 2^{-n}u[n]$. Phát biểu nào sau đây KHÔNG ĐÚNG?

Lời giải:

$\lambda^2 - 4 = 0 \rightarrow \lambda = \pm 2$

$\rightarrow$ các nghiệm của phương trình sai phân là $\left\{2, -2, \frac{1}{2}\right\}$ nên $2^n u[n], (-2)^n u[n], 2^{-n}u[n]$ là thành phần của đáp ứng cưỡng bách $y_s[n]$.

Đáp án: $n2^{-n}u[n]$ là một thành phần của đáp ứng cưỡng bách $y_s[n]$

Câu 209:

Cho một hệ thống được mô tả bởi phương trình vi phân $y'''(t) + y''(t) - y'(t) - y(t) = x(t)$ với $x(t) = e^{-t}u(t)$. Phát biểu nào sau đây KHÔNG ĐÚNG?

Lời giải:

$\lambda^3 + \lambda^2 - \lambda - 1 = 0 \to \lambda \in \{-1, -1, 1\}$

$\to$ các nghiệm của phương trình vi phân là $\{-1, -1, -1, 1\}$ nên $e^{-t}u(t), te^{-t}u(t), t^2e^{-t}u(t), e^tu(t)$ là thành phần của đáp ứng cưỡng bách $y_s(t)$.

Đáp án: te^t là một thành phần của đáp ứng cưỡng bách $y_s(t)$

Câu 210:

Cho một hệ thống được mô tả bởi phương trình vi phân $y'''(t) + y''(t) - y'(t) - y(t) = x(t)$ với $x(t) = e^tu(t)$. Phát biểu nào sau đây KHÔNG ĐÚNG?

Lời giải:

$\lambda^3 + \lambda^2 - \lambda - 1 = 0 \to \lambda \in \{-1, -1, 1\}$

$\to$ các nghiệm của phương trình vi phân là $\{-1, -1, 1, 1\}$ nên $e^{-t}u(t), te^{-t}u(t), e^tu(t), te^tu(t)$ là thành phần của đáp ứng cưỡng bách $y_s(t)$.

Đáp án: t^2e^t là một thành phần của đáp ứng cưỡng bách $y_s(t)$

Câu 211:

Cho một hệ thống TTBB biểu diễn bởi đáp ứng xung $h[n] = 2^n\delta[n]$. Phát biểu nào sau đây đúng về hệ thống này?

Lời giải:

- Hệ thống không nhớ do $h[n] \neq 0\ \forall n \neq 0$.
- Hệ thống nhân quả do $h[n] = 0\ \forall n < 0$.
- Hệ thống ổn định do $\sum_{-\infty}^{+\infty} |h[n]| = 1$ hữu hạn.

Đáp án: Không cần bộ nhớ, nhân quả, ổn định

Câu 212:

Cho một hệ thống TTBB biểu diễn bởi đáp ứng xung $h[n] = 2^nu[-n]$. Phát biểu nào sau đây đúng về hệ thống này?

Lời giải:

- Hệ thống có nhớ.
- Hệ thống phản nhân quả do $h[n] = 0\ \forall n > 0$.
- Hệ thống ổn định do $\sum_{-\infty}^{+\infty} |h[n]| = \sum_{-\infty}^{0} 2^n = 2$ hữu hạn.

Đáp án: Cần bộ nhớ, phi nhân quả, ổn định

Câu 213:

Cho một hệ thống TTBB có đáp ứng xung $h(t) = 3\delta(t+1)$. Phát biểu nào sau đây đúng về hệ thống này?

Lời giải:

- Hệ thống có nhớ.
- Hệ thống không nhân quả do $h(-1) \neq 0$.
- Hệ thống ổn định do $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)|\, \mathrm{d}t = 3$ hữu hạn.

Đáp án: Cần bộ nhớ, không nhân quả, ổn định

Câu 214:

Cho một hệ thống TTBB có đáp ứng xung $h(t) = e^{2t} \sin(t-1) u(1-t)$. Phát biểu nào sau đây đúng về hệ thống này?

Lời giải:

- Hệ thống có nhớ.
- Hệ thống không nhân quả.
- Hệ thống ổn định do $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)|\, \mathrm{d}t$ hữu hạn.

Đáp án: Cần bộ nhớ, phi nhân quả, ổn định

Câu 215:

Cho một hệ thống TTBB có đáp ứng xung $h(t) = u(t+1) - u(t-1)$. Phát biểu nào sau đây đúng về hệ thống này?

Lời giải:

- Hệ thống có nhớ.
- Hệ thống không nhân quả.
- Hệ thống ổn định do $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| = 2$.

Đáp án: Cần bộ nhớ, phi nhân quả, ổn định

Câu 216:

Cho tín hiệu $x[n] = u[n] - u[n-2]$. Biểu diễn nào dưới đây của $x[n]$ đúng?

Đáp án: $x[n] = \begin{cases} 1 \text{ với } 0 \leq n \leq 1 \\ 0 \text{ với n còn lại} \end{cases}$

Câu 217:

Cho tín hiệu $x[n] = u[n] - u[n-2]$. Biểu diễn nào dưới đây của $x[n]$ đúng?

Đáp án: $x[n] = \delta[n] + \delta[n-1]$

Câu 218:

Cho tín hiệu $x[n] = u[n] - u[n+2]$. Biểu diễn nào dưới đây của $x[n]$ đúng?

Đáp án: $x[n] = \begin{cases} -1 \text{ với } -2 \leq n \leq -1 \\ 0 \text{ với n còn lại} \end{cases}$

Câu 219:

Cho tín hiệu $x[n] = u[n] - u[n+2]$. Biểu diễn nào dưới đây của $x[n]$ đúng?

Đáp án: $x[n] = -\delta[n+2] - \delta[n+1]$

Câu 220:

Cho tín hiệu tuần hoàn $x(t)$ có chu kỳ cơ sở $T = 4$ giây và các hệ số chuỗi Fourier của tín hiệu này được biểu diễn bằng công thức $X[k] = j\delta[k+1] - j\delta[k-1]$. Tìm các hệ số chuỗi Fourier của tín hiệu $y(t) = x(t-2)$.

Lời giải:

$w_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2}, t_0 = 2$

Dùng tính chất dịch thời gian:

$$\begin{aligned} Y[k] &= X[k]e^{-jkw_0t_0} \\ &= j\delta[k+1]e^{-j(-1)\frac{\pi}{2}2} - j\delta[k-1]e^{-j1\frac{\pi}{2}2} \\ &= -j\delta[k+1] + j\delta[k-1] \end{aligned}$$

Đáp án: $Y[k] = -j\delta[k+1] + j\delta[k-1]$

Câu 221:

Cho tín hiệu tuần hoàn $x(t)$ có chu kỳ cơ sở $T = 6$ giây và các hệ số chuỗi Fourier của tín hiệu này được biểu diễn bằng công thức $X[k] = \delta[k+1] + \delta[k-1]$. Tìm các hệ số chuỗi Fourier của tín hiệu $y(t) = x(t-2)$.

Lời giải:

$w_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3}, t_0 = 2$

Dùng tính chất dịch thời gian:

$$\begin{aligned} Y[k] &= X[k]e^{-jkw_0t_0} \\ &= \delta[k+1]e^{-j(-1)\frac{\pi}{3}2} + \delta[k-1]e^{-j1\frac{\pi}{3}2} \\ &= e^{j\frac{2\pi}{3}}\delta[k+1] + e^{-j\frac{2\pi}{3}}\delta[k-1] \end{aligned}$$

Đáp án: $Y[k] = e^{j\frac{2\pi}{3}}\delta[k+1] + e^{-j\frac{2\pi}{3}}\delta[k-1]$

Câu 222:

Chu kỳ cơ sở của tín hiệu $x(t) = 2\cos(t) - \sin(5t)$

Lời giải:

- $\cos(t)$ có chu kì cơ sở 2π
- $\sin(5t)$ có chu kì cơ sở 2π

$\rightarrow x(t)$ có chu kì 2π

Đáp án: Tín hiệu tuần hoàn với chu kỳ cơ sở $T = 2\pi$

Câu 223:

Tín hiệu $x(t) = 2\cos(\pi t) - \sin(2t)$

Lời giải:

- $2\cos(\pi t)$ có chu kì cơ sở là 2.
- $\sin(2t)$ có chu kì cơ sở là π.

$\rightarrow$ Do $\frac{2}{\pi}$ là số vô tỷ nên tín hiệu không tuần hoàn.

Đáp án: Tín hiệu không tuần hoàn

Câu 224:

Xác định tín hiệu ra $y[n]$, nếu biết tín hiệu vào $x(n) = u[n] - u[n-1]$ và đáp ứng xung của hệ thống là $h[n] = \delta[n+2]$

Lời giải:

$x[n] = u[n] - u[n-1] = \delta[n]$

$\rightarrow x[n] * h[n] = \delta[n+2]$

Đáp án: $y[n] = \delta[n+2]$

Câu 225:

2 hệ thống TTBB rời rạc ghép nối nối tiếp với nhau, biết đáp ứng xung của các hệ thống thành phần lần lượt là $h_1[n] = \delta[n-1] + \delta[n+1]$ và $h_2[n] = \delta[n] + \delta[n-1]$. Xác định đáp ứng xung của cả hệ:

Lời giải:

$$\begin{aligned} h[n] &= h_1[n] * h_2[n] \\ &= \delta[n-1] * \delta[n] + \delta[n+1] * \delta[n] + \delta[n-1] * \delta[n-1] + \delta[n+1] * \delta[n-1] \\ &= \delta[n-1] + \delta[n+1] + \delta[n-2] + \delta[n] \end{aligned}$$

Đáp án: $\delta[n+1] + \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2]$

Câu 226:

Hệ thống LTI có đáp ứng xung $h[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)u[n] + \delta[n-1]$. Hệ thống trên là?

Lời giải:

- Hệ thống nhân quả do $h[n] = 0\ \forall n < 0$
- Hệ thống không ổn định vì $\sum_{-\infty}^{+\infty}|h[n]| = +\infty$.

Đáp án: Nhân quả, không ổn định

Câu 227:

Hệ thống nào sau đây ổn định?

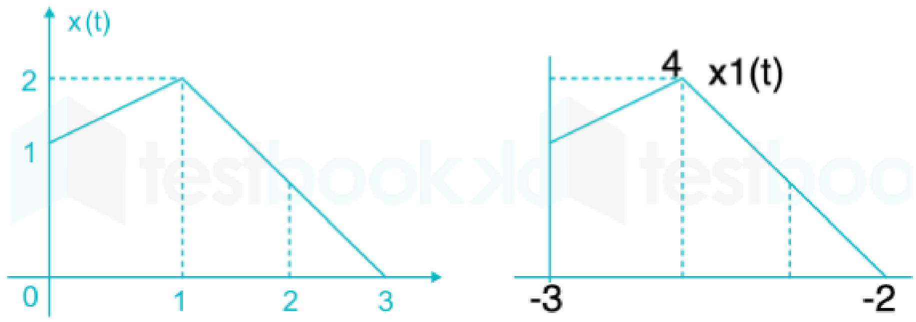
Lời giải:

- $h[n] = u[n] - u[n-3] \rightarrow \sum_{-\infty}^{+\infty}|h[n]| = 3$ hữu hạn nên ổn định.
- $h[n] = e^{|n|} \rightarrow \sum_{-\infty}^{+\infty}|h[n]| \rightarrow +\infty$.
- $h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \rightarrow \sum_{-\infty}^{+\infty}|h[n]| \rightarrow +\infty$.
- $h[n] = u[n-1] \rightarrow \sum_{-\infty}^{+\infty}|h[n]| \rightarrow +\infty$.

Đáp án: $h[n] = u[n] - u[n-3]$

Câu 228:

Tìm mối liên hệ giữa $x(t)$ và $x_1(t)$ được biểu diễn như hình vẽ sau:



Hình 4: 228

Lời giải:

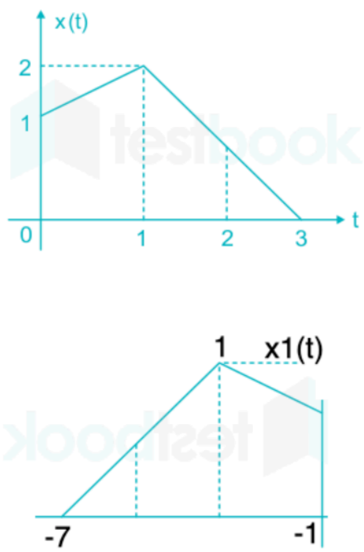
- Đồ thị không có lật.
- Đỉnh của đồ thị từ 2 lên 4 nên có hệ số là 2.
- Đặt $x_1(t) = 2x(at+b)$:
  - $2x(0) = x_1(-3) = 2x(-3a+b) \to -3a+b = 0$
  - $2x(3) = x_1(-2) = 2x(-2a+b) \to -2a+b = 3$

$\to a = 3, b = 9 \to x_1(t) = 2x(3t+9)$

Đáp án: $x_1(t) = 2x(3t+9)$

Câu 229:

Tìm mối liên hệ giữa $x(t)$ và $x_1(t)$ được biểu diễn như hình vẽ sau đây:



Hình 5: 229

Lời giải:

- Đồ thị có lật thời gian.

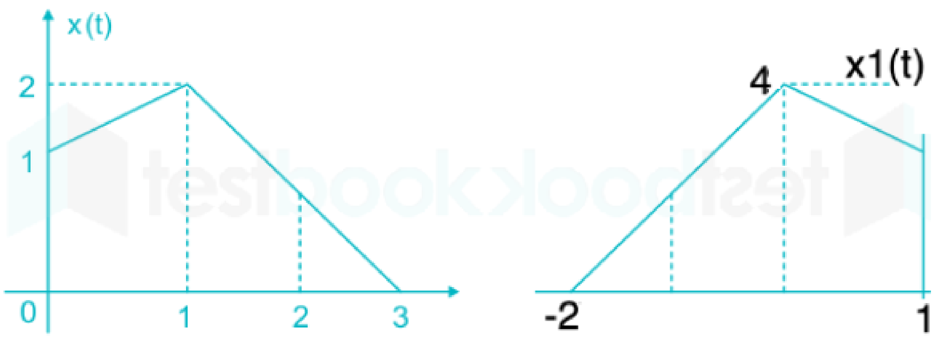
- Đỉnh của độ thị từ 2 xuống 1 nên có hệ số là $\frac{1}{2}$.
- Đặt $x_1(t) = \frac{1}{2}x(at+b)$:
  - $\frac{1}{2}x(0) = x_1(-1) = \frac{1}{2}x(-a+b) \to -a+b=0$
  - $\frac{1}{2}x(3) = x_1(-7) = \frac{1}{2}x(-7a+b) \to -7a+b=3$

$\to a = -\frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2} \to x_1(t) = \frac{1}{2}x(-\frac{1}{2}t - \frac{1}{2})$

Đáp án: $x_1(t) = \frac{1}{2}x(-\frac{1}{2}t - \frac{1}{2})$

Câu 230:

Tìm mối liên hệ giữa $x(t)$ và $x_1(t)$ được biểu diễn như hình vẽ sau đây:



Hình 6: 230

Lời giải:

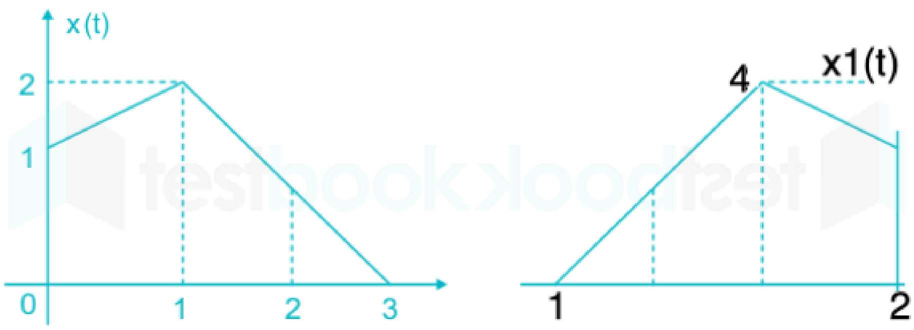
- Đồ thị có lật thời gian.
- Đỉnh của độ thị từ 2 lên 4 nên có hệ số là 2.
- Đặt $x_1(t) = 2x(at+b)$:
  - $2x(0) = x_1(1) = 2x(a+b) \to a+b=0$
  - $2x(3) = x_1(-2) = 2x(-2a+b) \to -2a+b=3$

$\to a=-1, b=1 \to x_1(t) = 2x(-t+1)$

Đáp án: $x_1(t) = 2x(-t+1)$

Câu 231:

Tìm mối liên hệ giữa $x(t)$ và $x_1(t)$ được biểu diễn như hình vẽ sau đây:



Hình 7: 231

Lời giải:

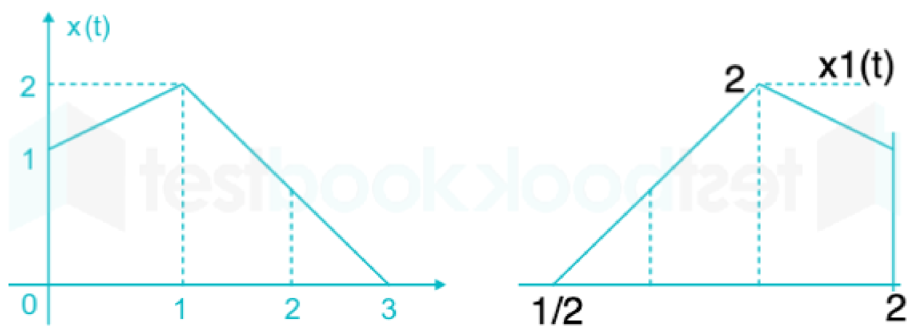
- Đồ thị có lật thời gian.
- Đỉnh của độ thị từ 2 lên 4 nên có hệ số là 2.
- Đặt $x_1(t) = 2x(at + b)$:
  - $2x(0) = x_1(2) = 2x(2a + b) \to 2a + b = 0$
  - $2x(3) = x_1(1) = 2x(a + b) \to a + b = 3$

$\to a = -3, b = 6 \to x_1(t) = 2x(-3t + 6)$

Đáp án: $x_1(t) = 2x(-3t + 6)$

Câu 232:

Tìm mối liên hệ giữa $x(t)$ và $x_1(t)$ được biểu diễn như hình vẽ sau đây:



Hình 8: 232

Lời giải:

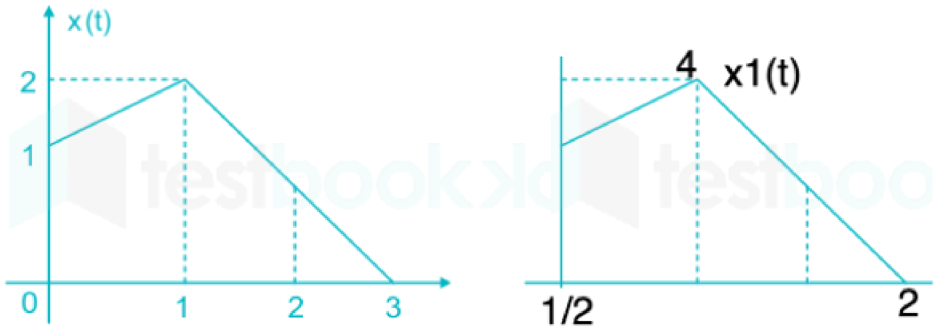
- Đồ thị có lật thời gian.
- Đỉnh của độ thị từ 2 vẫn là 2 nên có hệ số là 1.
- Đặt $x_1(t) = x(at + b)$:
  - $x(0) = x_1(2) = x(2a + b) \to 2a + b = 0$
  - $x(3) = x_1\left(\frac{1}{2}\right) = x\left(\frac{1}{2}a + b\right) \to \frac{1}{2}a + b = 3$

$\to a = -2, b = 4 \to x_1(t) = x(-2t + 4)$

Đáp án: $x_1(t) = x(-2t + 4)$

Câu 233:

Tìm mối liên hệ giữa $x(t)$ và $x_1(t)$ được biểu diễn như hình vẽ sau đây:



Hình 9: 233

Lời giải:

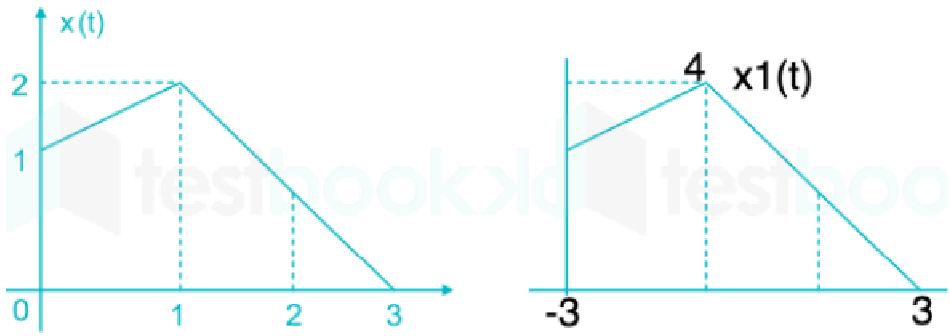
- Đồ thị không lật thời gian.
- Đỉnh của độ thị từ 2 lên 4 nên có hệ số là 2.
- Đặt $x_1(t) = 2x(at + b)$:
  - $2x(0) = x_1\left(\frac{1}{2}\right) = 2x\left(\frac{1}{2}a + b\right) \to \frac{1}{2}a + b = 0$
  - $2x(3) = x_1(2) = 2x(2a + b) \to 2a + b = 3$

$\to a = 2, b = -1 \to x_1(t) = 2x(2t - 1)$

Đáp án: $x_1(t) = 2x(2t - 1)$

Câu 234:

Tìm mối liên hệ giữa $x(t)$ và $x_1(t)$ được biểu diễn như hình vẽ sau đây:



Hình 10: 234

Lời giải:

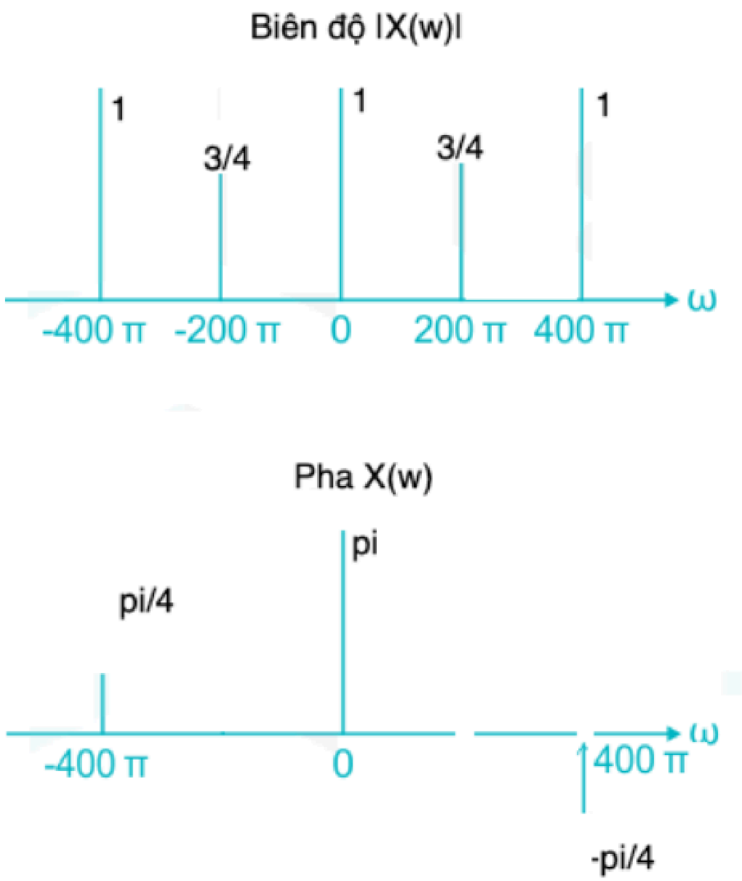
- Đồ thị không lật thời gian.
- Đỉnh của độ thị từ 2 lên 4 nên có hệ số là 2.
- Đặt $x_1(t) = 2x(at + b)$:
  - $2x(0) = x_1(-3) = 2x(-3a + b) \to -3a + b = 0$
  - $2x(3) = x_1(3) = 2x(3a + b) \to 3a + b = 3$

$\to a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2} \to x_1(t) = 2x\left(\frac{1}{2}t + \frac{3}{2}\right)$

Đáp án: $x_1(t) = 2x\left(\frac{t}{2} + \frac{3}{2}\right)$

Câu 235:

Cho tín hiệu $x(t)$ có phổ biên độ và phổ pha như hình vẽ. Công thức của $x(t)$ có dạng:



Hình 11: 235

Lời giải:

$x(t) = \sum(|X(w)|\ e^{jwt})e^{j\Phi(w)}$

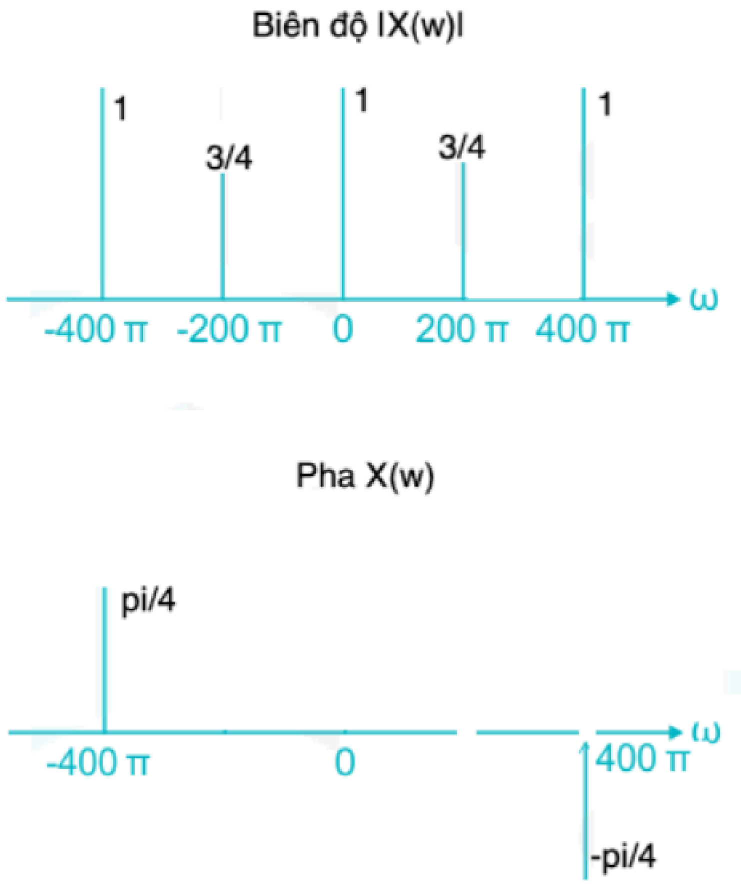
$\rightarrow x(t) = e^{-j400\pi t}e^{j\frac{\pi}{4}} + \frac{3}{4}e^{-j200\pi t} + e^{j\pi} + \frac{3}{4}e^{j200\pi t} + e^{j400\pi t}e^{-j\frac{\pi}{4}}$

$\rightarrow x(t) = 2\cos\left(400\pi t - \frac{\pi}{4}\right) - 1 + \frac{3}{2}\cos(200\pi t)$

Đáp án: $x(t) = -1 + 2\cos\left(400\pi t - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{3}{2}\cos(200\pi t)$

Câu 236:

Xác định tín hiệu $x(t)$ có phổ biên độ và phổ pha như hình vẽ. Công thức của $x(t)$ có dạng:



Hình 12: 236

Lời giải:

$x(t) = \sum(|X(w)|\ e^{jwt})e^{j\Phi(w)}$

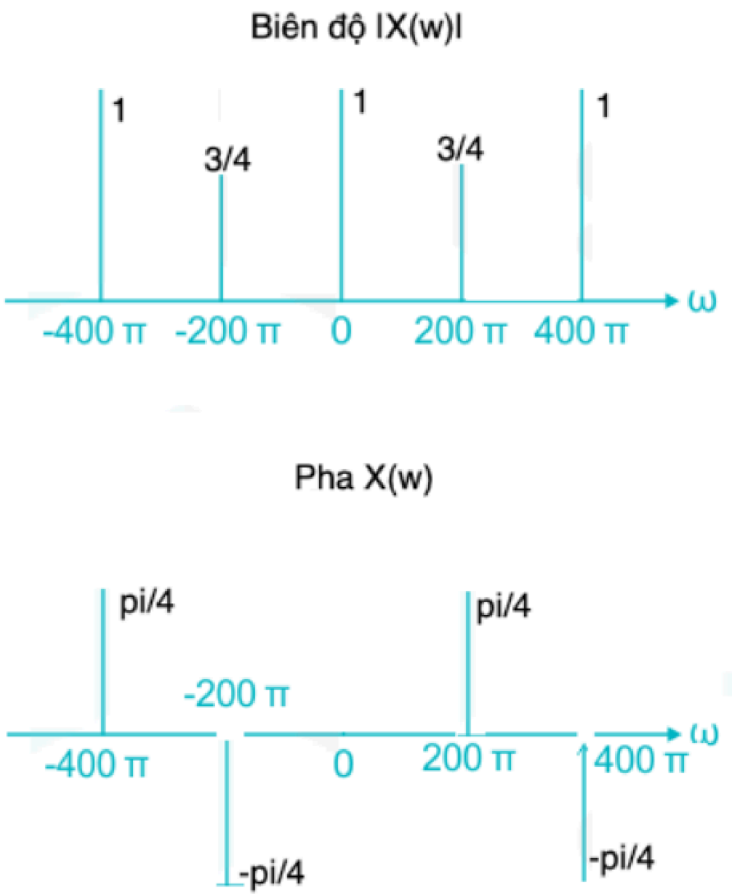
$\rightarrow x(t) = e^{-j400\pi t}e^{j\frac{\pi}{4}} + \frac{3}{4}e^{-j200\pi t} + 1 + \frac{3}{4}e^{j200\pi t} + e^{j400\pi t}e^{-j\frac{\pi}{4}}$

$\rightarrow x(t) = 2\cos\big(400\pi t - \frac{\pi}{4}\big) + 1 + \frac{3}{2}\cos(200\pi t)$

Đáp án: $x(t) = 1 + 2\cos\big(400\pi t - \frac{\pi}{4}\big) + \frac{3}{2}\cos(200\pi t)$

Câu 237:

Xác định tín hiệu $x(t)$ có phổ biên độ và phổ pha như hình vẽ. Công thức của $x(t)$ có dạng:



Hình 13: 237

Lời giải:

$x(t) = \sum(|X(w)|\ e^{jwt})e^{j\Phi(w)}$

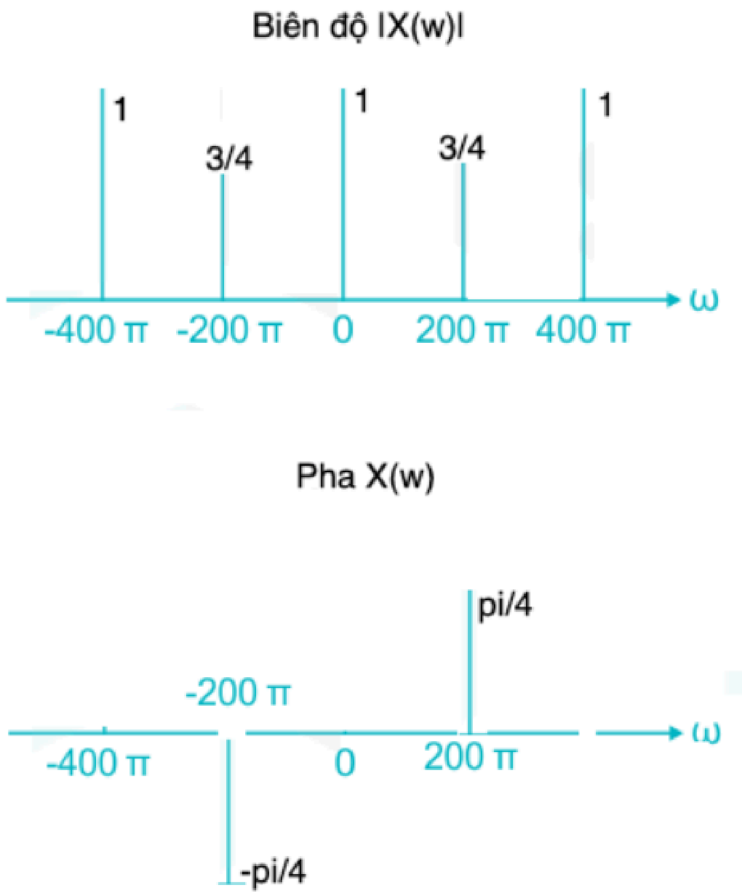
$\rightarrow x(t) = e^{-j400\pi t}e^{j\frac{\pi}{4}} + \frac{3}{4}e^{-j200\pi t}e^{-j\frac{\pi}{4}} + 1 + \frac{3}{4}e^{j200\pi t}e^{j\frac{\pi}{4}} + e^{j400\pi t}e^{-j\frac{\pi}{4}}$

$\rightarrow x(t) = 2\cos\left(400\pi t - \frac{\pi}{4}\right) + 1 + \frac{3}{2}\cos\left(200\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

Đáp án: $1 + 2\cos\left(400\pi t - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{3}{2}\cos\left(200\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

Câu 238:

Xác định tín hiệu $x(t)$ có phổ biên độ và phổ pha như hình vẽ. Công thức của $x(t)$ có dạng:



Hình 14: 238

Lời giải:

$x(t) = \sum(|X(w)|\ e^{jwt})e^{j\Phi(w)}$

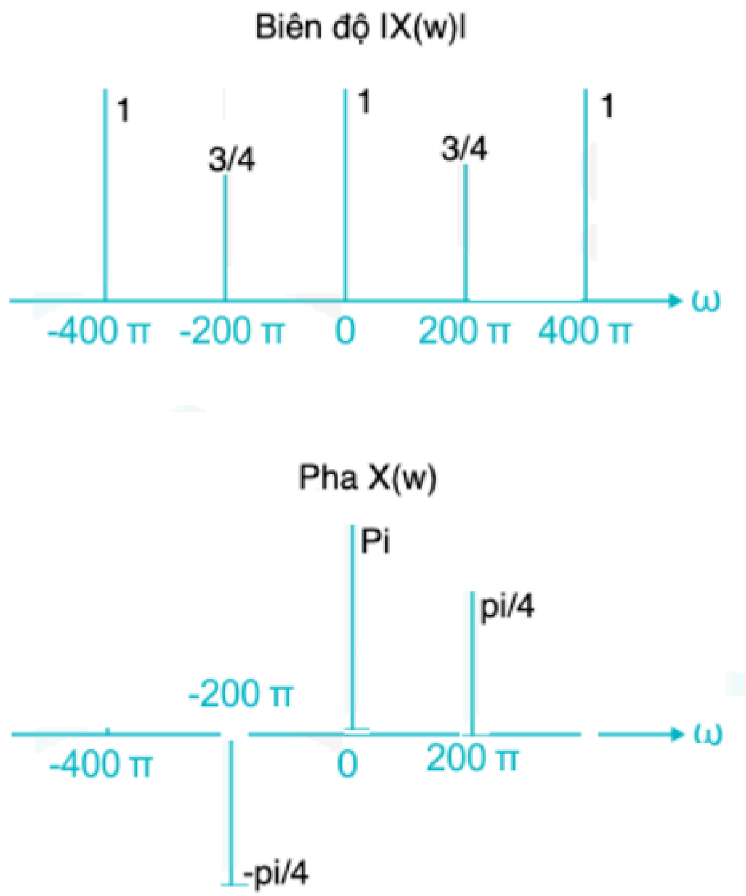
$\rightarrow x(t) = e^{-j400\pi t} + \frac{3}{4}e^{-j200\pi t}e^{-j\frac{\pi}{4}} + 1 + \frac{3}{4}e^{j200\pi t}e^{j\frac{\pi}{4}} + e^{j400\pi t}$

$\rightarrow x(t) = 2\cos(400\pi t) + 1 + \frac{3}{2}\cos\left(200\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

Đáp án: $1 + 2\cos(400\pi t) + \frac{3}{2}\cos\left(200\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

Câu 239:

Xác định tín hiệu $x(t)$ có phổ biên độ và phổ pha như hình vẽ. Công thức của $x(t)$ có dạng:



Hình 15: 239

Lời giải:

$x(t) = \sum(|X(w)|\ e^{jwt})e^{j\Phi(w)}$

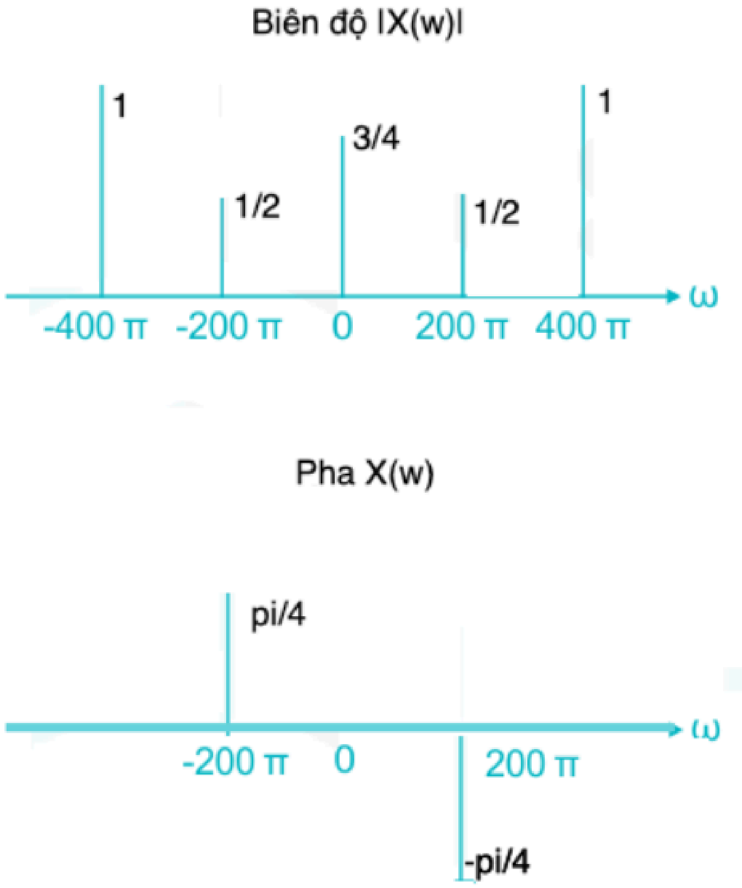
$\rightarrow x(t) = e^{-j400\pi t} + \frac{3}{4}e^{-j200\pi t}e^{-j\frac{\pi}{4}} + e^{j\pi} + \frac{3}{4}e^{j200\pi t}e^{j\frac{\pi}{4}} + e^{j400\pi t}$

$\rightarrow x(t) = 2\cos(400\pi t) - 1 + \frac{3}{2}\cos\left(200\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

Đáp án: $-1 + 2\cos(400\pi t) + \frac{3}{2}\cos\left(200\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

Câu 240:

Xác định tín hiệu $x(t)$ có phổ biên độ và phổ pha như hình vẽ. Công thức của $x(t)$ có dạng:



Hình 16: 240

Lời giải:

$x(t) = \sum(|X(w)|\ e^{jwt})e^{j\Phi(w)}$

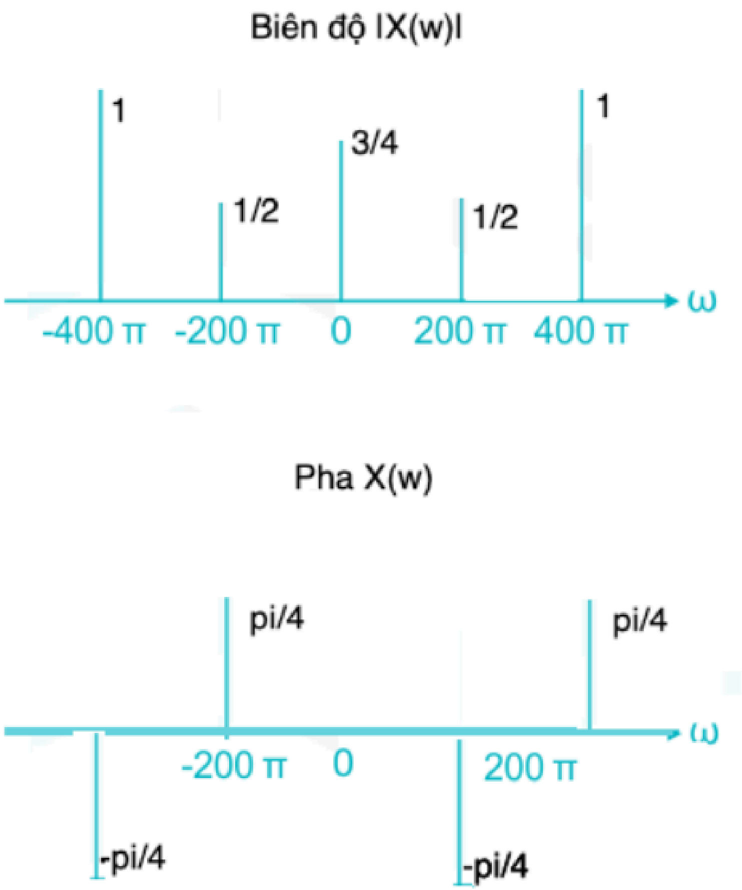
$\rightarrow x(t) = e^{-j400\pi t} + \frac{1}{2}e^{-j200\pi t}e^{j\frac{\pi}{4}} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2}e^{j200\pi t}e^{-j\frac{\pi}{4}} + e^{j400\pi t}$

$\rightarrow x(t) = 2\cos(400\pi t) + \frac{3}{4} + \cos\big(200\pi t - \frac{\pi}{4}\big)$

Đáp án: $\frac{3}{4} + 2\cos(400\pi t) + \cos\big(200\pi t - \frac{\pi}{4}\big)$

Câu 241:

Xác định tín hiệu $x(t)$ có phổ biên độ và phổ pha như hình vẽ. Công thức của $x(t)$ có dạng:



Hình 17: 241

Lời giải:

$x(t) = \sum (|X(w)|\ e^{jwt})e^{j\Phi(w)}$

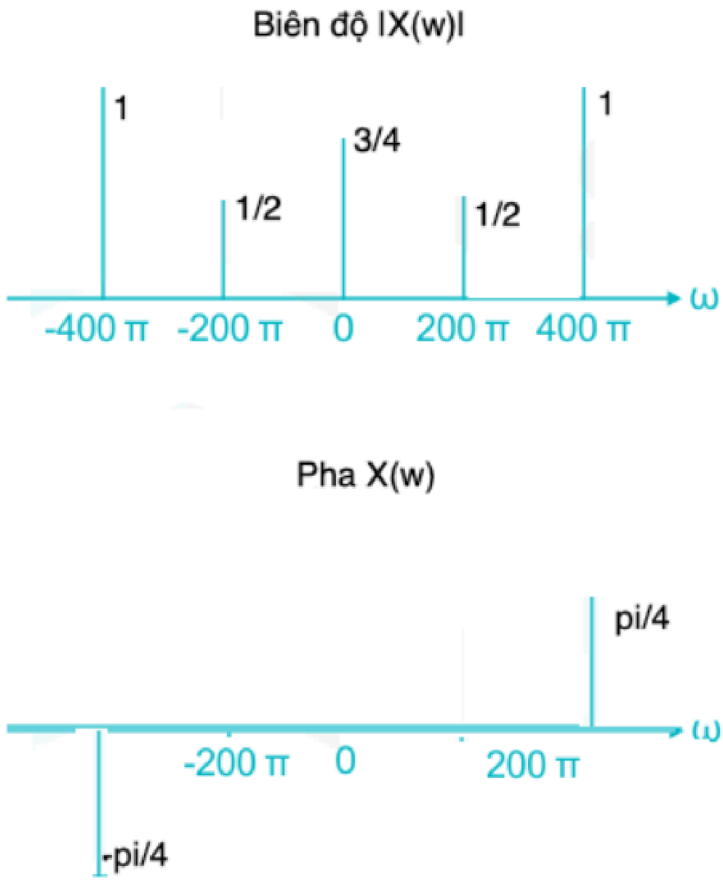
$\rightarrow x(t) = e^{-j400\pi t}e^{-j\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2}e^{-j200\pi t}e^{j\frac{\pi}{4}} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2}e^{j200\pi t}e^{-j\frac{\pi}{4}} + e^{j400\pi t}e^{j\frac{\pi}{4}}$

$\rightarrow x(t) = 2\cos\left(400\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{3}{4} + \cos\left(200\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$

Đáp án: $2\cos\left(400\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(200\pi t - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{3}{4}$

Câu 242:

Xác định tín hiệu $x(t)$ có phổ biên độ và phổ pha như hình vẽ. Công thức của $x(t)$ có dạng:



Hình 18: 242

Lời giải:

$x(t) = \sum(|X(w)|\ e^{jwt})e^{j\Phi(w)}$

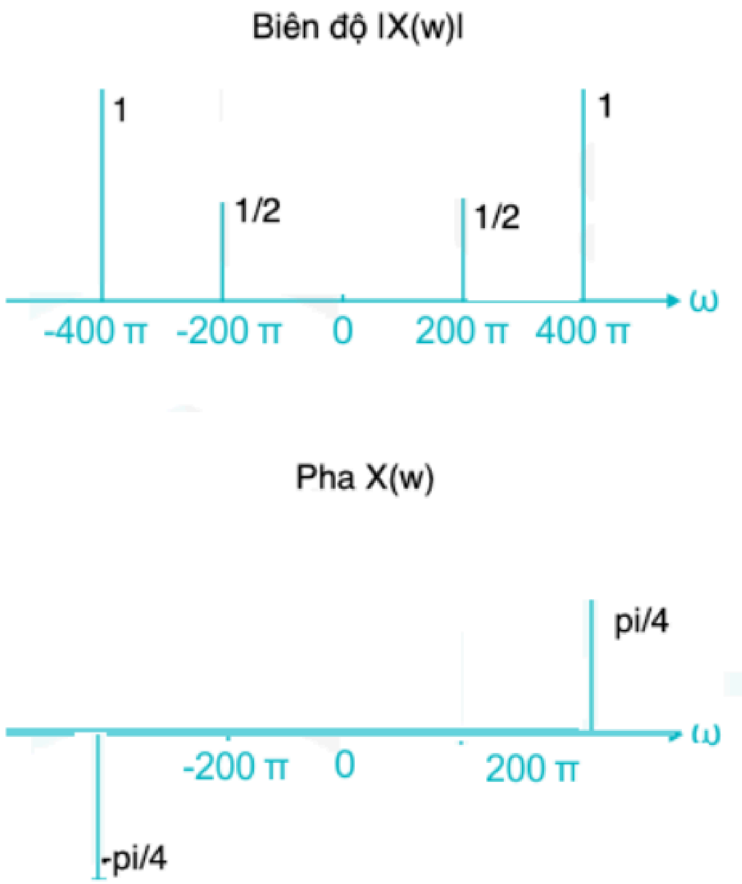
$\rightarrow x(t) = e^{-j400\pi t}e^{-j\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2}e^{-j200\pi t} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2}e^{j200\pi t} + e^{j400\pi t}e^{j\frac{\pi}{4}}$

$\rightarrow x(t) = 2\cos\left(400\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{3}{4} + \cos(200\pi t)$

Đáp án: $2\cos\left(400\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + \cos(200\pi t) + \frac{3}{4}$

Câu 243:

Xác định tín hiệu $x(t)$ có phổ biên độ và phổ pha như hình vẽ. Công thức của $x(t)$ có dạng:



Hình 19: 243

Lời giải:

$x(t) = \sum(|X(w)|\ e^{jwt})e^{j\Phi(w)}$

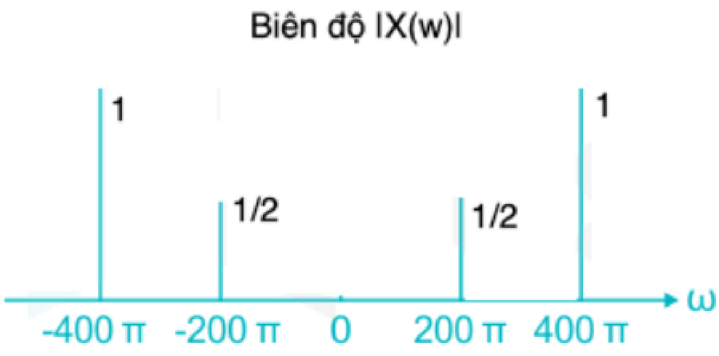
$\rightarrow x(t) = e^{-j400\pi t}e^{-j\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2}e^{-j200\pi t} + \frac{1}{2}e^{j200\pi t} + e^{j400\pi t}e^{j\frac{\pi}{4}}$

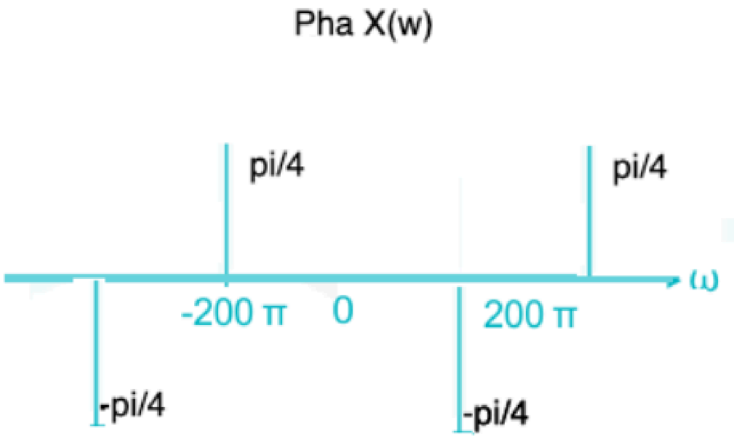
$\rightarrow x(t) = 2\cos\big(400\pi t + \frac{\pi}{4}\big) + \cos(200\pi t)$

Đáp án: $2\cos\big(400\pi t + \frac{\pi}{4}\big) + \cos(200\pi t)$

Câu 244:

Xác định tín hiệu $x(t)$ có phổ biên độ và phổ pha như hình vẽ. Công thức của $x(t)$ có dạng:





Hình 20: 244

Lời giải:

$x(t) = \sum(|X(w)|\ e^{jwt})e^{j\Phi(w)}$

$\rightarrow x(t) = e^{-j400\pi t}e^{-j\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2}e^{-j200\pi t}e^{j\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2}e^{j200\pi t}e^{-j\frac{\pi}{4}} + e^{j400\pi t}e^{j\frac{\pi}{4}}$

$\rightarrow x(t) = 2\cos\left(400\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(200\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$

Đáp án: $2\cos\left(400\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(200\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$

Câu 245:

Hệ thống nào trong số các hệ thống sau đây không ổn định:

Lời giải:

- $y(t) = e^{-t}x(t)$ không ổn định vì khi $x(t) = 1 \forall t$ thì $y(t)$ không bị chặn.
- $y(t) = x(t)u(t)$ ổn định vì nếu $|x(t)| \leq L \rightarrow |y(t)| \leq L$.
- $y(t) = e^{x(t)}u(t)$ ổn định vì nếu $|x(t)| \leq L \rightarrow |y(t)| \leq e^{L}$.
- $y(t) = e^{-x(t)}u(t)$ ổn định vì nếu $|x(t)| \leq L \rightarrow |y(t)| \leq e^{L}$.

Đáp án: $y(t) = e^{-t}x(t)$

Câu 246:

Hệ thống nào trong số các hệ thống sau đây bất biến theo thời gian:

Lời giải:

$y[n] = \sum_{k=-n}^{n} x[k]$ không bất biến vì khi thay đổi n thì khoảng cộng thay đổi

$y[n] = \sum_{k=0}^{n} x[k]$ không bất biến vì khi thay đổi n thì khoảng cộng thay đổi

$y[n] = \sum_{k=n-10}^{n} x[k]$ bất biến vì khi thay đổi n thì khoảng cộng không thay đổi

$y[n] = \sum_{k=n}^{2n} x[k]$ không bất biến vì khi thay đổi n thì khoảng cộng thay đổi

Đáp án: $y[n] = \sum_{k=n-10}^{n} x[k]$

Câu 247:

Tìm biến đổi Fourier của tín hiệu $x(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} e^{-2t} u(t)$

Lời giải:

$$\begin{aligned} X(s) &= s\mathcal{L}\left(e^{-2t}u(t)\right) \\ &= \tfrac{s}{s+2} \end{aligned}$$

Thay $s = jw \to X(w) = \frac{jw}{jw+2}$

Đáp án: $X(w) = \frac{jw}{jw+2}$

Câu 248:

Tìm biến đổi Fourier của tín hiệu $x(t) = \frac{1}{2}\left[1 - e^{-2t}\right]u(t)$

Lời giải:

$$\begin{aligned} X(s) &= \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{1}{s} - \tfrac{1}{s+2}\right) \\ &= \tfrac{1}{s(s+2)} \end{aligned}$$

Thay $s = jw \to X(w) = \frac{1}{(jw)(jw+2)}$

Đáp án: $X(w) = \frac{1}{(jw)(jw+2)}$

Câu 249:

Tìm biến đổi Fourier của tín hiệu $x(t) = e^{-|t-1|}$

Lời giải:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(x(t)) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-st}\,\mathrm{d}t \\ &= \int_{-\infty}^{1} e^{-1+(1-s)t}\,\mathrm{d}t + \int_{1}^{+\infty} e^{1-(s+1)t}\,\mathrm{d}t \\ &= \tfrac{e^{-s}}{1-s} + \tfrac{e^{-s}}{1+s} \\ &= \tfrac{2e^{-s}}{1-s^2} \end{aligned}$$

Thay $s = jw \to X(w) = \frac{2e^{-jw}}{w^2+1}$

Đáp án: $X(w) = \frac{2e^{-jw}}{w^2+1}$

Câu 250:

Tìm biến đổi Fourier của tín hiệu $x(t) = e^{2t}[u(t) - u(t-1)]$

Lời giải:

$\mathcal{L}(x(t)) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-st}\,\mathrm{d}t$

$= \int_0^1 e^{(2-s)t}\,\mathrm{d}t$

$= \frac{1}{2-s}(e^{2-s} - 1)$

Thay $s = jw \rightarrow X(w) = \frac{e^{2-jw}-1}{2-jw}$

Đáp án: $X(w) = \frac{e^{2-jw}-1}{2-jw}$

Câu 251:

Tìm biến đổi Fourier của tín hiệu $x[n] = 2^{-n}u[n-1]$

Lời giải:

$\mathcal{Z}(x[n]) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]z^{-n}$

$= \sum_{n=1}^{+\infty} 2^{-n}z^{-n}$

$= (2z)^{-1}\frac{1}{1-(2z)^{-1}}$

$= \frac{z^{-1}}{2-z^{-1}}$

Thay $z = e^{jw} \rightarrow X(w) = \frac{e^{-jw}}{2-e^{-jw}}$

Đáp án: $X(w) = \frac{e^{-jw}}{2-e^{-jw}}$

Câu 252:

Tìm biến đổi Fourier của tín hiệu $x[n] = 2^n(u[n] - u[n-2])$

Lời giải:

$\mathcal{Z}(x[n]) = 1 + 2z^{-1}$

Thay $z = e^{jw} \rightarrow X(w) = 1 + 2e^{-jw}$

Đáp án: $X(\Omega) = 1 + 2e^{-j\Omega}$

Câu 253:

Tìm biến đổi Fourier của tín hiệu $x[n] = \sin\left(\frac{\pi}{2}n\right)(u[n+1] - u[n-2])$

Lời giải:

$\mathcal{Z}(x[n]) = -z^{-1} + z^1$

Thay $z = e^{j\Omega} \rightarrow X(\Omega) = e^{j\Omega} - e^{-j\Omega} = 2j\sin(\Omega)$

Đáp án: $X(\Omega) = j2\sin(\Omega)$

Câu 254:

Tìm các hệ số chuỗi Fourier của tín hiệu $x[n] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta[n-3m-1]$

Lời giải:

$x[n] = \begin{cases} 1 \text{ nếu n chia 3 dư 1} \\ 0 \text{ còn lại} \end{cases}$

Chu kỳ: $N_0 = 3 \to w_0 = \frac{2\pi}{3}$

$X[k] = \frac{1}{3}\sum_{n=0}^{2} x[n]e^{-jw_0kn}$

$\quad = e^{-j\frac{2\pi}{3}k}$

Đáp án: $X[k] = \frac{1}{3}e^{-j\frac{2\pi}{3}k}$

Câu 255:

Tìm các hệ số chuỗi Fourier của tín hiệu $x[n] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta[n-3m]$

Lời giải:

$x[n] = \begin{cases} 1 \text{ nếu n chia hết cho 3} \\ 0 \text{ còn lại} \end{cases}$

Chu kỳ: $N_0 = 3 \to w_0 = \frac{2\pi}{3}$

$X[k] = \frac{1}{3}\sum_{n=0}^{2} x[n]e^{-jw_0kn}$

$\quad = \frac{1}{3}$

Đáp án: $X[k] = \frac{1}{3}$

Câu 256:

Tìm các hệ số chuỗi Fourier của tín hiệu $x[n] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta[n-3m+1]$

Lời giải:

$x[n] = \begin{cases} 1 \text{ nếu n chia 3 dư 2} \\ 0 \text{ còn lại} \end{cases}$

Chu kỳ: $N_0 = 3 \to w_0 = \frac{2\pi}{3}$

$X[k] = \frac{1}{3}\sum_{n=-1}^{1} x[n]e^{-jw_0kn}$

$\quad = \frac{1}{3}e^{j\frac{2\pi}{3}k}$

Đáp án: $X[k] = \frac{1}{3}e^{j\frac{2\pi}{3}k}$

Câu 257:

Tìm các hệ số chuỗi Fourier của tín hiệu tuần hoàn $x[n]$ có chu kỳ cơ sở $N = 10$ và một chu kỳ của tín hiệu này được biểu diễn như sau:

$$x[n] = \begin{cases} 1 \text{ với n} = 0 \\ -1 \text{ với n} = 8 \\ 0 \text{ còn lại} \end{cases}$$

Lời giải:

Chu kỳ: $N_0 = 10 \to w_0 = \frac{\pi}{5}$

$X[k] = \frac{1}{10}\sum_0^9 x[n]e^{-jw_0kn}$

$= \frac{1}{10}\left(1 - e^{-j\frac{8\pi}{5}k}\right)$

$= \frac{1}{10}\left(1 - e^{j\frac{2\pi}{5}k}\right)$

Đáp án: $X[k] = \frac{1}{10}\left(1 - e^{j\frac{2\pi}{5}}\right)$

Câu 258:

Tìm chuỗi giá trị của tín hiệu vào $x[n]$ của một hệ thống TTBB có đáp ứng xung là chuỗi $\{h[n] \mid 0..2\} = \{1; 0; 1\}$ khi tín hiệu ra là chuỗi $\{y[n] \mid 0..4\} = \{1; 0; 0; 0; -1\}$

Lời giải:

$Y(z) = -z^{-4} + 1$

$H(z) = 1 + z^{-2}$

$\rightarrow X(z) = \frac{Y(z)}{H(z)} = 1 - z^{-2}$

$\rightarrow \{x[n] \mid 0..2\} = \{1; 0; -1\}$

Đáp án: {x[n] | 0..2} = {1; 0; −1}

Câu 259:

Tìm chuỗi giá trị của tín hiệu vào $x[n]$ của một hệ thống TTBB có đáp ứng xung là chuỗi $\{h[n] \mid 0..2\} = \{1; 2; 3\}$ khi tín hiệu ra là chuỗi $\{y[n] \mid 0..3\} = \{1; 1; 1; -3\}$

Lời giải:

$Y(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2} - 3z^{-3} = \left(1 - z^{-1}\right)\left(1 + 2z^{-1} + 3z^{-1}\right)$

$H(z) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-1}$

$\rightarrow X(z) = \frac{Y(z)}{H(z)} = 1 - z^{-1}$

$\rightarrow \{x[n] \mid 0..1\} = \{1; -1\}$

Đáp án: $\{x[n] \mid 0..1\} = \{1; -1\}$

Câu 260:

Tìm đáp ứng biên độ của hệ thống được mô tả bằng phương trình sai phân $4y[n] + 4y[n-1] + y[n-2] = x[n]$

Lời giải:

$4Y(z) + 4z^{-1}Y(z) + z^{-2}Y(z) = X(z)$

$\rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{\left(2z^{-1}+1\right)^2}$

Thay $z = e^{jw}$, có:

$H(w) = \frac{1}{\left(1+2e^{-jw}\right)^2}$

$\rightarrow H(\Omega) = \frac{1}{\left((1+2\cos(-\Omega)+2j\sin(\Omega))\right)^2}$

$\rightarrow |H(\Omega)| = \frac{1}{(1+2\cos(-\Omega))^2+4\sin^2(\Omega)}$

$\rightarrow |H(\Omega)| = \frac{1}{5+4\cos(-\Omega)}$

$\rightarrow |H(\Omega)| = \frac{1}{5+4\cos(\Omega)}$

Đáp án: $|H(\Omega)| = \frac{1}{5+4\cos(\Omega)}$

Câu 261:

Tìm đáp ứng biên độ của hệ thống TTBB nhân quả được mô tả bằng phương trình vi phân $y''(t) + 2y'(t) + y(t) = x(t)$

Lời giải:

$s^2Y(s) + 2sY(s) + Y(s) = X(s)$

$\rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{(s+1)^2}$

$\rightarrow H(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$

Thay $s = jw$, có:

$H(w) = \frac{1}{-w^2+2jw+1}$

$\rightarrow |H(w)| = \frac{1}{\sqrt{(1-w^2)^2+4w^2}}$

$\rightarrow |H(w)| = \frac{1}{\sqrt{(1+w^2)^2}}$

$\rightarrow |H(w)| = \frac{1}{w^2+1}$

Đáp án: $|H(w)| = \frac{1}{w^2+1}$

Câu 262:

Xác định giá trị của $x(t)$ tại $t = 0$ biết nó nhân quả và có biến đổi Laplace là:

$X(s) = \frac{3s+1}{2s^2+2s}$

Lời giải:

$X(s) = \frac{1}{2s} + \frac{1}{s+1}$

$\rightarrow x(t) = \frac{1}{2}u(t) + e^{-t}u(t)$ (Hệ thống nhân quả)

$\rightarrow x(0) = \frac{3}{2}$

Đáp án: 1.50

Câu 263:

Xác định giá trị của $x(t)$ tại $t = +\infty$ biết nó nhân quả và có biến đổi Laplace là:

$X(s) = \frac{3s+1}{2s^2+2s}$

Lời giải:

$X(s) = \frac{1}{2s} + \frac{1}{s+1}$

$\rightarrow x(t) = \frac{1}{2}u(t) + e^{-t}u(t)$ (Hệ thống nhân quả)

$\rightarrow x(+\infty) = \frac{1}{2}$

Đáp án: 0.50