Introducción a la teoría de probabilidad



Probabilidad

Es la rama de las matemáticas que se ocupa de medir o determinar cuantitativamente la posibilidad de que ocurra un determinado suceso.

Un modelo matemático es una representación simbólica de un fenómeno cualquiera, realizada con el fin de estudiarlo mejor, dichas representaciones puede ser fenómenos físicos, económicos, sociales, etcétera.

Los modelos matemáticos pueden clasificarse en determinísticos y probabilísticos.



Modelos determinísticos

Cuando se realiza el modelo matemático de un fenómeno y en este se pueden manejar los factores que intervienen en su estudio con el propósito de predecir sus resultados, se llamará modelo determinístico.

```
#Función de interes compuesto
def interes(capitalInicial,i,n):
    valorFinal = capitalInicial*(1+i)**n
    return valorFinal

#Valore de cálculo
capital = 120000
i= 0.08
n = 5
    #Implementación
print(interes(capital,i,n))
```



Modelos probabilísticos

En los modelos probabilísticos, no podemos controlar los factores que intervienen en dichos modelos. A partir de lo cual surge la definición de modelo probabilístico o estocástico. Además de que dichos factores ocurren de tal manera que no es posible predecir sus resultados.

- Lanzamiento de una moneda.
- Estimación de productos defectuosos de una línea de producción.



Experimentos

Un experimento aleatorio es el proceso de obtención de una observación en que se cumple alguna de las siguientes condiciones:

- a) Todos los resultados posibles son conocidos.
- b) Antes de realizar el experimento el resultado es desconocido.
- c) Es posible repetir el experimento en condiciones ideales.

Existen también experimentos del tipo determinísticos que se basan en la aplicación de modelos como el desarrollado en el ejemplo.



Experimentos

Experimento

Lanzar una moneda

Tomar una pieza para inspeccionarla

Realizar una llamada de ventas

Lanzar un dado

Jugar un partido de futbol

Resultado experimental

Cara, cruz

Con defecto, sin defecto

Hay compra, no hay compra

1, 2, 3, 4, 5, 6

Ganar, perder, empatar



Espacio muestral

El espacio muestral es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento, la colección de todos los posibles eventos. La forma en que se subdivide el espacio muestral depende del tipo de probabilidades que se va a determinar.

Hay varias formas alternativas de observar un espacio muestral:

- Clasificación cruzada de los eventos en una tabla llamada tabla de contingencias o tabla de probabilidad.
- Representación gráfica de los diversos eventos como uniones o intersecciones de círculos en un diagrama de Venn.



Espacio muestral

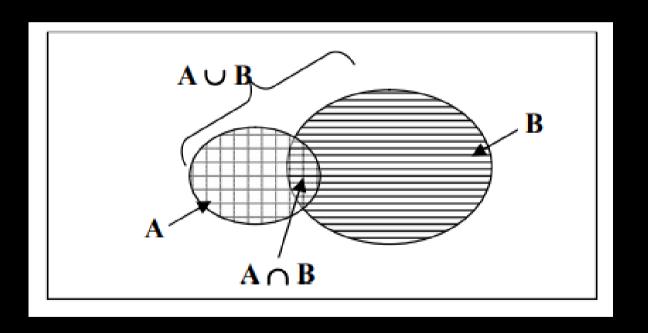
Tabla de contingencia:

Autos vendidos			
Origen Edad	Nacional (N)	Importado (I)	Total
Menos de 40 (- 40)	24	6	30
Entre 40 y 50	19	15	34
Más de 50 años (+ de 50)	7	9	16
Total	50	30	80
			30



Espacio muestral

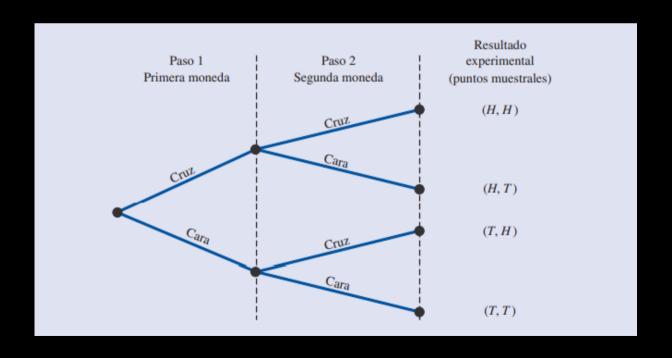
Diagrama de Venn:





Reglas de conteo

La regla de conteo para experimentos de pasos múltiples permite determinar el número de resultados experimentales sin tener que enumerarlos.





Reglas de conteo

Otra regla de conteo útil le permite contar el número de resultados experimentales cuando el experimento consiste en seleccionar n objetos de un conjunto (usualmente mayor) de N objetos.

REGLA DE CONTEO PARA COMBINACIONES

El número de combinaciones de N objetos tomados de n en n es

$$C_n^N = \binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

donde

$$N! = N(N-1)(N-2)\cdots(2)(1)$$

$$n! = n(n-1)(n-2)\cdots(2)(1)$$

y por definición,

$$0! = 1$$



Reglas de conteo

La tercera regla de conteo que suele ser útil, es para permutaciones. Dicha regla permite calcular el número de resultados experimentales cuando se seleccionan n objeto un conjunto de N objetos y el orden de selección es relevante. Los mismos n objetos seleccionados en orden diferente se consideran un resultado experimental diferente.

REGLA DE CONTEO PARA PERMUTACIONES

El número de permutaciones de N objetos tomados de n en n está dado por

$$P_n^N = n! \binom{N}{n} = \frac{N!}{(N-n)!}$$



probabilidad.

Corriente clásica:

Se consideran espacios muestrales uniformes, es decir, se asignan probabilidades a eventos con base en resultados equiprobables (igualmente verosímiles).

Si un experimento admite una cierta cantidad de resultados posibles, entonces las probabilidad de un suceso es el cociente entre el número de casos del suceso y el número total de casos del experimento.

"La probabilidad de un evento que se está llevando a cabo se calcula dividiendo el número de resultados favorables por el número de resultados posibles".



probabilidad.

Corriente frecuentista:

Se asigna un valor de probabilidad a un evento, a partir del cual se considera que ocurrirá. La definición o interpretación de la probabilidad está basada, como su nombre lo indica, en la frecuencia relativa con la cual se obtendría el evento, para esto el experimento se repite una gran cantidad de veces.

El éxito de el lanzamiento de un cohete, no es puede obtener a partir de una gran cantidad de lanzamientos de cohetes; por tanto, la probabilidad se obtiene en forma frecuentista del éxito de un lanzamiento.



probabilidad.

Corriente subjetivista:

En la corriente subjetivista (interpretación de la probabilidad que es muy empleada en el estudio del análisis de decisiones) se asignan probabilidades a eventos basándose en el conocimiento o experiencia que cada persona tiene sobre el experimento; por tanto, la probabilidad asignada está sujeta al conocimiento que el científico tenga con respecto al fenómeno estudiado. De este modo, para un mismo experimento las probabilidades asignadas por diferentes personas pueden ser distintas.



probabilidad.

Corriente bayesiana:

Se asignan probabilidades a los eventos después del experimento. Es decir, la asignación de probabilidades está basada en el conocimiento de la ocurrencia de eventos que estén en dependencia con el evento de estudio.

En tal situación decimos que la información obtenida influyó en la asignación de probabilidades.

Teorema de Bayes

$$p(A_i/B) = \frac{p(A_i) \cdot p(B/A_i)}{p(A_1) \cdot p(B/A_1) + p(A_2) \cdot p(B/A_2) + ... + p(A_n) \cdot p(B/A_n)}$$



Diferencia entre Estadística y

Probabilidad

La estadística se basa en el estudio de los datos para analizarlos e intentar obtener conclusiones sobre fenómenos que ocurren de forma aleatoria.

La probabilidad se encarga del estudio de variables aleatorias para medir la frecuencia con la que se consigue un resultado determinado en un fenómeno aleatorio que en la mayoría de ocasiones depende del azar.