



# Análise de dados medidos em um filamento de tungstênio

Aluno: Átila Leites Romero

Matrícula: 144679

IF-UFRGS

22 de abril de 2012

## Resumo

Este trabalho apresenta uma verificação experimental da teoria de radiação de corpo negro, utilizando uma montagem onde foi medida a radiação emitida por uma lâmpada de tungstênio em função da potência elétrica fornecida.

## 1 Introdução

Segundo a lei de Stefan-Boltzmann,

$$R_{(T)} = \sigma T^4$$

onde  $R$  é a potência total irradiada,  $\sigma$  é uma constante e  $T$  é a temperatura do corpo negro.

Mas a emissividade de corpos reais é menor que a emissividade de um corpo negro ideal. Por isso, para corpos reais, a equação é reescrita como

$$R_{(T)} = \epsilon(T)\sigma T^4$$

onde  $\epsilon$  é um número menor que 1 e representa a emissividade do corpo.

Em outra experiência, foi verificado que as expressões

$$r = r_0 + r_1(T - T_0) + r_2(T - T_0)^2$$

e

$$r = r_0\left(\frac{T}{T_0}\right)^\gamma$$

fornecem uma boa aproximação para a relação entre resistência e temperatura do filamento de tungstênio.

A potência total dissipada por efeito Joule pode ser descrita por

$$P = VI$$

Assumindo que a energia dissipada por condução e convecção varie linearmente com a temperatura, pode-se afirmar que

$$P_D = D(T - T_0)$$

Já a potência dissipada por radiação pode ser descrita pela lei de Stefan-Boltzmann, logo

$$P = D(T - T_0) + S(T - T_0)^4$$

onde

$$S = \sigma A 4\pi\epsilon$$

Como  $\sigma$  é muito pequeno, para baixas temperaturas a dissipação por condução e convecção prevalece e, por isso,

$$P \simeq D(T - T_0)$$

e

$$(T - T_0) \simeq \frac{P}{D}$$

o que leva a

$$r = r_0 + r_1 \frac{P}{D} + r_2 \left(\frac{P}{D}\right)^2$$

Para altas temperaturas, a potência irradiada passa a prevalecer, já que cresce muito mais rápido que a potência dissipada por difusão térmica. Neste caso,

$$P \simeq S(T - T_0)$$

e, como

$$T \gg T_0$$

,

$$T^4 \simeq \frac{P}{S}$$

o que leva a

$$r = r_0 \frac{1}{T_0^\gamma} \left(\frac{P}{S}\right)^{\frac{\gamma}{4}}$$

## 2 Procedimento experimental

Uma lâmpada de tungstênio com 20W de potência nominal foi ligada a uma fonte regulável. Um sensor fotoelétrico foi instalado em frente à lâmpada e ligado a um amplificador de tensão.

Foram aplicadas diferentes tensões à lâmpada. Em cada etapa, eram medidas a corrente na lâmpada e a tensão de

saída no sensor fotoelétrico, já amplificada. Assumiu-se que a luminância detectada seria proporcional a esta tensão de saída, mesmo sendo desconhecido o valor exato desta proporção.

## 3 Análise dos dados

Para cada medida, a resistência da lâmpada pode ser calculada através da lei de Ohm:

$$r = V/I$$

onde  $r$  é a resistência,  $V$  a voltagem e  $I$  a corrente aplicada à lâmpada.

Para voltagens baixas, como não há emissão luminosa detectável, a potência dissipada é constituída predominantemente pela difusão térmica. É esperado um comportamento linear entre a resistência elétrica do tungstênio e a potência dissipada, descrito por

$$r = r_0 + r_1 \frac{P}{D} + r_2 \left(\frac{P}{D}\right)^2$$

A potência dissipada por difusão térmica pela lâmpada é calculada através da lei de Joule  $P = VI$ .

Os valores para  $r_0$ ,  $r_1$  e  $r_2$  podem ser calculados utilizando regressão polinomial.

Para voltagens mais elevadas, a potência irradiada deve prevalecer, e é esperado um crescimento geométrico da potência irradiada em relação à resistência, descrito por

$$r = r_0 \frac{1}{T_0^\gamma} \left(\frac{P}{S}\right)^{\frac{\gamma}{4}}$$

Neste caso a potência dissipada é obtida a partir dos dados da luminosidade captada pelo sensor fotoelétrico.

Rearranjando os termos para isolar as constantes, temos:

$$r = r_0 \left( \frac{1}{T_0 S^{\frac{1}{4}}} P^{\frac{1}{4}} \right)^\gamma$$

E usando logarítimos:

$$\ln(r) = \ln(r_0) \gamma \left[ \ln\left(\frac{1}{T_0 S^{\frac{1}{4}}}\right) + \ln(P^{\frac{1}{4}}) \right]$$

$$\ln(r) = \ln(r_0) \gamma \ln\left(\frac{1}{T_0 S^{\frac{1}{4}}}\right) + \frac{\ln(r_0) \gamma}{4} \ln(P)$$

$$\ln(r) = A + B \ln(P)$$

onde

$$A = \ln(r_0) \gamma \ln\left(\frac{1}{T_0 S^{\frac{1}{4}}}\right); B = \frac{\ln(r_0) \gamma}{4}$$

Os valores para  $\ln(r_0) \gamma \ln\left(\frac{1}{T_0 S^{\frac{1}{4}}}\right)$  e  $\frac{\ln(r_0) \gamma}{4}$  podem ser calculados utilizando regressão linear.

## 4 Resultados

No primeiro conjunto de dados, listado na tabela ??, não houve detecção de radiação luminosa até a voltagem de 1,1 volts. Ou seja, até 1,1 volts, prevaleceu a difusão térmica. Os valores calculados por regressão polinomial foram:

$$r_0 = 0,814842606; \frac{r_1}{D} = 3,820952313; \frac{r_2}{D^2} = -1,002010000$$

Na faixa de voltagens acima de 2 volts, foi notado um grande aumento da potência dissipada, correspondente à dissipação por irradiação.

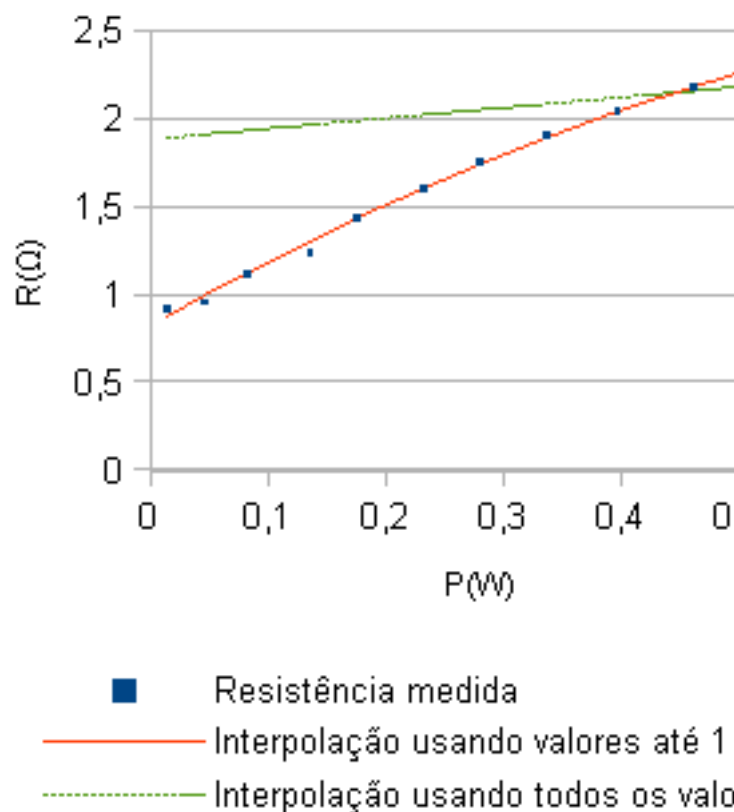
Os valores calculados por regressão linear foram:

$$\ln(r_0) \gamma \ln\left(\frac{1}{T_0 S^{\frac{1}{4}}}\right) = 0,296281006$$

$$\frac{\ln(r_0) \gamma}{4} = 1,0814939775$$

## 5 Discussão

Figura 1: Regressão polinomial para valores até 1,1 volts.



Na figura ??, a regressão polinomial obtida utilizando valores de até 1,1 volts é exibida. Também é mostrado como seria o resultado nesta faixa caso todo o conjunto de dados fosse utilizado.

Na figura ??, a regressão polinomial calculada usando o conjunto de dados completo é mostrada para toda a faixa de valores medidos, para mostrar que não é uma boa aproximação.

Figura 2: Regressão polinomial calculada usando todas as medidas.

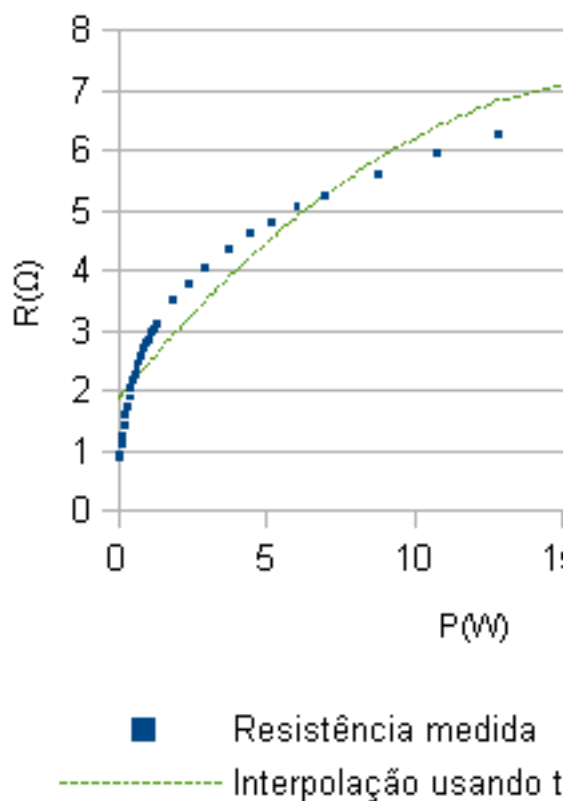
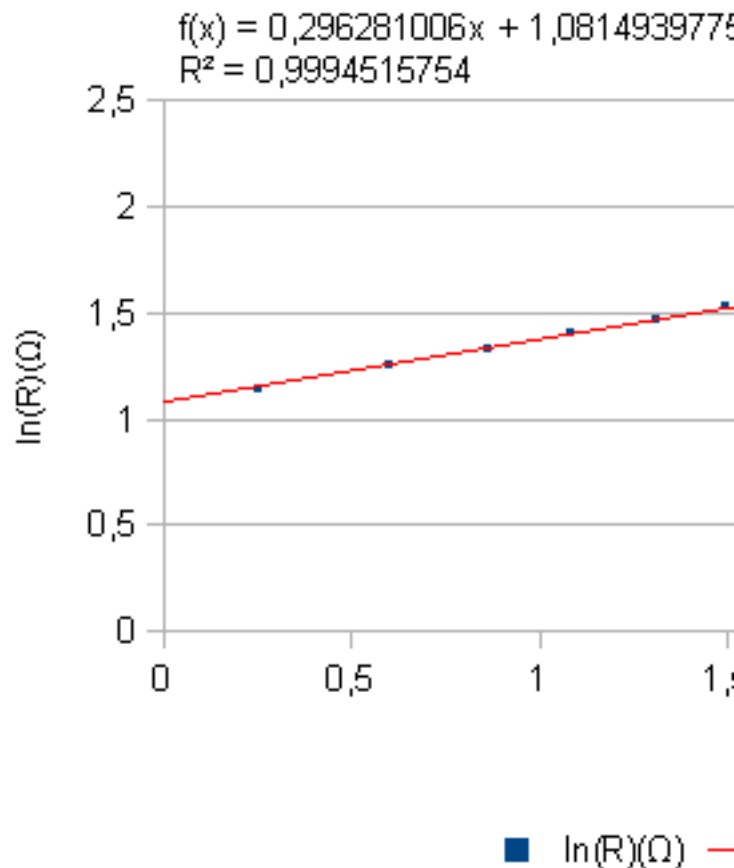


Figura 3: Regressão linear para os logaritmos dos valores medidos a partir de 2 volts.



## 6 Conclusões

Na figura ??, a regressão linear obtida utilizando os valores medidos a partir de 2 volts é exibida.

Para mostrar que a utilização de toda a faixa de valores não fornece uma boa aproximação, na figura ?? é mostrado como ficaria a interpolação de dados se calculada desta forma.

## Referências

Figura 4: Regressão linear para os logaritmos dos valores medidos, usando toda a faixa de valores.

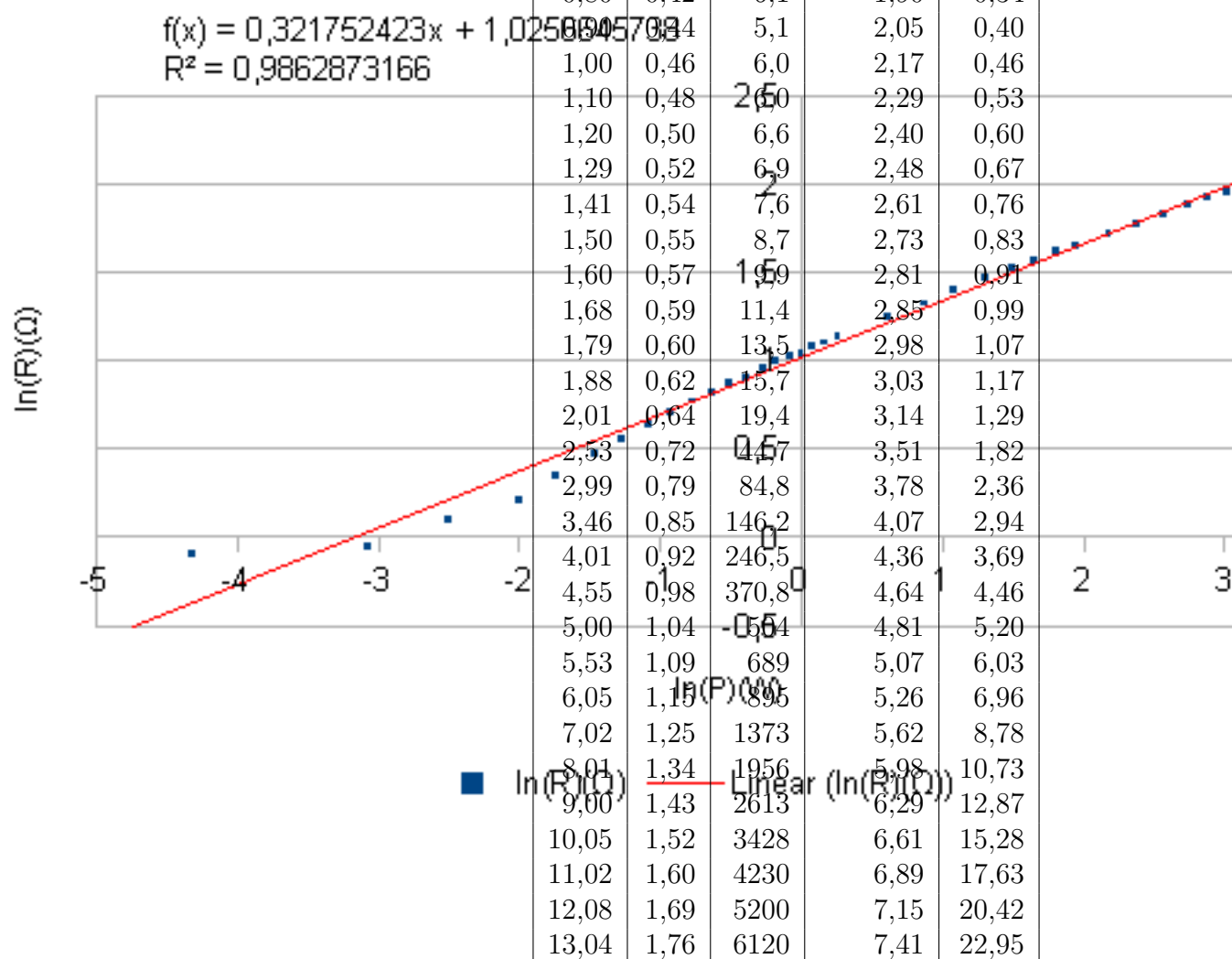


Tabela 1: Primeiro conjunto de medidas.