

Análise de dados medidos em um filamento de tungstênio

Aluno: Átila Leites Romero
Matrícula: 144679
IF-UFRGS

2 de julho de 2012

Resumo

Este trabalho apresenta uma verificação experimental da teoria de radiação de corpo negro, utilizando uma montagem onde foi medida a radiação emitida por uma lâmpada de tungstênio em função da potência elétrica fornecida.

1 Introdução

Segundo a lei de Stefan-Boltzmann,

$$R_{(T)} = \sigma T^4$$

onde R é a potência total irradiada, σ é uma constante e T é a temperatura do corpo negro.

Mas a emissividade de corpos reais é menor que a emissividade de um corpo negro ideal. Por isso, para corpos reais, a equação é reescrita como

$$R_{(T)} = \varepsilon(T)\sigma T^4$$

onde ε é um número menor que 1 e representa a emissividade do corpo.

Em outra experiência, foi verificado que as expressões

$$r = r_0 + r_1(T - T_0) + r_2(T - T_0)^2$$

e

$$r = r_0\left(\frac{T}{T_0}\right)^\gamma$$

forneem uma boa descrição para a relação entre resistência e temperatura do filamento de tungstênio.

A potência total dissipada por efeito Joule pode ser calculada por

$$P = VI$$

Assumindo que a energia dissipada por condução e convecção varie linearmente com a temperatura, pode-se afirmar que

$$P_D = D(T - T_0)$$

Já a potência dissipada por radiação pode ser descrita pela lei de Stefan-Boltzmann, logo

$$P = P_D + P_S = D(T - T_0) + S(T^4 - T_0^4)$$

onde

$$S = \sigma A 4\pi \varepsilon$$

Como σ é muito pequeno, para baixas temperaturas a dissipação por condução e convecção prevalece e, por isso,

$$P \simeq D(T - T_0)$$

e

$$(T - T_0) \simeq \frac{P}{D}$$

o que leva a

$$r = r_0 + r_1 \frac{P}{D} + r_2 \left(\frac{P}{D}\right)^2$$

Para altas temperaturas, a potência irradiada passa a prevalecer, já que cresce muito mais rápido que a potência dissipada por difusão térmica. Neste caso,

$$P \simeq S(T^4 - T_0^4)$$

e, como

$$T^4 \gg T_0^4$$

,

$$T^4 \simeq \frac{P}{S}$$

o que leva a

$$r = r_0 \frac{1}{T_0^\gamma} \left(\frac{P}{S}\right)^{\frac{\gamma}{4}}$$

Espera-se ainda que os dados experimentais possam ser descritos pela Lei de Planck para radiação de corpo negro:

$$Rd\lambda = \frac{hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} d\lambda$$

Com a aproximação de Wien, $e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1$ é substituído por $e^{\frac{hc}{\lambda kT}}$:

$$Rd\lambda = \frac{hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}} d\lambda$$

2 Procedimento experimental

Uma lâmpada de tungstênio com 20W de potência nominal foi ligada a uma fonte regulável. Um sensor fotoelétrico foi instalado em frente à lâmpada e ligado a um amplificador de tensão.

Foram aplicadas diferentes tensões à lâmpada. Em cada etapa, eram medidas a corrente na lâmpada e a tensão de saída no sensor fotoelétrico, já amplificada. Assumiu-se que a luminância detectada seria proporcional a esta tensão de saída, mesmo sendo desconhecido o valor exato desta proporção.

Na segunda parte da experiência, foram realizadas medidas outros materiais, porém sem a medida da luminância: lâmpada de 60W, filamento de tubo de Perrin, filamento de uma válvula 5Y3, um resistor de alta potência e um núcle de pilha Rayovac.

3 Análise dos dados

Para cada medida, a resistência do material pode ser calculada através da lei de Ohm:

$$r = V/I$$

onde r é a resistência, V a voltagem e I a corrente aplicada ao material.

Para voltagens baixas, o material estará em baixas temperaturas, e é esperado um comportamento polinomial entre a resistência elétrica e a potência dissipada, descritas por

$$r = r_0 + r_1 \frac{P}{D} + r_2 \left(\frac{P}{D}\right)^2$$

Os valores para r_0 , $\frac{r_1}{D}$ e $\frac{r_2}{D^2}$ podem ser calculados utilizando regressão polinomial.

Para voltagens mais elevadas, se o filamento começar a irradiar, será esperado um crescimento geométrico da potência irradiada em relação à resistência, descrito por

$$r = r_0 \frac{1}{T_0^\gamma} \left(\frac{P}{S} \right)^{\frac{\gamma}{4}}$$

Neste caso a potência dissipada pode ser obtida a partir dos dados da luminosidade captada pelo sensor fotoelétrico, no caso da lâmpada de 20W.

Para os outros materiais, que não tiveram a luminosidade medida, utiliza-se a potência fornecida, mas com o cuidado de desconsiderar a parte dos dados onde a irradiação não predomina. Para os materiais que não apresentarem irradiação predominante, não é calculado o

$$\gamma$$

Rearranjando os termos para isolar as constantes, temos:

$$\frac{r}{r_0} = \left(\frac{1}{T_0 S^{\frac{1}{4}}} P^{\frac{1}{4}} \right)^\gamma$$

E usando logaritmos:

$$\ln\left(\frac{r}{r_0}\right) = \gamma \left[\ln\left(\frac{1}{T_0 S^{\frac{1}{4}}}\right) + \ln\left(P^{\frac{1}{4}}\right) \right]$$

$$\ln\left(\frac{r}{r_0}\right) = \gamma \ln\left(\frac{1}{T_0 S^{\frac{1}{4}}}\right) + \frac{\gamma}{4} \ln(P)$$

$$\ln\left(\frac{r}{r_0}\right) = A + B \ln(P)$$

onde

$$A = \gamma \ln\left(\frac{1}{T_0 S^{\frac{1}{4}}}\right); B = \frac{\gamma}{4}$$

Os valores para $\gamma \ln\left(\frac{1}{T_0 S^{\frac{1}{4}}}\right)$ e $\frac{\gamma}{4}$ podem ser calculados utilizando regressão linear.

Para o valor de r_0 da relação $\frac{r}{r_0}$, utiliza-se o valor obtido nas baixas voltagens.

Utilizando logaritmos com a aproximação de Wien, espera-se que o gráfico de $\ln(L) \times \frac{1}{T}$ produza uma reta com inclinação $-\frac{hc}{\lambda K}$:

$$\ln(L) = C - \frac{hc}{\lambda K T}$$

Para calcular T, usa-se:

$$T = T_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{1/\gamma}$$

Pode-se corrigir o cálculo da temperatura considerando a dilatação do material utilizando:

$$T_{corrigida} = T_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{1/\gamma} \left(\frac{1 + 2\alpha(T_{ini} - T_0)}{1 + \alpha(T_{ini} - T_0)} \right)^{1/\gamma}$$

No entanto o erro introduzido por não utilizar esta correção é pequeno, em torno de 1%.

Utilizando a inclinação β da reta, pode-se calcular a constante de Planck através de

$$h = -\beta \frac{\lambda K}{c} = -\beta \times 2.74705044 \times 10^{-19}$$

4 Lâmpada de 20W - primeiro conjunto de medidas

No primeiro conjunto de dados não houve detecção de radiação luminosa até a voltagem de 1,1 volts. Ou seja, até 1,1 volts, prevaleceu a difusão térmica. Os valores calculados por regressão polinomial foram:

$$r_0 = 0,8148; \frac{r_1}{D} = 3,820; \frac{r_2}{D^2} = -1,882$$

Na faixa de voltagens acima de 2 volts, foi notado um grande aumento da potência dissipada, correspondente à dissipação por irradiação.

Os valores calculados por regressão linear foram:

$$\gamma \ln \left(\frac{1}{T_0 S^{\frac{1}{4}}} \right) = 1.286$$

$$\frac{\gamma}{4} = 0,2963$$

$$\beta = -11284,6$$

Na figura 1, a regressão polinomial obtida utilizando valores até 1,1 volts é exibida. Também é mostrado como seria o resultado nesta faixa caso todo o conjunto de dados fosse utilizado.

Na figura 2, a regressão linear obtida utilizando os valores medidos a partir de 2 volts é exibida.

Figura 1: Regressão polinomial para valores até 1,1 volts. Primeiro conjunto de medidas.

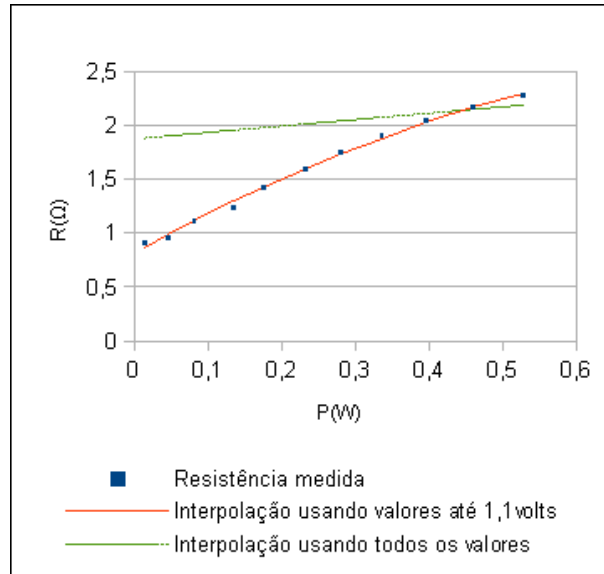
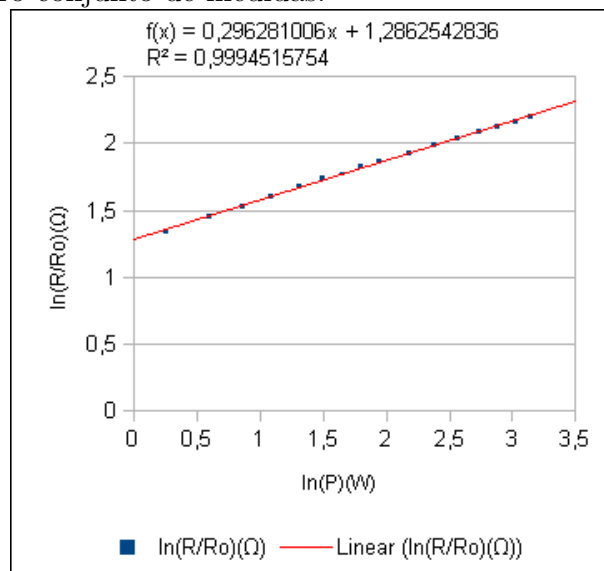


Figura 2: Regressão linear para os logaritmos dos valores medidos a partir de 2 volts. Primeiro conjunto de medidas.



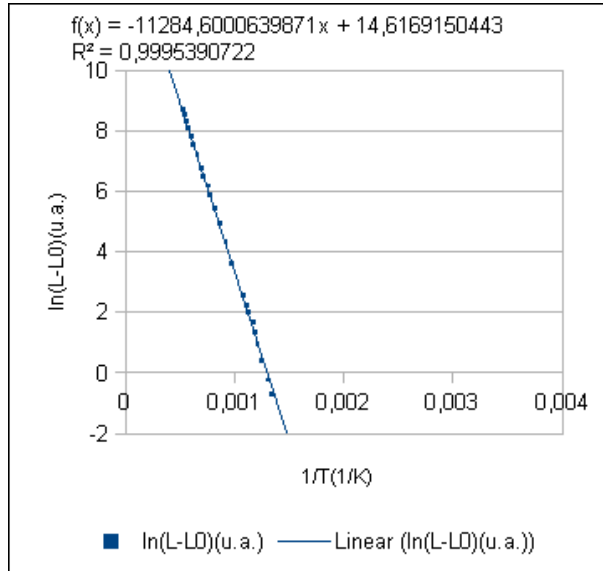
Calculando γ temos que:

$$\gamma = 4 \times 0,2963 = 1.185$$

que é próximo ao valor 1.221 obtido em experiência prévia, mas o material lá utilizado pode ter características diferentes, como densidade e impurezas, que podem explicar parte desta diferença.

Na figura 3, foram comparados luminosidade e temperatura. A regressão linear obtida informa a inclinação β , usada para o cálculo de h .

Figura 3: Regressão linear do logaritmo da luminosidade versus $1/T$. Primeiro conjunto de medidas.



O valor calculado para h foi $3.09993654 \times 10^{-15} eV.s$, que apresenta um erro de aproximadamente 25% em relação ao valor atualmente conhecido.

É possível que um número maior de medidas em baixas voltagens fornecesse um valor mais preciso para r_0 , o que aumentaria a precisão do γ calculado.

Outra fonte de erro foi a luz da sala, que estava ligada durante o experimento, de modo que a movimentação das pessoas pode ter influenciado a quantidade de luz incidente no sensor, alterando o resultado das medidas, sobretudo nas voltagens mais baixas.

Mesmo com essas aproximações, foi possível observar que a potência irradiada de fato aumentou com a quarta potência da temperatura, o que está de acordo com a lei de Stefan-Boltzmann.

5 Lâmpada de 20W - segundo conjunto de medidas

No segundo conjunto de dados, não houve detecção de radiação luminosa até a voltagem de 0,650 volts. Ou seja, até 0,650 volts, prevaleceu a difusão térmica. Os valores calculados por regressão polinomial foram:

$$r_0 = 0,6543; \frac{r_1}{D} = 3,762; \frac{r_2}{D^2} = -1,361$$

Na faixa de voltagens acima de 2,60 volts, foi notado um grande aumento da potência dissipada, correspondente à dissipação por irradiação.

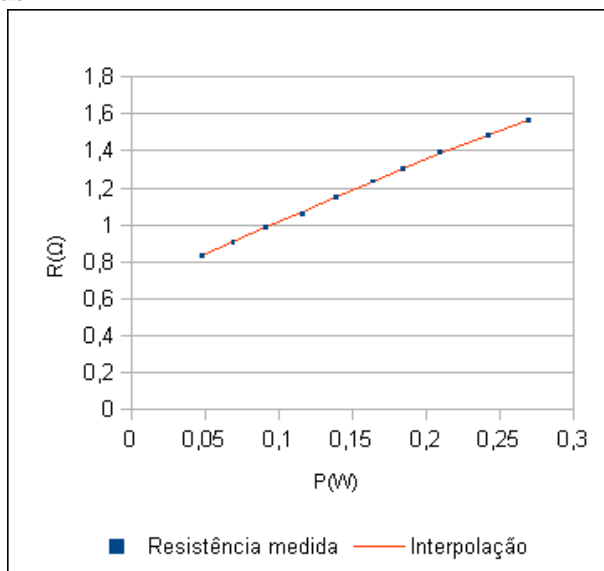
Os valores calculados por regressão linear foram:

$$\gamma \ln\left(\frac{1}{T_0 S^{\frac{1}{4}}}\right) = 1,481$$

$$\frac{\gamma}{4} = 0,3002$$

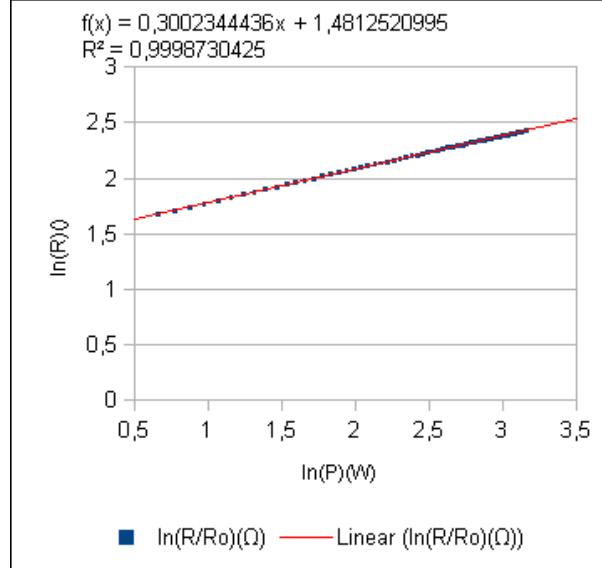
Na figura 4, a regressão polinomial do segundo conjunto de dados, obtida utilizando valores de até 0,650 volts é exibida.

Figura 4: Regressão polinomial para valores até 0,650 volts. Segundo conjunto de medidas.



Na figura 5, a regressão linear do segundo conjunto de dados, obtida utilizando os valores medidos a partir de 2,60 volts é exibida.

Figura 5: Regressão linear para os logaritmos dos valores medidos a partir de 2,60 volts. Segundo conjunto de medidas.



Calculando γ temos que:

$$\gamma = 4 \times 0,3002 = 1,200$$

que é mais próximo ao valor 1.221 obtido em experiência prévia que aquele obtido no primeiro conjunto de dados.

Na figura 6, foram comparados luminosidade e temperatura. A regressão linear obtida informa a inclinação β , usada para o cálculo de h .

O valor calculado para h foi $4.55721933 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$, que apresenta um erro de aproximadamente 10% em relação ao valor atualmente conhecido.

6 Segunda parte - outros materiais

Os dados medidos e os calculados na segunda parte da experiência podem ser visualizados no gráfico 7. Alguns materiais estão exibidos também no gráfico 8, para melhor visualização.

Os valores obtidos para r_0 foram: lâmpada de 60W: 21,88 Ohms tubo de Perrin: 0,59 Ohms válvula 5Y3: 0,55 Ohms resistor de alta potência: 28,71 Ohms núcleo de pilha - grafite: 0,19 Ohms

Os valores obtidos para γ foram: lâmpada de 60W: 1,32 tubo de Perrin: 1,27 válvula 5Y3: 0,76

A lâmpada de 60W e o tubo de Perrin parecem ser de tungstênio. A válvula 5Y3 parece não ser predominantemente de tungstênio, ou a dissipação

Figura 6: Regressão linear do logaritmo da luminosidade versus $1/T$. Segundo conjunto de medidas.

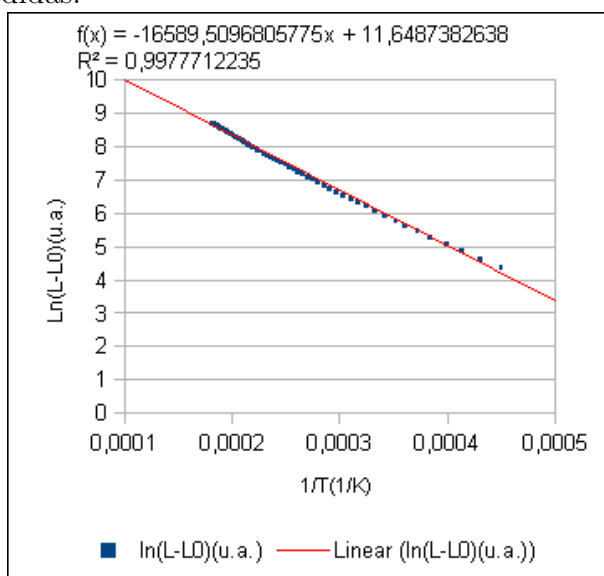


Figura 7: RxP - Dados medidos para diversos materiais.

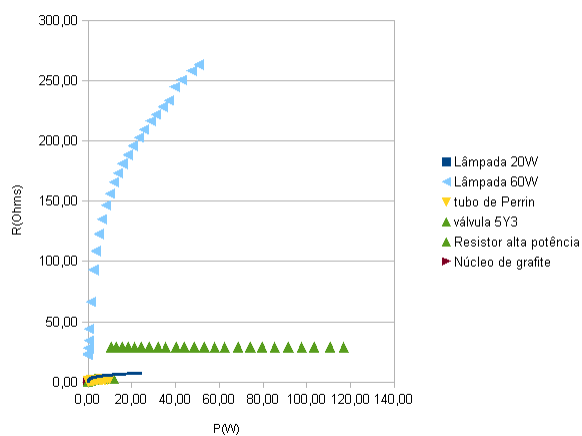
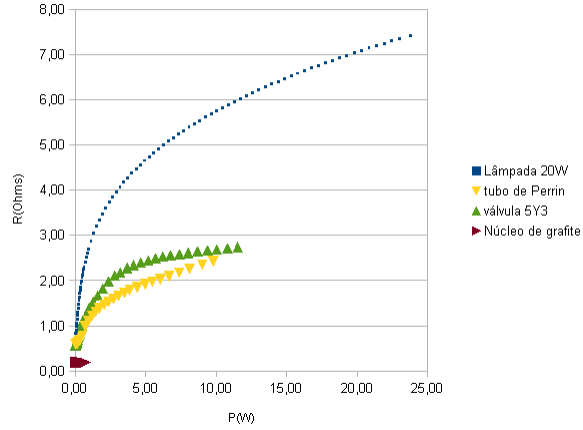
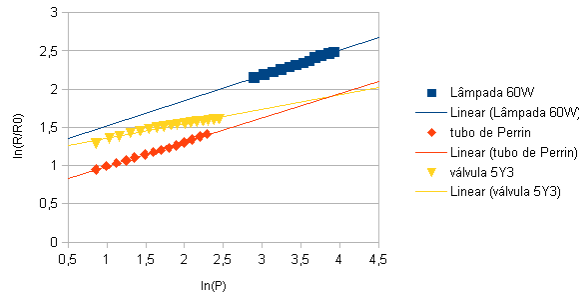


Figura 8: RxP - Dados medidos para diversos materiais.



por difusão térmica ainda era considerável. A diferença pode ser observada no gráfico 9, pela inclinação das retas.

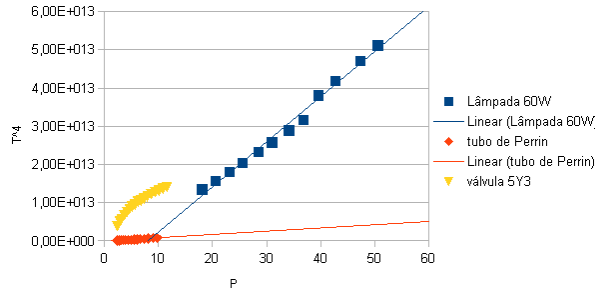
Figura 9: $\ln(R/R_0) \times \ln(P)$ - Uso da inclinação das retas para o cálculo de gama.



O resistor de alta potência e o núcleo de pilha não apresentaram predominância de irradiação e, portanto, não foi possível calcular o γ para estes materiais.

Comparando P e T^4 no gráfico 10, pode-se notar que para a lâmpada de 60W e para o filamento do tubo de Perrin, existe uma correspondência linear entre P e T^4 , o que está de acordo com a lei de Stefan-Boltzmann. Já para a válvula, nota-se que a dissipação ainda é de fato significativa, já que não produziu uma reta. Este fato deve ter alterado o valor de gama para este material e, portanto dificulta que seja definida uma conclusão categórica para sua composição.

Figura 10: $T^4 \times P$ - Confirmação da lei de Stefan-Boltzmann.



7 Conclusões

Neste experimento medimos a potência dissipada por um filamento de tungstênio sujeito a diferentes voltagens. Foi confirmado que a difusão térmica predomina em baixas temperaturas e que a irradiação predomina em temperaturas maiores.

O modelo de dissipação de energia para baixas temperaturas assume que a relação entre potência dissipada e temperatura é linear e descreveu satisfatoriamente as medidas feitas em baixa voltagem.

Para altas temperaturas, o modelo que considera que a energia dissipada é proporcional à quarta potência da temperatura forneceu uma descrição mais adequada para as medidas obtidas.

Os valores calculados para a constante de Planck utilizando os dois conjuntos de dados apresentaram aproximações razoáveis em relação aos valores atualmente conhecidos, principalmente se for considerado que a constante é um número muito pequeno, com uma ordem de grandeza -15.

O segundo conjunto de medidas apresentou resultados melhores do que o primeiro, por conter mais pontos na faixa de baixas voltagens e por apresentar uma precisão maior, que pode ser notada pela menor variação de luminosidade nesta mesma faixa.