2010 ZZ26

Opisz, w jaki spósb obliczenie wielomianu n-tego stopnia w n-tych pierwiastkach jedności jest redukowalne do obliczenia dwóch wielomianów stopnia $n/2$ w $(n/2)$-tych pierwiastkach jedności.

Mamy wielomian $A(x)$ stopnia n, reprezentowany przez współczynniki $a_0, a_1, \cdots, a_n$.
Tworzymy 2 nowe wielomiany:
$A^{[0]}(x) = a_0 + a_2x + a_4x^2 + ...a_{n-2}x^{n/2-1} + a_nx^{n/2}$
$A^{[1]}(x) = a_1 + a_3x + a_5x^2 + ...a_{n-1}x^{n/2-1}$

$$A(x) = A^{[0]}(x^2) + xA^{[1]}(x^2)$$

2013 ZZ9

(a) Wskazać i **(b)** uzasadnić błąd w opisie FFT

1. oblicz wartosci wielomianow A i B w w_1...w_2n - pierwiastkach z jednosci stopnia 2n, oznaczmy te wartosci przez y_i oraz z_i (dla i= 0...2n - 1) ,
2. wymnoz te wartosci tj. t_i = y_i * z_i; (dla i= 0...2n - 1) c) uzywajac wzorów interpolacyjnych Lagrange oblicz wspolczynniki wielomianu stopnia 2n - 2 o wartosciach t_i w w_0, ... , w_2n-1

(a)

Interpolacja Lagrange'a działa w czasie kwadratowym (więc pierwsze F w FFT nie zachodzi), do tego Lagrange'a się nie nadaje do zespolonych.

(b) poprawne FFT

A dokładniej przejście **[war]** -> **[wsp]**

Jak przejść z [war] do [wsp]?

Na razie dla danego $\bar{a} = \langle a_0, \dots, a_{n-1} \rangle$ doliczyliśmy

$\bar{y} = \langle y_0, \dots, y_{n-1} \rangle$, t.że $y_k = \sum_{j=0}^{n-1} a_j (\omega_n^k)^j = a_j \omega_n^{kj}$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ y_{n-1} \end{bmatrix}}_{\bar{y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \omega_n^{00} & \omega_n^{01} & \omega_n^{02} & \dots & \omega_n^{0(n-1)} \\ \omega_n^{10} & \omega_n^{11} & \omega_n^{12} & \dots & \omega_n^{1(n-1)} \\ \vdots & & & & \vdots \\ \omega_n^{(n-1)0} & \omega_n^{(n-1)1} & \omega_n^{(n-1)2} & \dots & \omega_n^{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix}}_{V_n} \underbrace{\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}}_{\bar{a}}$$

w i-tym wierszu i j-tej kolumnie macierzy V_n jest wartość

ω_n^{ij}. Teraz mamy $\bar{y}$ i chcemy obliczyć $\bar{a}$

$$\bar{a} = V_n^{-1}\,\vec{y}$$

Macierz V_n jest odwracalna. W i-tym wierszu i j-tej kolumnie macierzy V_n^{-1} jest wartość $\frac{1}{n}\omega_n^{-ij}$. Po wyciągnięciu $\frac{1}{n}$ przed macierz na i,j-tym miejscu jest $(\omega_n^{-1})^{ij}$ i to też jest n-ty pierwotny pierwiastek z jedności. Czyli obliczenie $\frac{1}{n}V_n^{-1}\cdot\bar{y}$, a to można uzyskać poprzez FFT.

2014 P Z 5

Transformację Fouriera można przedstawić jako przekształcenie liniowe wektora. Przedstaw macierz tego przekształcenia oraz macierz przekształcenia odwrotnego.

2016 Z Z 16

Jak wiadomo, FFT jest algorytmem opartym na strategii Dziel i Zwyciężaj. Przedstaw redukcję wykonaną w tym algorytmie.

2017 Z Z 17

Algorytm FFT używaliśmy do zamiany współczynnikowej reprezentacji wielomianu w reprezentację jako zbiór wartości wielomianu.

Uzasadnij, dlaczego FFT możemy także zastosować do zamiany odwrotnej.

2017 P Z 17

Przekształcenie wektora $\bar{a}$ dokonywane przez algorytm FFT można opisać jako mnożenie pewnej macierzy A przez ten wektor: $\bar{y} = A \cdot \bar{a}$. Jaka jest wartość j-tego elementu i-tego wiersza tej macierzy? Jeśli $\bar{a}$ jest wektorem współczynników pewnego wielomianu, to czym są składowe wektora $\bar{y}$?

2019 Z Z 8

Ile elementów może liczyć zbiór $\{w^2 | \ w$ jest n-tym pierwiastkiem zespolonym z jedności $\}$? Odpowiedź uzasadnij.

n/2, ponieważ

Potęgując pierwiastki zespolone z jedności przesuwasz je wokół okręgu o taki kąt, że n pozycji na okręgu redukuje się do n/2 pozycji.

2019 P Z 8

Ile jest n-tych pierwiastków pierwotnych z jedności w ciele liczb zespolonych dla:

- 8
- 16