EGZAMIN:

1) CNF/DNF
2) Czy formuła jest speł. / tautologią ...?
3) Czy formuły są równoważne?
4) logiczne konsekwencje
5) uproszczenie formuły
6) rezolucyjny dowód sprzeczności.
7) dowód w sys. nat. dedukcji
8) czy da się zapisać formułę za pomocą {tych} spó
9) czy zbiór spójników jest zupełny?
10) kwantyfikatory!
   - zapisz w postaci normalnej
   - zapisz podaną własność
   - czy taut. dedukcja
11) podstawowe operacje na zbiorach
12) operacje na zbiorach nieskończonych $\bigcap_{n\in N} \bigcup_{n\in N}$
P(A) 13) proste liczenie elementów zbioru
14) relacje
15) soki bory
16) funkcje: (czy „na", 1-1, czy istnieje odwrotna?)
17) typy
18) obrazy / przeciwobrazy
19) relacje równoważności / klasy abstrakcji
20) tabele z mocami
21) unifikacje
22) porządki, przechodnie domknięcie

EGZAMINY

DEDUKCJA NATURALNA:

21 luty 2017

$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$ zał

$p \vee q$ zał

p zał

$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$

$\dfrac{p \quad p \Rightarrow q}{q}$ $(\Rightarrow e)$ (e∧1) $\quad \dfrac{(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)}{q \Rightarrow r}$ (∧e2)

r $(\Rightarrow e)$

q zał

$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$

$q \Rightarrow r$ (e∧2) $\quad q$

r $(\Rightarrow e)$

$p \vee q$

r $(\vee e)$

$(p \vee q) \Rightarrow r$ $(\Rightarrow i)$

$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow ((p \vee q) \Rightarrow r)$ $(\Rightarrow i)$

6 luty 2018

p zał

p

$(q \wedge r) \vee p$ $(\vee i_2)$

$p \Rightarrow ((q \wedge r) \vee p)$ $(\Rightarrow i)$

2 luty 2016

$(a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)$ zał

a zał

$a \wedge b$ zał

$a \wedge b$

b (e∧2)

$\neg a \wedge \neg b$ zał

$\neg a \wedge \neg b$

$\neg a$ (e∧1) $\quad a$ $(\neg e)$

$\bot$

b $(\bot e)$

$(a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)$

b $(\vee e)$

$a \Rightarrow b$ $(\Rightarrow i)$

$((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \Rightarrow (a \Rightarrow b)$ $(\Rightarrow i)$

~~¬b zał~~ ?

nic

? ⊥ wynika wszystko

$\bot e$

bez gwiazdy

$\neg e$

$(\bot e)$

9 luty 2017

$\neg a \wedge (b \Rightarrow a)$ zał

b zał

$\neg a \wedge (b \Rightarrow a)$

$b \Rightarrow a$ (∧e2)

$\neg a \wedge (b \Rightarrow a)$

$\neg a$ (e∧1) $\quad b$

a $(\Rightarrow e)$

$\bot$ $(\neg e)$

$\neg b$ $(\bot e)$

$(\neg a \wedge (b \Rightarrow a)) \Rightarrow \neg b$ $(\Rightarrow i)$

21 luty 2014

$\forall x\,(p(x) \Rightarrow q(x))$

$\forall x\; p(x) \Rightarrow (\exists x\; q(x))$

$(\forall x\,(p(x) \Rightarrow q(x))) \Rightarrow \underbrace{(\forall_x\, p(x) \Rightarrow (\exists x\; q(x)))}_{\text{jak tu się stawia nawiasy}}$

6 luty 2014

$p \Rightarrow (q \wedge r)$ zał

p zał

$p \quad p \Rightarrow (q \wedge r)$

q $(\Rightarrow e)$

$p \Rightarrow q$ $(\Rightarrow i)$

p zał

$p \quad p \Rightarrow (q \wedge r)$

r $(\Rightarrow e)$

$p \Rightarrow r$ $(\Rightarrow i)$

$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$ $(\wedge i)$

$(p \Rightarrow (q \wedge r)) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r))$ $(\Rightarrow i)$

16 luty 2018

$(p \wedge q)$ zał

$\neg p$ zał

$p \wedge q$

q

$(\neg p \Rightarrow q)$

$(p \wedge q) \Rightarrow (\neg p \Rightarrow q)$

20 luty 2015 / 19 luty 2016

$(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$ zał.

p zał.

$p \Rightarrow q$ zał

$p \quad p \Rightarrow q$

q

$q \vee r$

$p \Rightarrow r$ zał

$p \quad p \Rightarrow r$

r

$q \vee r$

$(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$

$q \vee r$

$p \Rightarrow (q \vee r)$

$((p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \vee r))$

6 luty 2015

$\forall x \; \varphi(x) \wedge \psi(x)$ zał.

x_0 - św. zmienna

$\forall x \; \varphi(x) \wedge \psi(x)$

$\varphi[x \backslash x_0] \wedge \psi[x \backslash x_0]$

$\varphi[x \backslash x_0]$

$\forall x \; \varphi(x)$

TAK SIĘ WYDAJE

$(\forall x \; \boxed{[\varphi(x) \wedge \psi(x)]}) \Rightarrow \forall x \; \varphi(x)$

→ czy to dotyczy czego?

12 luty 2013

$(p \vee q) \Rightarrow r$ zał.

p zał.

$\dfrac{p}{p \vee q} \qquad p \vee q \Rightarrow r$

r

$p \Rightarrow r$

$((p \vee q) \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

31 stycznia 2013

TO SAMO

TYLKO $(\forall x (\varphi \wedge \psi)) \Rightarrow (\forall x \psi)$

31 stycznia 2012

$\exists x \varphi$ zał.

$\exists x (\varphi \Rightarrow \psi)$ zał.

$(\varphi \Rightarrow \psi)[x \backslash x_0] \qquad \dfrac{\exists x \varphi}{\varphi[x \backslash x_0]}$

$(\varphi \Rightarrow \psi)[x \backslash x_0]$

$\psi[x \backslash x_0]$

$\exists x (\varphi \Rightarrow \psi) \quad \exists x \psi$

$\exists x \psi$

$(\exists x (\varphi \Rightarrow \psi)) \Rightarrow (\exists x \psi)$

$(\exists x \varphi) \Rightarrow ((\exists x (\varphi \Rightarrow \psi)) \Rightarrow (\exists x \psi))$

17 grudnia 2011 / 12 luty 2013

$(\forall x . \varphi \wedge \psi) \rightarrow$?! $= \forall x (\varphi \wedge \psi)$?

REZOLUCYJNY DOWÓD

6 luty 2015 $\{\neg p \vee q,\ \neg q \vee \neg r,\ p \vee q,\ p \vee r,\ \neg p \vee \neg q$

WSKAZÓWKI:
1) Szukaj takich które się eliminują
2) Szukaj pojedynczych

$$\dfrac{\dfrac{\neg p \vee q \qquad \neg p \vee \neg q}{\neg p} \qquad \dfrac{\dfrac{p \vee q \qquad \neg q \vee \neg r}{p \vee \neg r} \qquad p \vee r}{p}}{p}$$

31 stycznia 2013 $\{\neg p \vee q,\ \neg q \vee r,\ p,\ \neg r \vee \neg p\}$

$$\dfrac{\dfrac{p \qquad \neg p \vee q}{q} \qquad \dfrac{\dfrac{\neg q \vee r \qquad \neg r \vee \neg p}{\neg q \vee \neg p} \qquad p}{\neg q}}{\perp}$$

6 luty 2014 $\{p,\ \neg q \vee \neg r,\ \neg p \vee q,\ \neg p \vee r\}$

$$\dfrac{\dfrac{\neg p \vee r \qquad p}{r} \qquad \dfrac{\dfrac{\neg q \vee \neg r \qquad \neg p \vee q}{\neg r \vee \neg p} \qquad p}{\neg r}}{\perp}$$

18 luty 2018 $\{\neg a \vee \neg d,\ \neg c \vee d,\ \neg c \vee a,\ d \vee c,\ \neg d \vee$

$$\dfrac{\dfrac{d \vee c \qquad \neg d \vee c}{c} \qquad \dfrac{\dfrac{\neg c \vee d \qquad \neg d \vee \neg a}{\neg c \vee \neg a} \qquad \neg c \vee a}{\neg c}}{\perp}$$

12 luty 2013 $\{\neg s \vee \neg q,\ \neg q \vee s,\ p \vee q,\ \neg r \vee \neg s,\ \neg p \vee q\}$

$$\dfrac{\dfrac{p \vee q \qquad \neg p \vee q}{q} \qquad \dfrac{\neg q \vee s \qquad \neg q \vee \neg s}{\neg q}}{\perp}$$

20 luty 2015 $\{\neg p \vee q \vee \neg r,\ p \vee \neg r,\ q \vee r,\ \neg q\}$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\neg p \vee q \vee \neg r \qquad p \vee \neg r}{q \vee \neg r} \qquad \neg q}{\neg r} \qquad \dfrac{q \vee r \qquad \neg q}{r}}{\perp}$$

19 luty 2016

$$\dfrac{\dfrac{\neg p \vee q \qquad p}{q} \qquad \dfrac{\dfrac{\neg q \vee \neg r \qquad r \vee \neg p}{\neg q \vee \neg p} \qquad p}{\neg q}}{\bot}$$

9 luty 2017 $\{\neg p \vee r, \neg r \vee s, p \vee \neg s, \neg r\}$

$(\neg p \vee r) \wedge (\neg r \vee s) \wedge (p \vee \neg s) \wedge (\neg r)$ co zrobić, żeby prawda

$1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1$ ✓

$\sigma(p) = 0$
$\sigma(r) = 0$
$\sigma(s) = 0$

2 luty 2016 $\{\neg p \vee r, \neg q \vee r, p \vee q, \neg r\}$

$$\dfrac{\dfrac{\neg p \vee r \qquad \neg r}{\neg p} \qquad \dfrac{\dfrac{p \vee q \qquad \neg q \vee r}{p \vee r} \qquad \neg r}{p}}{\bot}$$

21 luty 2017 $\{\neg p \vee q, \neg q \vee r, p \vee q, \neg q \vee \neg r\}$

$$\dfrac{\dfrac{\neg p \vee q \qquad p \vee q}{q} \qquad \dfrac{\neg q \vee \neg r \qquad \neg q \vee r}{\neg q}}{\bot}$$

31 styczeń 2008 $\{\neg p \vee \neg q \vee r, \neg s \vee q, s, \neg r\}$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\neg p \vee \neg q \vee r \qquad \neg r}{\neg p \vee \neg q} \qquad \neg s \vee q}{\neg p \vee \neg s} \qquad s}{\neg p}$$

$(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg s \vee q) \wedge s \wedge \neg r$

$1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1$

$\sigma(p) = 0$
$\sigma(r) = 0$
$\sigma(s) = 1$

20 luty 2008 $\{\neg p \vee \neg q \vee r, \neg s \vee q, s, \neg r, p\}$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\neg p \vee \neg q \vee r \qquad p}{\neg q \vee r} \qquad \neg s \vee q}{r \vee \neg s} \qquad s}{r} \qquad \neg r}{\bot}$$

3 luty 2009 $\{\neg p \vee r, \neg q \vee r, p \vee q, \neg r \vee \neg s, \neg r \vee s\}$

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\neg p \vee r \quad p \vee q}{r \vee q} \quad \neg q \vee r}{r} \quad \cfrac{\neg r \vee s \quad \neg r \vee \neg s}{\neg r}}{\bot}$$

17 luty 2009 $\{\neg p \vee \neg q \vee r, \neg p \vee \neg q \vee s, \neg p \vee q, p, \neg r \vee \neg s\}$

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{\neg p \vee \neg q \vee r \quad \neg p \vee q}{\neg p \vee r} \quad \neg r \vee \neg s}{\neg p \vee \neg s} \quad \neg p \vee \neg q \vee s}{\neg p \vee \neg q} \quad \neg p \vee q}{\neg p} \quad p}{\bot}$$

17 luty 2010 $\{\neg q \vee p, \neg r \vee \neg s, q \vee s, r \vee q, \neg q \vee \neg p\}$

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{q \vee s \quad \neg s \vee \neg r}{q \vee \neg r} \quad q \vee r}{q} \quad \cfrac{\neg q \vee p \quad \neg q \vee \neg p}{\neg q}}{\bot}$$

3 luty 2010 $\{\neg s \vee r, \neg q \vee r, s \vee q, \neg r \vee \neg p, \neg r \vee p\}$

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{r \vee \neg s \quad s \vee q}{r \vee q} \quad \neg q \vee r}{r} \quad \cfrac{\neg r \vee p \quad \neg r \vee \neg p}{\neg r}}{\bot}$$

ZAWSZE! MOŻEMY SIĘ POZBYĆ TYLKO JEDNEGO

$$\cfrac{\neg p \vee s \vee q \quad \neg s \vee \neg q}{\neg(s \vee q)}$$

21 luty 2014 $\{\neg p \vee q, \neg p \vee r, p \vee s, \neg q \vee s, \neg r \vee \neg s \vee t, \neg s \vee p\}$

$(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge (p \vee s) \wedge (\neg q \vee s) \wedge (\neg r \vee \neg s \vee t) \wedge (\neg s \vee p)$

$0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1$

chcę do t bo widzę, że jest sam.

1

$\sigma(t) = 1$
$\sigma(p) = 1$
$\sigma(q) = 1$
$\sigma(r) = 1$
$\sigma(s) = 1$

PRENEKSOWA POSTAĆ NORMALNA

6 luty 2015 $\forall n ((\exists k\ kx=n \land \exists k\ ky=n) \Rightarrow 2 \leq n)$

musimy się tego pozbyć

$\forall n (\neg(\exists k_1\ k_1x=n \land \exists k_2\ k_2y=n) \lor 2 \leq n)$

$\forall n ((\forall k_1\ k_1x \neq n \lor \forall k_2\ k_2y=n) \lor 2 \leq n)$

$\forall n\, \forall k_1\, \forall k_2\, (k_1x \neq n \lor k_2y = n \lor 2 \leq n)$

15 luty 2011 $\forall n ((\forall k<n\ \ k \in X) \Rightarrow n \in X)$

KAM. AP.

$\forall n ((\forall k\ (k<n \Rightarrow k \in X)) \Rightarrow n \in X)$

$\forall n ((\forall k\ k \geq n \lor k \in X) \Rightarrow n \in X)$

chcę $p \Rightarrow q \equiv \neg p \lor q$, więc rozpiszę ogranicz. $k<n$ przy $\forall k\ k<n$

a teraz co dalej?

$\forall n ((\exists k\ k<n \land k \notin X) \lor n \in X)$

$\forall n\, \exists k ((k<n \land k \notin X) \lor n \in X)$

20 luty 2008 A) $(\neg \exists x \exists y (n = xy \land x \neq 1 \land y \neq 1)) \land \exists z\ n = z+z$

$(\forall x \forall y (n \neq xy \lor x = 1 \lor y = 1)) \land \exists z\ \ n = z+z$

$\forall x \forall y\ \exists z ((n \neq xy \lor x = 1 \lor y = 1) \land n = z+z)$

B) $\forall \varepsilon>0\ \exists \delta>0\ (|x-x_0| < \delta \Rightarrow |f(x)-f(x_0)| < \varepsilon)$

$\forall \varepsilon\ \varepsilon>0 \Rightarrow (\exists \delta>0\ \land (|x-x_0|<\delta \Rightarrow |f(x)-f(x_0)|<\varepsilon))$

$\forall \varepsilon\ \varepsilon>0 \Rightarrow \exists \delta\ (\delta>0 \land (|x-x_0|<\delta \Rightarrow |f(x)-f(x_0)|<\varepsilon))$

$\forall \varepsilon\ \varepsilon \leq 0 \lor \exists \delta (\delta>0 \land (|x-x_0| < \delta \Rightarrow |f(x)-f(x_0)|<\varepsilon)$

$\forall \varepsilon\, \exists \delta\ (\varepsilon \leq 0 \lor (\delta>0 \land (|x-x_0|<\delta \Rightarrow |f(x)-f(x_0)|<\varepsilon)))$

15 luty 2007 A) $\neg((\forall x \geq 0)(\exists y<0)(f(x)=g(y))$

$\neg(\forall_x\ x \geq 0 \Rightarrow (\exists_y\ y<0 \land (f(x)=g(y)))$

$\neg(\forall_x\ x<0 \lor \exists y (y<0 \land f(x)=g(y)))$

$\neg(\forall x\, \exists y\, (x<0 \lor (y<0 \land f(x)=g(y)))$

$\exists x\, \forall y\, (x \geq 0 \land (y \geq 0 \lor f(x) \neq g(y)))$

B) $\neg(\exists n (n \in A \Rightarrow n \in B))$

$\neg(\exists n (n \notin A \lor n \in B)) \equiv \forall n (n \in A \land n \notin B)$

31 stycznia 2008 n jest liczbą pierwszą

$\forall k\ k \in \mathbb{N}_{>1}\ \forall w\ w \in \mathbb{N}_{>1}\ \exists n\ n \in \mathbb{N} (k\,w \neq n)$

fun. f nie jest rosnąca.

$\forall_x\ x \in X\ \forall z\ z \in X\ (x<z \Rightarrow f(x) \geq f(z))$

21 luty 2017 $(\forall n \exists x (f(x) > n)) \wedge \neg(\exists n \forall x\ f(x) > n)$

$(\forall n \exists x (f(x) > n)) \wedge (\forall n \exists x\ f(x) \leq n)$

$\forall n_1 \exists x_1 \forall n_2 \exists x_2 (f(x_1) > n_1 \wedge f(x_2) \leq n_2$ 12 (pre

6 luty 2018 $(\exists d\ x \cdot d = w) \wedge (\exists d\ y \cdot d = w) \wedge \forall w' ((\exists d\ xd = w') \wedge (\exists d\ yd = w') \Rightarrow w \leq w')$

$\exists d_1 \exists d_2 (xd_1 = w \wedge yd_2 = w) \wedge \forall w' ((\forall d_3\ x \cdot d_3 \neq w') \vee (\forall d_4\ yd_4 \neq w) \vee w \leq w'$

$\exists d_1 \exists d_2 (xd_1 = w \wedge yd_2 = w) \wedge \forall w' \forall d_3 \forall d_4 (xd_3 \neq w' \vee \forall d_4\ yd_4 \neq w' \vee w \leq$ 6

$\exists d_1 \exists d_2 \forall w' \forall d_3 \forall d_4 ((xd_1 = w \wedge yd_2 = w) \wedge (xd_3 \neq w' \vee xd_4 \neq w' \vee w \leq w')$

2 luty 2016 relacja R nie jest relacją równoważności

$\exists x \exists y \exists x\ (\langle x,x\rangle \notin R \vee (\langle x,y\rangle \notin R \wedge \langle y,x\rangle \in R) \vee (\langle x,y\rangle \in R \wedge$

$\langle y,z\rangle \in R \wedge \langle x,z\rangle \notin R))$

19 luty 2016 $\forall z ((\forall x\ x \in X \Rightarrow x \leq z) \Rightarrow x_0 \leq z)$ 31

$\forall z (\neg(\forall x\ x \in X \Rightarrow x \leq z) \vee x_0 \leq z)$

$\forall z (\neg(\forall x\ x \notin X \vee x \leq z) \vee x_0 \leq z)$

$\forall z ((\exists x\ x \in X \wedge x > z) \vee x_0 \leq z)$

$\forall z \exists x ((x \in X \wedge x > z) \vee x_0 \leq z)$

20 luty 2015 $\forall n ((\exists d\ nd = x \wedge \exists d\ nd = y) \Rightarrow n \leq 2)$

$\forall n ((\forall d_1\ nd_1 \neq x \vee \forall d_2\ nd_2 \neq y) \vee n \leq 2)$ 21

$\forall n \forall d_1 \forall d_2 ((nd_1 \neq x \vee nd_2 \neq y) \vee n \leq 2)$

12 luty 2013 $\neg((\forall x\ x \in X \Rightarrow x \leq a) \wedge \forall b ((\forall x\ x \in X \Rightarrow x \leq b) \Rightarrow a \leq b)$

(orginał negacyjna postać normalna)

$\forall b ((\forall x\ x \notin X \vee x \leq b) \Rightarrow a \leq b)$ 3

$\forall b ((\exists x\ x \in X \wedge x > b) \vee a \leq b)$

$\neg(\forall x_1 (x_1 \notin X \vee x_1 > a) \wedge \forall b \exists x_2 ((x_2 \in X \wedge x_2 > b) \vee a \leq b))$

$\neg(\forall x_1 \forall b \exists x_2 ((x_1 \notin X \vee x_1 > a) \wedge ((x_2 \in X \wedge x_2 > b) \vee a \leq b)$

$\exists x_1 \exists b \forall x_2 ((x_1 \in X \wedge x_1 \leq a) \vee ((x_2 \notin X \vee x_2 \leq b) \wedge a > b)$

negacyjna postać normalna

↳ NNF

$\forall p\ \neg p \vee q \vee \exists r\ \neg r$

- prenekswa jest równe w NNF'ie
- ale NFF nie jest równe w pren. po. nor.

12 luty 2013 (prenekosowe postać normalne)

$\forall_b ((\forall x \; x \in X \Rightarrow x \le b) \Rightarrow a \le b)$

$\forall_b ((\forall x \; x \notin X \vee x \le b) \Rightarrow a \le b)$

$\forall_b ((\exists x \; x \in X \wedge x > b) \vee a \le b)$

$\forall_b \exists x ((x \in X \wedge x > b) \vee a \le b)$

6 luty 2014

$\neg \forall m ((\forall x \; x < m \Rightarrow x \in X) \Rightarrow m \in X)$

$\neg \forall m ((\forall x \; x \ge m \vee x \in X) \Rightarrow m \in X)$

$\neg \forall m ((\exists x \; x < m \wedge x \notin X) \vee m \in X)$

$\neg \forall m (\exists x ((x < m \wedge x \notin X) \vee m \in X))$

$\exists m \forall x ((x \ge m \vee x \in X) \wedge m \notin X)$

31 stycznia 2013

$\exists m ((\forall k (k < m) \Rightarrow k \in X) \wedge m \notin X)$

$\exists m ((\forall k \; k \ge m \vee k \in X) \wedge m \in X)$

$\exists n \forall k ((k \ge n \vee k \in X) \vee m \in X)$

?

czy to dotyczy tylko k w nawiasie? k

$\neg (\exists x (p(x) \vee q(x)) \Rightarrow r(x))$

ten x tylko do tego?

21 luty 2014

$\forall z' ((\exists k \; x_k = z' \wedge \exists k \; y_k = z') \Rightarrow z \le z')$

$\forall z' (\forall k_1 \; x_{k_1} \ne z' \vee \forall k_2 \; y_{k_2} \ne z') \vee z \le z')$

$\forall z' \forall k_1 \forall k_2 ((x_{k_1} \ne z' \vee y_{k_2} \ne z') \vee z \le z')$

czy to ~~tak~~ więcej

3 luty 2009

$\neg (\forall_\varepsilon \; \varepsilon > 0 \Rightarrow (\exists_k \; k \in \mathbb{N} \wedge (\forall m ((\overbrace{(n > k) \Rightarrow |f(n) - a| < \varepsilon}^{\varphi}))$

$\neg (\forall_\varepsilon \; \varepsilon \le 0 \vee (\exists k \forall m (k \in \mathbb{N} \wedge \varphi)))$ $\quad n \le k \vee |f(n) - a| < \varepsilon$

$\neg (\forall_\varepsilon \exists k \forall m (\varepsilon \le 0 \vee (k \in \mathbb{N} \wedge \varphi)))$

$\exists \varepsilon \forall k \exists n (\varepsilon > 0 \wedge (k \notin \mathbb{N} \vee (n > k \wedge |f(n) - a| \ge \varepsilon)))$

bezkwantyfikatorowe logiczne kawałki kokokodac 1

CNF / DNF

21 luty 2014

wF n. T $\wedge(\vee)$

w. T n. F $\vee(\wedge)$

CNF $(\neg p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee q \vee r)$

DNF $(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r)$

18 luty 2012

Czy formuła $p \vee q$ to CNF? T

Czy formuła $p \vee q$ to DNF? T

Czy formuła $p \wedge q$ to CNF? T

Czy formuła $p \wedge q$ to DNF? T

$p \wedge q$: DNF $p \wedge q$; CNF $p \wedge q$

$p \vee q$: DNF $p \vee q$; CNF $p \vee q$

31 stycznia 2013

$(p \vee q) \Rightarrow r$

p	q	r	$p \vee q$	$p \vee q \Rightarrow r$	
0	0	0	0	1	
0	0	1	0	1	
0	1	0	1	0	c
0	1	1	1	1	
1	0	0	1	0	c
1	0	1	1	1	
1	1	0	1	0	c
1	1	1	1	1	

CNF:
$(p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$

DNF:
$(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee$
$\vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r)$

SPOSÓB Z ROZPISANIA

6 luty 2014 $\neg((p \vee q) \Rightarrow r)$

$\equiv \neg((\neg p \wedge \neg q) \vee r) \equiv$

$\equiv (p \vee q) \wedge \neg r$ CNF

$(p \wedge \neg r) \vee (q \wedge \neg r)$ DNF

6 luty 2018 / 12 luty 2013 $p \Rightarrow (q \wedge r)$

$\neg p \vee (q \wedge r)$ DNF

$(q \vee \neg p) \wedge (r \vee \neg p)$ CNF

20 luty 2015 $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$

$(\neg p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \wedge \neg q) \vee r$ DNF

$(p \vee r) \wedge (\neg q \vee r)$ CNF

19 luty 2016 $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r$

p	q	r	$p \Leftrightarrow q$	$((p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r)$	
0	0	0	1	0	
0	0	1	1	1	D
0	1	0	0	1	D
0	1	1	0	0	
1	0	0	0	1	D
1	0	1	0	0	
1	1	0	1	0	
1	1	1	1	1	D

DNF:
$(\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee$
$\vee (p \wedge q \wedge r)$

CNF:
$(p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge$
$\wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$

9 luty 2017 $p \Rightarrow (q \wedge (r \vee \neg s))$

$\neg p \vee (q \wedge (r \vee \neg s)) \equiv \neg p \vee ((q \wedge r) \vee (q \wedge \neg s)) \equiv \neg p \vee (q \wedge r) \vee (q \wedge \neg s)$ DNF

$(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee (r \vee \neg s)) \equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r \vee \neg s)$ CNF

2 luty 2016 $p \Leftrightarrow (\neg q \wedge r)$ $\qquad p \Leftrightarrow q$

$(p \wedge (\neg q \wedge r)) \vee (\neg p \wedge (q \vee \neg r))$ $\qquad (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

$(p \wedge \neg q \wedge r) \vee ((\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg r)) \equiv (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg r)$

lepiej z tabelki DNF

$(p \Rightarrow (\neg q \wedge r)) \wedge ((\neg q \wedge r) \Rightarrow p)$

$(\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge ((q \vee \neg r) \vee p) \equiv (\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge (q \vee \neg r \vee p)$

$\neg(\neg(\neg p \vee \neg q) \vee \neg(\neg p \vee r) \vee \neg(q \vee \neg r \vee p))$

21 luty 2017 $(p \Leftrightarrow q) \vee r$

$(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \vee r$ DNF

$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)) \vee r \equiv ((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)) \vee r$

$\cancel{(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p \vee r)}$

$(r \vee \neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p \vee r)$ mogę to wciągnąć

1 luty 2006

$p \Leftrightarrow \neg q \equiv (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$ DNF

$(p \Rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \Rightarrow p) \equiv (\neg p \vee \neg q) \wedge (q \vee p)$ CNF

15 luty 2007 $\neg((p \Rightarrow \neg q) \wedge (q \Rightarrow r))$

p	q	r	a: $p \Rightarrow \neg q$	b: $q \Rightarrow r$	c: $a \wedge b$	$\neg c$	
0	0	0	1	1	1	0	
0	0	1	1	1	1	0	
0	1	0	1	0	0	1	D
0	1	1	1	1	1	0	
1	0	0	1	1	1	0	
1	0	1	1	1	1	0	
1	1	0	0	0	0	1	D
1	1	1	0	1	0	1	D

DNF:
$(\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r)$

CNF:
$(p \vee q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge$
$(\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r)$

20 luty 2008 $p \Leftrightarrow (q \wedge r) \equiv (p \wedge (q \wedge r)) \vee (\neg p \wedge \neg(q \wedge r)) \equiv$
$\equiv (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge (\neg q \vee \neg r)) \equiv (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg r)$ DNF

$(p \Rightarrow (q \wedge r)) \wedge ((q \wedge r) \Rightarrow p) \equiv (\neg p \vee (q \wedge r)) \wedge (\neg(q \wedge r) \vee p) \equiv$
$\equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge ((\neg q \vee \neg r) \vee p) \equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee p)$ CNF

3 luty 2009 $\neg p \Leftrightarrow (q \vee r) \equiv (\neg p \wedge (q \vee r)) \vee (p \wedge (\neg q \wedge \neg r)) \equiv$
$\equiv (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r)$ DNF

$(\neg p \Rightarrow (q \vee r)) \wedge ((q \vee r) \Rightarrow \neg p) \equiv (p \vee (q \vee r)) \wedge ((\neg q \wedge \neg r) \vee \neg p) \equiv$
$\equiv (p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg r)$ CNF

17 luty 2009 $p \Leftrightarrow \neg(q \vee r) \equiv (p \wedge (\neg q \wedge \neg r)) \vee (\neg p \wedge (q \vee r)) \equiv$
$\equiv (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r)$

17 gru 2011 / 12 gru 2009 $(p \vee q \vee r) \wedge ((p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee q)$ uproszczenie? to to samo — odwieść tau — UPROSZ

12.12.2009 $NWW(x,y)=2$

$\exists_{x,y\in\mathbb{N}} (x\cdot a=2 \wedge y\cdot b=2) \wedge$
$\exists_{a_1,b_1} (x\cdot a_1=z_1 \wedge y\cdot b_1=z_2 \wedge z_1>2)$

15. luty 2011

$\neg((\underbrace{(p\vee q)\Rightarrow r}) \wedge p \wedge \neg q)$

$\neg(((\neg p\wedge\neg q)\vee r)\wedge p\wedge\neg q) \equiv \neg((\neg p\vee r)\wedge(\neg q\vee r)\wedge p\wedge\neg q) \equiv$

$\equiv (p\wedge\neg r)\vee(q\wedge\neg r)\vee\neg p\vee q$ DNF

31 stycznia 2012

$p \Leftrightarrow \neg q \equiv (p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge q)$ DNF

RÓWNOWAŻNOŚĆ

PRZY UŻYCIU {TYCH} SPÓJNIKÓW NAPISZ φ

1. rozwiń to co ci dane, może się powtórzy.

6 luty 2015 $p \Leftrightarrow (q\vee r)$

$\equiv (p\wedge(q\vee r))\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)$

$\equiv (p\wedge q)\vee(p\wedge r)\vee(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)$

$(p\Rightarrow(q\vee r))\wedge((q\vee r)\Rightarrow p) \equiv (\neg p\vee q\vee r)\wedge((q\vee r)\Rightarrow p) \equiv$

$\equiv (\neg p\vee q\vee r)\wedge((\neg q\wedge\neg r)\vee p)$

31 stycznia 2012

$p\wedge q \overset{\Rightarrow\,\neg}{\rightsquigarrow}$

$\parallel$

$\neg(\neg p\vee\neg q)$ nie da się

2) 15 luty 2011

3) $p\wedge\neg q \overset{\Rightarrow\,\vee}{\rightsquigarrow}$ przy użyciu obu nie można

$\neg(\neg p\vee q) \equiv \neg(p\Rightarrow q)$

17 luty 2010 2)

$p\Leftrightarrow q \overset{\vee\,\neg}{\rightsquigarrow}$

$(p\wedge q)\vee(\neg p\wedge\neg q) \equiv \neg(\neg p\vee\neg q)\vee\neg(p\vee q)$

3) $p\wedge(q\Rightarrow r) \overset{?}{\equiv} (p\wedge q)\Rightarrow(p\wedge r)$

p	q	r	$q\Rightarrow r$	$p\wedge$	$p\wedge q$	$p\wedge r$	$\Rightarrow$
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1

Nie są równoważne

kontrprzykład:

$\sigma(p)=0$
$\sigma(q)=0$
$\sigma(r)=0$

17 luty 2019

2) $p\Rightarrow q \overset{\wedge\,\neg}{\rightsquigarrow}$

$\parallel$

$\neg p\vee q \equiv \neg\neg(\neg p\vee q) \equiv \neg(p\wedge\neg q)$

3) $\underbrace{p\wedge(q\Leftrightarrow r)}_{F} \overset{?}{\equiv} \underbrace{(p\wedge q)\Leftrightarrow(p\wedge r)}_{T}$

1) spróbuj popsuć

$\sigma(p)=T$
$\sigma(q)=F$
$\sigma(r)=T$

2 luty 2016

$$p \Leftrightarrow (\neg q \wedge r) \overset{\neg \vee}{\rightsquigarrow}$$

$$(p \wedge (\neg q \wedge r)) \vee (\neg p \wedge \neg(\neg q \wedge r)) \equiv \neg(\neg p \vee q \vee \neg r) \vee (\neg p \wedge (q \vee \neg r))$$

$$\equiv \neg(\neg p \vee q \vee \neg r) \vee (p \vee \neg(q \vee r))$$

16 luty 2018

$$\underbrace{\underbrace{(p \Leftrightarrow p)}_{a} \Leftrightarrow p}_{b}$$

p	a	b	$p \Rightarrow p$	$p \Rightarrow$
0	1	0	1	1
1	1	1	1	1

9 luty 2017 $(p \wedge q) \Rightarrow r \overset{?}{\equiv} (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$

F T F F F T F

T F F

p q r	$p \wedge q$	$\Rightarrow r$	$p \Rightarrow r$	$q \Rightarrow r$
0 0 0	0	1	1	1
0 0 1	0	1	1	1
0 1 0	0	1	1	0
0 1 1	0	1	1	1
1 0 0	0	1	0	1
1 0 1	0	1	1	1
1 1 0	1	0	0	0
1 1 1	1	1	1	1

$\sigma(p) = 0$
$\sigma(q) = 1$
$\sigma(r) = 0$
gdzie 0 to F, 1 to T

19 luty 2016 $((p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r) \overset{?}{\equiv} (p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r))$

T F F T F F

T F

$\sigma(r) = F$
$\sigma(p) = T$
$\sigma(q) = F$

20 luty 2015 $((p \Rightarrow q) \Rightarrow r) \overset{?}{\equiv} (p \Rightarrow (q \Rightarrow r))$

F F F F F F

$T \Rightarrow F$ $F \Rightarrow T$

F T

$\sigma(p) = F$
$\sigma(q) = F$
$\sigma(r) = F$

12 luty 2013

$$p \Rightarrow q \overset{\wedge \neg}{\rightsquigarrow}$$

$$\neg p \vee q \equiv \neg(p \wedge \neg q)$$

31 stycznia 2013 $p \Rightarrow (q \wedge r) \overset{?}{\equiv} (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$

p q r	$q \wedge r$	$p \Rightarrow$	$p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow r$	$\wedge$
0 0 0	0	1	1	1	1
0 0 1	0	1	1	1	1
0 1 0	0	1	1	1	1
0 1 1	1	1	1	1	1
1 0 0	0	0	0	0	0
1 0 1	0	0	0	1	0
1 1 0	0	0	1	0	0
1 1 1	1	1	1	1	1

równoważne

18 luty 2012

$p \vee q \overset{\Rightarrow 7}{\leadsto}$ nie da się

$\overset{\shortparallel}{}$

$\neg(\neg p \wedge \neg q)$

6) $\neg(\exists x(p(x) \vee q(x)) \Rightarrow r(x))$

$\neg(\exists x(\neg p(x) \wedge \neg q(x)) \vee r(x))$

$\forall x((p(x) \vee q(x)) \wedge \neg r(x))$

21 luty 2014 $\neg p \Rightarrow \neg q \overset{?}{\equiv} \neg p \vee q$

$\shortparallel$

$p \vee \neg q$ nie są

UPROSZCZENIA

21 luty 2014 $(p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r)$

p	q	r	$p \vee q \vee \neg r$	$\wedge$	$p \vee \neg q \vee \neg r$	$\wedge$	$(p \vee \neg q) \wedge (p \wedge \neg r)$
0	0	0	1		1		1
0	0	1	0		1		0
0	1	0	1		1		1
0	1	1	1		0		0
1	0	0	1		1		1
1	0	1	1		1		1
1	1	0	1		1		1
1	1	1	1		1		1

$(p \vee q \vee \neg r \wedge p) \vee (p \vee q \vee \neg r \wedge \neg q) \vee (p \vee q \vee \neg r \wedge \neg r)$

$\equiv p \vee \neg r \vee \underset{\perp}{(q \wedge \neg q)} \equiv p \vee \neg r$

8 luty 2014 $(p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r)$

$\equiv p \wedge \neg r \wedge \underset{T}{(q \vee \neg q)} \equiv p \wedge \neg r$

17.12.11 / 12.12.2009 $(p \vee q \vee r) \wedge \underbrace{((p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee q)}$ w dnf

$\underbrace{(p \wedge r \wedge (q \vee \neg q)) \vee q}$

$(p \wedge r) \vee q = (p \vee q) \wedge (r \vee q)$

$\underbrace{(p \vee q \vee r) \wedge (p \vee q) \wedge (r \vee q)} \equiv \cancel{\neg((\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge \neg q))}$

nie rozkładaj z powrotem

$(p \vee q \vee r) \wedge ((p \wedge r) \vee q)$

$((p \vee r) \vee q) \wedge ((p \wedge r) \vee q)$

$(p \wedge r) \vee q \Rightarrow$ dnf

TAUTOLOGIA? /

6 luty 2015
Jak to zepsuć?

$T(p \Rightarrow (q \vee r)) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r))$

Tautologia

17 luty 2010

1) $((\varphi_1 \vee \varphi_2) \wedge \neg \varphi_3)$ było spełnione

zawsze spełnione — musi być tautologią } wystarczy to

$\varphi_3 \equiv p \vee \neg p$

$((q \vee r) \wedge \neg(p \vee \neg p))$

p	q	r	$q \vee r$	$\wedge$	$p \wedge \neg p$	
0	0	0	0		0	0
0	0	1	1		0	0
0	1	0	1		0	0
0	1	1	1		0	0
1	0	0	0		0	0
1	0	1	1		0	0
1	1	0	1		0	0
1	1	1	1		0	0

5) $(\forall x(\varphi \Rightarrow \psi)) \Leftrightarrow ((\forall x \varphi) \Rightarrow (\forall x \psi))$

TAUTOLOGIKA

Logika pierwszego rzędu? → logika z kwantyfikatorami

17 luty 2009 $(\forall x(\varphi \vee \psi)) \Leftrightarrow [(\forall x \varphi) \vee (\forall x \psi)]$

UNIWERSUM: $\{1, 2\}$

φ → to liczba parzysta
ψ → to liczba nieparzysta

3 luty 2009 $(p \vee q \vee r) \Rightarrow (((p \vee q) \wedge \neg r) \vee (r \wedge p \wedge q))$ / 31.01.12
czy T?

$\sigma(p) = F$
$\sigma(q) = F$
$\sigma(r) = T$

25 luty 2006 A) $(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow ((p \wedge q) \Rightarrow r)$ TAUTOLOGIA

B) $((p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \wedge q)) \Rightarrow r$

$\sigma(p) = F$
$\sigma(q) = T$
$\sigma(r) = F$

31 stycznia 2008
czy spełnialne?

A) $((p \vee q) \Rightarrow r) \wedge p \wedge \neg r$ spełnialne

B) $((p \vee q) \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ $\sigma(p) = T$ $\sigma(q) = T$ $\sigma(r) = T$

21 luty 2017 $\neg(p \wedge q \Rightarrow r) \wedge \neg(s \vee t) \equiv (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg s \wedge \neg t)$

$(p \wedge q \wedge \neg r) \wedge (\neg s \wedge \neg t)$

$\sigma(p) = T$ $\sigma(r) = F$
$\sigma(q) = T$ $\sigma(s) = F$ $\sigma(t) = F$

9 luty 2017 $\neg\forall x \neg (p(x) \times q(x)) \Leftrightarrow \exists x (p(x) \vee q(x))$

Jak postawić nawiasy, aby to była tautologia?

6 luty 2014

Jeżeli istnieje formuła złożona z $\{p, q, r\}$, która jest prawdziwa dla 3 wartościowań to napisz

$\neg((p \vee q) \Rightarrow r)$

Ja to wiem bo to było w zadaniu przed (CNF) i zauważyłem, ale jak nie to napisz tabelkę

p	q	r	p => q	p => r	r => q	p v q v r	coś zauważył
0	0	0					
0	0	1					
0	1	0					
0	1	1					
1	0	0					
1	0	1					
1	1	0					
1	1	1					

18 luty 2012

1) $T?$

$$\underbrace{(\overset{T}{p} \Rightarrow \overset{T}{q})}_{T} \Rightarrow \overset{T}{\underbrace{((\overset{F}{r} \Rightarrow q) \Rightarrow \overset{F}{(p \Rightarrow r)})}_{F}}$$

$6(p) = T$

$6(q) = T$

$6(r) = F$

2) $$\underbrace{((\overset{F}{p} \Rightarrow \overset{T}{q}) \wedge (\overset{F}{q} \Rightarrow \overset{T}{r}))}_{T} \wedge \underbrace{(\overset{F}{r} \Rightarrow \overset{T}{\neg p})}_{T}$$ czy sprzeczne?

spełnialne dla

$6(p) = F \quad 6(q) = F \quad 6(r) = F$

Prawo rozdzielania kwantyfikatorów

$\forall \phi(x) \Rightarrow \phi(x)$

$\phi(x) \Rightarrow \exists \phi(x)$

$\forall \phi(x) \Rightarrow \exists \phi(x)$

$\forall \phi(x) \Leftrightarrow \forall \phi(y)$

$\exists \phi(x) \Leftrightarrow \exists \phi(y)$

$\neg \forall x \phi(x) \Leftrightarrow \exists x \neg \phi(x)$

$\neg \exists x \phi(x) \Leftrightarrow \forall x \neg \phi(x)$

5) 18 luty 2012 polecenie: met. dedukcji lub kontrprzykład

7) $(\forall x\ (\phi \vee \psi)) \Leftrightarrow (\forall x \phi) \vee (\forall x \psi)$ czy T?

17 luty 2009

5 $(\forall x (p(x) \vee q(x))) \Rightarrow \bot$

$\bot \Rightarrow$

$\forall x (\neg p(x) \wedge p(x))$

bo $\bot$ to zawsze fałsz

31. stycznia 2012 czy sprzeczne?

2 $(\overset{T}{(p \vee q) \Rightarrow r}) \wedge \overset{F}{p} \wedge \overset{T}{\neg r}$

sprzeczne

CO ZAPISAĆ

$\bot, T,$

$p, \neg p,$

$p \vee p, p \wedge p,$

$p \Rightarrow p, p \Leftrightarrow p$

CZY ZBIÓR SPÓJNIKÓW JEST ZUPEŁNY

ZUPEŁNY

$\{\vee, \wedge, \neg\}$ $\{\vee, \neg\}$ $\{\wedge, \neg\}$

$\{\vee, \wedge, \neg, \Rightarrow, \Leftrightarrow\}$ $\{\wedge, \vee, \neg, \Leftrightarrow\}$

$\{\vee, \neg, \Leftrightarrow\}$ $\{\wedge, \neg, \Rightarrow\}$

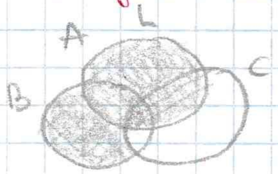
NIEZUPEŁNY

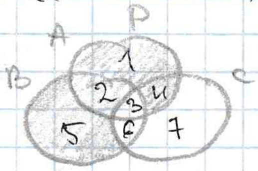
$\{\vee, \wedge\}$ $\{\vee, \Rightarrow\}$ $\{\vee, \Leftrightarrow\}$ $\{\neg\}$ $\{\wedge, \Rightarrow\}$

$\{\wedge\}$ $\{\wedge, \vee, \Rightarrow\}$ $\{\wedge, \vee, \Leftrightarrow\}$

PROSTE OPERACJE NA ZBIORACH

6 luty 2015 $((A\cup B)\setminus C)\cup(A\cap C)=(A\setminus B)\cup(B\setminus C)\cup((A\cap C)\setminus B)$

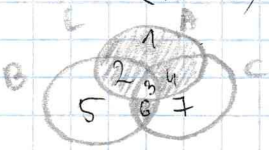


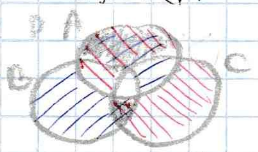


$A=\{1,2,3,4\}$
$B=\{2,3,5,6\}$
$C=\{3,4,6,7\}$

20 luty 2015 $A\dot{-}B=(A\setminus B)\cup(B\setminus A)$ { wszystko prócz części wspólnej

$A\dot{-}(B\cap C)=(A\dot{-}B)\cap(A\dot{-}C)$





$A=\{1,2,3,4\}$
$B=\{2,3,5,6\}$
$C=\{3,4,6,7\}$

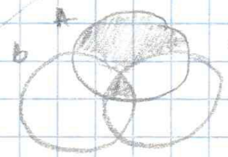
17 grudnia 2011 $A\setminus B=C \wedge \underbrace{A\setminus C}_{\emptyset}\neq B$ 1

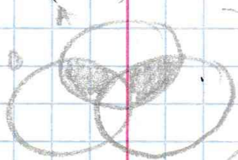
$A=\emptyset$
$B=\{1\}$
$C=\emptyset$

$A=\emptyset$
$B=\{1\}$
$C=\emptyset$

12 grudnia 2009 $\underbrace{A\cup B\cup C}_{\{1,2,3\}}\neq\emptyset \wedge A\setminus(B\dot{-}C)=(A\setminus B)\dot{-}(A\setminus C)$

$A=\emptyset$
$B=\{1,2\}$
$C=\{2,3\}$





$\emptyset$
$\emptyset\dot{-}\emptyset$

17 luty 2010
$(A\cap B)\cup C\subseteq(A\cap(B\setminus C))\cup(C\setminus B)\cup(B\cap(C\setminus A))$

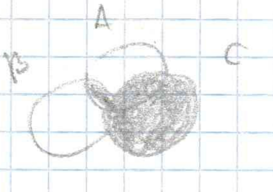
$\neq\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset$

$B=\{1\}$
$C=\{1\}$
$A=\{1\}$

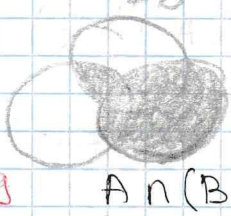
$B=\{1\}$
$C=\{1\}$
$A=\{1\}$

17 luty 2009
$(A\cap B)\cup C\subseteq(A\cap B)\cup(C\setminus B)\cup(B\cap(C\setminus A))$

$=\emptyset$



$\neq 0$

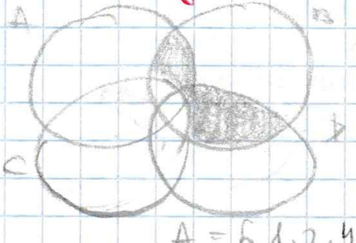


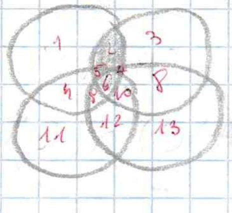
„TAK"

3 luty 2009 $A\cap(B\setminus C)\cap D\subseteq B\cap(A\setminus C)\cap D$ TAK

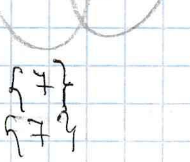
{1,2} {1,2}

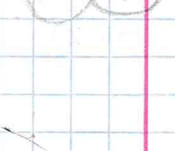
$\neq\emptyset$ $\emptyset$





$A=\{1,2\}$
$C=\{1,2\}$





$A=\{1,2,4,5,6,9,7\}$
$B=\{2,3,5,6,7,8,10\}$
$C=\{4,5,6,9,10,11,12\}$
$D=\{6,7,8,9,10,12,13\}$

$A\cap(B\setminus C)\cap D=\{7\}$
$B\cap(A\setminus C)\cap D=\{7\}$

$(B\setminus C)=\{2,3,\cancel{5},\cancel{6},7,8,\cancel{10}\}$ $(A\setminus C)=\{1,2,\cancel{4},\cancel{5},\cancel{6},7,\cancel{9}\}$

25. luty 2006

A) $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$

$\langle 1,2\rangle \langle 2,1\rangle \langle 1,1\rangle \langle 2,2\rangle$ $\emptyset$ ~~$\langle 3,4\rangle \langle 4,3\rangle \langle 3,3\rangle \langle 4,4\rangle$~~

$A = \{1,2\} = B$ $C = \{2\}$ $D = \{1\}$

$\langle 2,2\rangle$

$L = \{\langle 1,1\rangle \langle 2,2\rangle \langle 1,2\rangle \langle 2,1\rangle\}\{\}$ $\langle 2;1\rangle$

$P = \{\ \langle 2,1\rangle\}$

$A = \{1,2\}$
$B = \{1,2\}$
$C = \{2\}$
$D = \{1\}$

prawda

B) $(A \times B) \cup (C \times D) = (A \cup C) \times (B \cup D)$

$\{1,2\}$ $\{1,2\}$ prawda

$\langle 1,2\rangle \langle 2,1\rangle \langle 1,1\rangle$
$\langle 2,2\rangle$

$A = \{1,2\}$ $B = \{1\}$
$C = \{1\}$
$D = \{3\}$

$\{1,2\} \times \{1,3\}$
$\langle 1,3\rangle$

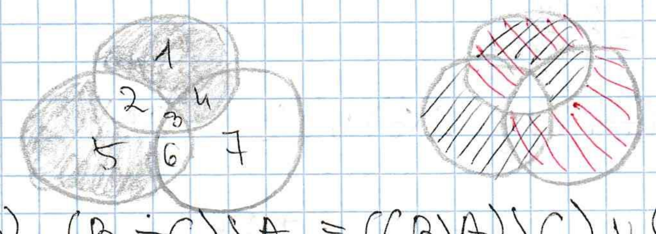
$A = \{1,2\}$
$B = \{1\}$
$C = \{1\}$
$D = \{3\}$

nieprawda

$\langle 1,1\rangle \langle 2,1\rangle \langle 1,3\rangle$ $\langle 1,1\rangle \langle 2,1\rangle$ $\langle 1,3\rangle \langle 2,3\rangle$

20 luty 2008

a) $A \dot{-} (B \setminus C) = (A \dot{-} B) \setminus (A \dot{-} C)$



$A = \{1,2,3,4\}$
$B = \{2,3,5,6\}$
$C = \{3,4,6,7\}$

B) $(B \dot{-} C) \setminus A = ((B \setminus A) \setminus C) \cup ((C \setminus A) \setminus B)$

"TAK"

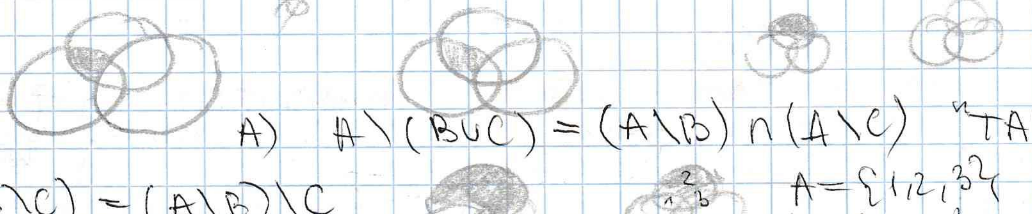
15 luty 2007 A) $(A \setminus B) \setminus (B \setminus A) = A$

$A = \{1\}$
$B = \{1\}$

B) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$ "TAK"

$A = \{1,2\}$
$B = \{2,3\}$
$C = \{2\}$

$\emptyset$ $\emptyset$



1 luty 2006 A) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ "TAK"

B) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$

$A = \{1,2,3\}$
$B = \{1,4\}$
$C = \{3,5\}$

31. stycznia 2008 A) $(A\cap(A\setminus(B\cup C)))\cup(B\cup C)$

$(\underbrace{A\cap(A\setminus B)\cap(A\setminus C)})\cup(B\cup C)$

$(A\setminus B\cup C)\cup(B\cup C) \equiv A\cup B\cup C$

B) $(A\setminus B)\cup(A\setminus C) \equiv A\setminus(B\cup C)$

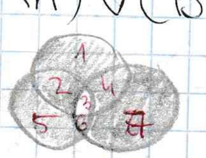
21 luty 2017 $(A\dot{-}B)\dot{-}C \equiv ((A\dot{-}B)\setminus C)\cup(C\setminus(A\dot{-}B)) =$

$= (((A\setminus B)\cup(B\setminus A))\setminus C)\cup(C\setminus((A\setminus B)\cup(B\setminus A)))$

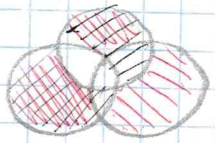
2 luty 2016

$(A\setminus B)\cup(A\setminus C)\cup(B\setminus A)\cup(B\setminus C)\cup(C\setminus A)\cup(C\setminus B)$

$((A\dot{-}B)\dot{-}C)$



$A=\{1,2,3,4\}$
$B=\{2,3,5,6\}$
$C=\{3,4,6,7\}$

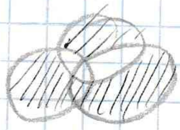


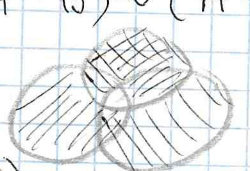
$\emptyset \quad \emptyset \quad \{1\} \quad \{1\} \quad\quad \{1\} \quad \emptyset \ \{1\} \quad \emptyset$

9 luty 2017 $\underbrace{((A\setminus B)\cup C)\cap D}_{\neq\emptyset} \subseteq \underbrace{(D\setminus(B\cap C))\cap A}_{\emptyset}$

$A=\emptyset$
$B=\emptyset$
$C=\{1\}$
$D=\{1\}$

19 luty 2016 $A\dot{-}(B\cup C) = (A\dot{-}B)\cup(A\dot{-}C)$





$A=\{1,2,3,4\}$
$B=\{2,3,5,6\}$
$C=\{3,4,6,7\}$

12 luty 2013

$\underbrace{(A\cap B)\cup C}_{\neq\emptyset} \subseteq \underbrace{A\cap(B\cup C)}_{\emptyset}$

$A=\{\emptyset\}$
$B=\{\emptyset\}$
$C=\{1\}$

jak nawias?

6 luty 2014 $[(A\cap B)\cup C]\dot{-}(A\cap(B\cup C))$

$(A\cap B)\cup C\dot{-}((A\cap B)\cup(A\cap C))$

$(A\cap B)\cup(C\setminus((A\cap B)\cup(A\cap C))\cap\cancel{((A\cap B)\cup(A\cap C))\setminus C})$

$C\setminus(A\cap C)$

$\underbrace{(A\cap B)\cup((C\setminus A)\cup(C\setminus B))\cap((C\setminus A)\cup(C\setminus C))}$

$(A\cap B)\cup[((C\setminus A)\cup(C\setminus B))\cap(C\setminus A)]$

$(A\cap B)\cup[((C\setminus A)\cap(C\setminus A))\cup((C\setminus A)\cap(C\setminus B))]$

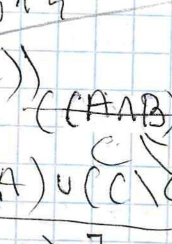
$(A\cap B)\cup((C\setminus A)\cup((C\setminus A)\cap(C\setminus B)))$

$(A\cap B)\cup\cancel{((C\setminus A)\cup(C\setminus A))\cap}(C\setminus A) \equiv (A\cap B)\cup(C\setminus A)$

12 luty 2013 uproszczenie

$(A\setminus B)\cup(B\setminus A)\cup(B\setminus C)\cup(C\setminus A)$

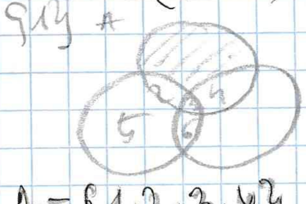
$\cancel{A\cap B} = (A\cup B\cup C)\setminus(A\cap B\cap C)$

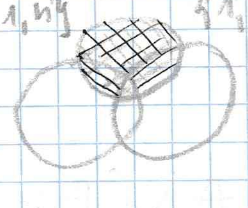


31 stycznia 2013 $\underbrace{\overset{\emptyset}{A} \cup (B \cap C)}_{\neq \emptyset} \not\subseteq \underbrace{\overset{\emptyset}{A} \cup (C \setminus \overset{\emptyset}{A})}_{\emptyset}$ NIE

18 luty 2012

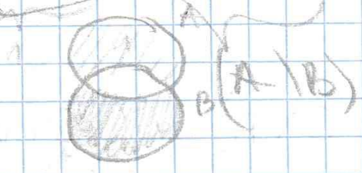
8) $\underset{\{1\}}{A \setminus (B \cup C)} = \underset{\{1,4\}}{(A \setminus B)} \cup \underset{\{1,2\}}{(A \setminus C)}$





$A = \{1,2,3,4\}$
$B = \{5,6,2,3\}$
$C = \{6,7,3,4\}$

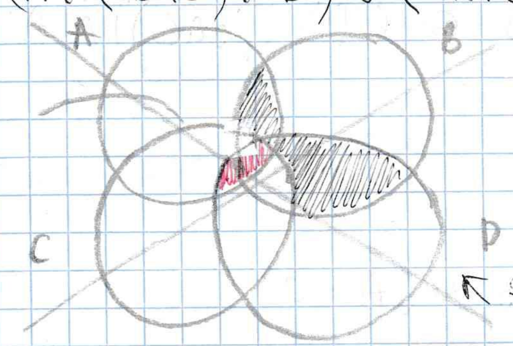
8) $(A \setminus B) \setminus (B \setminus A) = A$ $A = \{1,2\}$
$B = \{2,3\}$



10) $\underset{\emptyset}{A} \setminus \underset{\{1\}}{B} = \underset{\emptyset}{C} \wedge \underset{\emptyset}{A} \neq (\underset{\{1\}}{B} \cup \underset{\emptyset}{C})$ $A = \emptyset$
$C = \emptyset$
$B = \{1\}$

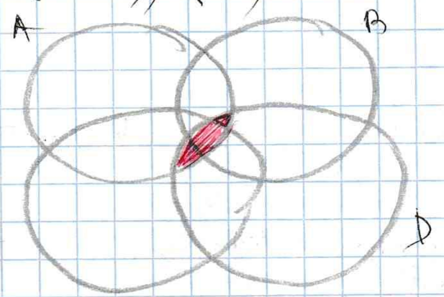
21 luty 2014

$(A \cap (B \setminus C) \cap D) \cup (A \cap C \cap D)$



$(A \cap D) \cup ((B \cap D) \setminus C) \cup ((A \cap B) \setminus C)$

$\cancel{(((A \cap B) \cup (B \cap D)) \setminus C) \cup (A \cap D)}$



$A \cap D$

$(A \cap (B \setminus C) \cap D) \cup (A \cap C \cap D)$

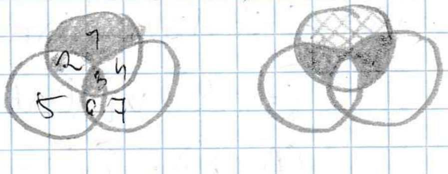
$A \cap D \cap ((B \setminus C) \cup C) = A \cap D \cap (B \cup C)$

15 luty 2011 $\underbrace{A \cap (B \cup C)}_{\neq \emptyset} \subseteq \underbrace{B \cap (A \cup C)}_{\emptyset}$ $A = \emptyset$
$B = \{1\}$
$C = \{1\}$

31 stycznia 2012 $A \cap (B \setminus C) \cap D \subseteq B \cap (A \setminus C) \cap D$

7) 3 luty 2008

8) $A \setminus (B \div C) = (A \setminus B) \div (A \setminus C)$



$A = \{1,2,3,4\}$
$B = \{2,3,5,6\}$
$C = \{3,4,6,7\}$

9) $(\underset{1}{A} \times \underset{1}{B}) \cup (\underset{2}{C} \times \underset{2}{D}) = \underset{\{1,2\}}{(A \cup C)} \times \underset{\{1,2\}}{(B \cup D)}$ $A = \{1\}$
$B = \{1\}$
$C = \{2\}$
$D = \{2\}$

$\langle 1,2 \rangle$ $\langle 1,1 \rangle \langle 2,2 \rangle \langle 1,2 \rangle \langle 2,1$

OPERACJE NA ZBIORACH NIESKOŃCZONYCH

31 stycznia 2012 $A_n = \{i \in \mathbb{N} \mid i \leq n\}$

Wyliczamy wartość zbioru $\bigcup_{n=5}^{\infty} \bigcap_{m \leq n} A_m$

$\{0,1,2,3,4,5\}$ $\{0,1,2,3,4\}$ $\{0\}$

$(A_5 \cap A_4 \cap A_3 \ldots \cap A_0) \cup (A_6 \cap \ldots A_0) \cup (A_7 \ldots A_0) \cup$
$\cup (\ldots \cap A_0)$

odp. $\{0\}$

15 luty 2011 $\underbrace{\bigcup_{t \in T} A_t \cap \bigcup_{t \in T} B_t}_{\neq \emptyset} \subseteq \underbrace{\bigcup_{t \in T} (A_t \cap B_t)}_{\emptyset}$ czy zachodzi? $\rightarrow$ zepsuj

6)

$T = \{1,2\}$

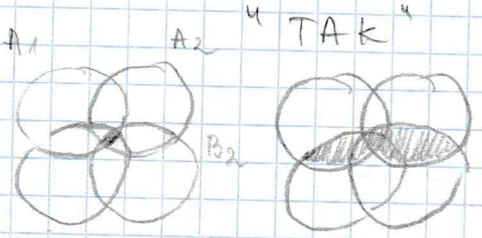
$(A_1 \cup A_2) \cap (B_1 \cup B_2) \subseteq \underbrace{(A_1 \cap B_1)}_{\emptyset} \cup \underbrace{(A_2 \cap B_2)}_{\emptyset}$

$A_1 = \{1\}$
$A_2 = \{2\}$
$B_1 = \{2\}$
$B_2 = \{1\}$

$\boxed{A_1 = \{1\},\ A_2 = \{2\},\ B_1 = A_2,\ B_2 = A_1}$

$\underbrace{\{1\} \cap \{1,2\}}_{\{1\}} \subseteq$

"TAK"



UPEWNIĆ SIĘ

7) $A_{m,n} = \{i \in \mathbb{N} \mid m \leq i \wedge i \leq n\}$
Wyliczamy wartość $\bigcap_{n=2011}^{\infty} \bigcup_{m=15}^{n} A_{m,n}$

$(\underbrace{A_{15,2011}}_{\langle 15;2011\rangle} \cup \underbrace{A_{16,2011}}_{\langle 16} \ldots \cup A_{2011,2011}) \cap (A_{15,2012} \cap \ldots A_{2012,2012})$

$\langle 15, 2011\rangle \cap \langle 15; 2012\rangle$

odp. $\{15, 16, 17 \ldots 2011\}$
$15 \leq i \leq 2011$

21 luty 2014 $A_n = \{i \in \mathbb{N} \mid i \geq n\}$
$B_n = \{i \in \mathbb{N} \mid i \leq 2n\}$

Czy jest pusty? $\rightarrow$ $\left(\bigcup_{n=42}^{2014} A_n\right) \setminus \left(\bigcup_{n \leq 42} B_n\right)$

$(\underbrace{A_{42}}_{\langle 42;+\infty)} \cup \underbrace{A_{43}}_{\langle 43;+\infty)} \ldots \cup \underbrace{A_{2014}}_{\langle 2014;+\infty)}) \setminus (\underbrace{B_{42}}_{\langle 0;84\rangle} \cup \underbrace{B_{41}}_{\langle 0,82\rangle} \cup \ldots B_0)$

$\mathbb{N} \supseteq \langle 42;+\infty)$ $\langle 0;84\rangle$

$\{42, 43, 44 \ldots +\infty\} \setminus \{0,1,2,3, \ldots 84\} =$

odp. $= \{85, 86, 87, \ldots \infty\}$ NIE JEST PUSTY

6 luty 2014 $A_n = \{i \in \mathbb{N} \mid i \leq n\}$

$$\bigcup_{m=17}^{\infty} \bigcap_{n \leq m} A_n = \{0\}$$

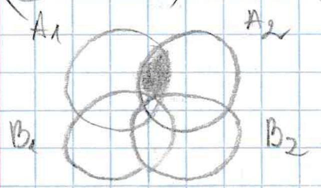
$(A_{17} \cap A_{16} \ldots \cap A_0) \cup (A_{18} \cap A_{17} \ldots \cap A_0) \cup (A \ldots A_{100} \cap A_0)$

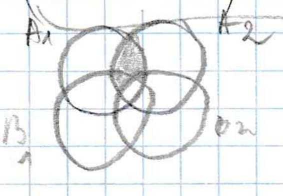
$\{0,1 \ldots 17\}$ $\{0\}$

31 . stycznia 2013 $\bigcap_{t\in T} (A_t \setminus B_t) = \bigcap_{t \in T} A_t \setminus \bigcap_{t\in T} B_t$

$t = \{1,2\}$

$$\underbrace{(\overset{1,2,6}{A_1 \setminus B_1}) \cap (\overset{2,3,4}{A_2 \setminus B_2})}_{\{2\}} = \underbrace{(\overset{2,4,5,6}{A_1 \cap A_2}) \setminus (\overset{\{5\}}{B_1 \cap B_2})}_{\{2,4,6\}}$$





$A_1 = \{1,2,4,5,6\}$

$A_2 = \{2,3,4,5,6\}$

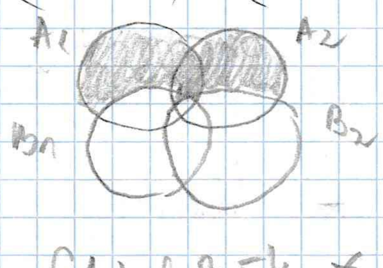
$B_1 = \{4,5\}$

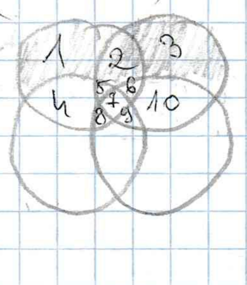
$B_2 = \{5,6\}$

12 luty 2013 $\bigcup_{t\in T} (A_t \setminus B_t) = \bigcup_{t\in T} A_t \setminus \bigcup_{t \in T} B_t$

9) $T = \{1,2\}$

$$(\overset{\{1,2,3\}}{A_1 \setminus B_1}) \cup (\overset{\{2,3,5\}}{A_2 \setminus B_2}) = (\overset{\{1,2,3\ldots\}}{A_1 \cup A_2}) \setminus (B_1 \cup B_2)$$





$A_1 = \{1,2,4,5,6,7,8\}$
$A_2 = \{2,3,5,6,7,9,10\}$
$B_1 = \{4,5,7,8,9\}$
$B_2 = \{6,7,8,9,10\}$

$\{1,2,6,3,5\} \neq \{1,2,3\}$

10) $A_{m,n} = \{i \in \mathbb{N} \mid m \leq i \land i \leq n\}$ $\emptyset$

$$\bigcup_{m=2013}^{\infty} \bigcap_{n=17}^{\infty} A_{m,n} = (A_{2013,17} \cap A_{2013,18} \cap \ldots A_{2013,4000} \ldots) \cup (A_{2014,17} \cap A_{2014,18} \cap \ldots A_{2014,400} \ldots) \cup (A_{2100,17} \cap A_{2100,17} \cap \ldots$$

19 luty 2016 $\bigcup_{t\in T} (A_t \cap B_t) \supseteq \bigcap_{t\in T} A_t \cup \bigcap_{t\in T} B_t$

$T = \{1,2\}$

$$\underbrace{(\overset{\emptyset}{A_1} \cap \overset{\emptyset}{B_1}) \cup (\overset{\{1\}}{A_2} \cap \overset{\{1\}}{B_2})}_{\emptyset} \supseteq \underbrace{(\overset{\emptyset}{A_1} \cap \overset{\{1\}}{A_2}) \cup (\overset{\emptyset}{B_1} \cap \overset{\{1\}}{B_2})}_{\neq \emptyset}$$

$A_1 = \emptyset$
$A_2 = \{1\}$
$B_1 = \emptyset$
$B_2 = \{1\}$

(22)

9 luty 2017 $A_n = \{n\}$ $\bigcap_{m=2}^{2017} \bigcup_{n=m}^{m+9} A_n$

$(A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_{11}) \cap (A_3 \cup \quad A_{12}) \cap$
$\cap (A_4 \cup A_5 \dots \cup A_{13}) \cap$
$\langle 2; 11\rangle \cup \langle 3; 12\rangle \cap \langle$ $\emptyset$

16 luty 2018 $\bigcup_{m=2}^{2018} \bigcap_{n=0}^{m} A_n$ $A_n = \{f: \mathbb{N} \to \mathbb{N} \mid f(u) < n\}$

$(A_0 \cap A_1 \cap A_2) \cup (A_0 \cap A_1 \cap A_2 \cap A_3) \cup (A_0 \cap \dots A_4) \cup$

$\emptyset$ $\emptyset$

$f(0) < 0$
wiemy bo
$\mathbb{N} \to \mathbb{N}$

$\emptyset$

2 luty 2016 $A_n = \{i \in \mathbb{N} \mid i \leq n\}$ $\bigcap_{m=17}^{42} \bigcup_{n=5}^{m+10} A_n$

$(A_5 \cup A_6 \dots \cup A_{27}) \cap (A_5 \cup A_6 \cup \dots A_{28}) \cap$
$\langle 0; 27\rangle \cap N$ $\langle 1, 28\rangle$

odp 0 $\{0, 1, 2, 3 \dots 27\}$

6 luty 2018 $A_n = \{f: \mathbb{N} \to \mathbb{N} \mid f(0) = n\}$ $\bigcap_{m=6}^{2018} \bigcup_{n=m}^{\infty} A_n$

$\underbrace{(A_6 \cup A_7 \cup A_8 \cup A_9 \ \cancel{A_{2018}} \cap (A_7 \cup \dots \cancel{A_{2018}} \cap (A_8 \cup \dots \cancel{A_{2018}}}$
$\{A_{2018} \cup \dots\} A_{2018}$
odp $\{A_{2018} \cup \dots\}$ $\underline{2018}$

$\bigcup_{n=2018}^{\infty} A_n$ odp

!

odp.
$A_{2018} = \{f: \mathbb{N} \to \mathbb{N} \mid f(0) = 2018\}$

21 luty 2017 6) $\bigcap_{t \in T} (A_t \setminus B_t) = \bigcap_{t \in T} A_t \setminus \bigcap_{t \in T} B_t$ 31. stycznia. 2013

8) $A_n = \{f \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}} \mid f(n) = 42\}$ $\bigcap_{m=2}^{2017} \bigcup_{n=m}^{m+9} A_n$

$(A_2 \cup A_3 \cup \dots A_{11}) \cap (A_3 \cup A_4 \cup \dots A_{12}) \cap (A_4 \cup A_5 \cup \dots A_{13}) \dots$
$(A_{2017} \cup \dots A_{2026})$ $\underline{\text{PUSTY}}$

Jakby wyglądało $\underline{A_2 = \{f \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}} \mid f(2) = 42\}}$ } w pełnym } w przeciwnym przypadku podaj dowolny element tego zbioru

31 stycznia 2008 A) $A_{s,t} = \{x \in \mathbb{R} \mid s < x \wedge x \leq t\}$

$\bigcup_{s<0} \bigcap_{t>0} A_{s,t} - \underbrace{(A_{s,1} \cap A_{s,2} \ldots}_{\langle s;1\rangle}) \cup$

$\langle s-1;1\rangle$

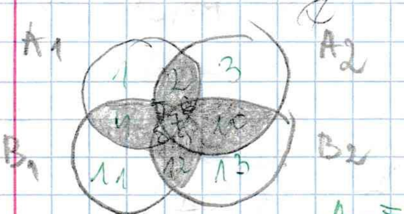
odp. $\underbrace{(s;0\rangle}_{(-\infty;0\rangle}$

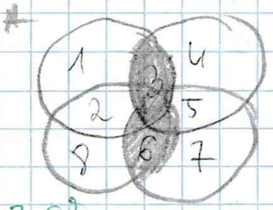
1 luty 2006

A) $\bigcap_{t\in T} (A_t \cup B_t) = \bigcap_{t\in T} A_t \cup \bigcap_{t\in T} B_t$

$T = \{1,2\}$

$(A_1 \cup B_1) \cap (A_2 \cup B_2) = (A_1 \cap A_2) \cup (B_1 \cap B_2)$





~~$A_1 = \{1,2,3\}$~~
~~$A_2 = \{3,4,5\}$~~
~~$B_1 = \{2,6,8\}$~~
~~$B_2 = \{6,5,7\}$~~

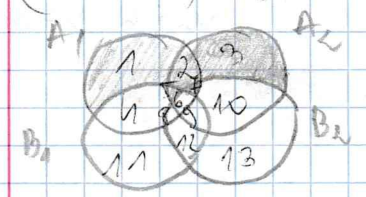
$A_1 = \{1,2,4,5,6,7,8\}$
$A_2 = \{2,3,5,6,7,9,10\}$
$B_1 = \{4,5,7,8,9,11,12\}$
$B_2 = \{6,7,8,9,10,12,13\}$

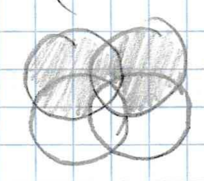
$\{1,4,7,6,7,8,8,11,11\}$ $\{2,5,6,7,8,9\}$

$\{1,11\}$

B) $\bigcup_{t\in T} (A_t \setminus B_t) = \bigcup_{t\in T} A_t \setminus \bigcap_{t\in T} B_t$ $T = \{1,2\}$

$(A_1 \setminus B_1) \cup (A_2 \setminus B_2) = (A_1 \cup A_2) \setminus (B_1 \cap B_2)$





$A_1 = \{1,2,4,5,6,7,8\}$
$A_2 = \{2,3,5,6,7,9,10\}$
$B_1 = \{4,5,6,8,9,11,12\}$
$B_2 = \{6,7,8,9,10,12,13\}$

15 luty 2007 A) $\bigcup_{n=0}^{\infty} \bigcap_{m=0}^{\infty} A_{n,m}$

$\{0\}$

$A_{n,m} = \{x \in \mathbb{R} \mid n \leq x \leq n+m\}$

$(A_{0,0} \cap A_{0,1} \cap A_{0,2} \cap A_{0,3} \ldots) \cup (A_{1,0} \cap A_{1,1} \cap A_{1,2}$

$\{0\}$ $\emptyset$

$0 \leq x \leq 0$

$\mathbb{N}$ $\mathbb{N}_{+1}$

B) $\bigcap_{n=0}^{\infty} \bigcup_{m=0}^{\infty} A_{n,m} = \emptyset\, (A_{0,0} \cup A_{0,1} \cup A_{0,2} \cup \ldots) \cap (A_{1,0} \cup A_{1,1} \cup \ldots$

$\{0\}$ $\{1\}$ $\{1,2\}$

20 luty 2008

~~$\mathbb{N}$~~ $\emptyset$

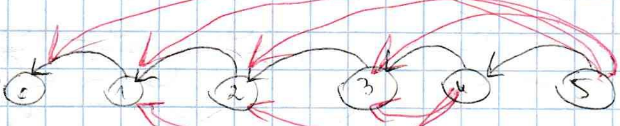
$A_{s,t} = \{x \in \mathbb{R} \mid s \leq x \wedge x \leq t\}$ $\bigcap_{s<0} \bigcup_{t>0} A_{s,t}$

$(A_{-0,1,0,1} \cup A_{0,1,1} \cup A_{0,1,2} \ldots) \cap (A_{-1,0,1} \cup A_{-1,1} \cup A_{-1,2} \ldots)$

$\underbrace{\langle 0;+\infty)}$

RELACJE

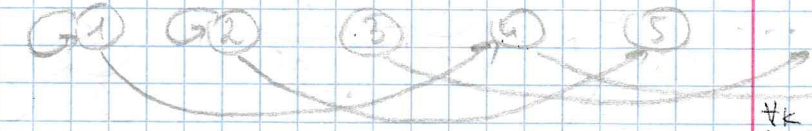
17 lutego 2009 Niech $R = \{\langle n+1, n\rangle \mid n \in \mathbb{N}\}$



~~$R^+ = \{\langle n+1, n\rangle \wedge \langle n, n\rangle \wedge \langle n+2, n\rangle \mid n \in \mathbb{N}\}$~~

2 luty 2009 $R = \{\langle n, n+3\rangle \mid n \in \mathbb{N}\} \cup \{\langle n, n\rangle \mid n \in \mathbb{N}\}$

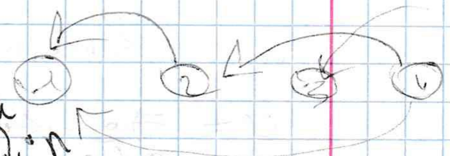
$\{\langle n, m\rangle \mid \varphi\}$



$n, n+6$

$R^+ = \{(n, m) \mid \begin{smallmatrix} m \in \mathbb{N} \\ n < m \end{smallmatrix}\}$ $R^+ = \{(n, m) \mid \forall k\ \begin{smallmatrix} n \in \mathbb{N} \\ \cancel{m = k \cdot 3} \\ m = n + k3 \end{smallmatrix}\}$

17 luty 2010 $R = \{\langle 2n, n\rangle \mid n \in \mathbb{N}\}$



$R^+ = \{(n, m) \mid \exists k\ m = 2^k \cdot n\}$ $\exists k \in \mathbb{N}\ m = 2^k \cdot n$

20 lutego 2015 Najmniejsza relacja równoważności na zbiorze $\{0, 1, 2\}$, która zawiera parę $\langle 1, 2\rangle$

zwr
sym
przech

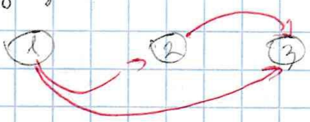
$\{\langle 0,0\rangle, \langle 1,1\rangle \langle 2,2\rangle \langle 1,2\rangle \langle 2,1\rangle\}$

16 luty 2018 R nie jest zwrotne ale R;R jest zwrotne

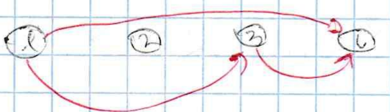
$R = \{\langle 1,2\rangle, \langle 2,1\rangle\}$ $R;R = \{\langle 1,1\rangle, \langle 2,2\rangle\}$

21 luty 2014 $\{\langle m, n\rangle \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid m < n\}$

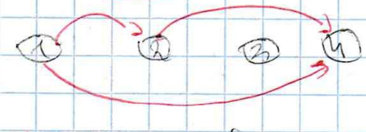
3 różne relacje, których przechodnie domknięcie wygląda



$R = \{\langle 1,2\rangle, \langle 2,3\rangle \langle 1,3\rangle\}$



$S = \{\langle 1,4\rangle, \langle 1,3\rangle, \langle 3,4\rangle\}$



$T = \{\langle 1,2\rangle, \langle 2,4\rangle, \langle 1,4\rangle\}$

6 luty 2015 $R = \{\langle x, y\rangle \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x + y \leq 5\}$ i $\{\langle x, y\rangle \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \varphi\}$

złożenie $S = \{\langle x, y\rangle \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = 2y\}$

$\to P \subseteq A \times B \quad Q \subseteq B \times C$

$P;Q = \{\langle a, c\rangle \mid \exists b \in B\ \langle a, b\rangle \in P \wedge \langle b, c\rangle \in Q\} \subseteq A \times C$

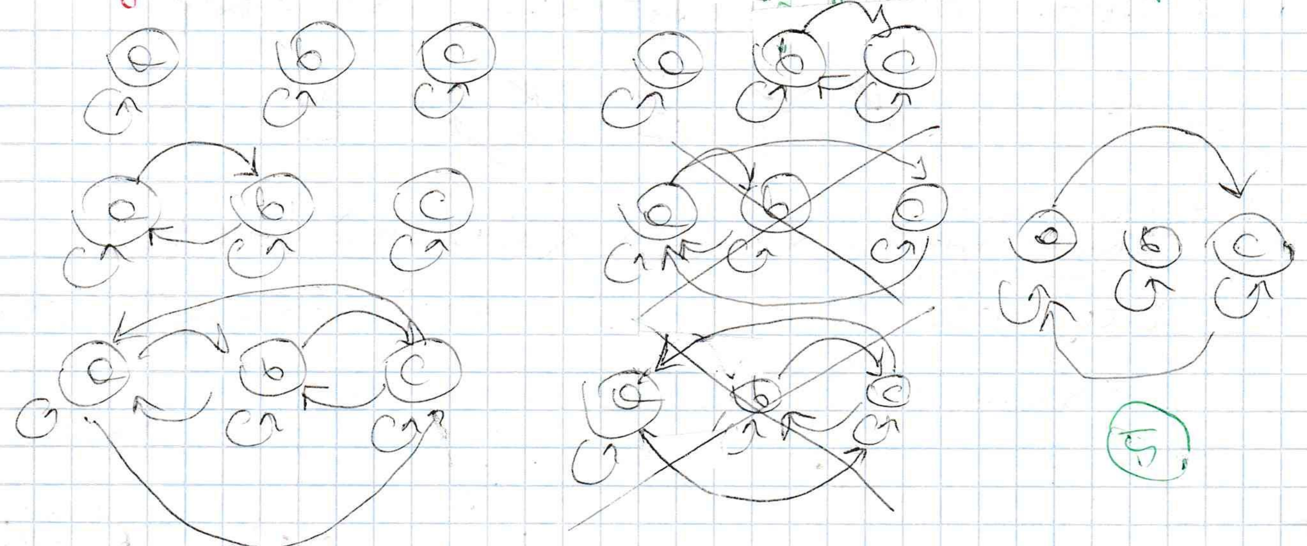
$\{\langle x, y\rangle \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \cancel{\exists z \in \mathbb{Z}\ \langle x, z\rangle \in R \wedge \langle z, y\rangle \in S}\}$ $\{x + 2y \leq 5\}$

$x + 2y \leq 5$

$x + z \leq 5 \wedge z = 2y$

12. grudnia 2009

5)



6) $R = \{\langle m,n\rangle \in \mathbb{N}\times\mathbb{N} \mid n = m+2\}$

$S = \{\langle m,n\rangle \in \mathbb{N}\times\mathbb{N} \mid \exists_{k\in\mathbb{N}}\ n = k\cdot m\}$

$SR = \{\langle m,n\rangle \in \mathbb{N}\times\mathbb{N} \mid \varphi\}$

$\varphi = \cancel{\exists_z\ \langle m,z\rangle \in R \wedge \exists_{k\in\mathbb{N}} \langle z,n\rangle \in S\}}$

odp. $z = m+2 \wedge z = \frac{n}{k} \equiv m+2 = \frac{n}{k}$

2 luty 2011 R i S → rel. porządku R∪S – nie jest
↳ zwrotna asym. przech.

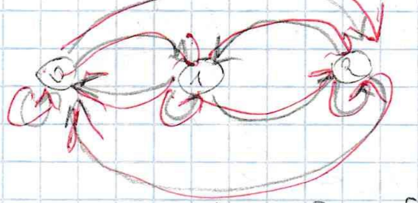
$R = \{\langle 1,1\rangle, \langle 2,2\rangle, \langle 1,2\rangle\}$

$S = \{\langle 1,1\rangle, \langle 2,2\rangle, \langle 2,1\rangle\}$

$R\cup S = \{\langle 1,1\rangle \langle 2,2\rangle, \langle 1,2\rangle \langle 2,1\rangle\}$

21 luty 2007 rel. równoważ. $\{0,1,2\}$, która zawiera $\langle 0,2\rangle \langle 1,2\rangle$

Jak zapisać?

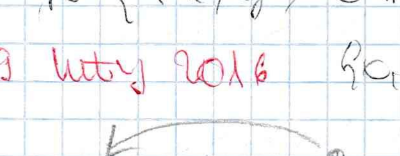


$R = \{\langle 0,0\rangle, \langle 1,1\rangle, \langle 2,2\rangle, \langle 0,1\rangle \langle 1,0\rangle, \langle 1,2\rangle \langle 2,1\rangle \langle 0,2\rangle \langle 2,0\rangle\}$

2 luty 2016 $R = \{\langle x,y\rangle \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} \mid x+y \leq 5\}$ intuicja taka że wszystko

$R^+ = \{\langle x,y\rangle \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}\}$

19 luty 2016 $\{0,1,2\}$ i zawiera $\langle 0,2\rangle$

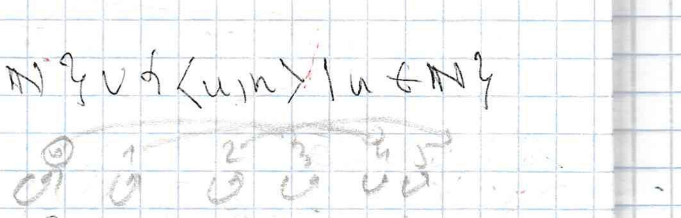


$R = \{\langle 0,0\rangle, \langle 1,1\rangle, \langle 2,2\rangle, \langle 2,1\rangle, \langle 1,2\rangle\}$

19 luty 2012 $R = \{\langle n, n+3\rangle \mid n\in\mathbb{N}\} \cup \{\langle n,n\rangle \mid n\in\mathbb{N}\}$

?TAK $RR = \{\langle n,m\rangle \in \mathbb{N}\times\mathbb{N} \mid \phi\}$

R;R $\phi = m = n+6$, ~~vrabcx~~ $m = n+3 \vee m = n$



31 stycznia 2012 $R = \{\langle 2n, n\rangle \mid n\in\mathbb{N}\}$

$R;R = \{\langle 4n, n\rangle \mid n\in\mathbb{N}\}$

31 stycz 2013 Jeśli istnieje rel. rów. na {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} której każda klasa abstrakcji ma 4 elementy

Nie bo 10 elementów a nie N
10 nie jest podzielne przez 4

12 luty 2013 rel. równoważ. R na 26. Liub moti. że klasa $[5]_R$ ma dokładnie 5 elementów

$A = \{1,2,3,4,5\}$ $[5]_R$ $R = \{(m,n) \mid m,n \in \{5,1,2,3,4\}\} = A^2 \cup (R \setminus A)^2$ $(R \setminus A) \times (R \setminus A)$

15 luty 2011 $R = \{\langle m,n\rangle \in \mathbb{N}\times\mathbb{N} \mid \lfloor m/3 \rfloor = \lfloor n/3 \rfloor\}$
Jeśli klasa abstrakcji $[5]_R$ jest zbiorem skończonym to wypisz elementy tego zbioru

$[5]_R = \{3,4,5\}$

6 luty 2018 Jeśli istnieje rel. równoważ., która ma nieskończenie wiele klas abstrakcji i żadne dwie jej klasy abstrakcji nie są równoliczne to w prostokąt poniżej wpisz dowolną taką relację.

$R = \{\langle m,n\rangle \mid \exists i \in \mathbb{N}\ 2^i \leq m, n \leq 2^{i+1}\}$

$\underbrace{1}, \underbrace{2\,3}, \underbrace{4\,5\,6}, \underbrace{7\,8\,9\,10}$

TAK!
6 luty 2018 $|P(A) \times B| = 2018$

$A = \{0\}$ $B = \{n \in \mathbb{N} \mid n < 1009\}$

KLASA ABSTAKCJI - zbiory rozłączne niepuste

$2^{\aleph_0} = k^{\aleph_0}_{k>1} = \aleph_0^{\aleph_0} = \mathfrak{c} = \mathfrak{c}^{\aleph_0}$

$\aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0 = \aleph_0^k$
$\mathfrak{c} \cdot \mathfrak{c} = \mathfrak{c} = \mathfrak{c}^k$

przeliczalna suma zbiorów przeliczalnych jest zbiorem przeliczalnym

$\mathfrak{c}^{\mathfrak{c}} = 2^{\mathfrak{c}}$

$|\emptyset^\emptyset| = 1$

$|A \times B| = |A| \cdot |B|$

$\aleph_0 \cdot k = \aleph_0$

$|\emptyset^{\mathbb{N}}| = 0$

$|A|^{|B|} = A^B$

$\aleph_0 + \mathfrak{c} = \mathfrak{c}$

$|\mathbb{N}^\emptyset| = 1$

$|P(A)| = 2^{|A|}$

$\aleph_0 \cdot \mathfrak{c} = \mathfrak{c}$

$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

$f : A^{B\times C} \to A^B$ $(f(g))(b,c)$ $\boxed{\text{NIE}}$
$g : B \times C \to A$
DAJE 2 argumenty więc MIESZAŁA

porządek regularny - ma element minimalny

$g_A : C \to A$
$g_B : C \to B$

$(A \times C)^B$

B^C

$h : (A \times B) \to (A \times C)^B$

1 arg 2 arg

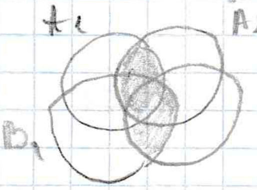
A^C A^B

$h(g_A(c), g_B(c)) \circ g_B$ $(A \times C)^C$

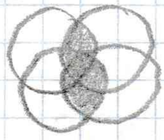
3 luty 2009

6) $\bigcap_{t\in T}(A_t \cup B_t) \subseteq \bigcap_{t\in T} A_t \cup \bigcap_{t\in T} B_t$

$T=\{1,2\}$



$\underbrace{(\cancel{A_1} \cup B_1) \cap (A_2 \cup B_2)}_{\neq \emptyset} \subseteq \underbrace{(\cancel{A_1} \cap A_2) \cup (B_1 \cap \cancel{B_2})}_{=\emptyset}$



TAK

7) $A_m = \{ i \in \mathbb{N} \mid i \leq m \}$ $\qquad \bigcup_{m=5}^{\infty} \bigcap_{n\leq m} A_n$

czy to oznacza $\bigcap_{n\leq m}^{\infty}$

$(A_0 \cap A_1 \quad \cap A_5) \cup (A_0 \cap \quad A_6)$

$\{0\} \quad \{0,1\}$

$\{0\}$

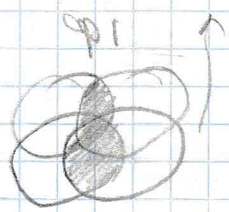
odp. $\{0\}$

17 luty 2009

7) $\bigcup_{t\in T}(A_t \cap B_t) \subseteq \bigcup_{t\in T} A_t \cap \bigcup_{t\in T} B_t$

$T=\{1,2\}$

$\underbrace{(A_1 \cap B_1) \cup (\overset{1}{A_2} \cap \overset{1}{B_2})}_{\neq \emptyset} \subseteq \underbrace{(A_1 \cup \overset{1}{A_2}) \cap (B_1 \cup \overset{1}{B_2})}_{=\emptyset}$



$\boxed{\text{TAK}}$

8) $[s,t] \qquad \bigcap_{s\in[0,1]} \bigcup_{t\in[2,3]} [s,t]$

$([0,2] \cup [0,3]) \cap ([1,2] \cup [1,3])$

$[0,3] \qquad \cap \qquad [1,3] \qquad = \boxed{[1,3]}$

17 luty 2009

7) $\bigcup_{t\in T}(A_t \setminus B_t) \subseteq \bigcup_{t\in T} A_t \setminus \bigcup_{t\in T} B_t$

$T=\{1,2\}$

$\underbrace{(\overset{1}{A_1} \setminus \overset{2}{B_1}) \cup (\overset{1}{A_2} \setminus \overset{2}{B_2})}_{\neq\emptyset \quad \{1\}} \subseteq \underbrace{(\overset{1}{A_1} \cup \overset{2}{A_2}) \setminus (\overset{1}{B_1} \cup \overset{2}{B_2})}_{\emptyset}$

$A_1=\{1\}$
$B_1=\{2\}$
$A_2=\{1\}$
$B_2=\{2\}$

6) $\bigcup_{s\in[0,1]} \bigcap_{t\in[2,3]} [s,t]$

$([0,2] \cap [0,3]) \cup ([1,2] \cap [1,3])$

$[0,2] \qquad \cup \qquad [1,2] \qquad = [0,2]$

12 gru. 2009

$A_s = \{x \in \mathbb{R} \mid s \leq x\}$ $\qquad \bigcap_{s<0} \bigcup_{t>s} A_t$

$(A_0 \cup A_1 \ldots) \cap (A_{-1} \cup A_0 \cup A_1 \ldots) \cap (A_{-2} \cup A_{-1} \cup \ldots)$

$\langle 0; +\infty) \quad \langle 1; +\infty) \qquad (-\infty; +\infty)$

20 luty 2015

$$\bigcup_{t\in T}(A_t \cap B_t) \supseteq \bigcup_{t\in T} A_t \cap \bigcup_{t\in T} B_t$$

17 luty 2018

6 luty 2015 $A_n = \{n\}$ $\bigcap_{m=17}^{42} \bigcup_{n=5}^{m+10} A_n$

$$(A_5 \cup \ldots A_{27}) \cap (A_5 \cup \ldots A_{28}) \cap \ldots (A_5 \cup \ldots A_{52})$$

$$= (A_5 \cup \ldots A_{27})$$

$$\langle 5;27\rangle \cup \mathbb{N} \quad \text{odp } 27$$

SOKI BARY

20 luty 2015

Bywa $\subseteq O \times K$

Obejrzał $\subseteq O \times F$

Wyświetla $\subseteq K \times F$

$\{x \in O \mid \varphi\}$ wykaz osób które bywają tylko w kinach wyświetlających (niekoniecznie wszystkie) filmy, które te osoby już obejrzały

$\{x \in O \mid \forall_K$ Bywa$(o,k) \Rightarrow (\exists_k$ Obejrzało$(o,f) \land$ wyświetla$(k\times f))$

wszystkie

$\forall_K$

$\Rightarrow$

21 luty 2017

$\{k \in K \mid \varphi\}$ wykaz kin, które wyświetlają (wszystkie filmy) które obejrzał Jan Kowalski

$\{k \mid k \in K \land \forall_{f\in F}$ Obejrzał(Jan Kowalski, $f) \Rightarrow$ wyśw.$(k,f)\}$

19 luty 2016

(tylko takie (niekoniecznie wszystkie) filmy)

$\{k \mid k \in K \land \exists_{f\in F}$ Obejrzał(Jan Kowalski, $f) \land$ wyśw.$(k,f)\}$

6 luty 2015

$\{x \in O \mid \varphi\}$ wykaz osób, które obejrzały wszystkie filmy wyświetlane w jakimś kinie, w którym bywają.

$\{o \in O \mid \exists_K (\forall_f$ wyśw$(k,f) \Rightarrow$ Obejrzał $(o,f))\}$

$\exists_K$ Bywa$(o,k) \land$

6 luty 2014

Bywa $\subseteq O \times B$

Lubi $\subseteq O \times S$

Podaje $\subseteq B \times S$

$\{x \mid \varphi\}$ wykaz osób, które nie lubią ani jednego soku podawanego w barze Jagódka

$\{o \mid o \in O \land \forall_S$ Podaje $(S,$ Jagódka$) \Rightarrow \neg$Lubi$(o,s)\}$

21 luty 2014 wykaz osób, które lubią wszystkie soki podawane w barze Jagódka

$\{o \mid o \in O \land \forall_S$ Podaje $(S,$ Jagódka $) \Rightarrow$ Lubi $(o,s)\}$

12 lutego 2013 $\{x \mid \psi\}$ wykaz soków podawanych w barze Jagódka, których nie lubi żadna osoba bywająca w tym barze.

$\{s \mid \forall_o \; Bywa(o, Jagódka) \Rightarrow \neg Lubi(o, s)\}$

$\forall_{b \in B} \sim \forall_b \; b \in B \rightarrow \varphi$

$\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \lambda) \equiv (\varphi \wedge \psi) \Rightarrow \lambda$

16 lutego 2018

Prowadzi $\subseteq O \times K$

Odbywa się $\subseteq K \times S$

Ma klucz $\subseteq O \times S$

$\{o \in O \mid \varphi\}$ wykaz osób, które prowadzą kursy tylko w tych salach, do których mają klucz.

$\{o \mid \forall_k \; Prowadzi(o, k) \Rightarrow (\forall_s \; Odbywa(k, s) \Rightarrow MaKlucz(o, s))\}$

- wykaz osób, które lubią wszystkie soki podawane we wszystkich barach, w których bywają

$\{o \mid o \in O \wedge \forall_{b \in B} \; Bywa(o, b) \Rightarrow (\forall_{s \in S} \; Podaje(s, b) \Rightarrow Lubi(o, s))\}$

- wykaz osób które bywają tylko w takich barach w których podawane są wszystkie soki lubiane przez te osoby

$\{o \mid o \in O \wedge \forall_{b \in B} \; Bywa(o, b) \Rightarrow (\forall_{s \in S} \; Lubi(o, s) \Rightarrow Podaje(b, s))\}$

- wykaz osób, które bywają tylko w takich barach w których podawany jest jakiś sok lubiany przez te osoby

$\{o \mid o \in O \wedge \forall_b \; Bywa(o, b) \Rightarrow (\exists_s \; Lubi(o, s) \wedge Podaje(s, b)\}$

Bywa tylko tam gdzie podają jakiś sok (spośród tych w których bywa)

$\rightarrow$ Bywa $\Rightarrow$ O $\leftarrow$ chodzę jeżeli...

O $\Rightarrow$ Bywa

Jeżeli Podaje Piwo to chodzę

Bywa wszędzie tam gdzie dostanę

TABELA Z MOCAMI $P(\mathbb{N}\times\mathbb{N})$

$|\{0,1\}^{\mathbb{Q}}| = 2^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|\{42\}^{\mathbb{Q}}| = 1^{\aleph_0} = 1$

$|\mathbb{Q}\times\mathbb{N}| = \aleph_0$

$|P(\mathbb{N}\times\{0,1\}\times\mathbb{Q})| = 2^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|\{\mathbb{R},\mathbb{Q}\}| = 2$

$|\{\{\mathbb{R},\mathbb{Q}\}\}| = 1$

$|P(\{\{\mathbb{R},\mathbb{Q}\}\})| = 2^1 = 2$

$|\{0,1,2\}^{\{2,3\}}| = 3^2 = 9$

$|\mathbb{N}\times\{0,1\}| = \aleph_0\cdot 2 = \aleph_0$

$|\{1,2,3\}\times\{4,5\}| = 3\cdot 2 = 6$

$|P(\mathbb{N}\times\{0,1\})| = 2^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|\{2015\}^{\mathbb{R}}| = 1^{\mathfrak{c}} = 1$

$|(\mathbb{Q}\setminus\mathbb{N})^{\mathbb{N}}| = \aleph_0^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|(\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q})^{\mathbb{Q}}| = \mathfrak{c}^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|\{0,1\}^{\{2,3,4\}}| = 2^3 = 8$

$(\mathbb{Q}\times\{1\})\cup(\mathbb{Q}\times\{2\})\ldots$

$|\bigcup_{n=1}^{\infty} \mathbb{Q}\times\{n\}| = \aleph_0 + \ldots = \aleph_0\cdot\aleph_0 = \aleph_0$

$|P(\mathbb{N}\times\{0,1,2\})| = 2^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|\{0,1\}^{\mathbb{Q}}| = 2^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|\mathbb{R}^{\{0,1\}}| = \mathfrak{c}^2 = \mathfrak{c}$

$|(\underbrace{\{1\}\times\{2,3\}}_{2\cdot 1})^{\{4,5\}}| = 2^2 = 4$

$|(\mathbb{Q}\setminus\mathbb{N})| = \aleph_0$

$|\mathbb{Q}^{\mathbb{N}}| = \aleph_0^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|P(\mathbb{Q}\cap[0,1])| = 2^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|\mathbb{N}\setminus\{0\}| = \aleph_0$

$|\{1,2,3\}| = 3$

$|\emptyset^{\mathbb{N}}| = |\emptyset^{\mathbb{N}}| = 0^{\aleph_0} = 0$

$|P(\mathbb{Q})| = 2^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|\{0\}\cap P(\{1,2\})| = |\{\emptyset\}| = 1$

$\{\emptyset\}\cap\{\emptyset,\{1\},\{2\},\{1,2\}\}$

$|\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}| = \aleph_0$

$|\mathbb{R}^{\mathbb{N}}| = \mathfrak{c}^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|\mathbb{N}\times\{0,1,2\}| = \aleph_0\cdot 3 = \aleph_0$

$|\{a,b\}\times\mathbb{Q}| = 2\cdot\aleph_0 = \aleph_0$

$|\{a,b,c,d,e\}^{\mathbb{N}}| = 5^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}| = \mathfrak{c}$

$|P(\{0,1\})| = 4$

$|\mathbb{N}^{\{0,1\}}| = \aleph_0^2 = \aleph_0$

$|P(\mathbb{Q})\times\mathbb{N}| = 2^{\aleph_0}\cdot\aleph_0 = \mathfrak{c}\cdot\aleph_0 = \mathfrak{c}$

$|\mathbb{N}\times\{2013\}| = \aleph_0$

$|(\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q})^{\mathbb{N}}| = |(\mathbb{R}\setminus\mathbb{N})^{\mathbb{N}}| = \mathfrak{c}^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|\mathbb{R}^{\mathbb{N}}| = \mathfrak{c}^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|(\mathbb{R}\times\{0,1\})^{\mathbb{N}}| = \mathfrak{c}^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|\{1,2\}\times(\{3,4,5\}^{\{6,7\}})| = 2\cdot 3^2 = 18$

$|\mathbb{R}^{\{2016\}}| = \mathfrak{c}^1 = \mathfrak{c}$

$|\{2017\}^{\mathbb{N}}| = 1$

$|\{1,2\}^{\mathbb{N}}| = 2^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|\mathbb{R}\times\{0,1\}^{\mathbb{N}}| = \mathfrak{c}\cdot 2^{\aleph_0} = \mathfrak{c}\cdot\mathfrak{c} = \mathfrak{c}$

$|P(\underbrace{\mathbb{N}^{\{0,1\}}}_{\mathbb{N}^2 = \aleph_0})| = 2^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|P(\mathbb{R})| = 2^{\mathfrak{c}} = 2^{\mathfrak{c}}$

$|\bigcup_{n=1}^{\infty}\mathbb{N}^n| = \aleph_0^1\cup\aleph_0^2\cup\aleph_0^3\ldots = \aleph_0$

$|P(\mathbb{N}\times\mathbb{Q})| = 2^{\aleph_0\cdot\aleph_0} = 2^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|\emptyset^{\mathbb{N}}| = 0^{\aleph_0} = 0$

$|\mathbb{N}^{\emptyset}| = \aleph_0^0 = 1$

$|P(\{1,2,3,4\})| = 2^4 = 16$

$|\bigcup_{n=1}^{\infty}\mathbb{Q}^n| = \mathbb{Q}^1\cup\mathbb{Q}^2\cup\mathbb{Q}^3\ldots = \aleph_0+\aleph_0\ldots = \aleph_0\cdot\aleph_0 = \aleph_0$

$|\{1,2,3,4\}^{\emptyset}| = 4^0 = 1$

$|(\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q})^{\{a,b,c\}}| = \mathfrak{c}^3 = \mathfrak{c}$

$|\{0\}^{\mathbb{N}}| = 1^{\aleph_0} = 1$

$|P(\emptyset)| = \cancel{2}\ 1$

$|\{1,2\}^{\mathbb{R}}| = 2^{\mathfrak{c}}$

$|P(\{0,1,2,3\})| = 2^4 = 16$

$|\mathbb{Q}\setminus\{0,\tfrac{3}{7}\}| = \aleph_0$

$|\mathbb{R}\setminus\{\pi\}| = \mathfrak{c}$

$|P(\mathbb{N})\times P(\mathbb{N})| = 2^{\aleph_0}\cdot 2^{\aleph_0} = \mathfrak{c}\cdot\mathfrak{c} = \mathfrak{c}$

$|P(\mathbb{Q})\times\mathbb{N}| = 2^{\aleph_0}\cdot\aleph_0 = \mathfrak{c}\cdot\aleph_0 = \mathfrak{c}$

$|\mathbb{R}\times\mathbb{N}| = \mathfrak{c}\cdot\aleph_0 = \mathfrak{c}$

$|\mathbb{R}^{\{\pi\}}| = \mathfrak{c}^1 = \mathfrak{c}$

$|\mathbb{R}^{\mathbb{Q}\setminus\mathbb{N}}| = \mathfrak{c}^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|\{1,2,3\}\times\mathbb{Q}| = 3\cdot\aleph_0 = \aleph_0$

$3\cdot 2 = 6$

$|(\{1,2,3\}\times\{1,2\})^{\{1,2\}}| = 6^2 = 36$

$|\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}| = \aleph_0$

$|P(\{1,2,3\})\cap P(\mathbb{R})| = 2^3 = 8$

$|P(\mathbb{Q}\setminus[0,1])| = 2^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|P(\mathbb{N}\times\{0,1\})| = 2^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|\{2010,\mathbb{Q},\mathbb{R}\}| = 3$

$|P(\mathbb{N}^{\{0,1\}})| = |P(\mathbb{N}^2)| = 2^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|P(\{0,6\}\times\{3,4,5\})| = 2^{2\cdot 3} = 2^6 = 64$

$|P(\mathbb{N}\times\mathbb{Q})| = P(\aleph_0) = 2^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$

$|\mathbb{Q}\times\mathbb{N}\times\mathbb{R}| = \mathfrak{c}\cdot\aleph_0\cdot\aleph_0 = \mathfrak{c}$

$|\{\{1\},\{2\},\{3\}\}| = 3$

$\{\{3\}\}\setminus\{3\} = \{\{3\}\}$

$\{\{3\},3\}\setminus\{3\} = \{\{3\}\}$

$|\{1,2,3,4\}^{\emptyset}| = 1$

$|\emptyset^{\mathbb{N}}| = 0$

$|\{0\}^{\mathbb{N}}| = 1$

$|P(\mathbb{N}\times\emptyset)| = 1$

3

6)

A.

B.

7)

7)

8)

7)

12 gru

$\in$ vs $\subseteq$

czy:

$1 \in \{1,2,3\}$ tak

$1 \subseteq \{1,2,3\}$ nie, bo 1 to liczba, a nie zbiór

$\{1\} \in \{1,2,3\}$ nie, bo $\{1\}$ to zbiór nie liczba

$\{1\} \subseteq \{1,2,3\}$ tak

$\emptyset \subseteq \{1,2,3\}$ tak

$\emptyset \in \{1,2,3\}$ nie

$P(\emptyset) = \{\emptyset\}$

$P(\{1\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

$P(\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}) =$
$= \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \ldots$

$P(\{1,2\}) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$

→ ile elementów ma zbiór

$\mathbb{N}$ nieskończenie wiele

$\{\mathbb{N}\}$ jeden!

$\{\mathbb{N}, 1, 2, 3\}$ cztery

→ czy:

$\emptyset \in \emptyset$ nie

$\emptyset \subseteq \emptyset$ tak

$\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$ tak

$\emptyset \in \{\emptyset\}$ tak