

ZAD 12 - Julito

PONIŻSZA TABELA ZAWIERA DANE DOTYCZĄCE CIŚNIENIA P I OBJĘTOŚCI V PEWNEJ STAŁEJ MASY GAZU. RÓWNANIE ŁĄCZĄCE TE DWIE WIELKOŚCI MA POSTAĆ $PV^k = C$, GDZIE k, C SĄ PEWNYMI STAŁYMI.

OBJĘTOŚĆ V	54,3	61,8	72,4	88,7	118,6	184
CIŚNIENIE P	61,2	48,5	37,6	28,4	18,2	10,1

STOSUJĄC REGRESJĘ LINIOWĄ ZNALEŹĆ WARTOŚĆ C ORAZ k . JAKA JEST PRZENIDUNANA WARTOŚĆ P DLA $V=100$?

$$PV^k = C$$

$$P = \frac{C}{V^k}$$

logarytmujemy

$$Y = a \cdot X + b$$

$$\log P = -k \cdot \log V + \log C$$

$$\log P = \log \frac{C}{V^k} = \log C - k \log V$$

$X = \log V$	3,99	4,12	4,28	4,49	4,78	5,27
$Y = \log P$	4,11	3,80	3,63	3,35	2,85	2,31

$$\log P = -k \cdot \log r + \log C \quad | - \log C$$

$$\log P - \log C = -k \cdot \log r \quad | : \log r$$

$$\frac{\log P - \log C}{\log r} = -k$$

$$\begin{cases} a = -k = \frac{\log P - \log C}{\log r} \\ b = \log C \end{cases}$$

Przyjmijmy, że każde obserwacje x_i określa dwuwymiarową zmienną
 o rozkładzie dyskretnym

	(x_1, y_1)	(x_2, y_2)	...	(x_n, y_n)
P_i	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$...	$\frac{1}{n}$

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x}$$

$$E(X^2) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$$

$$E(X, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

Wyznacamy kowariancję x i y .

$$\text{COV}(X, Y) = E(X \cdot Y) - E(X) \cdot E(Y) =$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{x} \bar{y} =$$

$$= \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y} \right)$$

Wyznacamy wariancję zmiennej

X :

$$\text{VAR}(X) = E(X^2) - E(X)^2 =$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 =$$

$$= \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2 \right)$$

$$a = -k = \frac{\cancel{n} \text{Cov}(X, Y)}{\cancel{n} \text{VAR}(X)} =$$

$$= \frac{\cancel{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i - \underbrace{n \bar{x} \bar{y}}_{= 88,3185 \cdot 4,113333 = 3,375} \right)}{\cancel{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - \underbrace{n \bar{x}^2}_{= 6 \cdot 20,1451361 = 120,870817} \right)}$$

88,3185
 4,113333
 3,375
 80,8887489
 121,8843
 120,870817

$$= \frac{88,3185 - 80,8887489}{121,8843 - 120,870817}$$

$$= \frac{-1,5692489}{1,123483} = -1,39677227$$

$$\log C = \log p - (-k) \log n$$

$$\log C = 4,11 + 1,39677227 \cdot 3,98$$

$$\log C = 4,11 + 5,57312136$$

$$\log C = 8,68312136$$

$$C = 16044.5$$

WZEWIDYWANA WARTOŚĆ DLA $V=100$:

$$\log P = -1,39677227 \cdot \underbrace{\log(100)}_{4,60517018} + 8,68312136$$

$$\log P = 3,25074735$$

$$P \approx 25,8086$$

