

Pracuj samodzielnie!!!

Część 2: godz. 10.15–11.00, **jedno zadanie**.

Deklaracja wyboru: godz. 10.15–10.30 \Rightarrow **SKOS**.

1. **13 punktów** Podaj definicję krzywej Béziera P stopnia n o punktach kontrolnych $W_k \in \mathbb{E}^2$ ($0 \leq k \leq n$). Uzasadnij, że dla każdego $t \in [0, 1]$, $P(t)$ jest punktem na płaszczyźnie.
2. **13 punktów** Dana jest *postać Béziera* wielomianu $p \in \Pi_n$, tj.

$$p(t) := \sum_{k=0}^n a_k B_k^n(t),$$

gdzie B_k^n oznacza k -ty wielomian Bernsteina stopnia $n \in \mathbb{N}$ ($0 \leq k \leq n$). Uzasadnij, że

$$p(t) = \sum_{k=0}^{n+1} a_k^{(1)} B_k^{n+1}(t) \quad \text{dla} \quad a_k^{(1)} := \frac{n-k+1}{n+1} a_k + \frac{k}{n+1} a_{k-1} \quad (0 \leq k \leq n+1),$$

gdzie przyjęto $a_{-1} = a_{n+1} := 0$. Jakie zastosowanie może mieć ta zależność?

3. **13 punktów** Podaj definicję ciągu wielomianów ortogonalnych względem dyskretnego iloczynu skalarnego $(\cdot, \cdot)_N$. Jak efektywnie wyznaczać takie wielomiany? Jakie jest ich zastosowanie w aproksymacji średniokwadratowej na zbiorze dyskretnym?
4. **13 punktów** Znajdź wielomiany P_0, P_1, P_2 ortogonalne względem iloczynu skalarnego

$$(f, g) := f(-3)g(-3) + f(-2)g(-2) + f(0)g(0) + f(2)g(2) + f(3)g(3).$$

Wykorzystując otrzymane wielomiany, wyznacz wielomian $w_2^* \in \Pi_2$ najlepiej dopasowany w sensie aproksymacji średniokwadratowej do danych

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} x_k & -3 & -2 & 0 & 2 & 3 \\ \hline y_k & 4 & 1 & 2 & 1 & 4 \end{array}.$$

Powodzenia!

Paweł
Woźny

Pamiętaj, że

1. rozwiązanie **musi być spisane na szablonie** udostępnionym w **SKOSie**;
2. **plik PDF** z rozwiązaniem musi mieć **orientację pionową**, być **czytelny** oraz zawierać **następujące dane**: imię i nazwisko, numer części i numer zadania;
3. sprawdzane mogą być **jedynie zadeklarowane zadania** spełniające **podane warunki** oraz **przesłane w ustalonym czasie** (patrz wyżej i **SKOS**).