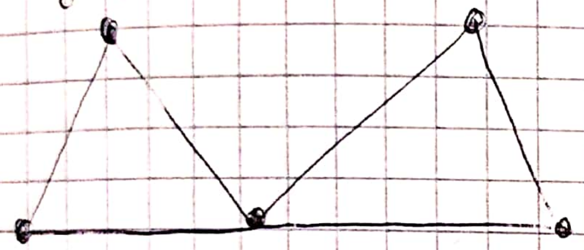
ZAD 10 PODAJ PRZYKŁAD GRAFU POKAZUJĄCY, ŻE ZAŁOŻENIA $deg(v) > n/2$ W TWIERDZENIU DIRACA NIE MOŻE BYĆ ZASTĄPIONE ZAŁOŻENIEM $deg(v) > (n-1)/2$.



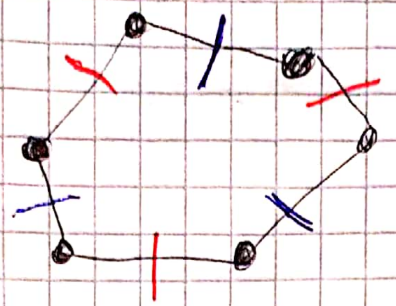
W tym przypadku graf spełnia założenie
$deg(v) \geq (n-1)/2$

$deg(v) \geq 2$

W grafie nie ma cyklu Hamiltona

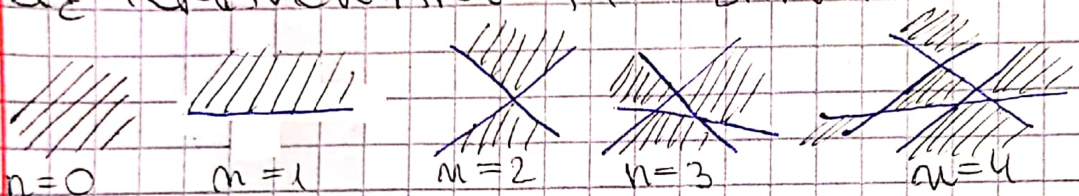
ZAD. 8 MAMY 2n UCZNIÓW, Z KTÓRYCH KAŻDY MA PRZYNAJMNIEJ N PRZYJACIÓŁ. POKAŻ, ŻE MOŻNA ICH USADZIĆ W n ŁAWKACH TAK, BY KAŻDY Z NICH SIEDZIAŁ Z PRZYJACIELEM. POKAŻ TEŻ, ŻE JEŚLI $n>1$, TO MOŻE BYĆ TO ZROBIONE NA CO NAJMNIEJ DWA SPOSOBY.

Z tw. Diraca wiemy, że jeśli każda osoba ma przynajmniej $2n/2$ przyjaciół to graf składający się z tych osób i ich relacji zawiera cykl Hamiltona. Jeśli "potniemy" cykl Hamiltona co dwa wierzchołki to stworzymy n grup po dwie osoby, które mogą siedzieć w ławce. przynajmniej dwa Możemy podzielić ich dwie grupy, ponieważ cięcie możemy wykonać w dwa sposoby.



- cięcie 1
- cięcie 2

**ZAD 7** NA PŁASZCZYŹNIE NARYSOWANO SKOŃCZONĄ LICZBĘ PRZECINAJĄCYCH SIĘ PROSTYCH (NIESKOŃCZONYCH). WYKAŻ, ŻE UTWORZONE OBSZARY MAJĄCE WSPÓLNY ODCINEK („DŁUŻSZY" OD PUNKTU) NIE SĄ POMALOWANE TYM SAMYM KOLOREM.




$n=1$ – zachodzi, że obszary mające wspólny odcinek nie są pomalowane tym samym kolorem.

Weźmy dowolną liczbę $n \geq 1$ $n \in \mathbb{Z}$ i załóżmy, że dla niej również zachodzi, że obszary mające wspólny odcinek nie są pomalowane tym samym kolorem.

Pokażmy, że dla $n+1$ również zachodzi. Z zał. indukcyjnego dla $n$ zachodzi. Nowa prosta dzieli płaszczyznę na dwie części. Wybieramy jedną z nich i odwracamy wszystkie kolory występujące w tej części na przeciwne. Teraz po obu stronach są różne kolory.

**ZAD. 1** POKAŻ, ŻE DLA KAŻDEGO GRAFU ISTNIEJE PEWNA KOLEJNOŚĆ WIERZCHOŁKÓW PRZY KTÓREJ ALGORYTM ZACHŁANNY (SEKWENCYJNY) DZIAŁA W SPOSÓB OPTYMALNY.

Wiemy, że istnieje optymalne kolorowanie. Zatem wiemy w jakiej kolejności kolorować wierzchołki. Wystarczy więc że napotykając wierzchołek pokolorujemy go na najniższy dostępny kolor względem jego sąsiadów.