

Pracuj samodzielnie!!!

Część 3: godz. 11.00–11.45, **jedno zadanie**.

Deklaracja wyboru: godz. 11.00–11.15 \Rightarrow **SKOS**.

1. **12 punktów** Sformułuj i uzasadnij schemat Hornera. Udowodnij, że jest to algorytm numerycznie poprawny.
2. **12 punktów** Niech dane będą: $n \in \mathbb{N}$ i parami różne liczby rzeczywiste a_0, a_1, \dots, a_{n-1} . Zaproponuj algorytm znajdowania takich liczb c_0, c_1, \dots, c_n , że dla każdego $x \in \mathbb{R}$ zachodzi $(x + 2021)^n = c_0 + c_1(x - a_0) + c_2(x - a_0)(x - a_1) + \dots + c_n(x - a_0)(x - a_1) \cdot \dots \cdot (x - a_{n-1})$. Podaj jego złożoność obliczeniową i pamięciową.

3. **12 punktów** Funkcję $f(x) = \sin(2x)$ interpolujemy wielomianem $L_n \in \Pi_n$ w węzłach będących zerami wielomianu Czebyszewa T_{n+1} . Jak należy dobrać n , aby mieć pewność, że

$$\max_{x \in [-1, 1]} |f(x) - L_n(x)| \leq 10^{-8} ?$$

4. **12 punktów** Niech dane będą wektory liczb rzeczywistych $\mathbf{x} := [x_0, x_1, \dots, x_n]$ ($x_0 < x_1 < \dots < x_n$), $\mathbf{y} := [y_0, y_1, \dots, y_n]$ i $\mathbf{z} := [z_0, z_1, \dots, z_m]$ ($m, n \in \mathbb{N}$). Niech s_n oznacza naturalną interpolacyjną funkcję sklejaną trzeciego stopnia (w skrócie: NIFS3) spełniającą warunki $s_n(x_k) = y_k$ ($0 \leq k \leq n$). W języku PWO++ procedura `NSpline3(x,y,z)` wyznacza wektor $[s_n(z_0), s_n(z_1), \dots, s_n(z_m)]$. Wiadomo, że NIFS3 odpowiadająca danym $(x_k, f(x_k))$ ($0 \leq k \leq 100$) bardzo dobrze przybliża funkcję f . Można więc przypuszczać, że

$$S_n := \int_{x_0}^{x_n} s_n(x) dx$$

jest bardzo dobrym przybliżeniem wartości całki $I := \int_{x_0}^{x_n} f(x) dx$. Stosując procedurę `NSpline3` **tylko raz**, zaproponuj szkic **efektywnego algorytmu** wyznaczania wielkości S_n . Zadbaj więc m.in. o to, aby liczba współrzędnych wektora \mathbf{z} (czyli wartość $m + 1$) **była możliwie jak najmniejsza**.

Powodzenia!

Paweł
Woźny

Pamiętaj, że

1. rozwiązanie **musi być spisane na szablonie** udostępnionym w **SKOS**ie;
2. **plik PDF** z rozwiązaniem musi mieć **orientację pionową**, być **czytelny** oraz zawierać **następujące dane**: imię i nazwisko, numer części i numer zadania;
3. sprawdzane mogą być **jedynie zadeklarowane zadania** spełniające **podane warunki** oraz **przesłane w ustalonym czasie** (patrz wyżej i **SKOS**).