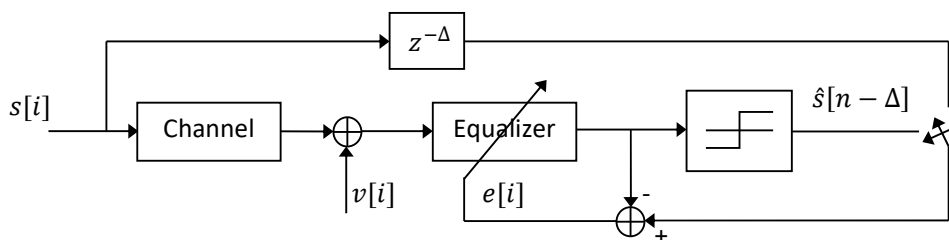


## درس فیلترهای تطبیقی

### تمرین سری چهارم

نیمسال اول ۹۸-۹۹

۱- یک همسانساز (Equalizer) مطابق شکل زیر در نظر بگیرید:



فرض کنید سمبلهای ارسالی متعلق به مدولاسیون 4-QPSK هستند، یعنی

$$S(i) \in \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} - j\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} - j\frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$$

سمبلهای ورودی به کانال را به صورت دنباله i.i.d. و همگی متساوی الاحتمال فرض کنید. کانال را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$H(z) = 0.5 + 1.2z^{-1} + 1.5z^{-2} - z^{-3}$$

طول پاسخ ضربه همسانساز را  $M = 35$  در نظر بگیرید. نویز  $v[i]$  نویز گوسی سفید، مستقل از سمبلهای ارسالی به کانال و با واریانس  $\sigma_v^2$  می‌باشد. مقدار  $\sigma_v^2$  را طوری تعیین کنید که نسبت SNR در ورودی همسانساز برابر 20dB باشد.

الف- مقدار  $\Delta$  بهینه را بیابید (حداقل مربع خطا را به ازای تأخیرهای مختلف  $\Delta > 0$  محاسبه نموده و مقداری از  $\Delta$  که به ازای آن مربع خطا حداقل است را محاسبه نمایید).

ب- فرض کنید بخواهیم با استفاده از الگوریتم LMS همسانساز را بدست آوریم. اولاً با فرض  $\Delta = 19$ ، مقدار  $\mu$  را طوری تنظیم نمایید که میزان عدم تنظیم (Misadjustment) برابر ۱۰ درصد باشد (مقدار دقیق  $\mu$  را بدست آورید) سپس مقدار  $\mu$  را بر اساس تقریبهایی گفته شده در کلاس بدست آورده و با هم مقایسه کنید. سپس با مقدار  $\mu$  که بدست آورده‌اید و با شرط اولیه  $\omega[0] = \underline{0}$  الگوریتم LMS را با داده‌های آموزشی اجرا کرده و منحنی یادگیری آنرا توسط متوسط‌گیری روی ۱۰۰ اجرای مختلف برحسب (Iteration) رسم نمایید. منحنی روش Steepest-Descent را نیز به ازای همان  $\mu$  که در روش LMS استفاده نموده‌اید و با شرط اولیه  $\omega[0] = \underline{0}$  رسم کرده و با منحنی یادگیری روش LMS مقایسه نمایید. از روی منحنی بدست آمده میزان عدم تنظیم را محاسبه کرده و بررسی کنید که آیا به مقدار مورد انتظار 10% نزدیک است یا خیر؟

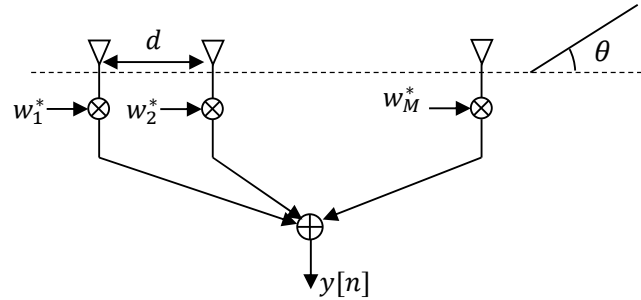
ثابت زمانی‌های منحنی یادگیری LMS در این حالت چقدر است؟ (ثابت زمانی غالب)

ج- دیاگرام پراکندگی را پیش از همسانساز و بعد از اینکه ضرایب آن همگرا شد برای ۱۰۰۰ داده رسم نمایید و با هم مقایسه کنید.

د- بند ب را برای عدم تنظیم برابر با  $M=5\%$  و  $M=1\%$  تکرار نمایید.

هـ- بند ب را برای عدم تنظیم برابر با  $M=10\%$  تکرار نمایید با این تفاوت که تنها ۱۰۰ داده آموزشی وجود دارد و از تکرار ۱۰۱ به بعد باید از نتایج آشکارسازی خود سیستم به عنوان داده آموزشی استفاده شود. در این حالت نیز منحنی‌های یادگیری را رسم نمایید و با قسمت ب مقایسه کنید. استفاده از تصمیمات خود سیستم در طراحی همسانساز منجر به همسانسازی می‌شود که کارایی آن بهتر است یا بدتر؟ اگر تنها ۲۰ داده آموزشی استفاده نمائیم نتایج را دوباره رسم کرده و با حالت ۱۰۰ داده آموزشی مقایسه نمائید.

2- یک آرایه خطی با تعداد  $M = 6$  آنتن ایزوتروپ همه‌جهتی (Omni-directional) با فاصله  $d = \lambda/2$  در نظر بگیرید.



فرض کنید  $\mathbf{a}(\theta_0)$  بردار سیگنال دریافتی متناظر با جهت  $\theta = \theta_0$  باشد یعنی

$$\mathbf{a}(\theta_0) = [1 \quad e^{j\phi(\theta_0)} \quad \dots \quad e^{j(M-1)\phi(\theta_0)}]$$

$$\phi(\theta_0) = \frac{2\pi}{\lambda} d \cos \theta_0$$

الف- مسئله LCMV به صورت زیر را در نظر بگیرید

$$\min E\{|y[n]|^2\}$$

$$s. t. : \underline{w}^H \underline{a}(\theta_0) = 1$$

$\underline{w}_{opt}$  را بدست آورده و همچنین  $\min E\{|y[n]|^2\}$  را به ازای  $\underline{w}_{opt}$  به صورت بسته برحسب مقادیر  $R$  و  $\underline{a}(\theta_0)$  محاسبه کنید.

ب- با تولید داده‌های شبیه‌سازی دو منبع در جهت‌های  $\theta_1 = 30^\circ$  و  $\theta_2 = 160^\circ$  با توانهای  $\sigma_1^2 = 10$  و  $\sigma_2^2 = 20$  تولید کرده و نویز حرارتی با واریانس واحد را نیز به آن اضافه نمائید. (نویز حرارتی به صورت گوسی مختلط با واریانس  $\frac{1}{2}$  برای قسمت حقیقی و موهومی). با استفاده از  $N = 100$  داده تولیدی  $R$  را تخمین بزنید و جواب قسمت «ب» (حداقل  $E\{|y[n]|^2\}$  را به ازای آن برحسب  $\theta_0$  رسم نمائید). محل ماکزیمم آن را بیابید و با جهت منابع مقایسه کنید. همین کار را با  $N = 1000$  داده انجام دهید.

ج- به صورت Adaptive و به روش LMS جواب قسمت الف را برای  $M=10\%$  و  $\theta_0 = 30^\circ$  برای ۱۰۰ تحقق بدست آورده و منحنی یادگیری آنرا رسم نمایید.