

# Appunti di Fisica

Jasin Atipi

September 2017

**2 Marzo 2018**

## Introduzione - Cinematica del punto

Definizione di:

Accuratezza: taratura/calibrazione di uno strumento.

Precisione: risoluzione di uno strumento.

## Moto degli oggetti

Cominciamo a pensare alla posizione di un punto su una retta (orientata). Abbiamo bisogno di un'origine e una misura. La misura ci aiuta a definire la distanza di un punto dall'origine. Per fare ciò usiamo un sistema di riferimento (retta) e un sistema di misura (metri).

Una domanda importante è: cosa succede quando il punto si muove? Dobbiamo introdurre il concetto di tempo.

Sia  $x$  la posizione del punto (m lontano dall'origine) e  $t$  il tempo in secondi.

$t(s)$	$x(m)$
0	2
2	3,5
5	3

Questo è un modo di definire una legge oraria, ovvero un map-

ping  $t \rightarrow x$ , nel caso della tabella è di tipo discreto (non continuo).

Tutto ciò lo possiamo rappresentare in un piano cartesiano dove le ascisse rappresentano il tempo  $t(s)$  e le ordinate rappresentano la distanza dall'origine  $x(m)$ . Nel caso della tabella si tratterà di un grafico discreto.

Un altro modo per definire una legge oraria è in maniera analitica (funzione continua), endavremo una posizione definita tramite  $x(t)$  ( $x$  in funzione del tempo).

Per esempio  $x(t) = 22m$  rappresenta un punto fermo nel tempo (sempre 22 m).

Un altro esempio è  $x(t) = 5t$ . Abbiamo un punto che si muove sempre di più lontano dall'origine man mano che il tempo passa. In questa maniera so dove si trova continuamente il punto. Il numero 5 ha una dimensione. Dato che il  $t$  è espresso in secondi e  $x(t)$  è espresso in metri, il prodotto delle dimensioni di 5 e  $t$  deve restituire  $m$ . Quindi 5 deve essere rappresentato in  $\frac{m}{s}$ .

Abbiamo quindi capito che il 5 è una velocità

Un punto fermo ha sempre velocità 0.

Se prendiamo due posizioni  $x_1, x_2$ , possiamo determinare lo spostamento dell'oggetto  $\Delta x = x_2 - x_1$ . Il segno della velocità indica se ci si sta spostando "avanti" o "indietro" in base al passaggio del tempo.

Una importante osservazione da fare riguardo allo spostamento è che se si cambia l'origine della retta, lo spostamento di due punti  $x_1, x_2$  rimane uguale.

Se usiamo un'origine  $O$  in cui  $x_1 = 3m, x_2 = 5m$ , possiamo cambiare l'origine in  $O'$  dove  $x_1 = 2m, x_2 = 4m$  e notiamo che  $\Delta x = \Delta x' = x_2 - x_1 = x'_2 - x'_1$ .

Questo ci aiuterà a definire la velocità (spostamento nel tempo).

$t(s)$	$x(m)$
0	1
1	2
4	1
5	3,5

Possiamo dire che dall'istante 0 all'istante 1:

$$\Delta x = 1m, \Delta t = 1s$$

Possiamo anche dire che la velocità media  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$

Nel nostro caso quindi la velocità media  $v_{media} = \frac{1m}{s}$ .

La velocità in cinematica ha dimensione  $[V] = [LT^{-1}]$ .

Possiamo calcolare la velocità media per una coppia arbitraria di istanti, es:

$$t = 1 \text{ e } t = 4$$

$$v_{media} = \frac{(1-2)m}{(4-1)s} = -\frac{1m}{3s} \approx 0,33 \frac{m}{s}$$

Possiamo ricavare che  $\Delta x = v_{media} \Delta t$ .

## 7 Marzo 2018

### Moto rettilineo uniforme e moto rettilineo accelerato

La velocità può essere caratterizzata in velocità media ed istantanea.

$$v_{media} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v \text{ (istantanea)} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \text{ (derivata in rispetto a } t \text{)}.$$

Consideriamo una  $v$  costante, allora:

$$v_{media} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v, \text{ possiamo allora dire che } \Delta x = v \Delta t.$$

Detto ciò, possiamo fare una legge oraria anche della velocità, oltre che della posizione.

Data questa legge oraria, possiamo determinare lo spostamento  $\Delta x$  tramite il prodotto  $v \cdot \Delta t$ , che corrisponde all'area sottesa al grafico nell'intervallo di tempo voluto.

Sia  $x - x_0$  lo spostamento, allora  $x - x_0 = v(t - t_0)$ . A questo punto possiamo riscrivere l'equazione:

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0)$$

A partire dalla posizione iniziale, un oggetto si sposta uniformemente di  $v(t - t_0)$ ,

ma tale equazione rappresenta una retta ( $x_0$  è l'intercetta) e  $v$  è il coefficiente angolare.

Se  $t = t_0 \Rightarrow x(t_0) = x_0$ . Il segno di  $v$  indica la direzione del moto.

Es con velocità costante:

Due gareggiatori corrono dritti su una pedana a velocità diverse

Partenza:  $t_0 = 0s, x_0 = 0m$ . In questo caso partono nello stesso istante e dalla stessa posizione, quindi vincerà quello più veloce.

Assumiamo ora che partono da posizioni diverse. Quello più veloce parte da una posizione minore di quello più lento. Date queste assunzioni, vi sarà un momento in cui i due gareggiatori si incontrano.

$x_1(t) = 0 + v_1 t$  (quello più veloce parte dall'origine)

$x_2(t) = x_v + v_2 t$  ( $x_v$  vantaggio)

Il sorpasso avviene quando

$x_1(t_s) = x_2(t_s)$  (sorpasso)

$v_1 t_s = x_v + v_2 t_s$

$t_s(v_1 - v_2) = x_v$

$t_s = \frac{x_v}{v_1 - v_2}$

Controlliamo le dimensioni:

$$[T] = \frac{[L]}{[LT^{-1}]} = [T]$$

Una volta fatti dei ragionamenti per verificare la correttezza della formula, possiamo iniziare a mettere dentro i numeri.

Per esempio supponiamo che:

$v_1 = 5,2m/s$

$v_2 = 2,6m/s$

$x_v = 12,0m$

$t_s = \frac{12,0m}{2,4m/s} = 5,0s$

Il tempo di sorpasso in questo caso è 5 secondi.

(Rifare l'esercizio in cui c'è un vantaggio nel tempo.)

Con velocità costante abbiamo le seguenti equazioni:

Posizione:  $x(t) = x_0 + v(t - t_0)$

Velocità:  $v(t) = v$  (costante)

La variazione di velocità si chiama accelerazione. In un istante di tempo  $t_1$  abbiamo velocità  $v_1$  e in un altro istante  $t_2$  abbiamo  $v_2$ .

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = a \text{ media}$$

L'accelerazione ha dimensioni:

$$\frac{[V]}{[T]} = [LT^{-2}]$$

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dx} \text{ (derivata della velocità).}$$

Dato il grafico di una velocità costante, lo spazio percorso è rappresentato dall'area sottesa al grafico (un rettangolo). Si tratta quindi dell'integrale:

$$\int_{t_0}^t v(t)dt$$

Dunque abbiamo che la posizione in base alla velocità (nel moto rettilineo uniforme) è ricavabile da:

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t v(t)dt$$

E la velocità in base all'accelerazione è ricavabile da:

$$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^t a(t)dt$$

Ma nel moto uniforme accelerato abbiamo che l'accelerazione è costante, quindi:

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$

## 9 Marzo 2017

Dato un punto che si muove su una retta orientata abbiamo stabilito la posizione, velocità e accelerazione (e come passare da una all'altra).

Abbiamo visto il moto rettilineo uniforme, dove  $v = \text{costante}$ , e  $x = x_0 + v(t - t_0)$

Poi abbiamo visto il moto uniforme accelerato con velocità non costante, ma variabile linearmente, dove  $v = v_0 + a(t - t_0)$ .

Si può ricavare la posizione dall'accelerazione:

$$x = x_0 + \int_{t_0}^t v(t)dt = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

## Caduta libera

### Esempio 1

Nella caduta libera siamo in presenza di un MUA, dove l'accelerazione (terrestre) è  $g = 9,8m/s$

Sia  $y_0 = 0$  l'origine (quota di partenza) e  $a = g$

Sia  $H = 18m$  la profondità di un pozzo. Lasciando cadere un sasso in questo pozzo, quanto ci mette a toccare l'acqua in fondo?

$$\text{Sia } t_c \text{ il tempo di caduta, allora } H = \frac{1}{2}gt_c^2 \Rightarrow t_c = \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

Nel nostro caso  $H = 18,0m$ , quindi:

$$t_c = \sqrt{\frac{2 \cdot 18,0}{9,8}} \approx 1,9s$$

### Esempio 2

Cosa succede quando lancio un oggetto verso l'alto (sulla terra)?

Abbiamo un'accelerazione che è pari a  $-g$  (forza di gravità) che agisce verso il basso dato che tiro l'oggetto verso l'alto.

Quindi:

$$\begin{cases} a = -gt \\ v = v_0 - gt \\ y = 0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

L'oggetto è al "suolo" quando  $t = 0$  e  $t = \frac{2v_0}{g}$  perché  $y = v_0t - \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow y =$

$t(v_0 - \frac{1}{2}gt)$  (risolvendola per  $t$  e mettendola  $= 0$  si trovano le soluzioni in cui vale 0)

La velocità è a 0 a metà dei momenti in cui è al suolo, quindi:

$$(0 + \frac{2v_0}{g}) \frac{1}{2}$$

$$v_0 = 0 \Leftrightarrow \exists t_m = \frac{v_0}{g}$$

Quando torna al suolo la velocità è uguale a  $-v_0$

$$t_f = \frac{2v_0}{g}$$

$$v = v_0 - g \cdot \frac{2v_0}{g} = -v_0$$

L'altezza massima è quando  $t = t_M = \frac{v_0}{g}$

$$y = v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2}g \frac{v_0^2}{g^2} \Leftrightarrow$$

$$y = \frac{v_0^2}{g} - \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} = \frac{v_0^2}{2g}$$

La dimensione di questa formula è  $[\frac{L^2T^2}{LT^{-2}} = [L]$  che è una lunghezza ed è ciò che cerchiamo.

### Esercizio da fare

Si lanciano due oggetti verso l'alto in tempi diversi ma tutto il resto uguale, calcolare la formula per determinare il momento in cui si incontrano.