Appunti di Fisica

Jasin Atipi

September 2017

2 Marzo 2018

Introduzione - Cinematica del punto

Definizione di:
Accuratezza: taratura/calibrazione di uno strumento.
Precisione: risoluzione di uno strumento.

Moto degli oggetti

Cominciamo a pensare alla posizione di un punto su una retta (orientata). Abbiamo bisogno di un origine e una misura. La misura ci aiuta a definire la distanza di un punto dall'origine. Per fare ciò usiamo un sistema di riferimento (retta) e un sistema di misura (metri).
Una domanda importante è: cosa succede quando il punto si muove? Dobbiamo introdurre il concetto di tempo.
Sia x la posizione del punto (m lontano dall'origine) e t il tempo in secondi.

$t(s)$	$x(m)$
0	2
2	3,5
5	3

Questo è un modo di definire una legge oraria, ovvero un mapping $t \to x$, nel caso della tabella è di tipo discreto (non continuo).
Tutto ciò lo possiamo rappresentare in un piano cartesiano dove le ascisse rappresentano il tempo $t(s)$ e le ordinate rappresentano la distanza dall'origine $x(m)$. Nel caso della tabella si tratterà di un grafico discreto.
Un altro modo per defiire una legge oraria è in maniera analistica (funzione continua), endavremo una posizione definita tramite $x(t)$ (x in funzione del tempo). Per esempio $x(t) = 22m$ rappresenta un punto fermo nel tempo (sempre 22 m). Un altro esempio è $x(t) = 5t$. Abbiamo un punto che si muove sempre di più lontano dall'origine man mano che il tempo passa. In questa maniera so dove si trova continuamente il punto. Il numero 5 ha una dimensione. Dato che il t è espresso in secondi e $x(t)$ è espresso in metri, il prodotto delle dimensioni di 5 e t deve restituire m. Quindi 5 deve essere rappresentato in $\frac{m}{s}$.
Abbiamo quindi capito che il 5 è una velocità
Un punto fermo ha sempre velocità 0.

Se prendiamo due posizioni x_1, x_2, possiamo determinare lo spostamento dell'oggetto $\Delta x = x_2 - x_1$. Il segno della velocità indica se ci si sta spostando "avanti" o "indietro" in base al passaggio del tempo.
Una importante osservazione da fare riguardo allo spostamento è che se si cambia l'origine della retta, lo spostamento di due punti x_1, x_2 rimane uguale.
Se usiamo un'origine O in cui $x_1 = 3m, x_2 = 5m$, possiamo cambiare l'origine in O' dove $x_1 = 2m, x_4 = 4m$ e notiamo che $\Delta x = \Delta x' = x_2 - x_1 = x_1' - x_2'$.
Questo ci aiuterà a definire la velocità (spostamento nel tmepo).

$t(s)$	$x(m)$
0	1
1	2
4	1
5	3,5

Possiamo dire che dall'istante 0 all'istante 1:

$\Delta x = 1m, \Delta t = 1s$

Possiamo anche dire che la velocità media $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

Nel nostro caso quindi la velocità media $v_{media} = \dfrac{1m}{s}$.

La velocità in cinematica ha dimensione $[V] = [LT^{-1}]$.

Possiamo calcolare la velocità media per una coppia arbitraria di istanti, es:
$t = 1$ e $t = 4$

$v_{media} = \dfrac{(1-2)m}{(4-1)s} = -\dfrac{1m}{3s} \approx 0,33\dfrac{m}{s}$

Possiamo ricavare che $\Delta x = v_{media}\Delta t$.

7 Marzo 2018

Moto rettilineo uniforme e moto rettilineo accellerato

La velocità può essere caratterizzata in velocità media ed istantanea.

$v_{media} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$.

v (istantanea) $= \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{dx}{dt}$ (derivata in rispetto a t).

Consideriamo una v costante, allora:

$v_{media} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = v$, possiamo allora dire che $\Delta x = v\Delta t$.

Detto ciò, possiamo fare una legge oraria anche della velocità, oltre che della posizione.
Data questa legge oraria, possiamo determinare lo spostamento Δx tramite il prodotto $v \cdot \Delta t$, che corrisponde all'area sottesa al grafico nell'intervallo di tempo voluto.
Sia $x - x_0$ lo spostamento, allora $x - x_0 = v(t - t_0)$. A questo punto possiamo riscrivere l'equazione:
$x(t) = x_0 + v(t - t_0)$
A partire dalla posizione iniziale, un oggetto si sposta unofromemente di $v(t-t_0)$,

ma tale equazione rappresenta una retta (x_0 è l'intercetta) e v è il coefficiente angolare.
Se $t = t_0 \Rightarrow x(t_0) = x_0$. Il segno di v indica la direzione del moto.
Es con velocità costante:
Due gareggiatori corrono dritti su una pedana a velocità diverse
Partenza: $t_0 = 0s, x_0 = 0m$. In questo caso partono nello stesso istante e dalla stessa posizione, quindi vincerà quello più veloce.
Assumiamo ora che partono da posizioni diverse. Quello più veloce parte da una posizione minore di quello più lento. Date queste assunzioni, vi sarà un momento in cui i due gareggiatori si incontrano.
$x_1(t) = 0 + v_1 t$ (quello più veloce parte dall'origine)
$x_2(t) = x_v + v_2 t$ (x_v vantaggio)
Il sorpasso avviene quando
$x_1(t_s) = x_2(t_s)$ (sorpasso)
$v_1 t_s = x_v + v_2 t_s$
$t_s(v_1 - v_2) = x_v$
$t_s = \dfrac{x_v}{v_1 - v_2}$
Controlliamo le dimensioni:
$[T] = \dfrac{[L]}{[LT^{-1}]} = [T]$
Una volta fatti dei ragionamenti per verificare la correttezza della formula, possiamo iniziare a mettere dentro i numeri.
Per esempio supponiamo che:
$v_1 = 5,2m/s$
$v_2 = 2,6m/s$
$x_v = 12,0m$
$t_s = \dfrac{12,0m}{2,4m/s} = 5,0s$
Il tempo di sorpasso in questo caso è 5 secondi.
(Rifare l'esercizio in cui cè un vantaggio nel tempo.)

Con velocità costante abbiamo le seguenti equazioni:
Posizione: $x(t) = x_0 + v(t - t_0)$
Velocità: $v(t) = v$ (costante)
La variazione di velocità si chiama accelerazione. In un istante di tempo t_1 abbiamo velocità v_1 e in un altro istante t_2 abbiamo v_2.
$\dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = v$ media
L'accelerazione ha dimensioni:
$\dfrac{[V]}{[T]} = [LT^{-2}]$
$a = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{dv}{dx}$ (derivata della velocità).
Dato il grafico di una velocità costante, lo spazio percorso è rappresentato dall'area sottesa al grafico (un rettangolo). Si tratta quindi dell'integrale:

$\int_{t_0}^{t} v(t)dt$
Dunque abbiamo che la posizione in base alla velocità (nel moto rettilineo uniforme) è ricavabile da:
$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t)dt$
E la velocità in base all'accelerazione è ricabaile da:
$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t)dt$
Ma nel moto uniforme accellerato abbiamo che l'accelerazione è' costante, quindi:
$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$

9 Marzo 2017

Dato un punto che si muove su una retta orientata abbiamo stabilito la posizione, velocità e accelerazione (e come passare da una al'altra).
Abbiamo visto il moto rettilineo uniforme, dove v =costante, e $x = x_0 + v(t - t_0)$
Poi abbiamo visto il moto uniforme accellerato con velocità non costante, ma variabile linearmente, dove $v = v_0 + a(t - t_0)$.
Si può ricavare la posizione dall'accelerazione:
$x = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t)dt = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

Caduta libera

Esempio 1

Nella caduta libera siamo in presenza di un MUA, dove l'accelerazione (terrestre) è $g = 9,8m/s$
Sia $y_0 = 0$ l'origine (quota di partenza) e $a = g$
Sia $H = 18m$ la profondità di un pozzo. Lasciando cadere un sasso in questo pozzo, quanto ci mette a toccare l'acqua in fondo?
Sia t_c il tempo di caduta, allora $H = \frac{1}{2}gt_c^2 \Rightarrow t_c = \sqrt{\frac{2H}{g}}$.
Nel nostro caso $H = 18,0m$, quindi:
$t_c = \sqrt{\frac{2 \cdot 18,0}{9,8}} \approx 1,9s$

Esenpio 2

Cosa succede quando lancio un oggetto verso l'alto (sulla terra)?
Abbiamo un'accelerazione che è pari a $-g$ (forza di gravità) che agisce verso il basso dato che tiro l'oggetto verso l'alto.

Quindi:
$$\begin{cases} a = -gt \\ v = v_0 - gt \\ y = 0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$
L'oggetto è al "suolo" quando $t = 0$ e $t = \frac{2v_0}{g}$ perché $y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow y = t(v_0 - \frac{1}{2}gt^2$ (risolvendola per t e mettendola $= 0$ si trovano le soluzionio in cui vale 0)
La veclocità è a 0 a metà dei momenti in cui è al suolo, quindi:
$(0 + \frac{2v_0}{g})\frac{1}{2}$
$v_0 = 0 \Leftrightarrow \exists t_m = \frac{v_0}{g}$
Quando torna al suolo la velocità è uguale a $-v_0$
$t_f = \frac{2v_0}{g}$
$v = v_0 - g \cdot \frac{2v_0}{g} = -v_0$
L'altezza massima è quando $t = t_M = \frac{v_0}{g}$
$y = v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2}gv\frac{v_0^2}{g^2} \Leftrightarrow$
$y = \frac{v_0^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g} = \frac{v_0^2}{2g}$
La dimensione di questa formula è $[\frac{L^2T^2}{LT^{-2}} = [L]$ che è una lunghezza ed è ciò che cerchiamo.

Esercizio da fare

Si lanciano due oggetti verso l'alto in tempi diversi ma tutto il resto uguale, calcolare la formula per determinare il momento in cui si incontrano.

12 Marzo 2018

Cinematica del punto in 2d

In 2 dimensioni, un punto si move in un piano cartesiano (assi x e y). La posizione del punto nel tempo è definita da un vettore $\vec{r} = (x(t), y(t))$. $\vec{r}$ è un vettore a 2 componenti (in questo caso).
La lunghezza (o modulo o intensità) di $\vec{r}$ si indica con r e corrisponde alla lunghezza della freccia che rappresenta $\vec{r}$, o alla distanza del punto rappresentato da $\vec{r}$ dall'origine.

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$.
Quando il punto si sposta, è come se spostassi la freccia (con coda nell'origine). Lo spostamento è rappresentato anch'esso da una freccia, che parte dalla testa della prima freccia (non spostata) e si ferma alla testa della seconda freccia (spostata). Tale vettore di spostamento è indicato e rappresentato da: $\Delta\vec{r} = (\Delta x, \Delta y)$
Ricordiamo che $v_M = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$. In $2D$, la velocità media è anch'essa un vettore. Ha quindi una direzione e una lunghezza, ed è rappresentata da due componenti: $\vec{v}_M = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = (\dfrac{\Delta x}{\Delta t}, \dfrac{\Delta y}{\Delta t})$
Tale v_M non ci dice cosa succede in ogni istante del movimento.
Per ottenere la velocità in ogni istante del movimento, bisogna eseguire il rapporto incrementale su $\vec{r}$.
Ricordiamo che lo spostamento del punto è rappresentato dallo spostamento del vettore da un punto ad un altro che produce un terzo vettore di spostamento $\Delta\vec{r}$.
Facciamo tendere tale $\Delta\vec{r}$ a 0. Δr è il modulo di $\Delta\vec{r}$.
Per $\Delta\vec{r} \to 0$, $\Delta r \to ds$ dove s sta per "strada". La strada Δs rappresenta la strada che si percorre dato uno spostamento (mentre Δr rappresenta la distanza da un punto all'altro, dato uno spostamento, che in generale non è uguale alla strada percorsa, ma per $\Delta r \to 0$, diventa uguale).
Si può inoltre dimostrare che per $\Delta t \to 0, \Delta\vec{r}$ tende alla traiettoria del percorso in un arbitrario momento di tempo.
Abbiamo dunque che per $\Delta t \to 0, \vec{v}_M \to \vec{v}$.
$\vec{v}$ è la velocità vettoriale (velocity), e bisogna differirla dalla velocità scalare (speed) $v = \dfrac{ds}{dt}$
Un fatto importante è che $\vec{v}$ è un vettore tangente alla traiettoria in un momento arbitrario del movimento del punto.
Si può fare un passo avanti e calcolare anche l'accelerazione, possiamo riprendere le nozioni dell'accelerazione in 1D e usarle per rappresentare l'accelerazione in 2D.
Abbiamo che $\vec{a}_M = (\dfrac{\Delta v_x}{\Delta t}, \dfrac{\Delta v_y}{\Delta t}) = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$
Nasce però una nuova idea di accelerazione:
$\vec{a} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \vec{a}_M = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$
Studiamo i seguenti 4 casi:
a) Moto rettilineo uniforme (punto che si muove dritto con la stessa velocità): abbiamo che l'accelerazione è doppiamente nulla
b) Moto rettilineo non uniforme (punto che si muove dritto con velocità variabile): in questo caso l'accelerazione $a \neq 0$ (con $a = |\vec{a}|$) ma $\vec{a} = 0$.
c) Moto curvilineo uniforme (punto che si muove curvando la stessa velocità): in questo caso abbiamo che $a = 0$ e $\vec{a} \neq 0$
d) Modo curvilineo non uniforme (punto che si muove curvando con velocit'a variabile): in questo caso entrambe le accelerazioni sono diverse da zero: $a \neq$

$0, \vec{a} \neq 0$.
Se prendo una traiettoria qualsiasi, e un punto qualsiasi in tale traiettoria, $\exists$ un cerchio con raggio R che è tangente in quel punto. La curvatura in un punto si indica con il reciproco del raggio $\frac{1}{R}$ di tale cerchio.
Ovviamente un cerchio con raggio molto grande indica una curvatura assai piccola e viceversa.
Se ci si muove su una curva a forma di cerchio, la curvatura in ogni punto è rappresentata dal cerchio stesso. Se vado a velocità v costante, abbiamo che $a = 0, \vec{a} \neq 0$. In tal caso $\vec{a}$ si chiama accelerazione centripeta poichè in ogni momento il punto cerca di andare verso il centro del cerchio. Si può dimostrare l'accelerazione di sterzo si può calcolare tramite $\frac{v^2}{R}$.
Abbiamo che:
$\vec{a} = \vec{a}_{tangenziale} + \vec{a}_{centripeta}$ in quasiasi monento.
$|\vec{a}_{tangenziale}| = \frac{dv}{dt}$
$|\vec{a}_{centripeta}| = \frac{v^2}{R}$
Dunque in un qualsiasi momento del moto del punto, abbiamo:
$\vec{v}, \vec{a}_{tangenziale}, \vec{a}_{centripeta}$ e $\vec{a} = \vec{a}_{tangenziale} + \vec{a}_{centripeta}$

Lancio di un oggetto in traiettoria parabolica

Un oggetto lanciato in traiettoria parabolica ha un moto orizzontale e verticale che si possono separare.
Abbiamo che:
$v_{0x} = v_0 \cos\theta$
$v_{0y} = v_0 \sin\theta$
Dove θ è l'angolo con cui lanciamo l'oggetto.
Studiamo il moto dell'oggetto separando il moto orizzontale da quello verticale:
$x :$
$a_x = 0$
$v_x = v_{0x} + a_x t = v_{0x}$
$x = 0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = v_{0x}t$

$y :$
$a_y = -g$
$v_y = v_{0y} + a_y t = v_{0y-gt}$
$y = 0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = v_{0x}t$ Sia t_M il momento in cui l'oggetto ha altezza orizzontale massima, sappiamo che:
$t_M = \frac{v_{0y}}{g}$
Allora il tempo totale di volo $t_V = 2\frac{v_{0y}}{g}$
Cerchiamo di capire la gittata (quanto va lontano).

$G = v_{0x} t_v$
Notiamo che la dimensione è giusta:
$[\frac{L^2T^{-2}}{LT^2}] = [L]$
Possiamo riscrivere la formula della gittata in questo modo:
$\frac{v_0^2 \sin\theta\cos\theta}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$
Tale formula prende valore massimo (dati velocità e accelerazione) quando $\theta = \frac{\pi}{4} = 45°$
Possiamo dimostrare che la traiettoria ha forma parabolica:
$\begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$
$t = \frac{x_0}{v_{0x}} \Rightarrow y = \frac{v_0 y}{v_0 x}x - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_{0x}^2}$
Tale formula è di forma $Ax + Bx^2$ che rappresenta una parabola.

Moto circoferenza di raggio R a velocità costante

Abbaimo che $\vec{v}$ è proporzionale al raggio R.
La posizione è rappresentata da $\vec{r} = (x, y)$
Ma per rappresentare la posizione si può anche usare l'angolo θ e la distanza dall'origine (R).
Abbiamo quindi che dato un angolo θ:
$x = R\cos\theta$
$y = R\sin\theta$
$v_x = \frac{dx}{dt} = -R\sin\theta \cdot \frac{d\theta}{dt} = -R\omega\sin\theta$
$v_y = \frac{dy}{dt} = R\cos\theta \cdot \frac{d\theta}{dt} = R\omega\cos\theta$
La strada s si ottiene $s = R\theta \Rightarrow \frac{ds}{dt} = v = R\frac{d\theta}{dt} = R\omega$
$s = s_0 + vt \Leftrightarrow R\theta = R\theta_0 + vt \Leftrightarrow \theta = \theta_0 + \frac{vt}{R} \Leftrightarrow \theta = \theta_0 + \omega t$
$(\omega = \frac{v}{R})$