

SRM570 div2 hard の解説(自分用)

◆問題文◆

- ・ N台のサーバがある
- ・ サーバは木構造のネットワークを形成してる
- ・ それぞれのサーバを2組に分けたときの場合の数を求める

◆条件◆

- ・ サーバごとにどちらかの組に適当に割り振る
- ・ 一方の組に割り振られたサーバは全体が木構造でなければならない
- ・ 新しくエッジを増やすのは不可

考察

- ・ 木構造
 - ・ エッジの数 L でノードの数 N とすると
$$L+1 = N$$
 - ・ もともとの木の部分木の総数を求める
- ・ 部分木の総数をdpで求める
 - ・ $dp[i] = (i以下のサーバから成り、i番目のサーバを含む 部分木の総数)$
 - ・ $dp[1] \Rightarrow 2 \sim (N-1)$ 番目のサーバは含まない
 $dp[2] \Rightarrow 2$ 番目のサーバを必ず含んでいる
 $dp[1]$ と $dp[2]$, $dp[3] \dots$ で、数え上げに重複はない
 $dp[2]$ と $dp[3]$, $dp[4] \dots$ でも同様
 $S = \sum dp[i]$ が部分木の総数
木がなくてもいい
 $S+1$ が答え

ちなみに

•部分木の総数 T

$\{1, 2, 3\}$

$\{5\}$

$\{5, 9, 3\}$

...

•dpテーブルの総数 S

$dp[1]$

$dp[2]$

$dp[3]$

...

• $\{5, 9, 3\} \rightarrow \{3, 5, 9\}$ のようにするとこの部分木は S の $dp[9]$ に必ず含まれている
つまり $T \leq S$

•dpテーブルに重複はない

•dpテーブルで数えているのは全て部分木
つまり $T \geq S$

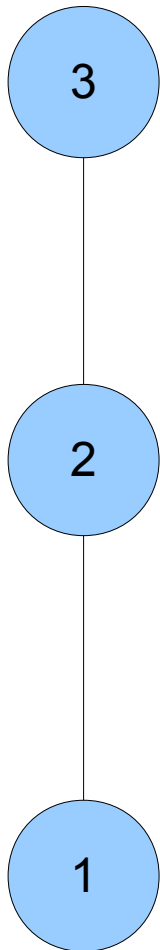
よって $T = S$

Test Case #1

木グラフ

dpテーブル

数え上げ



$$\begin{aligned} dp[3] &= dp[2] + 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$\{3\}$
 $\{2, 3\}$
 $\{1, 2, 3\}$

}
}

2以下の部分木を使わない場合

2以下の部分木を使った場合

$$\begin{aligned} dp[2] &= dp[1] + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$\{2\}$
 $\{1, 2\}$

}
}

2以下の部分木(dp[2])は必ず2を含んでいるので必ず3とつなげることができる

$$\begin{aligned} dp[1] &= 1 \end{aligned}$$

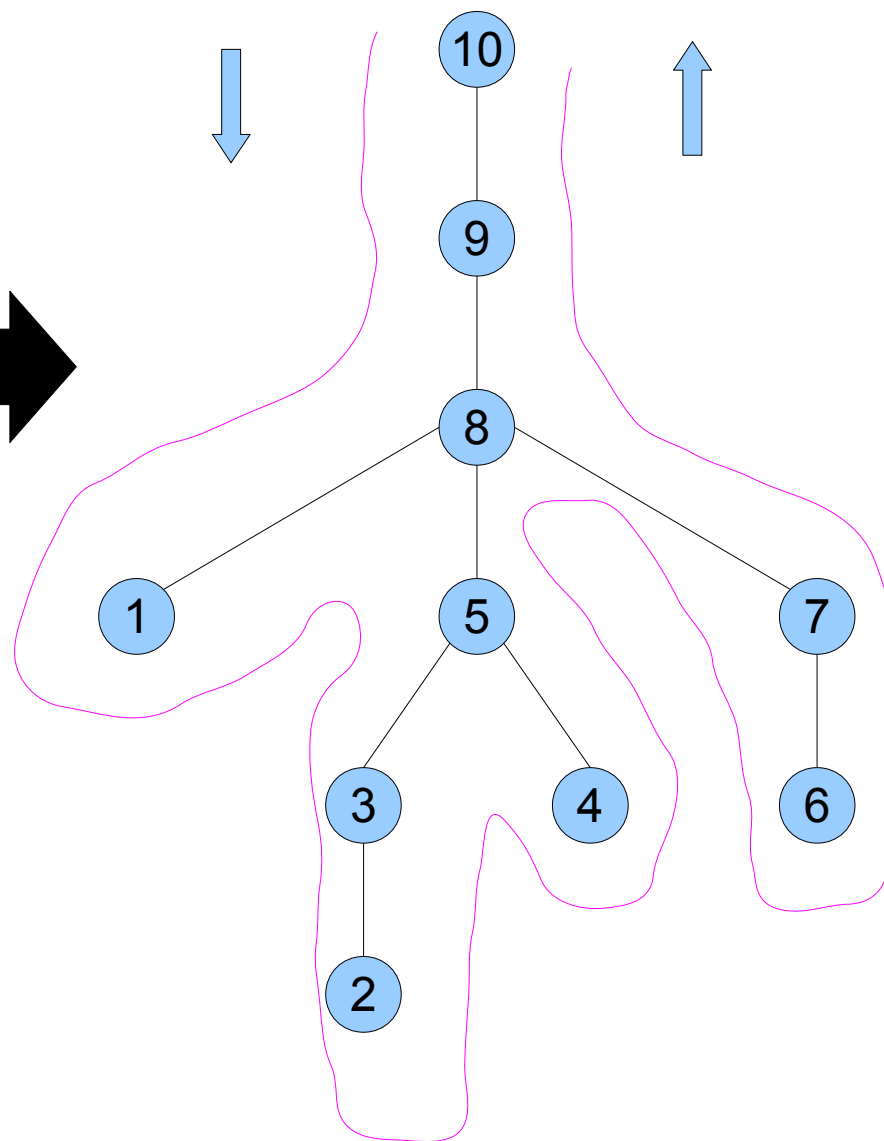
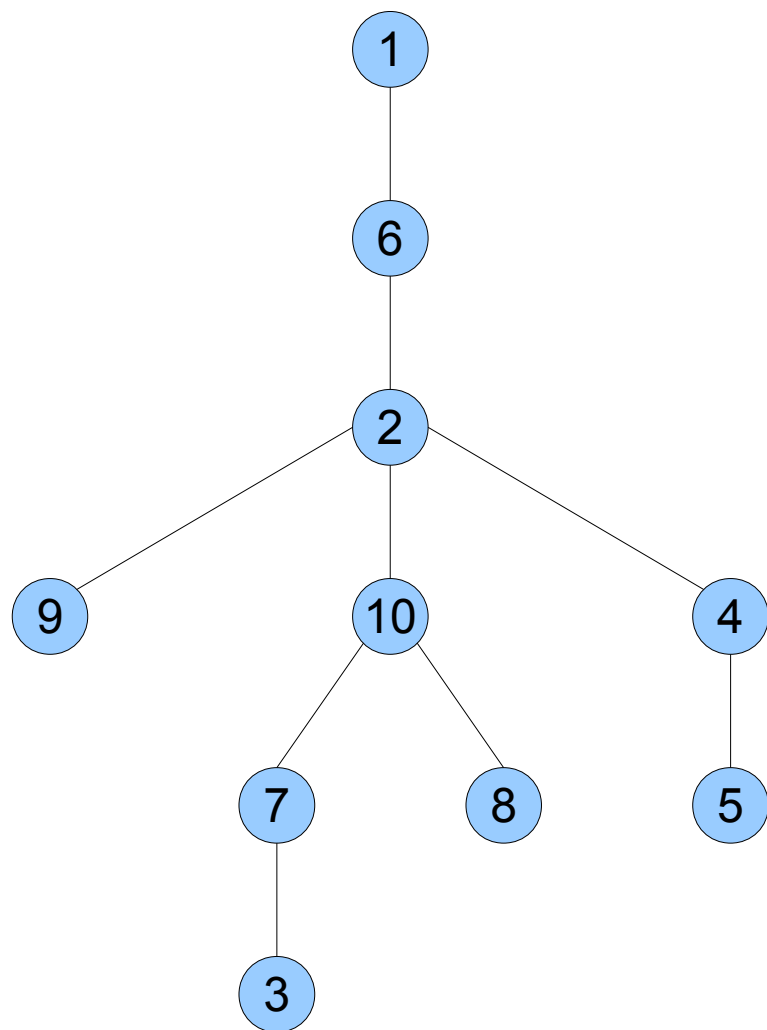
$\{1\}$

Test Case #4

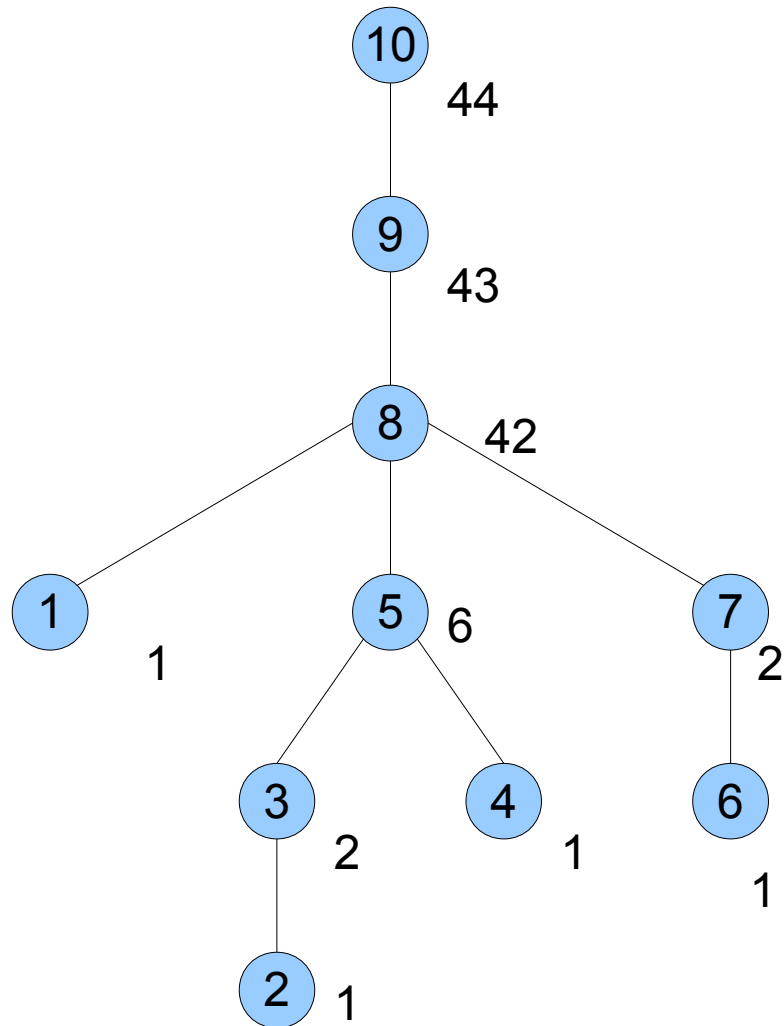
dpできるように番号を付け直す

適当に根を選んで根付き木を作成

木を囲むように線を引いていき
ノードの右側を通る順に番号をつける



Test Case #4



番号をつけた順にDPLしていく

葉については
 $dp[n] = 1$

親ノードについては
子ノードについて積をとる
 $dp[n] = \prod(dp[i]+1)$

$dp[i]+1$ の+1は子ノードを使わない
部分木を数えている

例えば

$dp[1] = dp[2] = dp[4] = dp[6] = 1$

$dp[3] = dp[2]+1$

$dp[8] = (dp[1]+1)*(dp[5]+1)*(dp[7]+1)$

Test Case #4の答え

$\sum dp[i] + 1 = 143 + 1 = 144$