

信号与系统

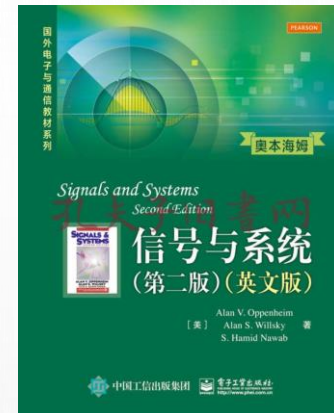
讲授BY **陆凯 (WK1-9) & 张东 (WK11-19)**

PPT原文件BY **张东**



长按识别小程序码，进行签到

教材与参考书



- 教材：
- A. V. 奥本海姆等，刘树棠译，*信号与系统*，西安交通大学出版社，1985（有余力者读英文版）
- 参考书：
- 1. 吴大正，*信号与线性系统分析*，高等教育出版社，1998年第3版；
- 2. 郑君里，杨为理，应启珩，*信号与系统*，高等教育出版社，1981年第一版。

成绩评定信息

- 教学安排：72学时
- 成绩评定（草案）：
 - 1. 总评成绩由平时成绩（占总评成绩的50%）和期末考试成绩构成（占总评成绩的50%）；
 - 2. 平时成绩由小测成绩、作业成绩、考勤及课堂回答问题成绩构成。
 - 3. 期末考试为闭卷笔试。

考勤

- 多种形式考勤，包括课堂签名，手机签到，回答问题等。无故缺勤一次扣1分。
- 中山大学本科生学籍管理规定-中大教务〔2021〕72号 ([HTTPS://JWB.SYSU.EDU.CN/CONTENT/118](https://jwb.sysu.edu.cn/content/118))
- 第十三条：...请假时间超过该学期总学时三分之一者，应予休学。
- 第十四条：...一学期内，连续旷课2周以上（含2周）或者累计达50学时以上者作退学处理。
- 第十五条：...学生旷课、请假的课时数累计达到或者超过该门课程教学总学时三分之一及以上的，不能参加该门课程的考试，该门课程应当重修。学生平时欠交作业（包括习题和实验报告）、缺做实验的次数达到或者超过总次数的三分之一，或者作业、实习实验报告等不及格，应当补做、重做，成绩合格后，才能参加该门课程的考试。

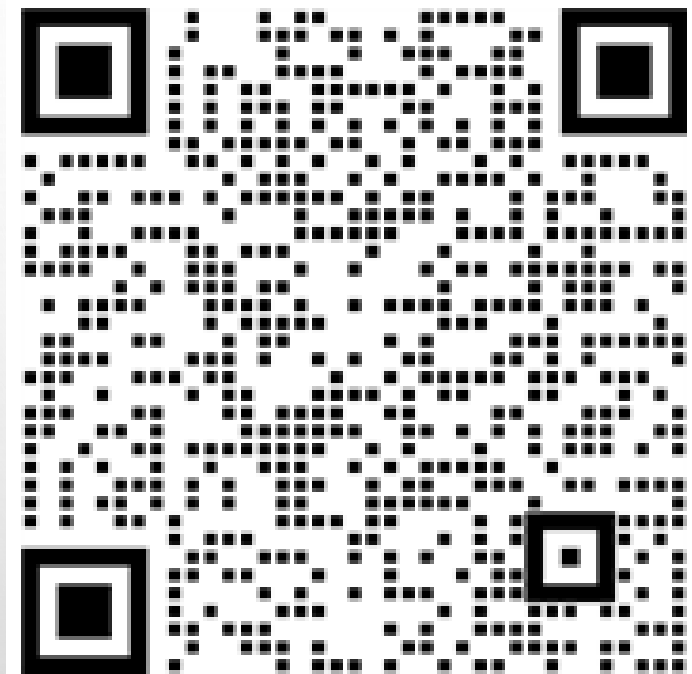
作业要求 (WK1-9)

- 严禁抄袭。一旦出现抄袭的情况，没有商量余地，一律上报学校处理。
- 每次作业，均需提交两份文件，包括一份包含可以直接拷贝代码出来的PDF文件，和打印出来并签名的纸版文件。建议PDF文字内容全部采用电脑输入（图形可以手绘）；如果坚持手写文字的话，请确保足够清晰、易读，以减少误判的机会。因扫描不清晰或者书写潦草导致的误判，不做分数修正。迟交作业按零分记录。
- 请学委收齐纸版作业，在截止日期之前交给助教赵鑫（NETID: ZHAOX83）。
- 每位同学的PDF版本作业，直接通过坚果云收件箱提交：
- <HTTPS://WORKSPACE.JIANGUOYUN.COM/INBOX/COLLECT/05DE5E9DECA54501B2E676B94D0229C2/SUBMIT>
- 作业文件命名方式：“姓名-学号-WK**”

辅助工具

- PYTHON, WOLFRAM ENGINE (或者购买MATHEMATICA), MATLAB
- PYTHON: 推荐集成了PYTHON和众多成熟第三方模块的 ANACONDA
- WOLFRAM ENGINE: 配合JUPYTER一起用, 专业且免费
- MATLAB: 安装文件和资源消耗大, 且毕业后需付费, 不推荐个人用

课程教学群



课件、签到、作业、通知、平时答疑等

授课教师简介

- 陆凯，副教授，硕士生导师，中山大学2020年“百人计划”引进人才。
- 哈工大本硕，香港城市大学博士，香港城市大学和美国雪城大学博士后。加入中大之前，在荷兰从事天线设计工作。
- NETID: LUKAI86
- 办公室：电子与信息工程学院502C
- 研究方向：天线理论，微波、毫米波、太赫兹天线技术（含芯片集成天线），电波传播，射频/微波/毫米波测量，信号处理，机器学习辅助天线分析与设计等。
- 欢迎有研究兴趣的同学加入研究组（[HTTPS://GITEE.COM/KAI-LU/EM_JOURNEY](https://gitee.com/kai-lu/em_journey)），共同探索电磁世界。

学什么

连续与
离散

线性时
不变

信号与
系统

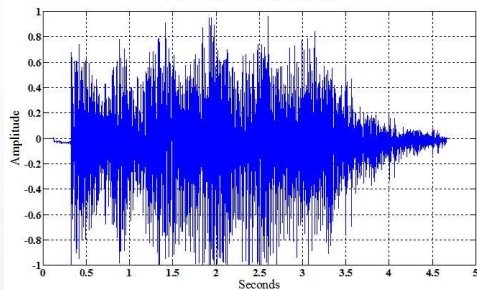
脉冲与
卷积

傅里叶
变换

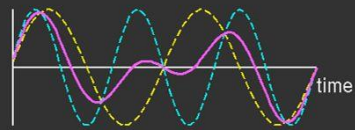
Z变换

拉普拉斯
变换

Time Domain

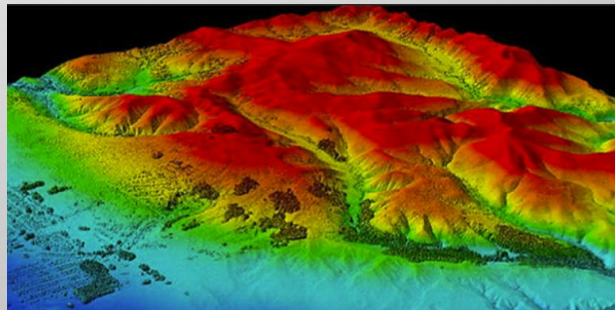
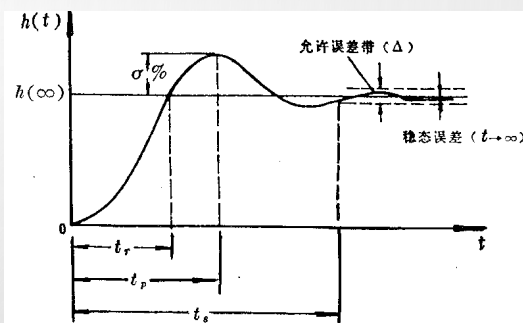


Signal



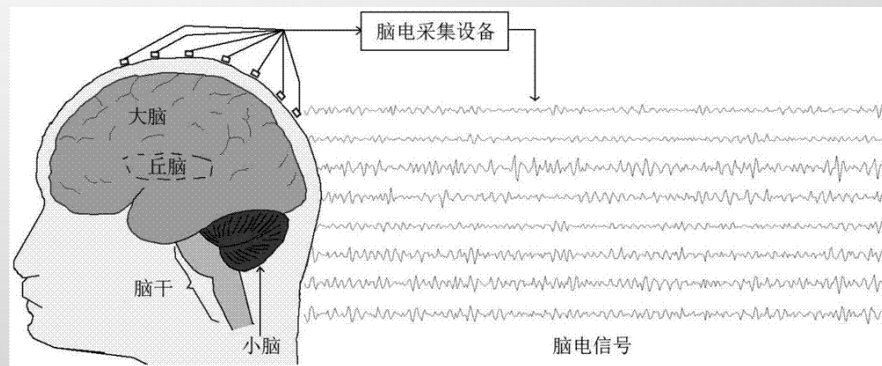
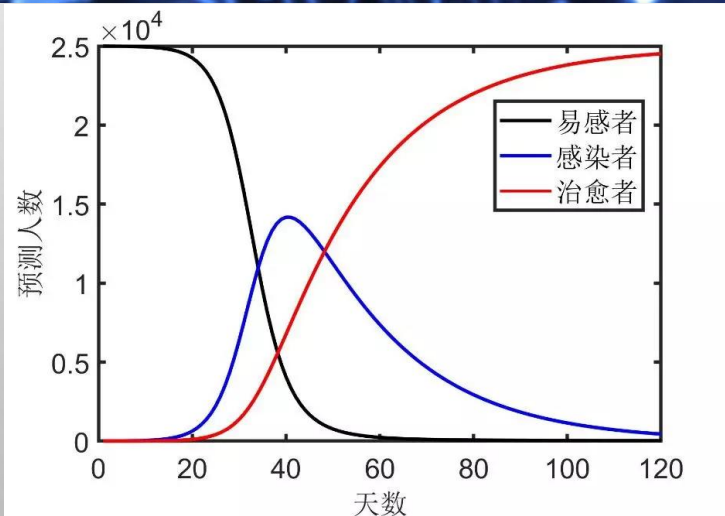
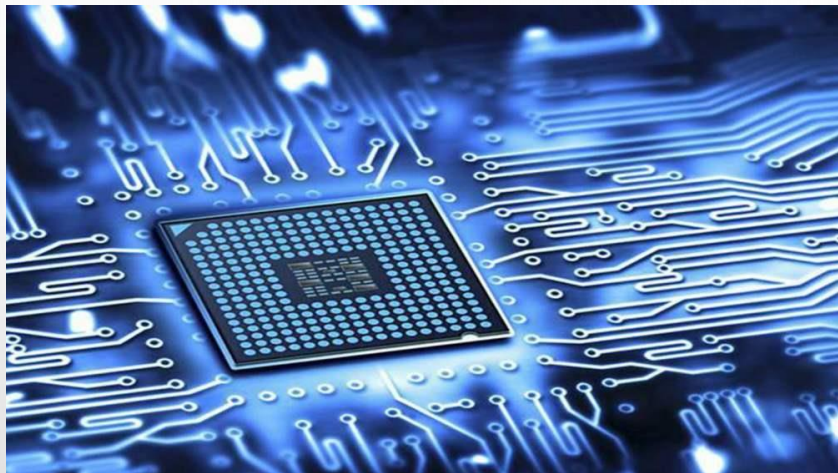
Fourier transform

"Image"



凡有信息，皆为信号
为什么学

宇宙万物，都是系统
(无处不在)

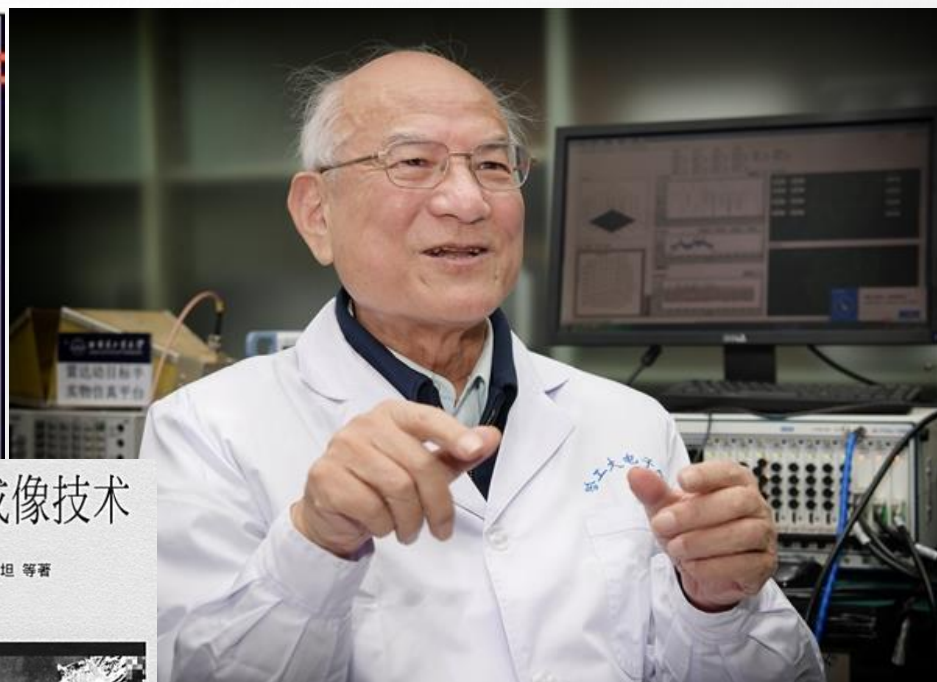


电子信息，天文，传染病控制，生物医学，人口，经济等等

为什么学（科学需要）

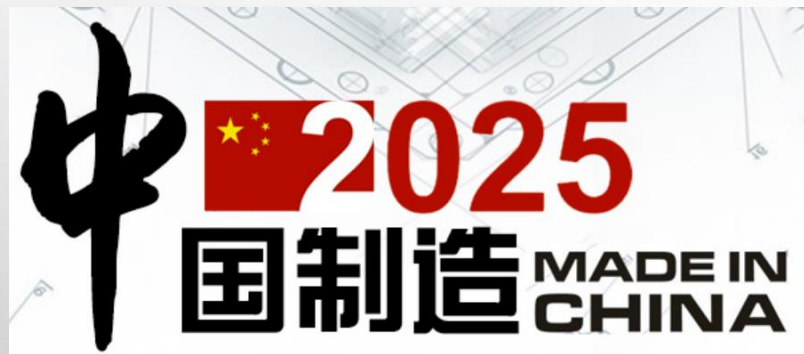
大国工匠的“童子功”

2018年度中国国家最高科学技术奖得主



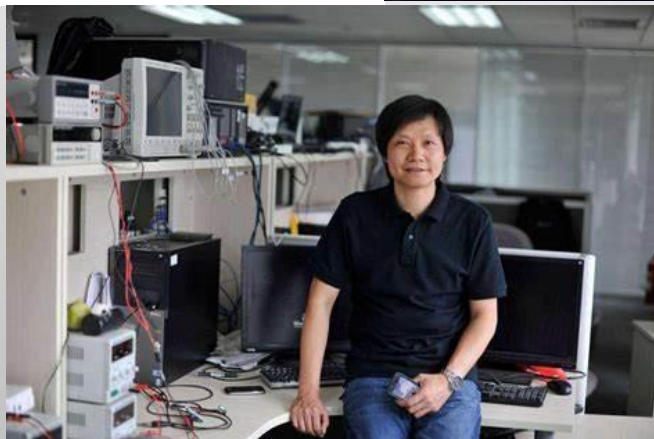
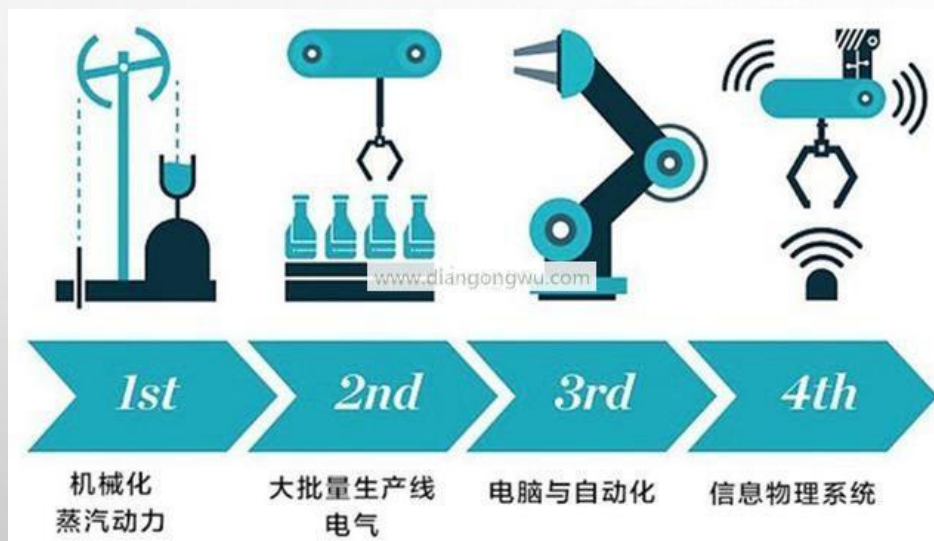
为什么学 (工程需要)

智慧中国，每个工程师的“金手指”



为什么学（未来需要）

在时代的黄金赛道持续发力，成就梦想

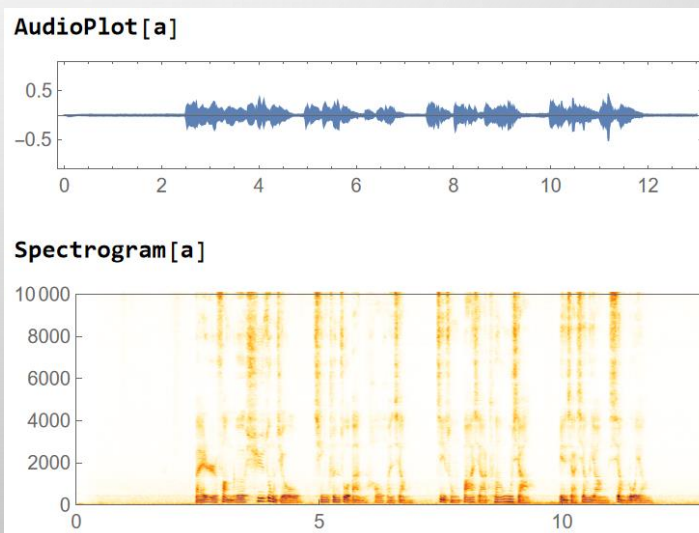
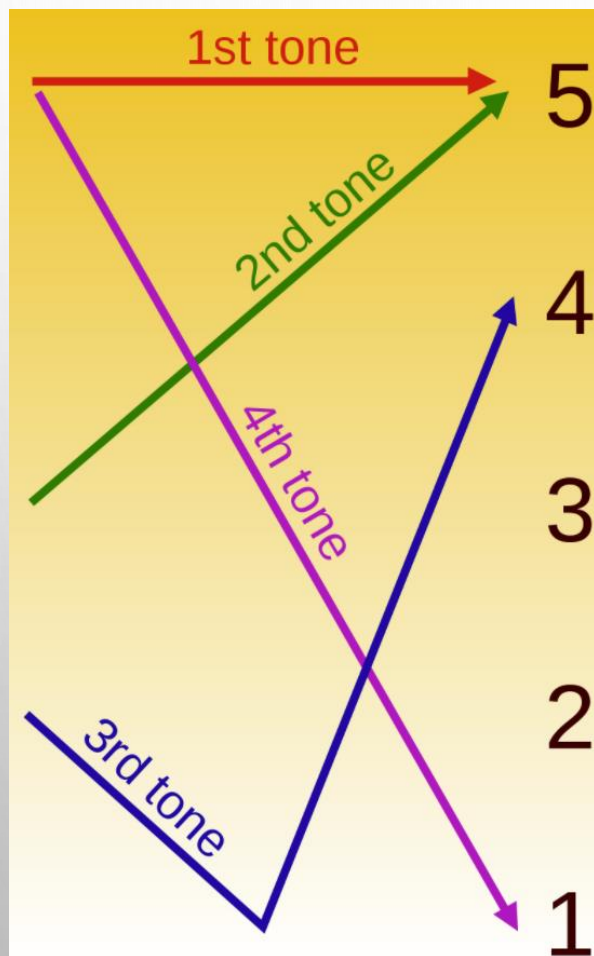


为什么学（你需要）



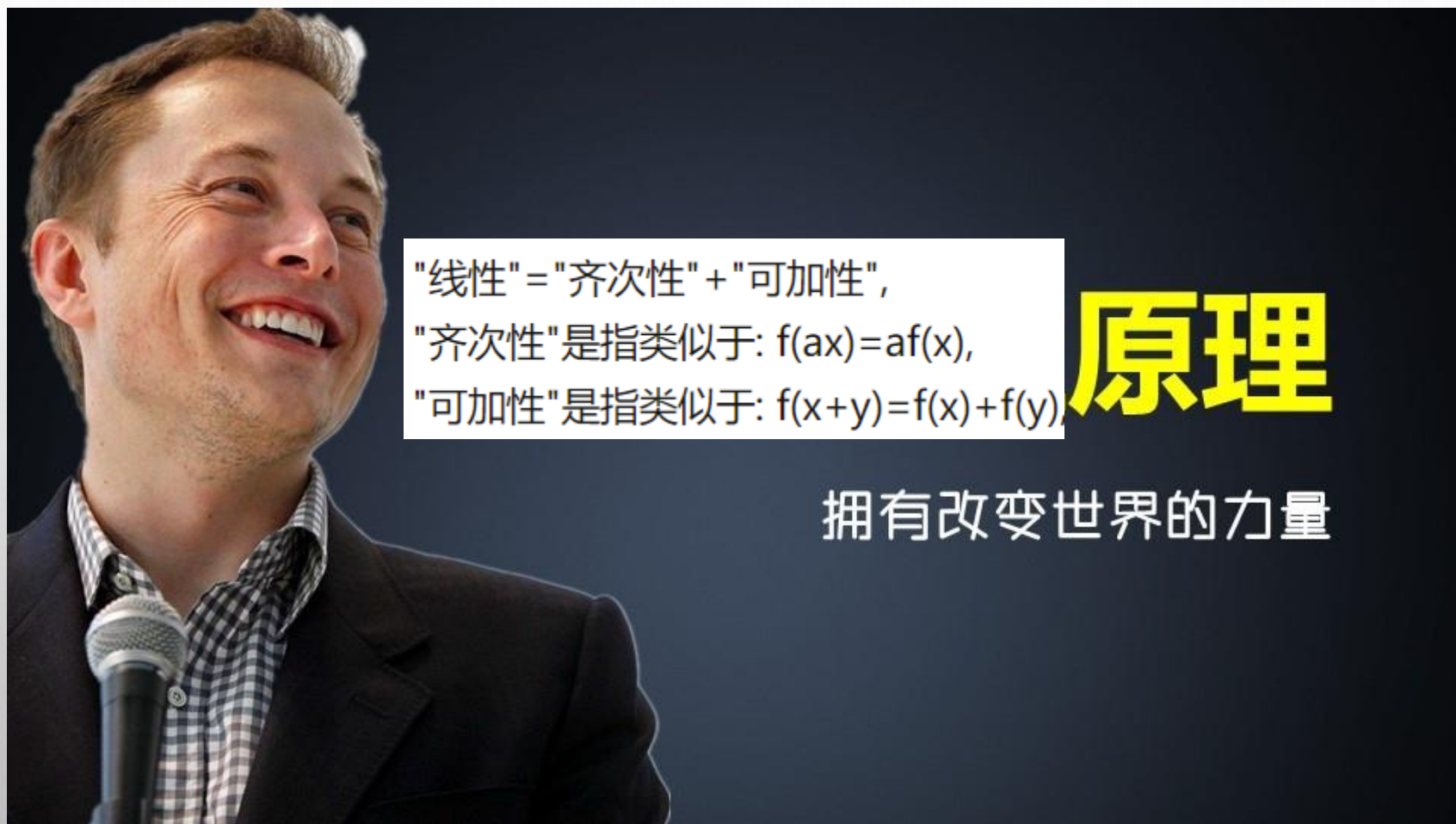
高级美感

为什么学（你需要）续



起名字，缩略语变音...

本课程 “第一性原理”



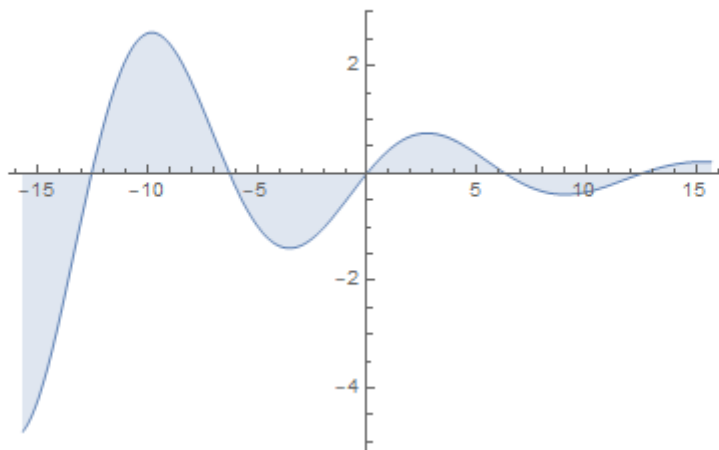
第一章 信号与系统导论

1.1 信号概述

物质的一切运动或状态变化都是一种信号
(signal)，即**信号是物质运动的表现形式**

```
In [1]: Plot[Sin[x/2]*Exp[-0.1*x], {x, -Pi*5, 5*Pi}, Filling -> Axis]
```

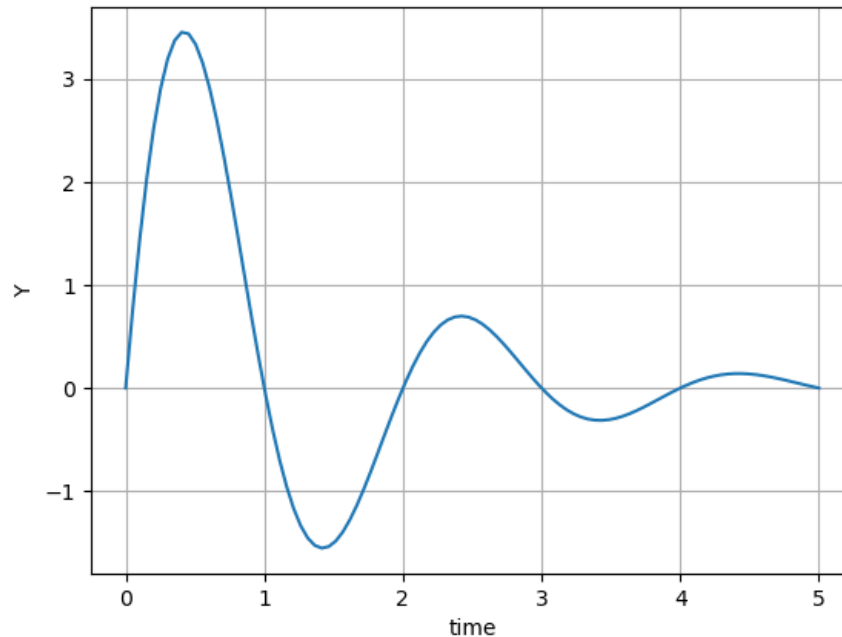
Out[1]:



信号形式

- 信号常可以表示为时间函数（或序列），该函数的图像称为信号的波形。

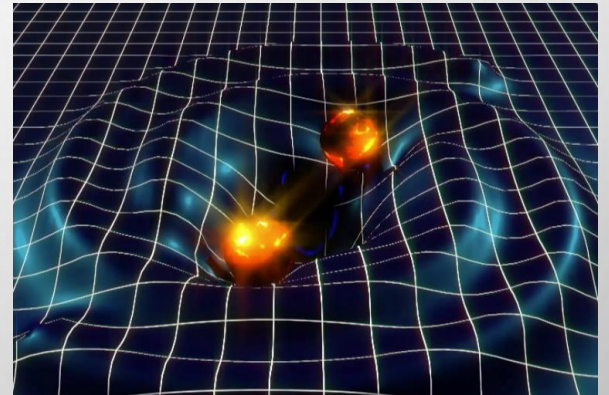
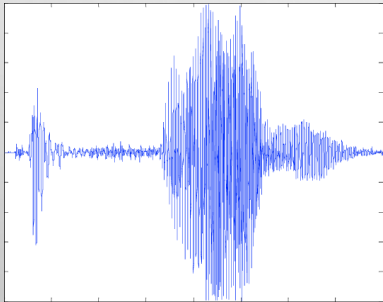
——通常“信号”与“函数”两个词通用。



信号与信息

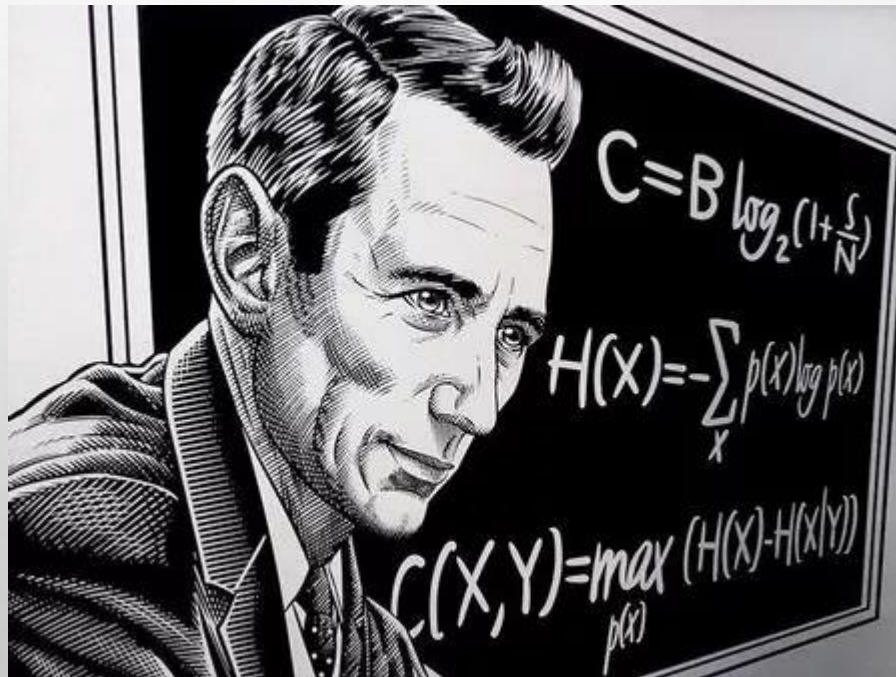
信息通过信号表现，信号蕴含着信息的具体内容。

信号以各种不同的形式存在于日常生活的方方面面。



信号与信息

- 人们真正感兴趣的是内含于信号中的信息。信号分析的目的就是要从信号中提取信息，即从所获得的消息，通过不确定性的减少过程，获取新内容或新知识。



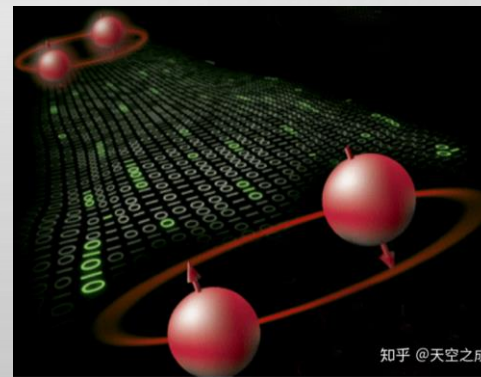
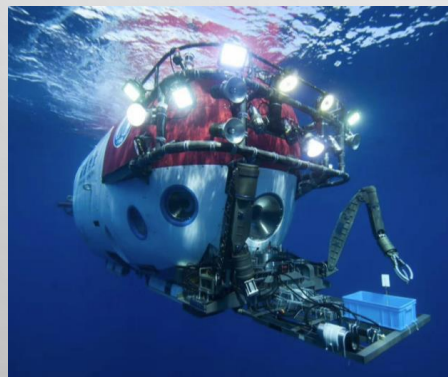
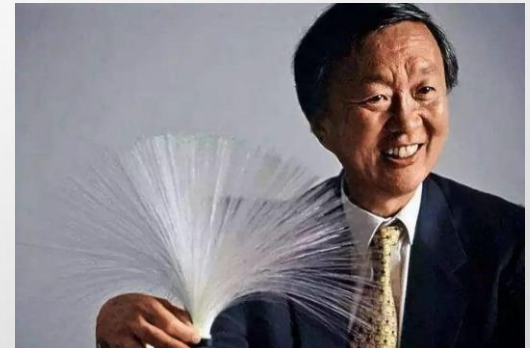
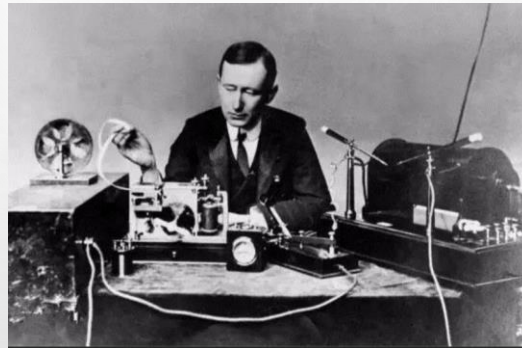
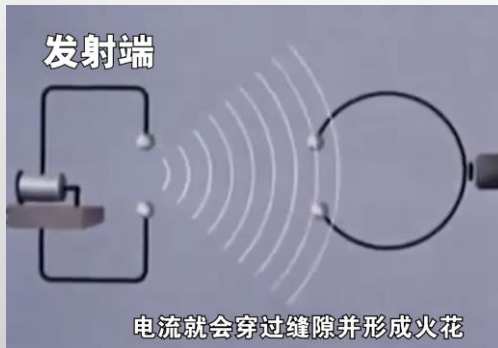
通信中的信号

- (1) 古代用烽火传送疆警报，这是最原始的光通信系统；
- (2) 利用击鼓鸣金报送时刻或传达命令，这是最早的声信号的传输；
- (3) 19世纪初，人们开始研究利用电信号传送消息：有线电报和电话；



通信中的信号

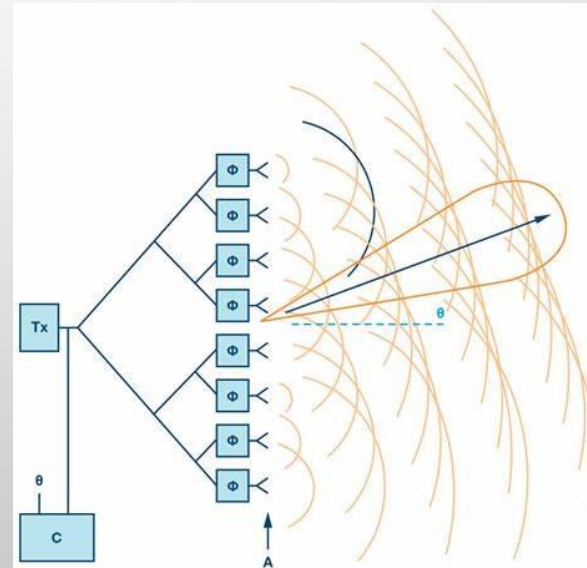
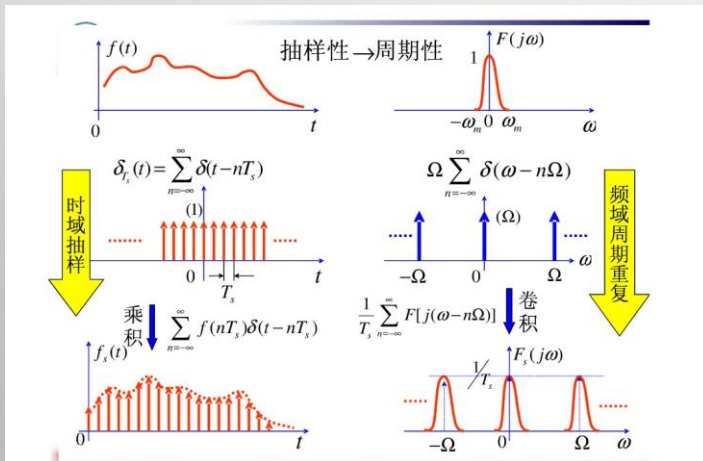
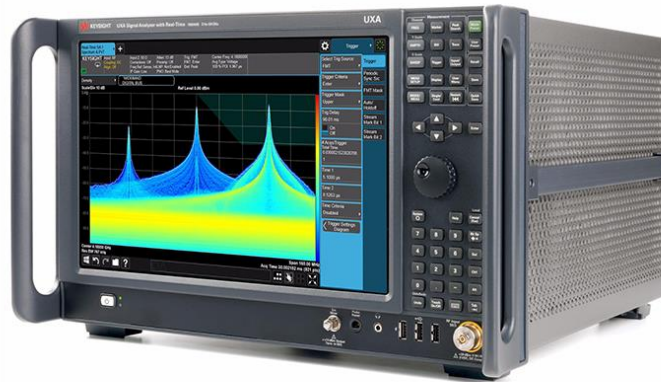
- (4) 19世纪末，人们研究用电磁波传送无线电信号：无线电通信；
- (5) 20世纪，无线、光纤、超声波通信；
- (6) 21世纪，量子、无线、光纤、超声波等...



信号理论的研究内容

信号理论包括:

- 信号分析;
- 信号处理;
- 信号综合



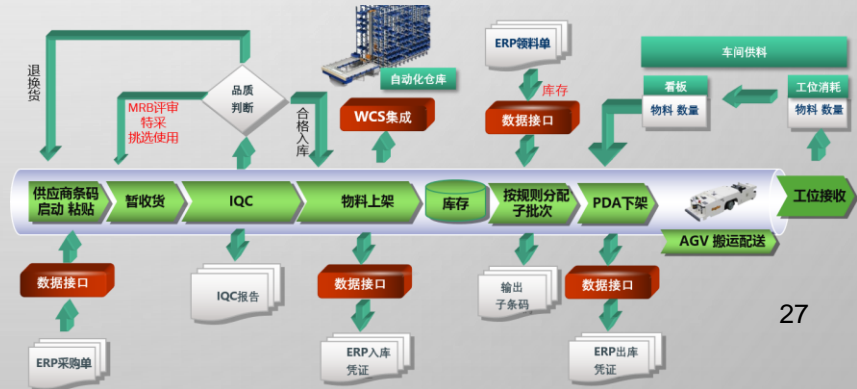
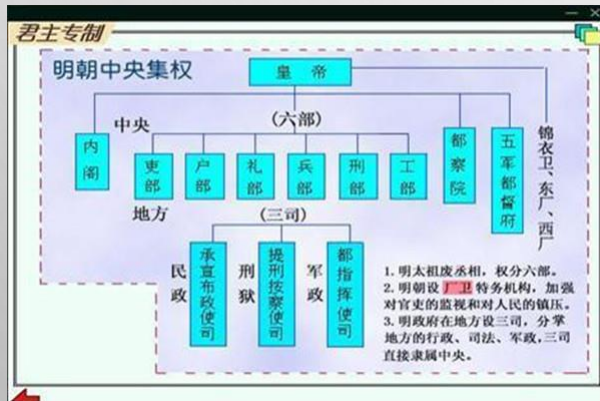
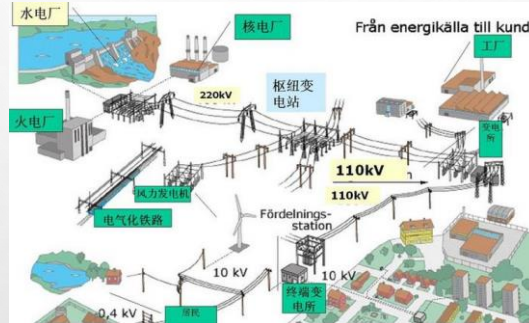
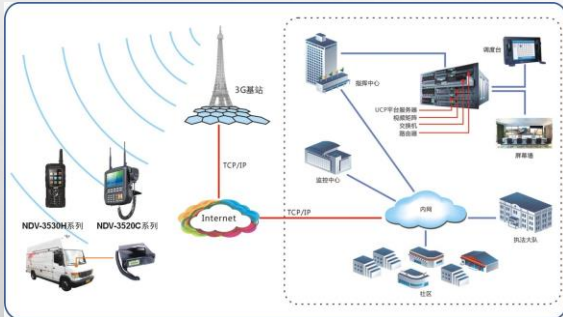
1.2 系统概述

- 由若干相互关联、互相作用的事物按一定规律组合而成的具有特定功能的有机整体。



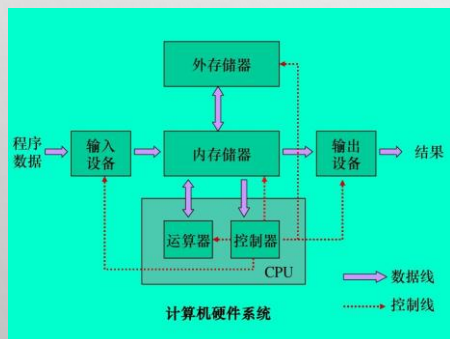
系统类型

- 系统可分为物理系统与非物理系统，人工系统以及自然系统。
- 物理系统：包括通信系统、电力系统、机械系统等；
- 非物理系统：政治结构、经济组织、生产管理等；



系统类型

- 人工系统：计算机网、交通运输网、水利灌溉网以及交响乐队等；
- 自然系统：小至原子核，大如太阳系，可以是无生命的，也可是有生命的（如动物的神经网络）。



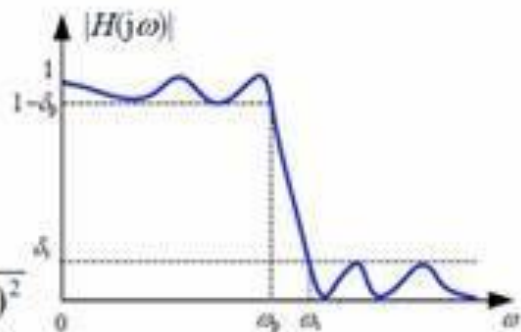
系统的研究内容

- 研究系统所关心的是：对于给定信号形式与传输、处理的要求，系统能否与其相匹配，它应具有怎样的功能和特性。
- 系统理论包括：系统分析和系统综合。

$$(1) \quad |\omega| < \omega_p \text{ 时, } \frac{1}{1+\varepsilon^2} \leq |H(j\omega)|^2 \leq 1$$

$$(2) \quad \omega_c / k < |\omega| < \infty \text{ 时, } 0 \leq |H(j\omega)|^2 \leq \frac{1}{1+(\varepsilon/k_1)^2}$$

$$(3) \quad |H(j0)|^2 = \begin{cases} 1/(1+\varepsilon^2), & N \text{ 为偶数} \\ 1, & N \text{ 为奇数} \end{cases}$$



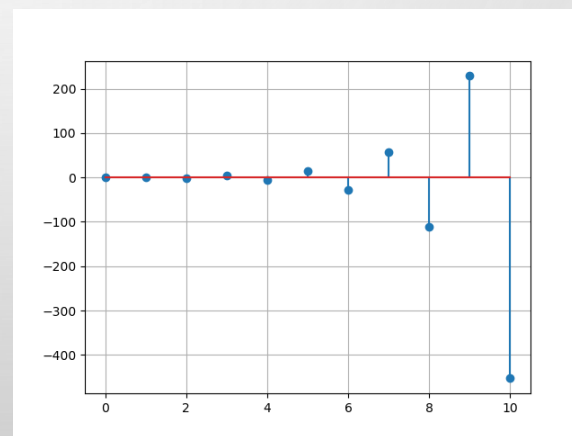
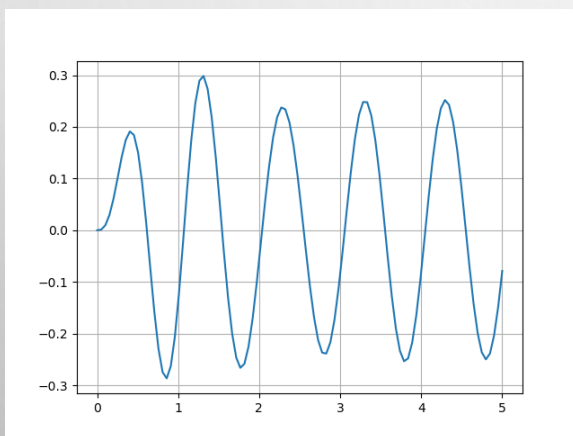
椭圆低通滤波器的幅度响应

1.3 信号的分类和基本属性

分类标准	确定否	连续否	周期否	因果否	能量有限否	功率有限否
肯定时	确定性	连续	周期	因果	能量有限	功率有限
否定时	随机性	离散	非周期	非因果	能量无限	功率无限

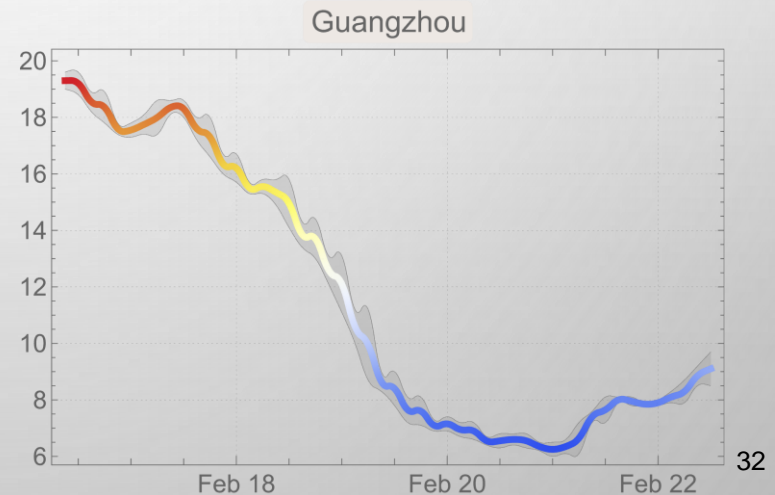
确定信号和随机信号

- 确定信号：
 - 在任意时刻都有确定的值的信号称为确定信号；信号可以用一个确定的时间函数（或序列）表示；



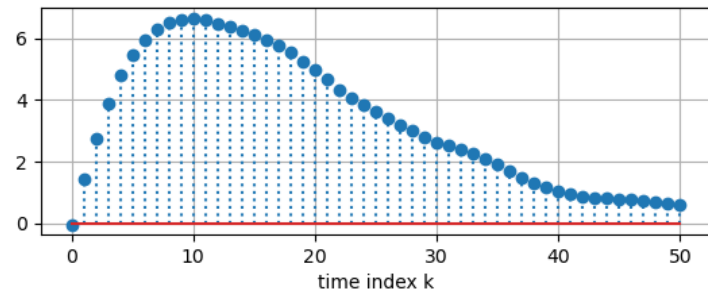
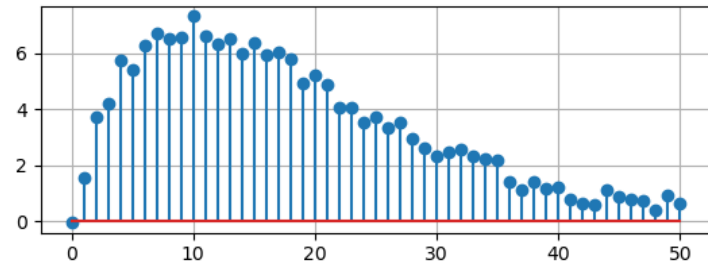
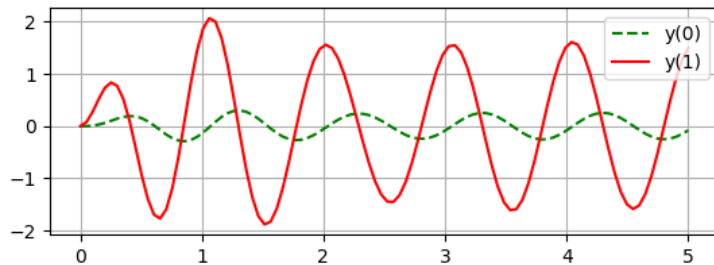
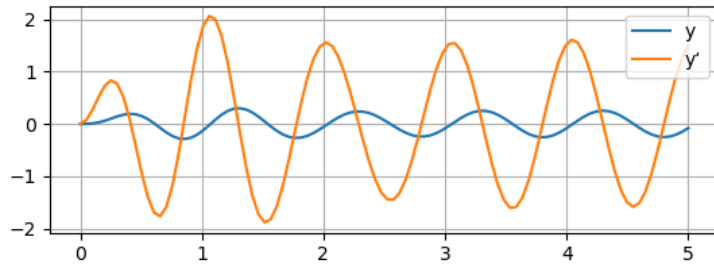
确定信号和随机信号

- 随机信号：
 - 在出现之前具有不确定性、不可预知性的信号称为随机信号。
 - 例：收音机放大器产生的电噪声；无线电通信系统中的接收信号等。



连续信号和离散信号

- 连续时间信号：除若干不连续点外，对任意时刻 T 都定义了函数值；
- 离散时间信号：仅在若干不连续的时间瞬时定义了函数值。



- ✓ 模拟信号：时间和幅值均连续的信号；
- ✓ 数字信号：时间和幅值均为离散的信号。

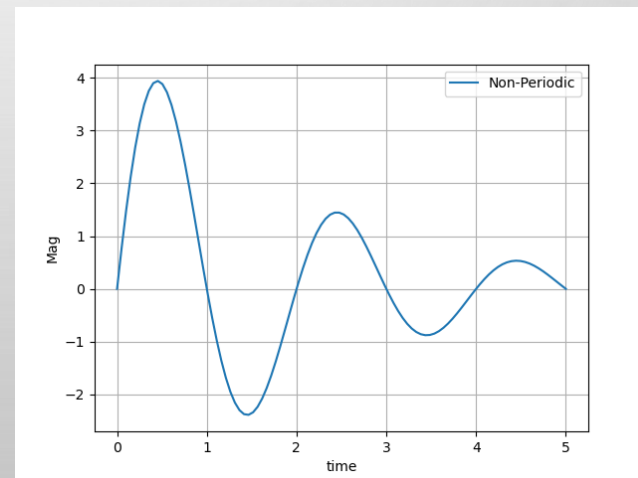
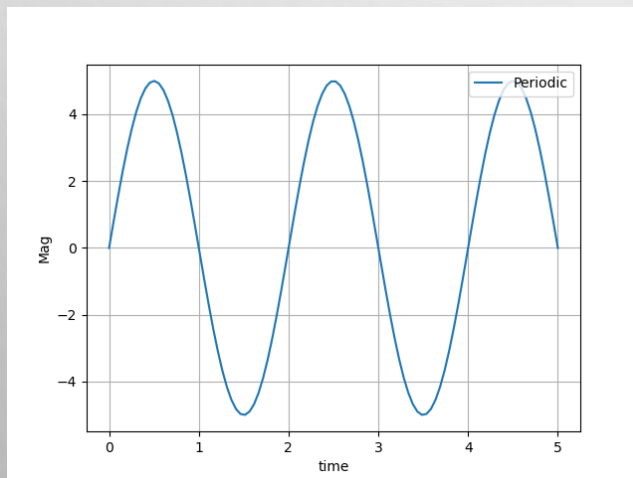
周期信号和非周期信号

- 周期信号：依一定时间间隔周而复始，而且是无始无终的信号；

$$f(t) = f(t + mT), m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

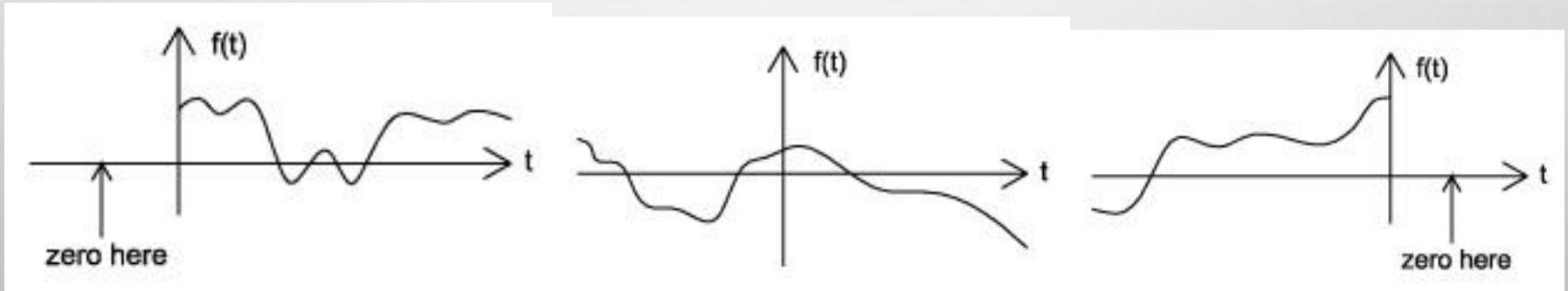
$$f(k) = f(k + mN), m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- 非周期性信号：不具有周期性的信号。



因果信号与非因果信号

- ❖ 因果信号：信号 $f(t)$ 在 $T < 0$ 时，有 $f(t) = 0$
- ❖ 非因果信号：信号 $f(t)$ 在 $T < 0$ 时有非零值
- ❖ 反因果信号：信号 $f(t)$ 镜像到了 $T < 0$ 一侧



因果信号一定是非周期信号。

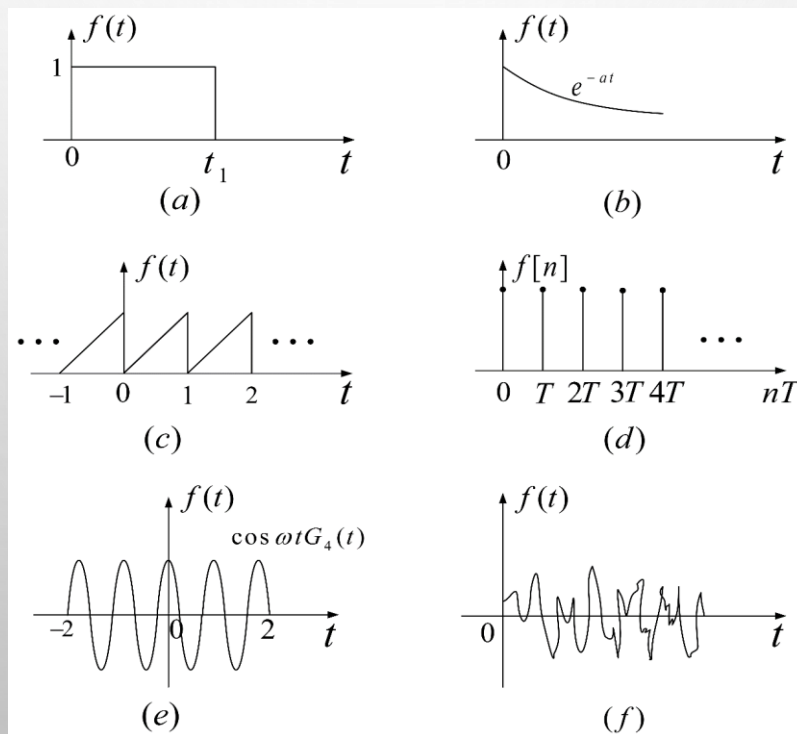
因果周期信号：从接入时刻起，信号呈周期变化当然，从整体而言，它仍是非周期信号。

有界信号与无界信号

- 如果信号在所有时刻的取值都有界，即

$$|f(t)| < +\infty, \quad \forall \text{所有的 } t$$

则称为有界信号。反之，称为无界信号。



能量信号和功率信号

定义：信号 $f(t)$ 在单位电阻上的瞬时功率为 $|f(t)|^2$

$f(t)$ 在 $(-a, a)$ 的能量定义为 $\int_{-a}^a |f(t)|^2 dt$

$f(t)$ 在 $(-a, a)$ 的平均功率定义为 $\frac{1}{2a} \int_{-a}^a |f(t)|^2 dt$

定义：信号能量： $E = \lim_{a \rightarrow \infty} \int_{-a}^a |f(t)|^2 dt$

信号功率： $P = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{2a} \int_{-a}^a |f(t)|^2 dt$

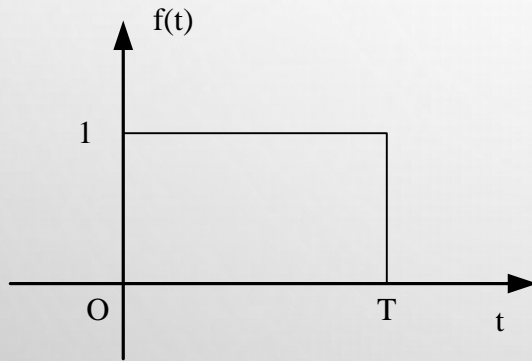
能量信号：信号 $f(t)$ 的能量有限

功率信号：信号 $f(t)$ 的功率有限

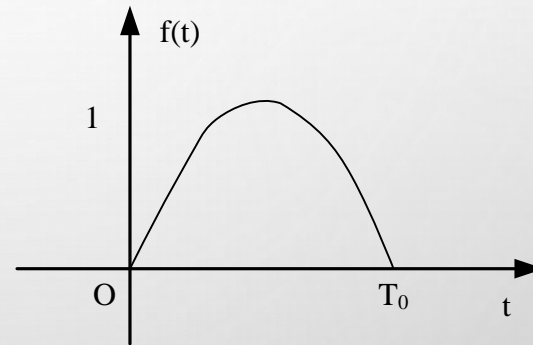
注意：仅在有限时间区间不为零的信号是能量信号。

能量信号和功率信号

- **能量信号**：能量信号是一个脉冲式信号，它通常只存在于有限的时间间隔内，还有一些信号存在于无限时间间隔内，但其能量的主要部分集中在有限时间间隔内，这样信号也称之为能量信号。



(a) 矩形脉冲



(b) 钟形脉冲

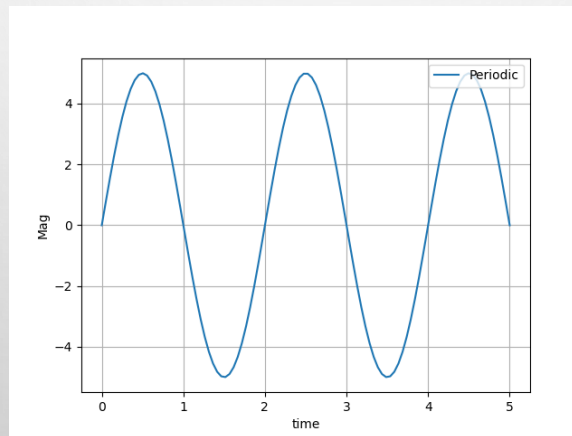
有限持续时间信号一定是能量信号；反之，则未必。

例如：高斯信号是无限持续时间信号，却是能量信号。

能量信号和功率信号

- **功率信号**：当时间间隔趋于无限时，其在1欧姆电阻上所消耗的能量也趋于无穷大，但在1欧姆电阻上消耗的平均功率是大于零的有限值，则这样的信号为功率信号。作为功率信号其平均功率可定义为：

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt$$



能量信号其功率必定有限，但称为能量信号，非功率信号，二者互斥；反之，则未必成立。例如：正弦信号是功率信号，却是能量无限信号。

能量信号和功率信号判别

- 连续时间信号能量: $E = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt$
- 连续时间信号功率: $P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |f(t)|^2 dt$
- 离散时间信号能量: $E = \sum_{-\infty}^{+\infty} |x(n)|^2$
- 离散时间信号功率: $P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{n=+N} |x(n)|^2$

能量信号和功率信号的判断方法

- 判断能量信号和功率信号的方法：
 - 1) 先计算信号能量，若为有限值则为能量信号；
 - 2) 若1) 不满足，则计算信号功率，若为有限值且不为0则为功率信号；
 - 3) 若上述两者均不符合，则信号既不是能量信号，也不是功率信号。

能量信号与功率信号判别例题

例1: $f(t) = \cos(\omega_0 t)$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \cos^2(\omega_0 t) dt =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [1 + \cos(2\omega_0 t)]/2 dt = \infty (\text{非能量信号})$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} f^2(t) dt = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} \cos^2(\omega_0 t) dt$$

$$= \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} [1 + \cos(2\omega_0 t)]/2 dt = \frac{1}{2T} \int_0^{+T} [1 + \cos(2\omega_0 t)] dt$$

$$= \frac{1}{2} (\text{功率信号})$$

能量信号与功率信号判别例题

例2:

$$f(t) = e^{-3t}u(t)$$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-6t}u(t)dt = \int_0^{+\infty} e^{-6t}dt = \frac{1}{6}$$

(能量信号)

能量信号与功率信号判别例题

例3:

$$f(t) = u(4 - t^2) = u(t + 2) - u(t - 2)$$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(t) dt = \int_{-2}^{+2} 1 dt = 4$$

(能量信号)

能量信号与功率信号判别例题

例4:

$$E = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2 = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = \frac{4}{3} < +\infty$$

(能量信号)

一维信号与多维信号

- 信号可以表示为一个变量的函数
- 信号可以表示为多个变量的函数

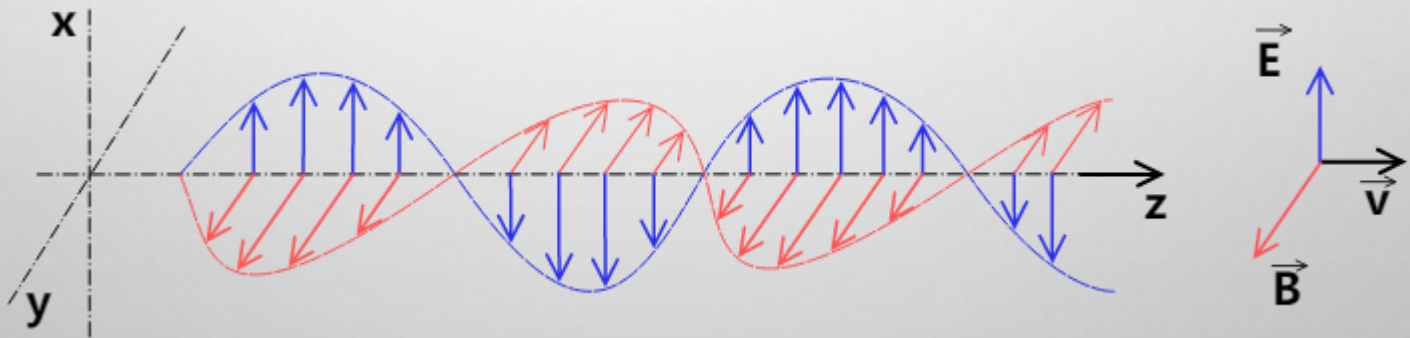
例：语音信号可表示为声压随时间变化的函数，这是一维信号。一张黑白图像每个点（像素）具有不同的光强度，任一点又是二维平面坐标中两个变量的函数，这是二维信号。



一维信号与多维信号

- 信号可以表示为一个变量的函数
- 信号可以表示为多个变量的函数

波动电场在三维空间传播，如再考虑时间变量就构成四维信号。



实信号和复信号

- 实信号：函数值为实数；
- 复信号：函数值为复数的信号。

例：复指数信号

$$f(t) = e^{st}, -\infty < t < \infty, s = \sigma + j\omega$$

$$\text{则： } f(t) = e^{(\sigma + j\omega)t} = e^{\sigma t} \cos \omega t + je^{\sigma t} \sin \omega t$$

$$\text{Re}[f(t)] = e^{\sigma t} \cos \omega t$$

$$\text{Im}[f(t)] = e^{\sigma t} \sin \omega t$$

离散情况下：

$$f(k) = e^{(\alpha + j\beta)k} = e^{\alpha k} e^{j\beta k}$$

$$\text{Re}[f(k)] = e^{\alpha k} \cos \beta k$$

$$\text{Im}[f(k)] = e^{\alpha k} \sin \beta k$$

常用函数

- 通用特征函数

$$Ce^{\alpha t}$$



$$y'' + py' + qy = 0 (p, q \text{ 为常数})$$

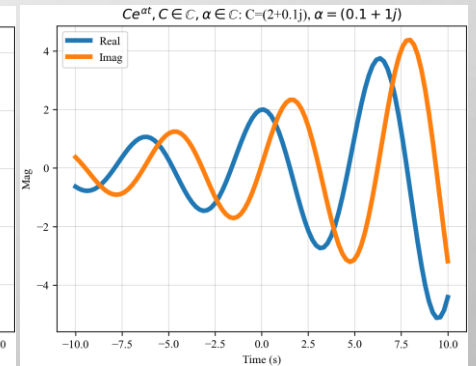
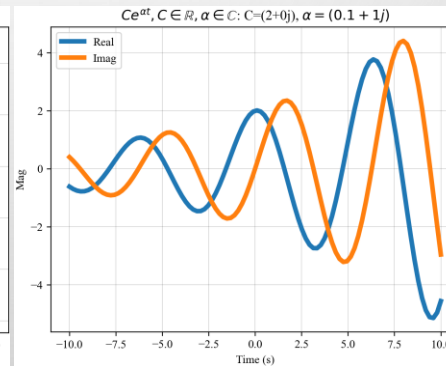
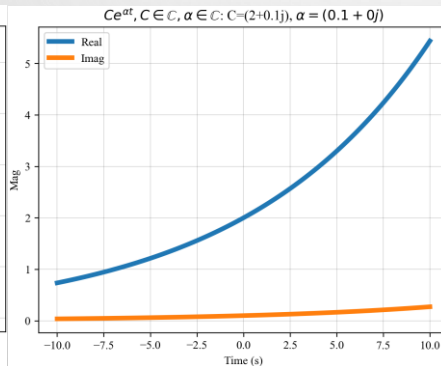
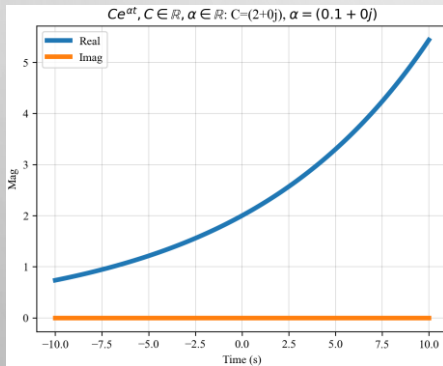
- 四种情况

$$C \in \mathbb{R}, \alpha \in \mathbb{R}$$

$$C \in \mathbb{C}, \alpha \in \mathbb{R}$$

$$C \in \mathbb{R}, \alpha \in \mathbb{C}$$

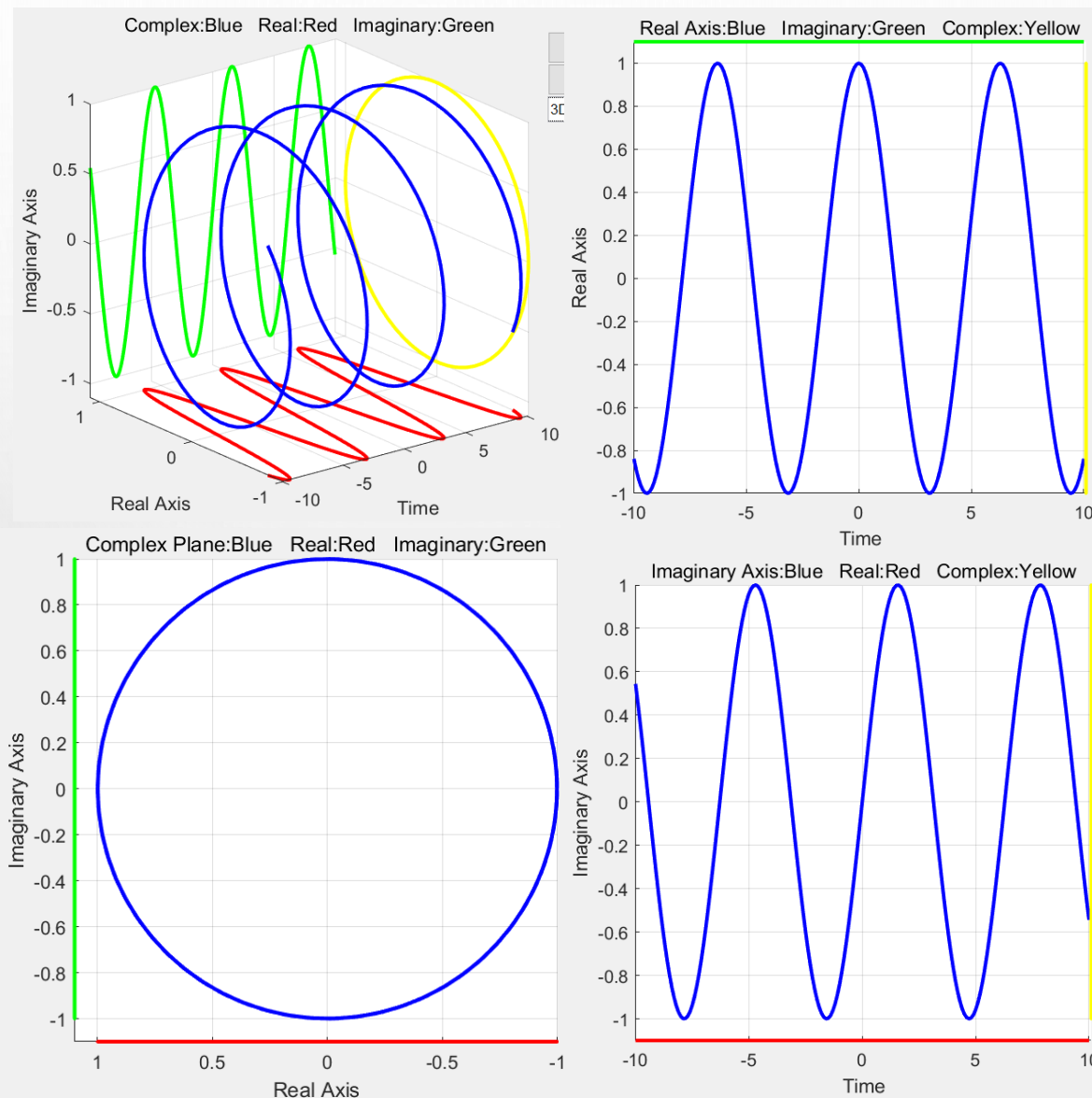
$$C \in \mathbb{C}, \alpha \in \mathbb{C}$$



时谐函数

$$e^{j\omega t}$$

- 几种视角



时谐函数周期性

连续: $e^{j\omega t}$ $f(t) = f(t + mT), m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$\therefore e^{j\omega t} = e^{j\omega(t+T)} = e^{j\omega t} e^{j\omega T}$$

$$\therefore \omega T = 2m\pi$$

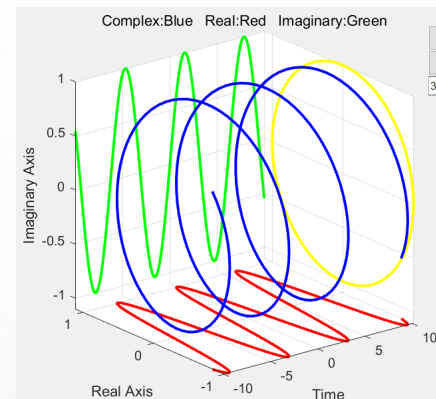
$$\therefore T = \frac{2m\pi}{\omega}$$

离散: $e^{j\omega n}$ $f(k) = f(k + mN), m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$\therefore e^{j\omega n} = e^{j\omega(n+N)} = e^{j\omega n} e^{j\omega N}$$

$$\therefore \omega N = 2m\pi$$

$$\therefore N = \frac{2m\pi}{\omega}$$



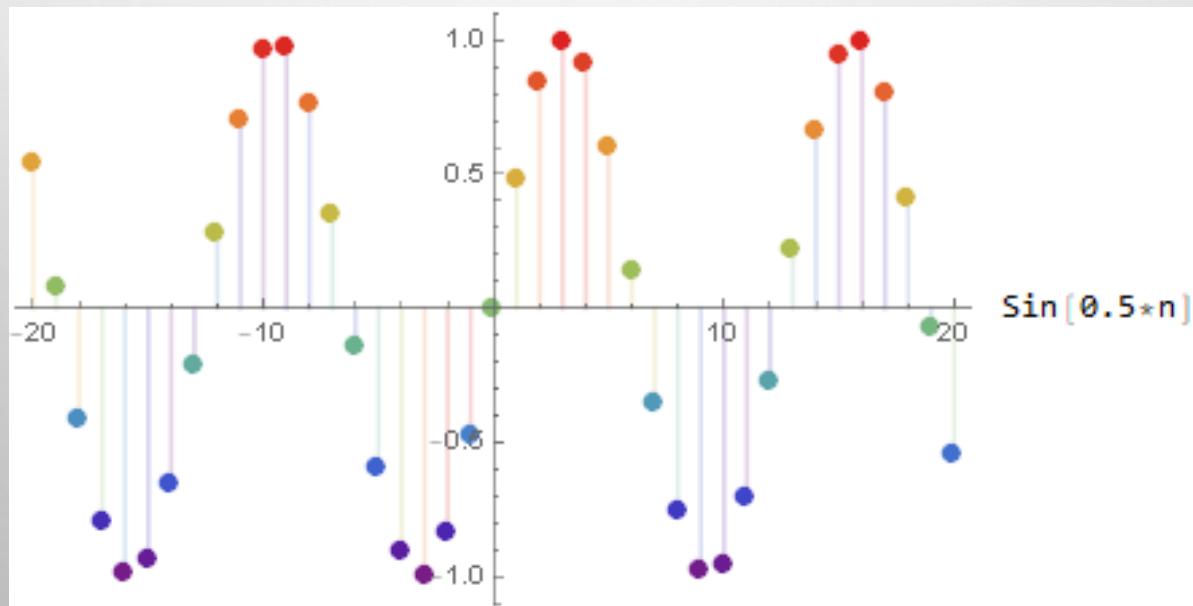
正弦信号周期性

当 $\frac{2\pi}{a} = \frac{N}{M}$, N, M 为无公因子的整数

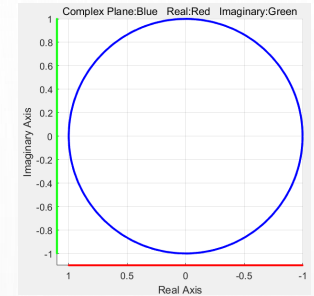
正弦序列: $f[n] = \sin[an]$ 是周期信号

其周期为: $N = M \frac{2\pi}{a}$;

否则: 序列不具有周期性, 但其包络线仍为正弦函数

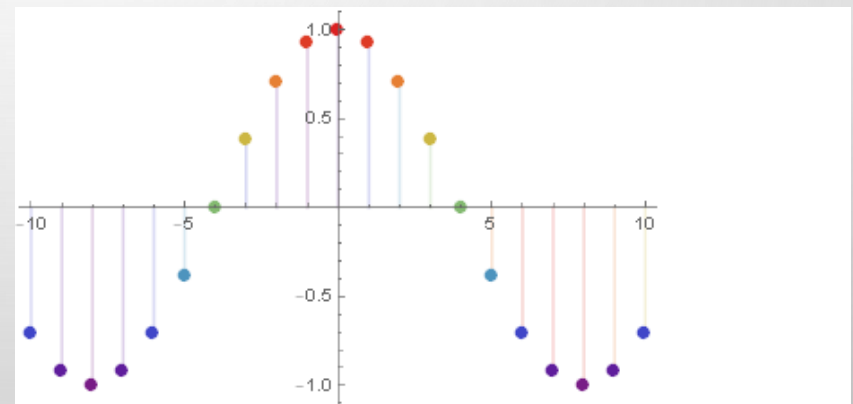
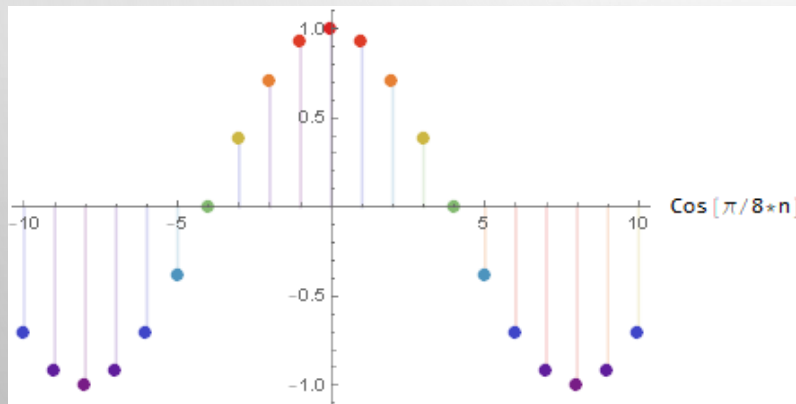


时谐函数周期性



离散: $e^{j\omega n}$ $f(k) = f(k + mN), m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$e^{j\omega n} = e^{j(\omega+2\pi)n} = e^{j\omega n} e^{j2\pi n} = e^{j\omega n}$$



信号周期性

- **例5** 判断下列信号是否周期信号，若是，判断其周期。

- (1) $f(t) = \sin(4t) + \cos(5t)$

- (2) $f[n] = \sin\left(\frac{\pi}{6}n\right)$

- (3) $f[n] = \cos\left(\frac{4\pi}{5}n\right)$

- (4) $f[n] = \sin(2n)$