第一章——信号

讲授BY **陆凯（WK1-9）**

PPT原文件BY **张东**

回顾

- 功率信号和能量信号
- 实信号与复信号
- 指数函数与正余弦函数
- 周期信号
- 信号自变量变换：平移、翻转、尺度变换

本次内容

- *复习*信号周期性
- *复习*复指数函数
- *复习*奇偶信号
- 补充实虚分解
- 补充连续与模拟，离散与数字
- 离散信号因变量
- 信号因变量变换：相加、相乘、微积分等
- 奇异函数：阶跃函数，斜边函数，脉冲函数，脉冲偶函数
- 练习题

时谐函数谐波

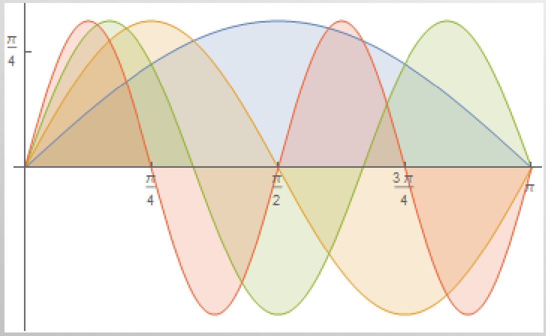
$$\left\{e^{j\omega_1 t}, e^{j\omega_2 t}, \cdots, e^{j\omega_n t}\right\}$$

$$e^{j\omega(t+T_0)} = e^{j\omega t}$$

$$e^{j\omega(t+T_0)} = e^{j\omega t} e^{j\omega T_0}$$

$$e^{j\omega T_0} = 1 \qquad \omega T_0 = 2\pi k \qquad k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

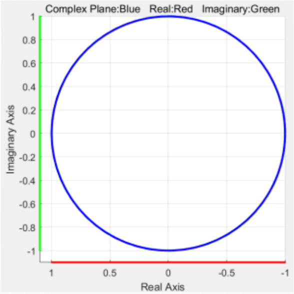
●定义 $\omega_0 = \left.\frac{2k\pi}{T_0}\right|_{k=1} = \frac{2\pi}{T_0}$ **基础频率**



$k\omega_0$ **K次谐波频率**

$\varphi_k(t) = e^{jk\omega_0 t}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ **K次谐波**

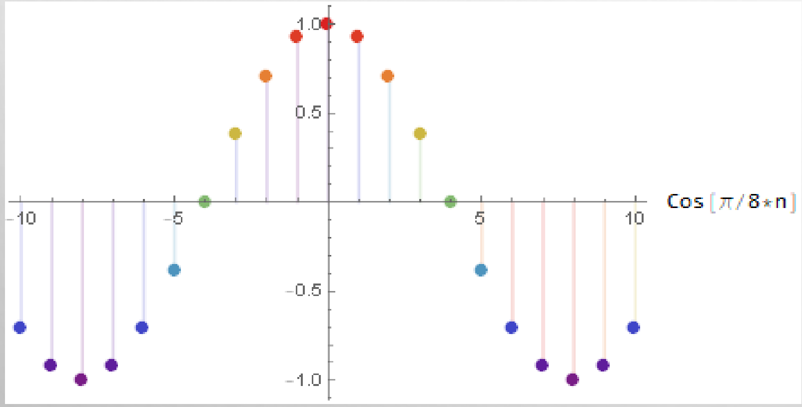
$$\left\{e^{j\omega_0 t}, e^{j2\omega_0 t}, \cdots, e^{jn\omega_0 t}\right\} \qquad \left\{\cos(\omega_0 t), \cos(2\omega_0 t), \cdots, \cos(n\omega_0 t)\right\}$$

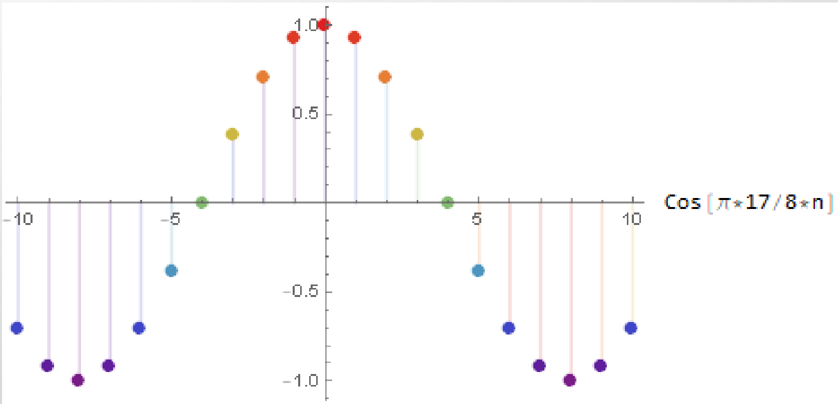


离散$e^{j\omega n}$ 时谐函数周期性

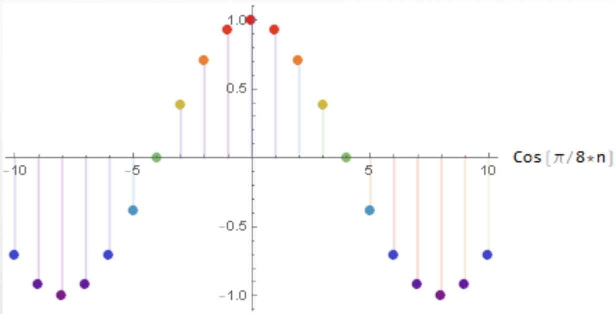
时域周期性 $f(k) = f(k + mN), m = 0, \pm1, \pm2, \ldots.$

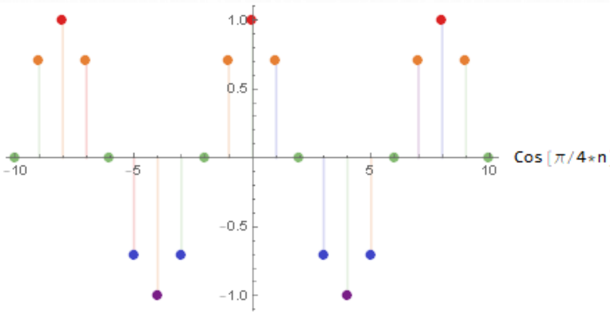
频域周期性 $e^{j(\omega+2\pi)n} = e^{j\omega n}e^{j2\pi n} = e^{j\omega n}$

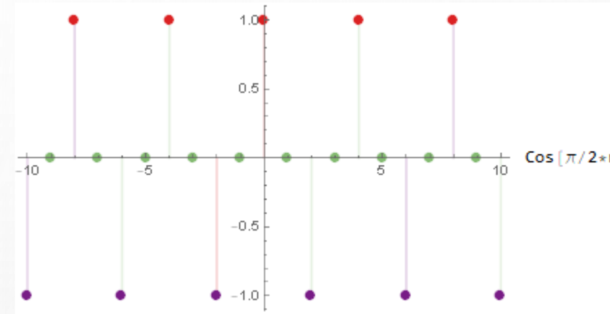




时谐函数周期性



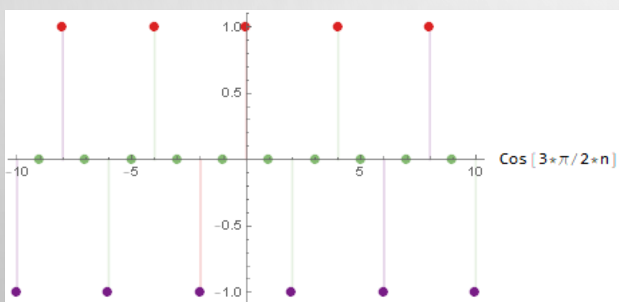


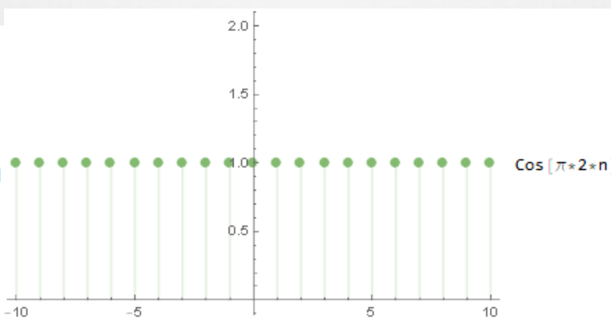


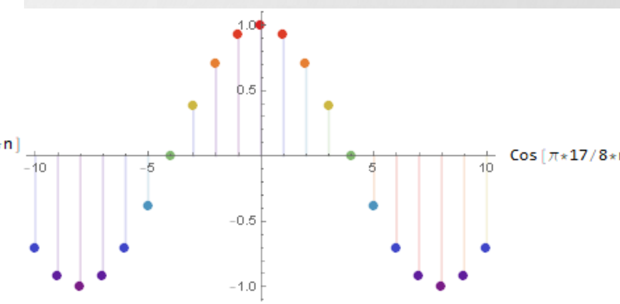
周期$T = \dfrac{2\pi}{(\pi/8)} = 16$

$T = \dfrac{2\pi}{(\pi/4)} = 8$

$T = \dfrac{2\pi}{(\pi/2)} = 4$







$T = \dfrac{2\pi}{(3\pi/2)} = \dfrac{4}{3}?$

$T = \dfrac{2\pi}{(2\pi)} = 1$

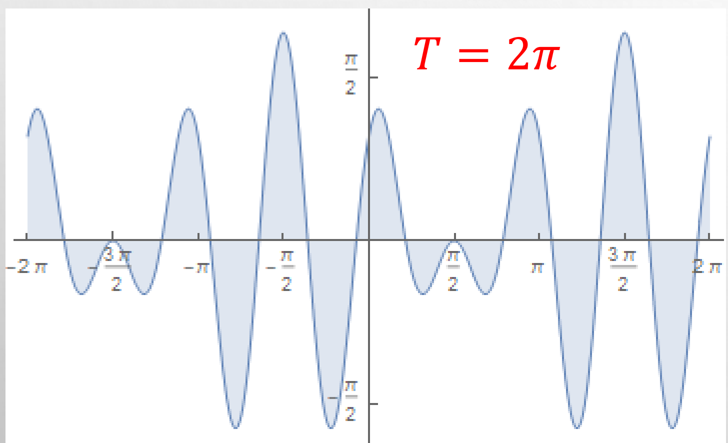
$T = \dfrac{2\pi}{(17\pi/8)} = \dfrac{16}{17}?$

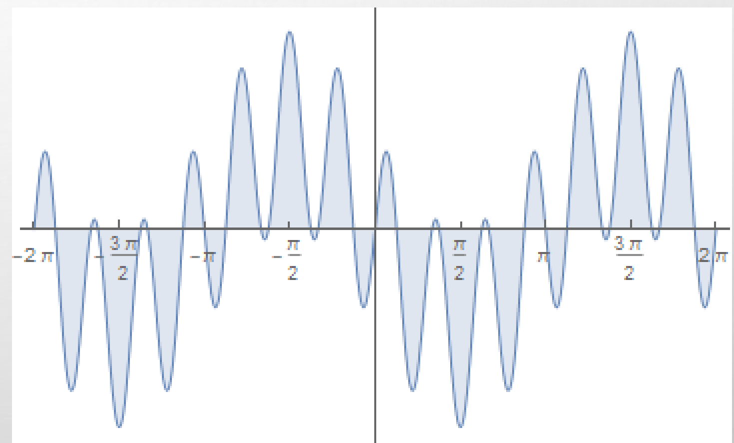
信号周期性

- 判断下列信号周期。

$f(t) = \sin(3t) + \cos(4t)$

$f(t) = \sin(3t)\cos(4t)$





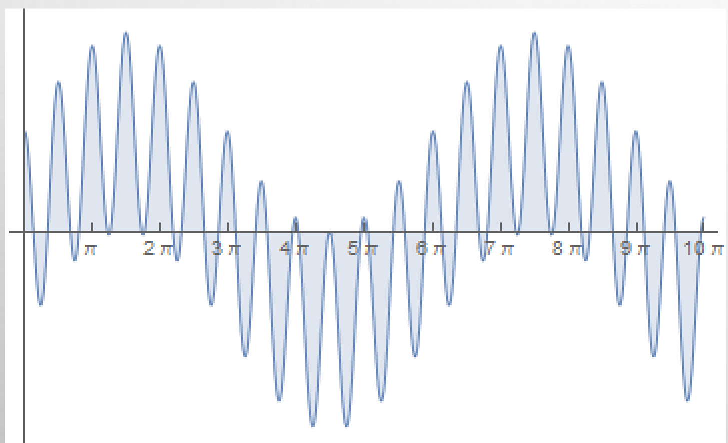
$T_1 = \frac{2\pi}{3}, T_2 = \frac{2\pi}{4}$ $\quad T = mT_1 = nT_2$ $\quad m\frac{1}{3} = n\frac{1}{4}$ $\quad m_{min} = 3, n_{min} = 4$

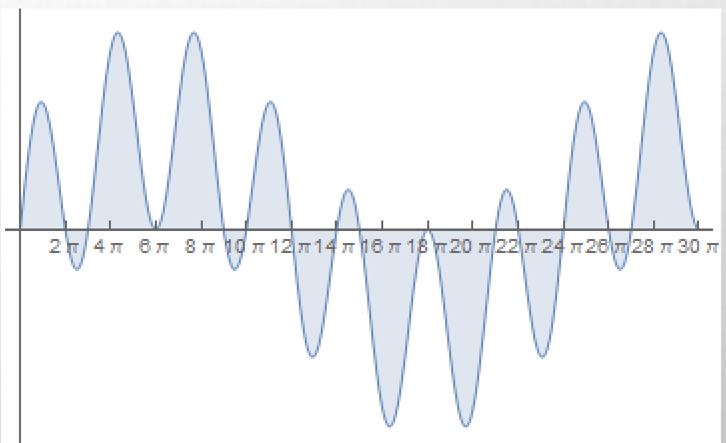
信号周期性

- 判断下列信号周期。

$$f(t) = \sin(t/3) + \cos(t*4)$$

$$f(t) = \sin(t/3)\cos(t/4)$$





复指数函数

$$Ce^{st}$$

$$C = |C|e^{j\theta} \qquad s = r + j\omega_0$$

$$Ce^{st} = |C|e^{j\theta}e^{(r+j\omega_0)t} = |C|e^{rt}e^{j(\omega_0 t+\theta)}$$

$$= |C|e^{rt}\cos(\omega_0 t + \theta) + j|C|e^{rt}\sin(\omega_0 t + \theta)$$

复指数函数处理技巧

$$f(t) = e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} \quad (\omega_1 \neq \omega_2)$$

$$f(t) = e^{j\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t}\left(e^{j\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t} + e^{-j\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t}\right)$$
$$= 2e^{j\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t}\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)$$

例：$f(t) = e^{j500t} - e^{j1000t}$

信号奇偶性

- 偶函数

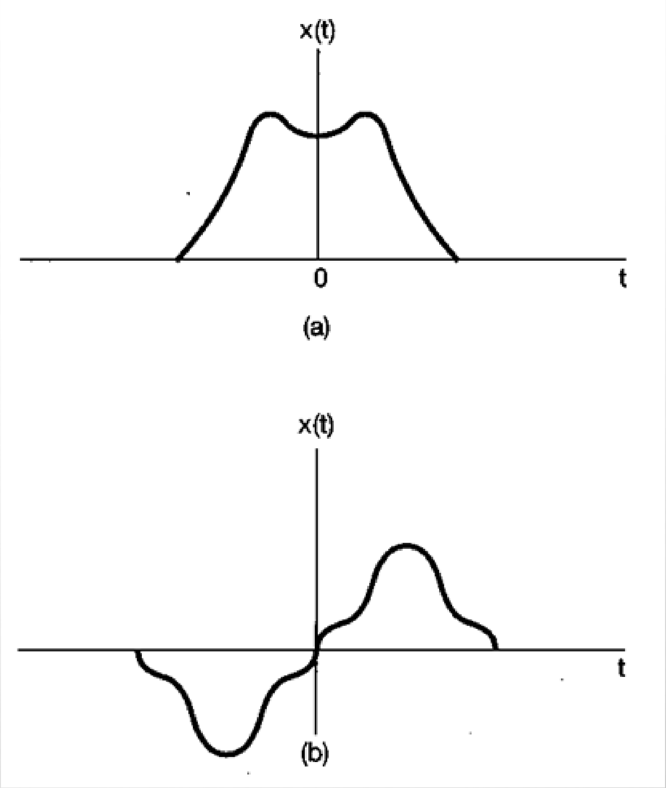
$$x(-t) = x(t)$$

$$x[-n] = x[n]$$

- 奇函数

$$x(-t) = -x(t)$$

$$x[-n] = -x[n]$$



$$x(t) = even\{x(t)\} + odd\{x(t)\}$$

$$even\{x(t)\} = \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)]$$

$$odd\{x(t)\} = \frac{1}{2}[x(t) - x(-t)]$$

信号实虚分解

$$f(t) = f_r(t) + jf_i(t)$$

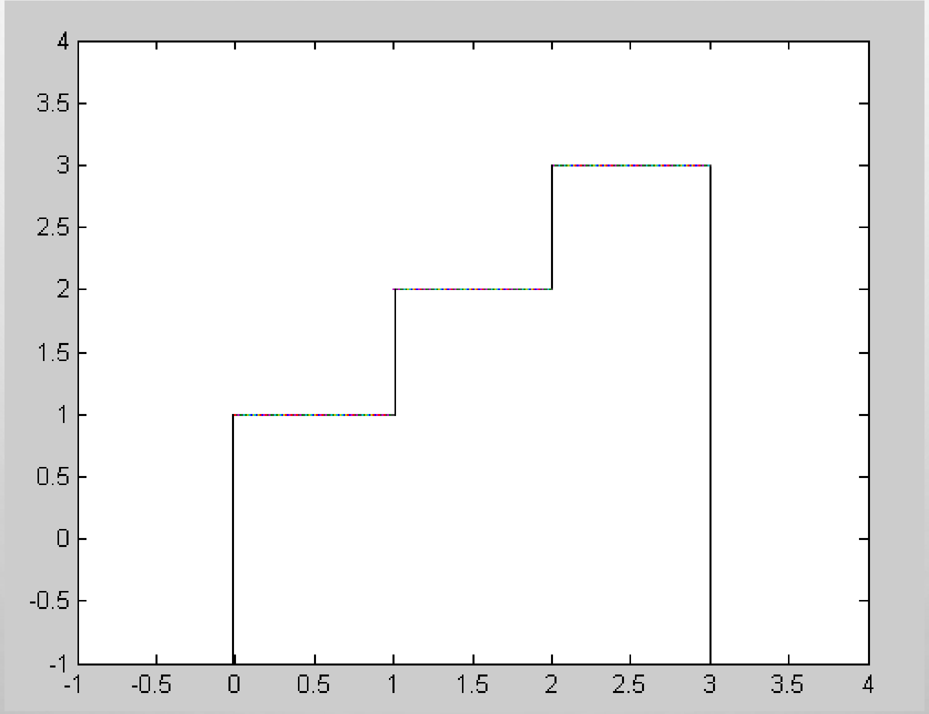
$$f^*(t) = f_r(t) - jf_i(t)$$

$$f_r(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f^*(t)]$$

$$j\ f_i(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f^*(t)]$$

模拟信号与连续信号

- 连续时间信号的幅值可以是连续的，也可是离散的，即仅取几个规定数值。
- 幅值和时间都为连续的信号称为**模拟信号**。



采样信号与离散信号

- **采样信号**：仅在采样时刻取信号样本值而在其它时刻取零值的**连续时间信号**，即

$$f_s(t)=\begin{cases} f(nT) & t=nT, n\text{为任意整数} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

- **离散信号**是由采样时刻的样本值组成的序列。

注意：离散时间信号与数字信号的差别与联系

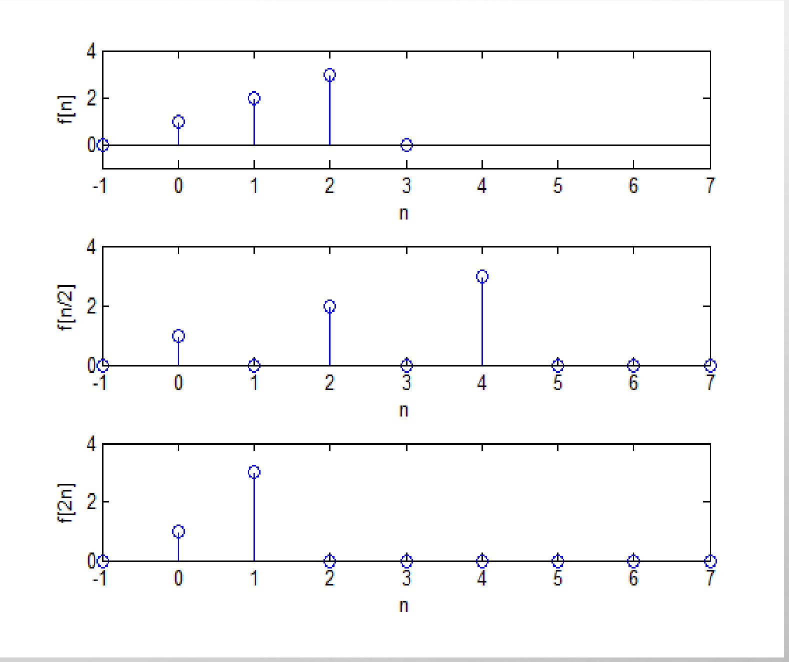
- **数字信号**是**时间与幅度**取值都离散的信号。

信号变换-离散自变量

对时间变量的运算：对**离散**信号而言，由于自变量是离散的，因此有**抽取和内插**运算（对应连续信号的压扩）

$$f[n] \to f[Mn], M\text{为正整数}$$

$$f[n] \to f[n/L], L\text{为正整数}$$



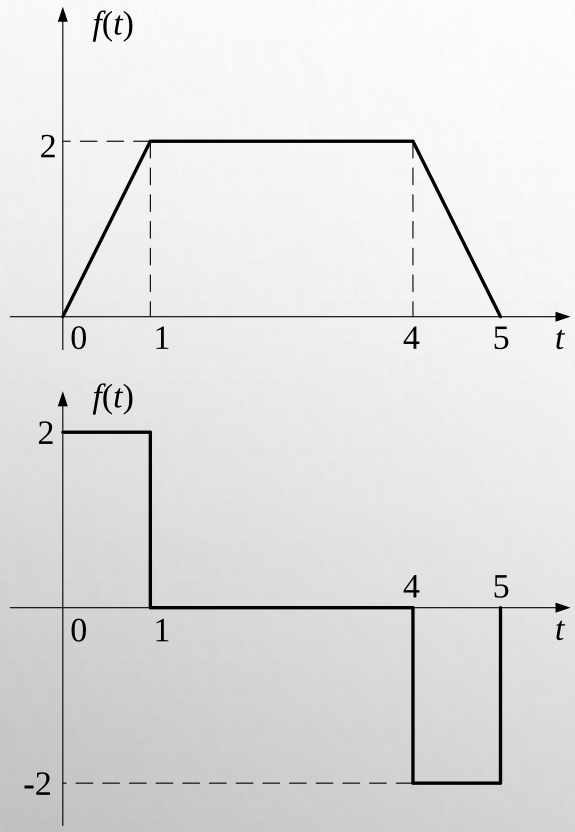
信号变换-因变量

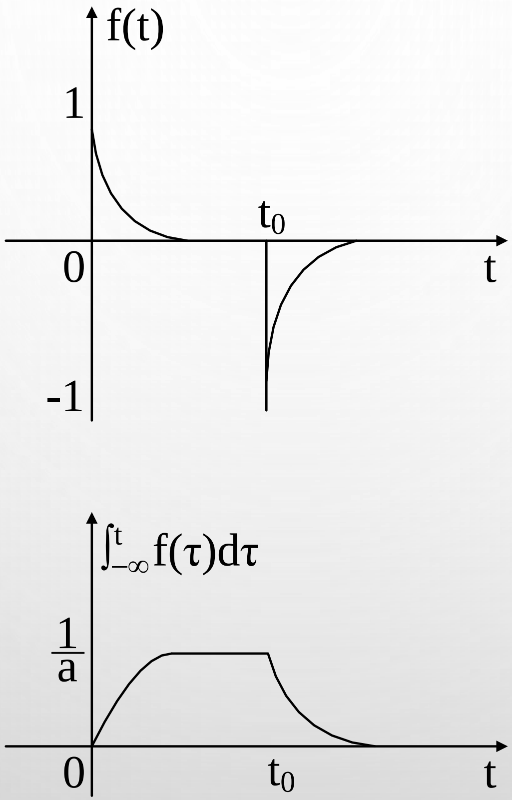
- 对信号值的运算可分类为一元运算和多元运算，即时运算（又称为映射）和非即时运算，线性运算和非线性运算等。
- 一元运算是对单输入信号的运算，如**微分和积分**，信号与**常数的乘或加**运算等；多元运算是对多个输入信号的运算，如两个信号**相加、相乘**等。

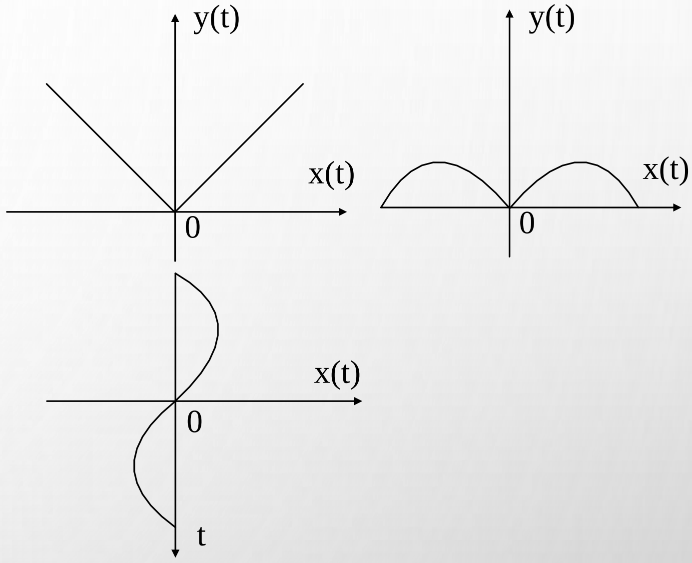
信号变换-因变量

- 信号映射使运算结果仅取决于即时的信号值，通常可用输入-输出信号转移特性表示。
- 信号的非即时运算使运算结果取决于一段时间区间的信号值，一般它要由进行此运算的系统特性，如微分方程，进行描述。
- 多个信号的非即时运算要有进行该运算的多变量系统特性，如微分方程组描述。

信号变换-因变量



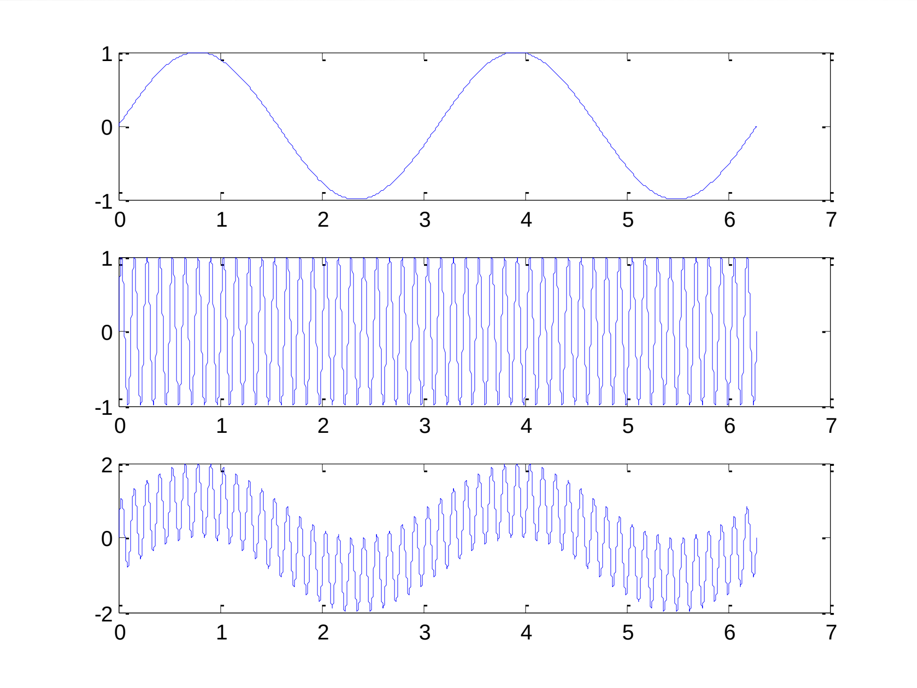


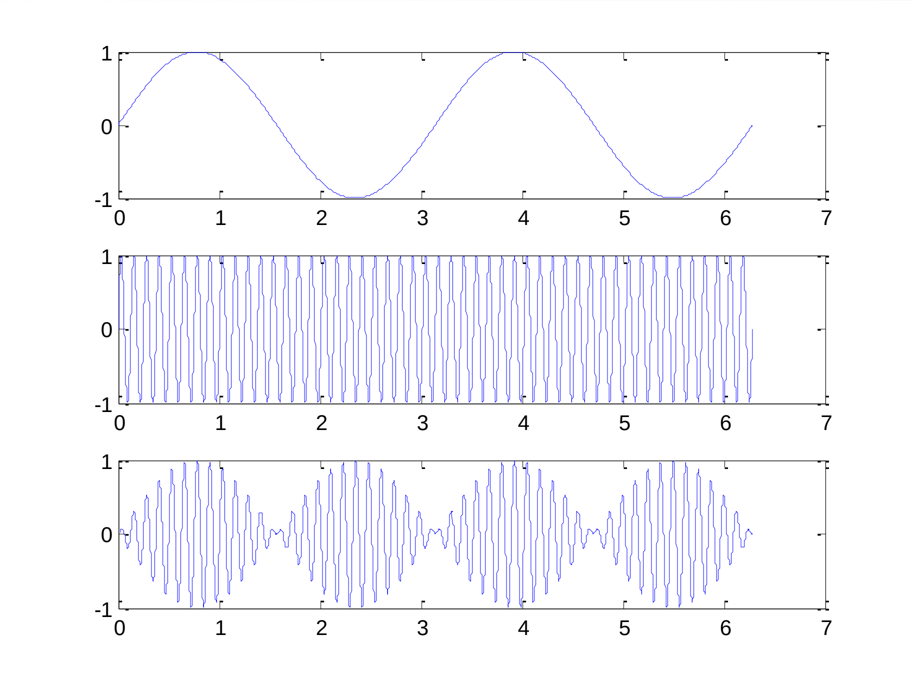


信号微分　　**信号积分**　　**信号的非线性映射**

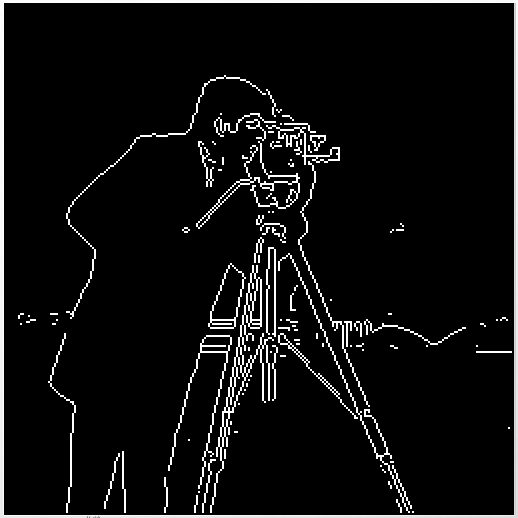
信号变换-因变量

- 信号相加/信号相乘（加噪声/调制）





信号变换-因变量



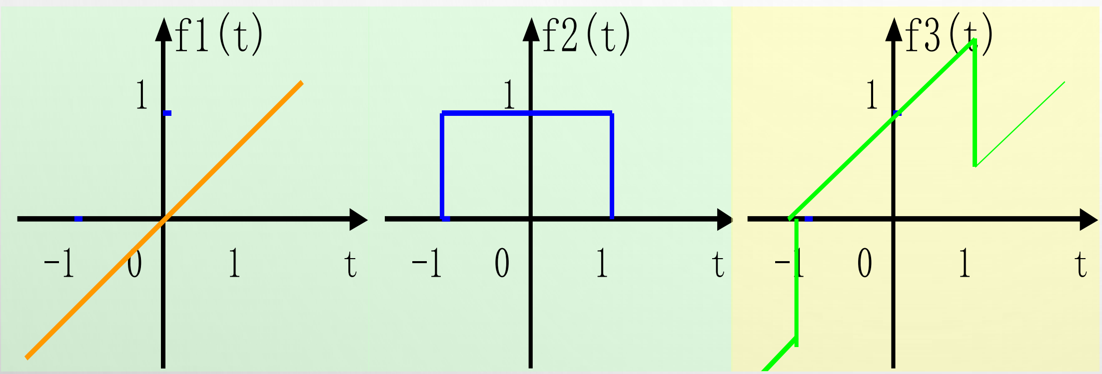
二维信号（图像）的微分运算（边缘提取）

信号变换-因变量

信号的加法和乘法

(1)相加：$f_1(t)$、$f_2(t) \xrightarrow{\text{相加}} f_3(t) = f_1(t) + f_2(t)$

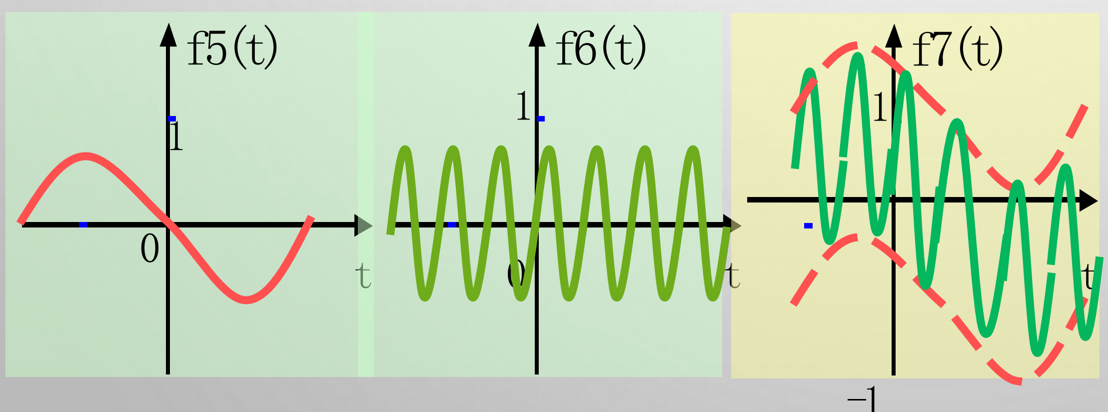
例：



$$f_1(t) = t$$

$$f_2(t) = \begin{cases} 1 & -1 \le t \le 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

$$f_3(t) = \begin{cases} t+1 & -1 \le t \le 1 \\ t & \text{其它} \end{cases}$$



$$f_5(t) = -\sin(\Omega t)$$

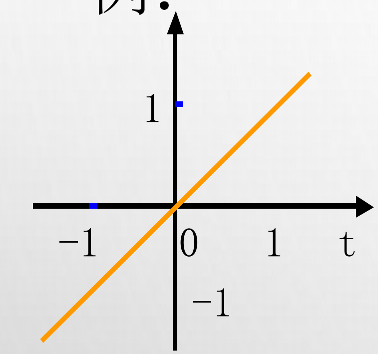
$$f_6(t) = \sin(8\Omega t)$$

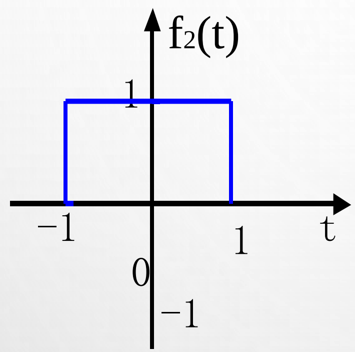
$$f_7(t) = -\sin(\Omega t) + \sin(8\Omega t)$$

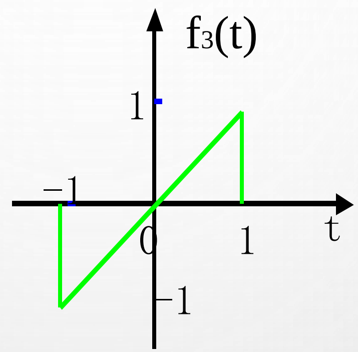
信号变换-因变量

(2)相乘：$f_1(\mathrm{t})$、$f_2(\mathrm{t})$ $\xrightarrow{\text{相乘}}$ $f_4(\mathrm{t}) = f_1(\mathrm{t}) \bullet f_2(\mathrm{t})$

例：



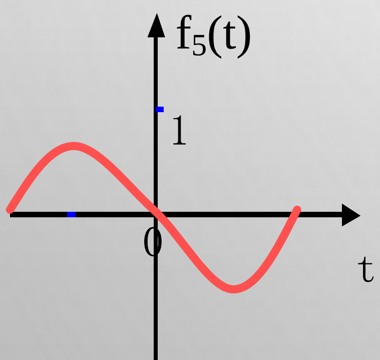


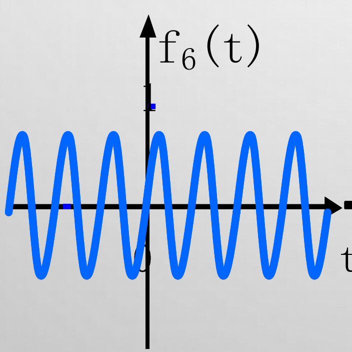


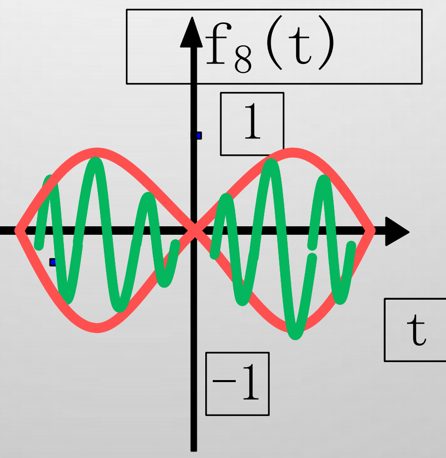
$f_1(t) = t$

$$f_2(t) = \begin{cases} 1 & -1 \le t \le 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

$$f_3(t) = \begin{cases} t & -1 \le t \le 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$







$f_5(t) = -\sin(\Omega t)$

$f_6(t) = \sin(8\Omega t)$

$f_8(t) = -\sin(\Omega t)\sin(8\Omega t)$

奇异信号

- 在信号与系统分析中，经常遇到**函数本身有不连续点（跳变点）或其导数与积分有不连续点**的情况，这类函数统称为奇异函数或奇异信号。
- 奇异信号分类：

（1）阶跃信号

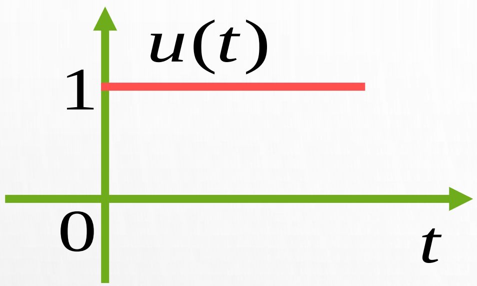
（2）斜变信号

（3）冲激信号

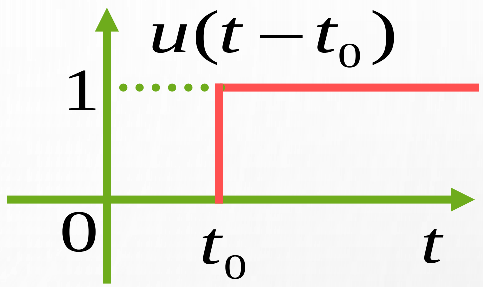
（4）冲激偶信号

在奇异函数中，阶跃信号和冲激函数是两种最重要的理想信号模型。

阶跃信号



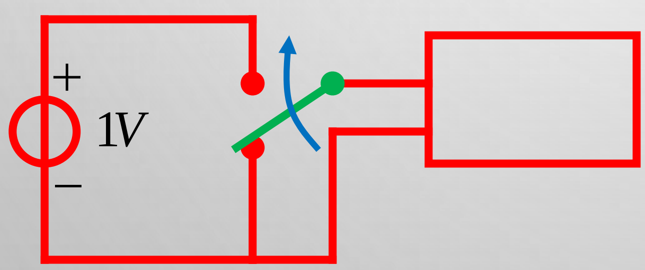
单位阶跃信号



延时的单位阶跃信号

$$u(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}$$

- 在跳变点t=0处，函数值未定义，或在t=0处规定函数值1/2



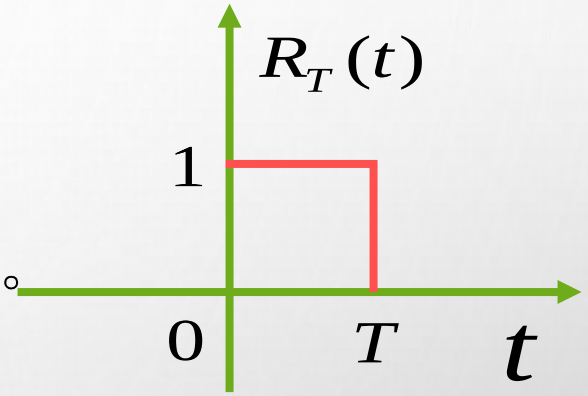
物理背景：在t=0(或t_0)时刻对某一电路接入单位电源（直流电压源或直流电流源），并且无限持续下去。

阶跃衍生信号

(1)矩形脉冲信号（“门”信号）

- 矩形脉冲信号可用阶跃及其延时信号之差表示。

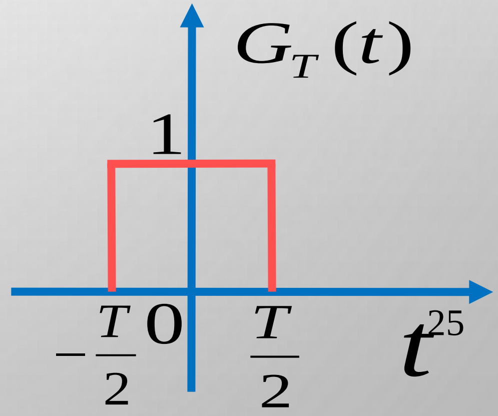
$$R_T(t) = u(t) - u(t-T)$$



下标T表示矩形脉冲出现在0到T时刻之间。

- 如果矩形脉冲对于纵坐标左右对称，则可用$G_T(t)$表示。

$$G_T(t) = u(t+\frac{T}{2}) - u(t-\frac{T}{2})$$



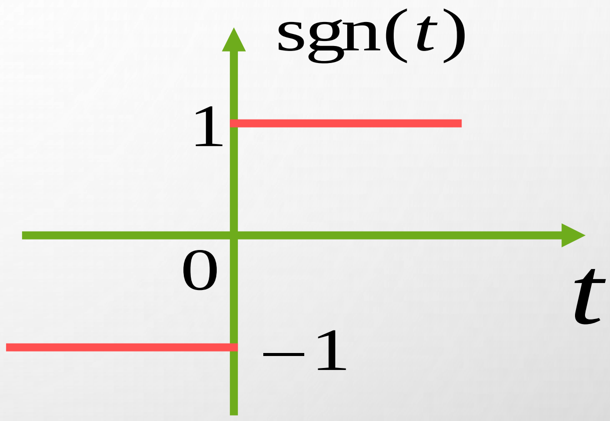
下标T表示其矩形脉冲宽度。

阶跃衍生信号

(2)符号函数（signum)

- 简写作sgn(t), 可用阶跃信号表示。

$$\mathrm{sgn}(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ -1 & t<0\end{cases}$$



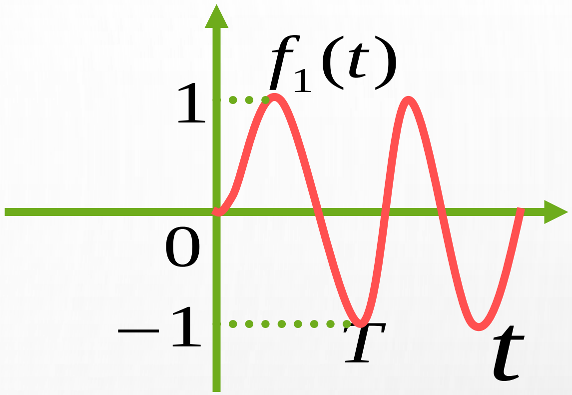
与阶跃函数类似，对于符号函数在跳变点也可不予定义，或规定sgn(0)=0.

显然，可用阶跃信号来表示符号函数

$$\mathrm{sgn}(t)=2u(t)-1$$

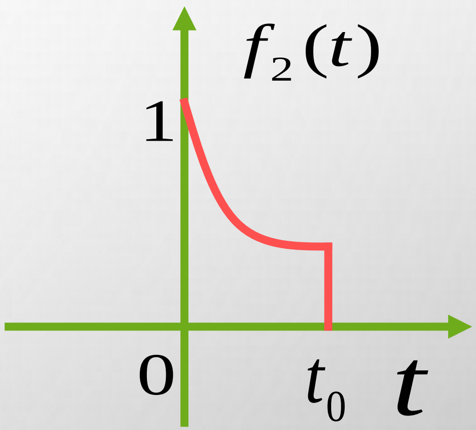
阶跃衍生信号

(3)描述各种信号的截断特性



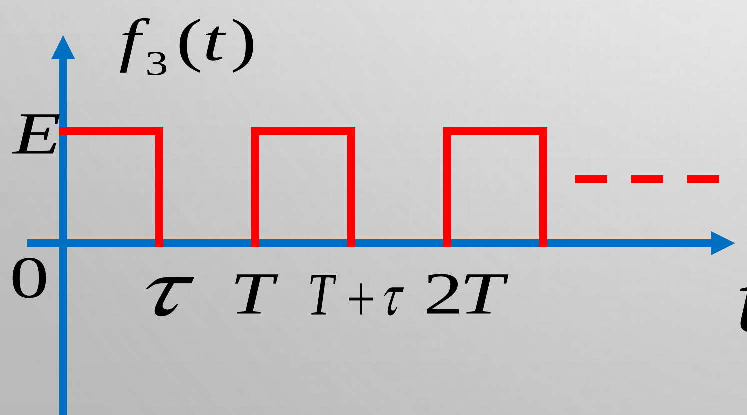
例： $f_1(t) = \sin t \bullet u(t)$

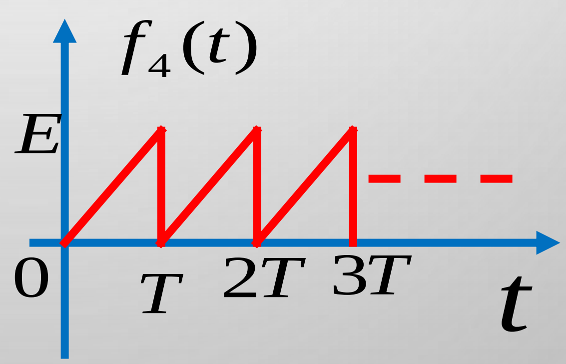
$$f_2(t) = e^{-t}[u(t) - u(t - t_0)]$$



$$f_3(t) = E\sum_{n=0}^{\infty}[u(t-nT) - u(t-nT-\tau)]$$

$$f_4(t) = \frac{E}{T}tu(t) - E\sum_{n=1}^{\infty}u(t-nT)$$



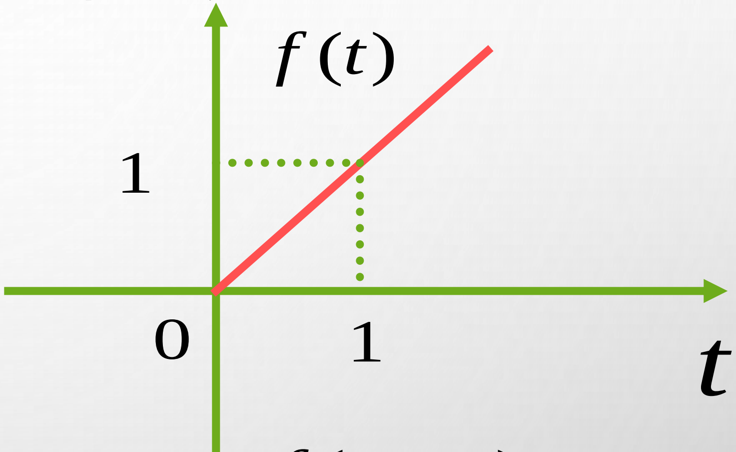


斜变信号

- 斜变信号也称斜升信号。
- 它是从某一时刻开始随时间正比例增长的信号。
- 如果增长的变化率是1，就称为单位斜变信号。

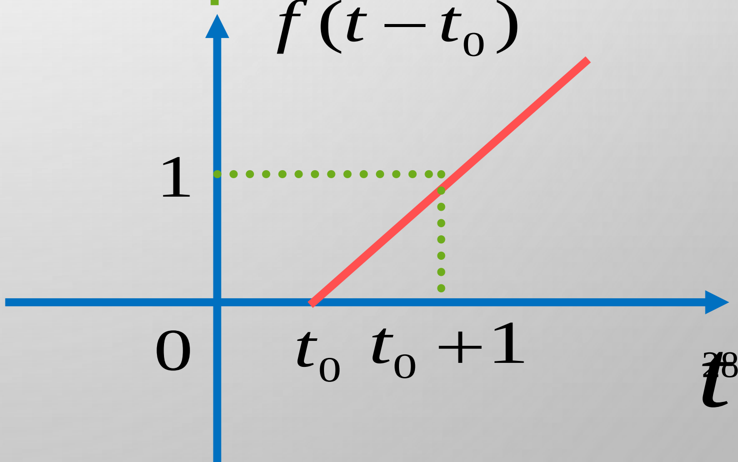
(1)单位斜变信号

$$f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ t & t\geq 0\end{cases}$$



如果将起始点移至t_0,则可写成

$$f(t-t_0)=\begin{cases}0 & t<t_0\\ t-t_0 & t\geq t_0\end{cases}$$

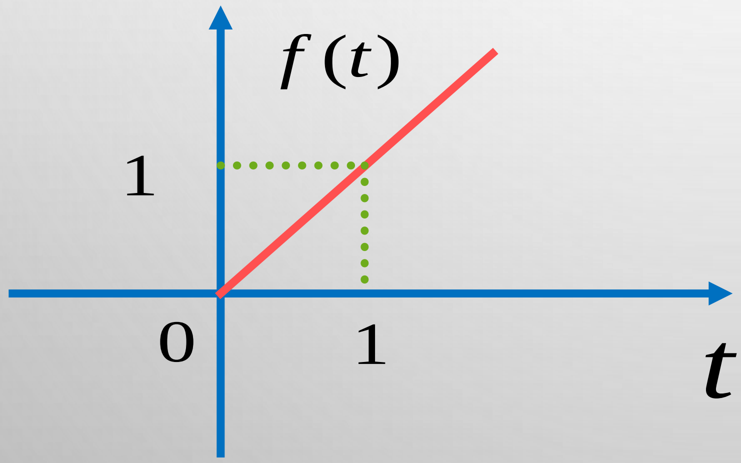


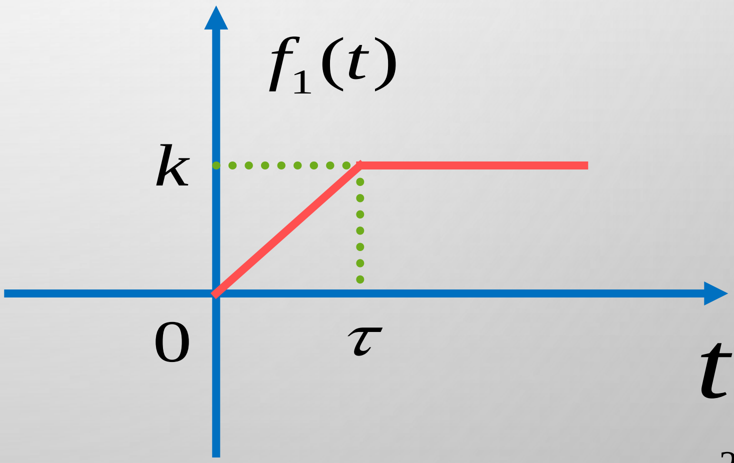
斜变信号 阶跃信号的积分是斜变信号

(2)截平的斜变信号

- 在时间τ以后斜坡波形被切平，如图所示信号波形。

$$f_1(t)=\begin{cases}\dfrac{k}{\tau}f(t) & t<\tau\\ k & t\geq\tau\end{cases}$$



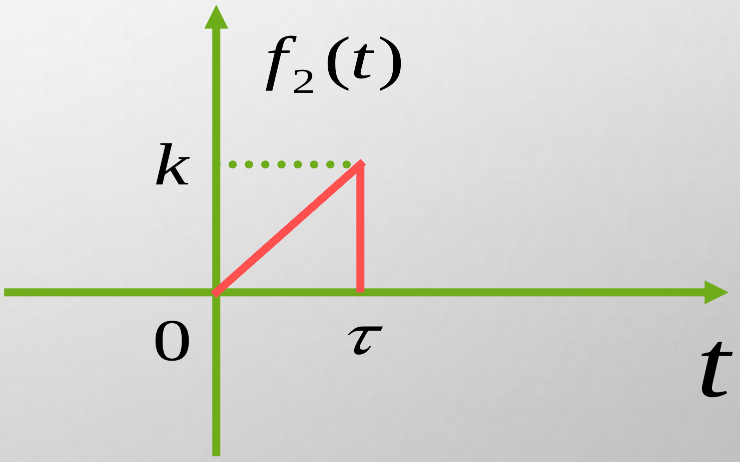


斜变信号

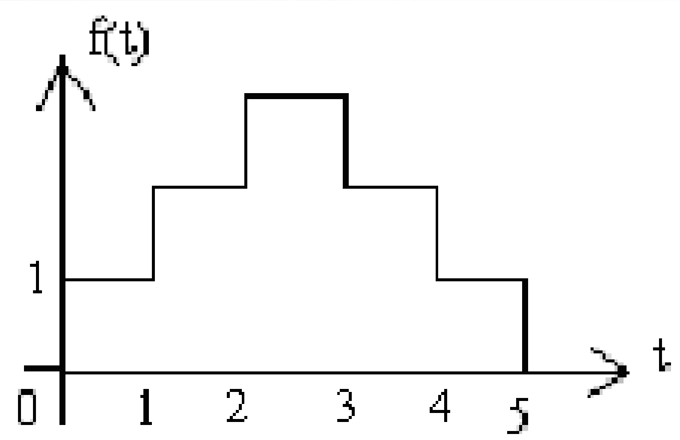
(3)三角形脉冲信号

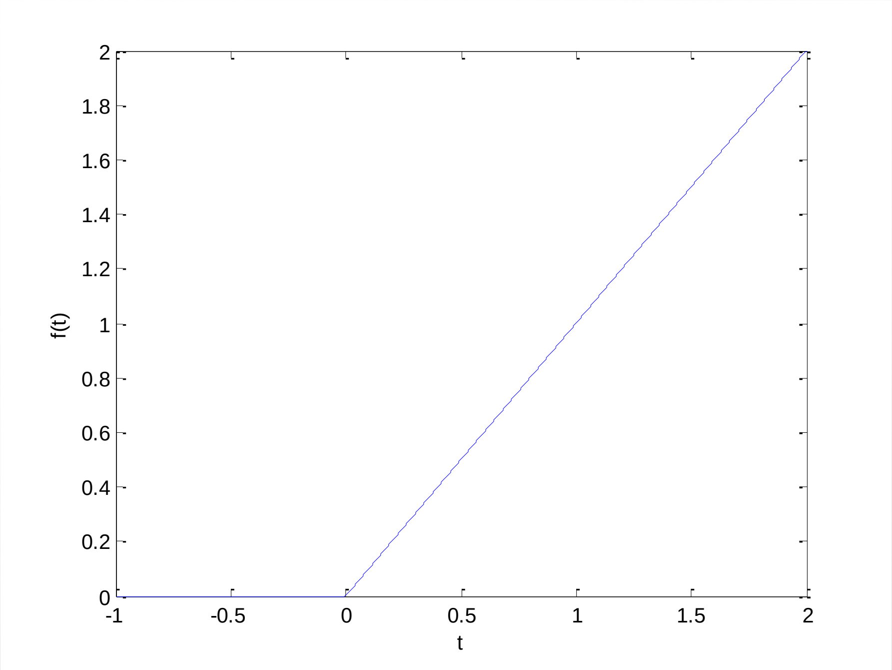
- 三角形脉冲信号也可用斜变信号表示。

$$f_2(t)=\begin{cases}\dfrac{k}{\tau}f(t) & t\le\tau \\ 0 & t>\tau\end{cases}$$



练习：写出函数表达式





$$f(t)=u(t)+u(t-1)+u(t-2)-u(t-3)-u(t-4)-u(t-5)$$

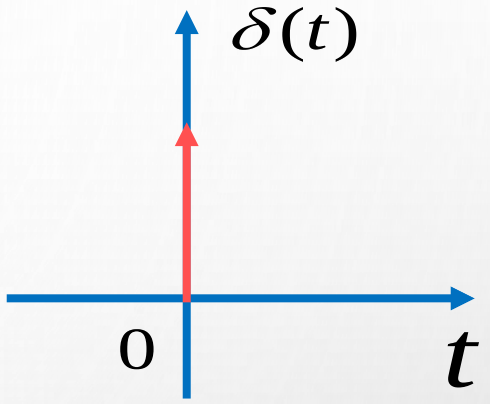
$$f(t)=t\left[u(t)-u(t-2)\right]$$

脉冲信号

箭头表示：δ(t)只在t=0点有一"冲激"，在t=0点以外各处，函数值都是零。

狄拉克（Dirac)给出的δ函数定义

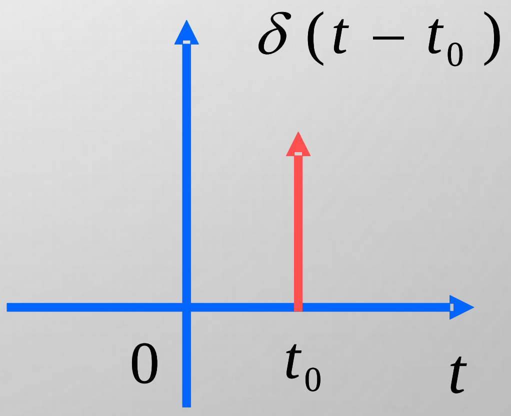
$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1 \\ \delta(t) = 0 \quad (\text{当} t \neq 0) \end{cases}$$



δ函数亦称狄拉克**(Dirac)**函数。

描述在任一点$t=t_0$处出现的冲激，可定义$\delta(t-t_0)$函数：

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)dt = 1 \\ \delta(t-t_0) = 0 \quad (\text{当} t \neq t_0) \end{cases}$$

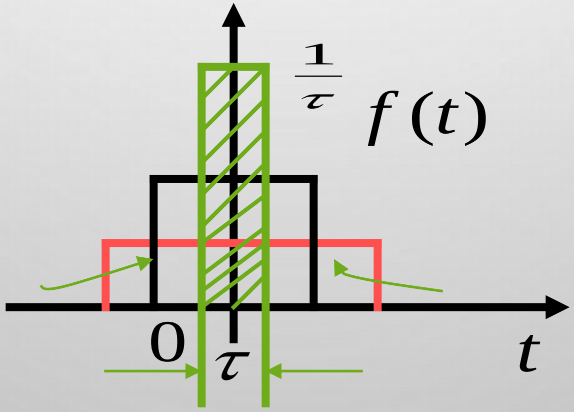


脉冲信号演变

（１）矩形脉冲演变为冲激函数

- 宽度为τ，高为1/τ的矩形脉冲，当保持矩形脉冲面积＝１不变，而使脉宽τ趋近于零时，脉冲幅度1/τ必趋于无穷大，此极限情况即为单位冲激函数。

$$\delta(t)=\lim_{\tau\to 0}\frac{1}{\tau}[u(t+\frac{\tau}{2})-u(t-\frac{\tau}{2})]$$

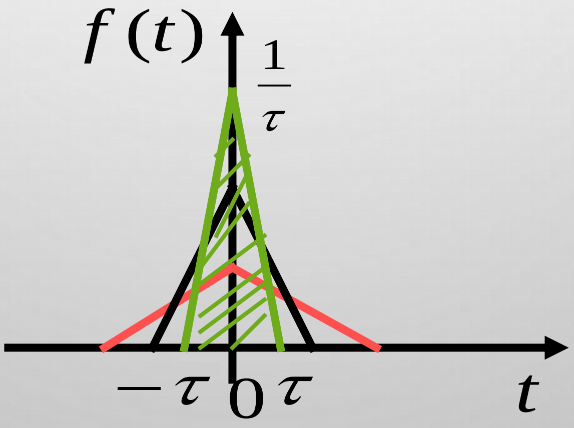


脉冲信号演变

（2）三角形脉冲演变为冲激函数

- 一组底宽为 2 τ，高为1/τ的三角形脉冲，若保持其面积＝ 1 不变，而使τ趋近于零时，幅度1/τ必趋于无穷大，此极限情况即为单位冲激函数。

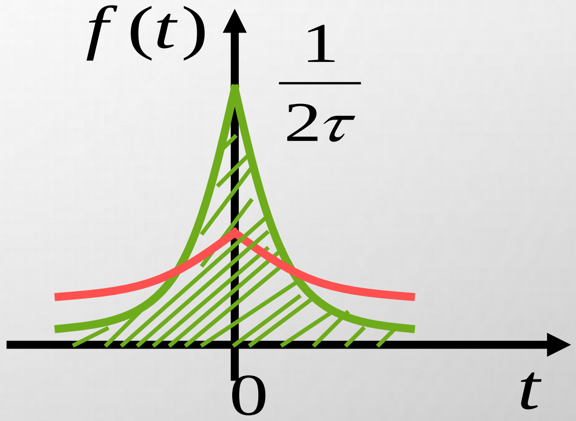
$$\delta(t)=\lim_{\tau\to 0}\left\{\frac{1}{\tau}\left(1-\frac{|t|}{\tau}\right)[u(t+\tau)-u(t-\tau)]\right\}$$



脉冲信号演变

（３）双边指数脉冲演变为冲激函数

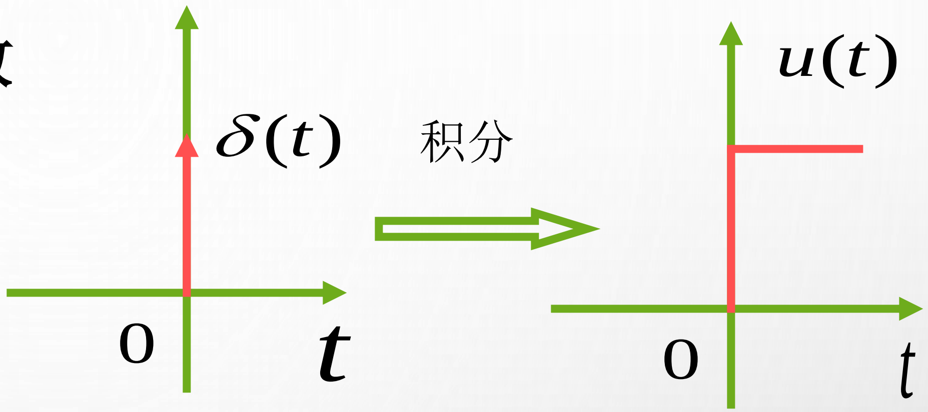
$$\delta(t)=\lim_{\tau\to 0}\left\{\frac{1}{2\tau}e^{-\frac{|t|}{\tau}}\right\}$$



脉冲信号与阶跃信号

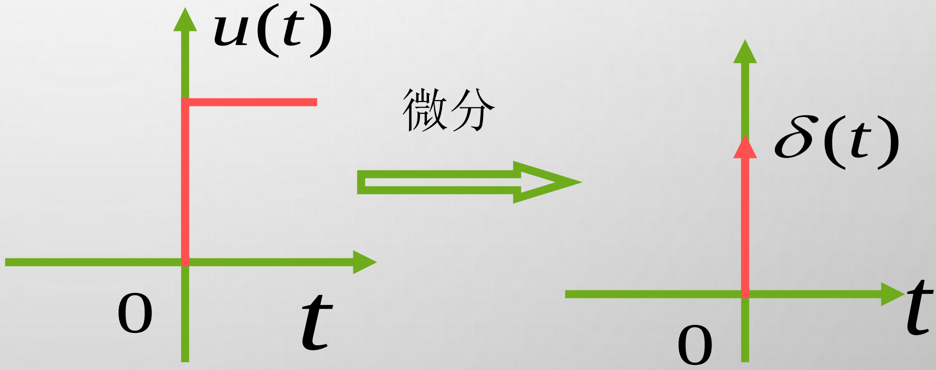
✓冲激函数的积分是阶跃函数

$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau=u(t)$$



阶跃函数的微分应等于冲激函数

$$\frac{du(t)}{dt}=\delta(t)$$



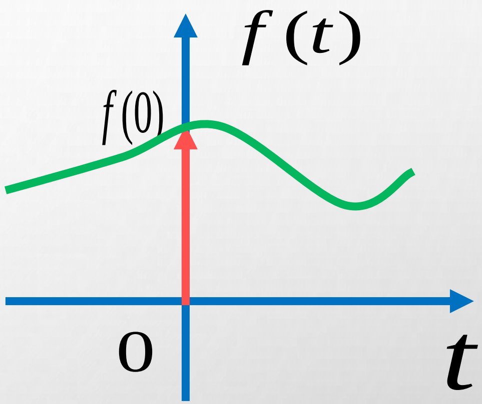
脉冲信号性质

✓抽样特性（筛选特性）

单位冲激信号δ(t)与一个在t=0点连续（且处处有界）的信号f(t)相乘，则其乘积在t=0处=f(0),其余各点均为零。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) f(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) f(0) dt$$

$$= f(0) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = f(0)$$

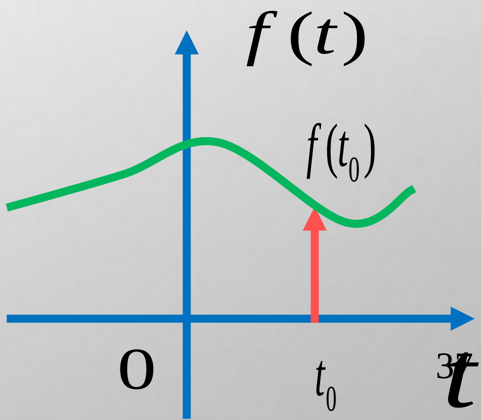


对于延迟**t_0**的单位冲激信号有

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) f(t) dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) f(t_0) dt = f(t_0)$$

$$\boxed{f(t)\delta(t - t_0) = f(t_0)\delta(t - t_0)}$$



脉冲信号性质

✓δ(t)是偶函数

$$\delta(t)=\delta(-t)$$

利用筛选特性

证明：

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(-t)f(t)dt$$

$$=\int_{\infty}^{-\infty}\delta(\tau)f(-\tau)d(-\tau)$$

$$=\int_{\infty}^{-\infty}\delta(\tau)f(0)d(-\tau)=f(0)$$

脉冲信号性质

思考：阶跃信号的尺度性质？

✓冲激函数的尺度变换

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t)$$

证明： $a > 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(a\tau)d\tau = \frac{1}{a}\int_{-\infty}^{\infty} \delta(a\tau)d(a\tau) = \frac{1}{a}$$

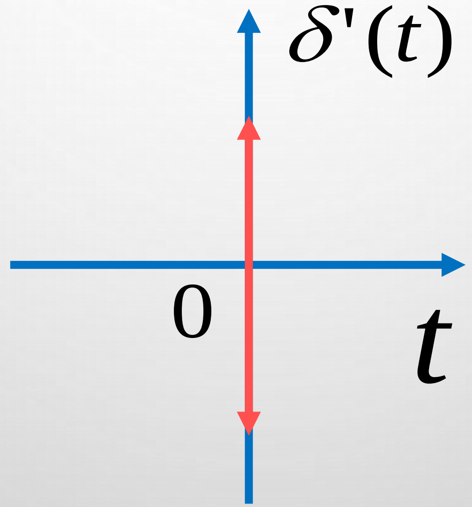
$a < 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(a\tau)d\tau = \frac{1}{a}\int_{-\infty}^{\infty} \delta(a\tau)d(a\tau)$$

$$= \frac{1}{a}\int_{\infty}^{-\infty} \delta(t)dt = -\frac{1}{a}\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = -\frac{1}{a}$$

冲激偶信号

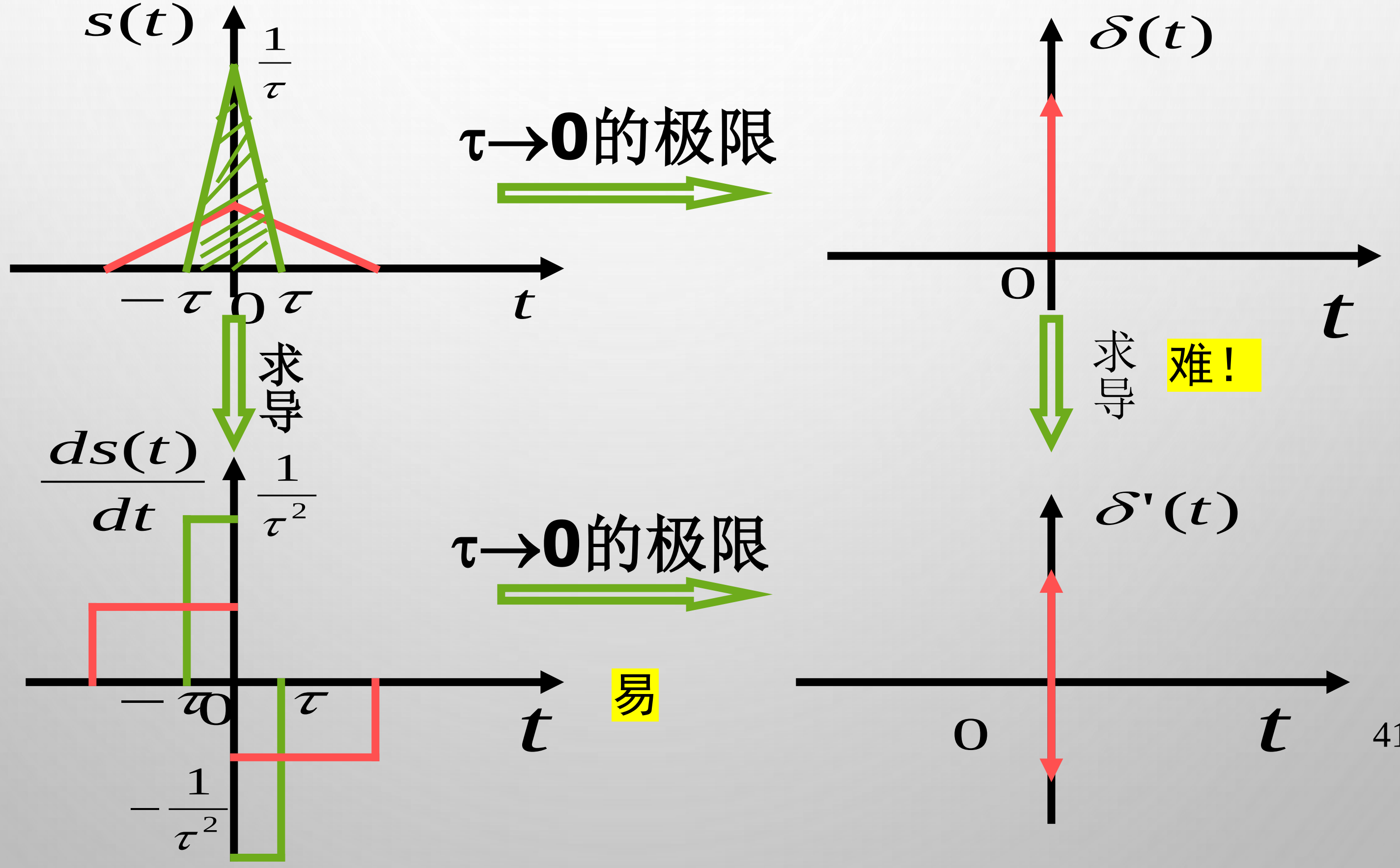
- 冲激函数的微分（阶跃函数的二阶导数）：将呈现正、负极性的一对冲激，称为冲激偶信号，以δ’**(t)**表示。



冲激偶信号推导

• 利用规则函数系列取极限的概念引出δ’**(t)**。

现以三角形脉冲系列为例，波形如下：三角形脉冲s(t)其底宽为2τ，高度为1/τ，当τ→0时，s(t)成为单位冲激函数δ(t)。



冲激偶信号性质1

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)f(t)dt=-f'(0)$$

此处f’(t)在0点连续，f’(0)为f(t)导数在零点的取值。

证明：

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)f(t)dt$$

$$\boxed{\int uv'\mathrm{d}x=uv-\int u'v\mathrm{d}x}$$

$$=f(t)\delta(t)\Big|_{-\infty}^{\infty}-\int_{-\infty}^{\infty}f'(t)\delta(t)dt$$

$$=-\int_{-\infty}^{\infty}f'(t)\delta(t)dt=-f'(0)$$

对于延迟t_0的冲激偶δ’($t-t_0$),同样有

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t-t_0)f(t)dt=-f'(t_0)$$

冲激偶信号性质2

普通函数**f(t)**与冲激偶$\delta'(t)$ 相乘

$$f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t)$$

普通函数**f(t)**与冲激偶$\delta'(t)$相卷积

$$f(t) * \delta'(t) = \frac{d}{dt} f(t) = f'(t)$$

冲激偶信号性质3

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t)dt = 0$$

- 冲激偶信号的另一个性质是：它所包含的面积等于零。
——这是因为正、负两个冲激的面积相互抵消了。

冲激偶信号性质4

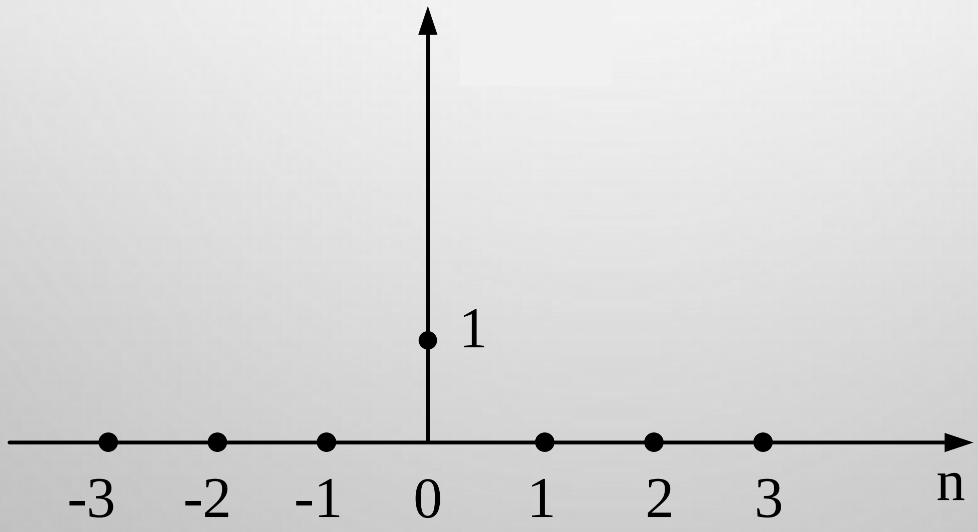
冲激偶 $\delta'(t)$ 的时间尺度变换 $\delta'(at)$

$$\delta'(at) = \frac{1}{|a|} \bullet \frac{1}{a} \delta'(t)$$

单位脉冲序列

单位脉冲序列（UNIT PULSE SIGNAL）

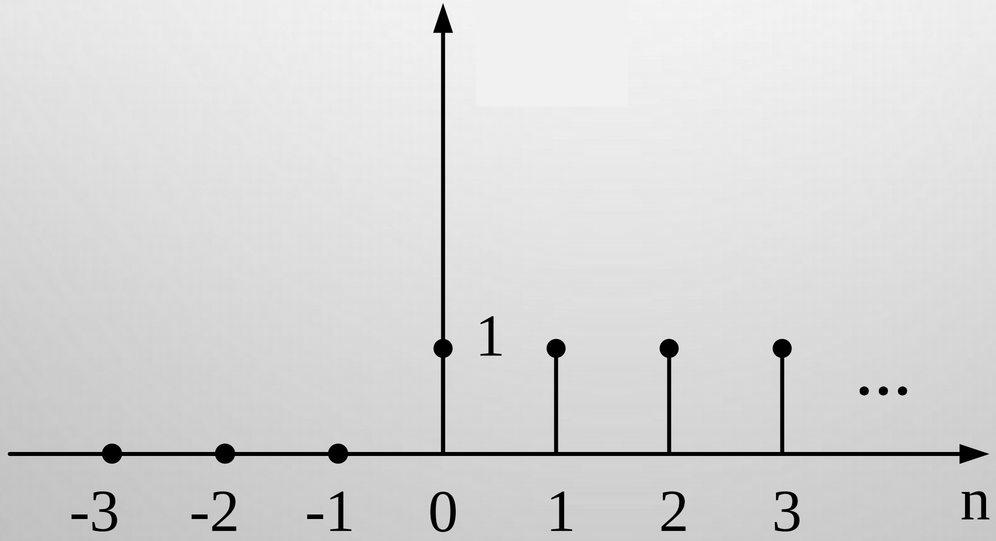
$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & (n = 0) \\ 0 & (n \neq 0) \end{cases}$$



单位阶跃序列

单位阶跃序列（UNIT STEP SEQUENCE）

$$u[n] = \begin{cases} 1 & (n \geq 0) \\ 0 & (n < 0) \end{cases}$$



脉冲序列与阶跃序列的关系

单位阶跃序列是单位采样序列的累计和

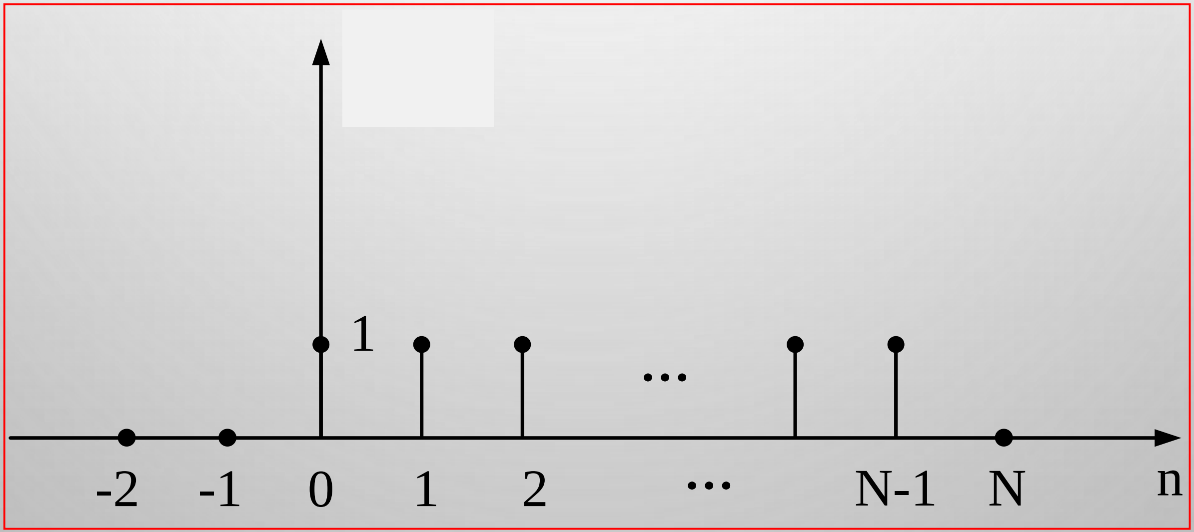
单位采样序列是单位阶跃序列的后向差分

$$\begin{cases} \delta[n] = u[n] - u[n-1] \\ u[n] = \sum_{m=0}^{+\infty} \delta[n-m] = \sum_{k=-\infty}^{n} \delta[k] \end{cases}$$

矩形窗序列

因果矩形窗函数

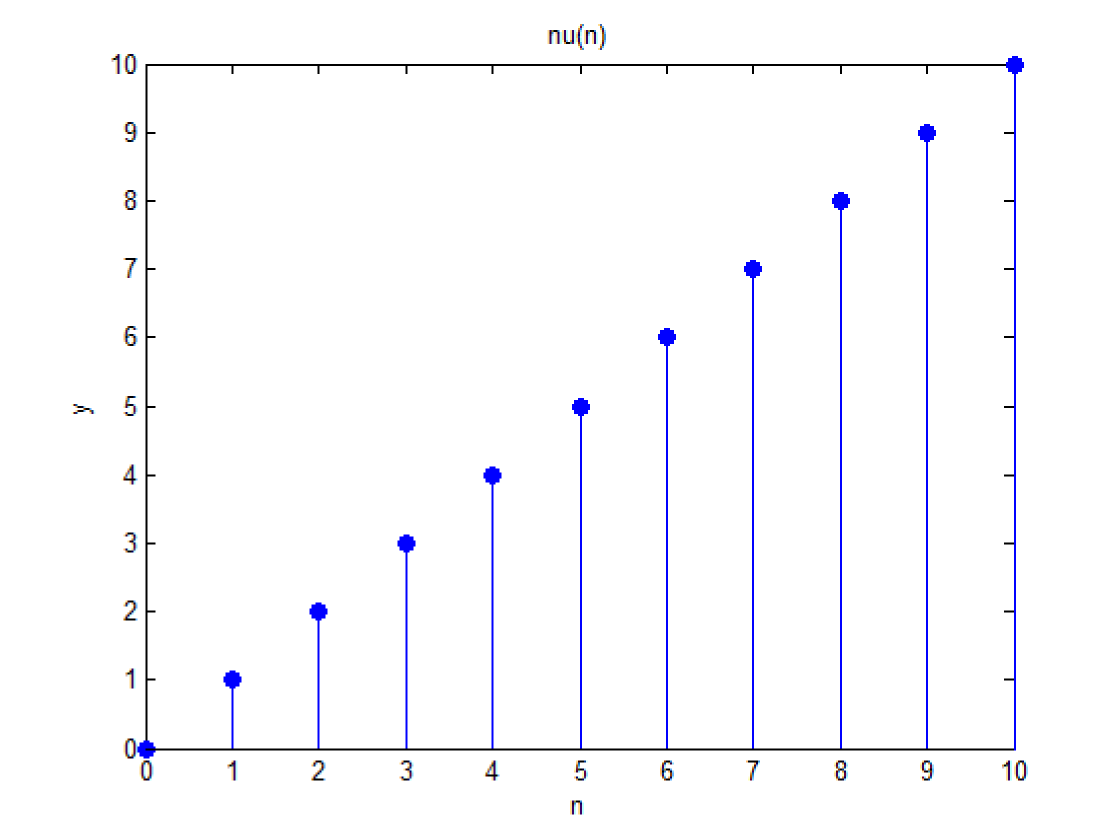
$$R_N[n]=\begin{cases}1 & (0\le n\le N-1)\\ 0 & (\text{其它})\end{cases}$$
$$=u[n]-u[n-N]=u[n]u[N-1-n]$$



斜变序列

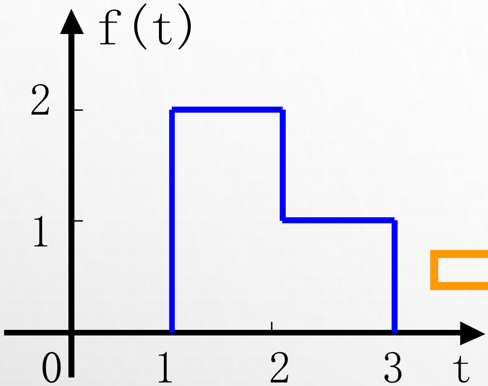
- 斜变序列

$$R[n]=nu[n]$$

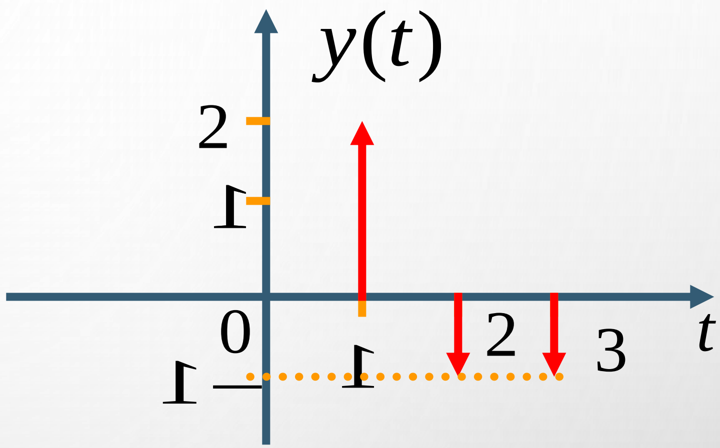


信号练习题

❖ **例** 如图所示波形f(t)，求y(t)=df(t)/dt



求导



解：$f(t)=2[u(t-1)-u(t-2)]+[u(t-2)-u(t-3)]$

$$=2u(t-1)-u(t-2)-u(t-3)$$

$$y(t)=\frac{df(t)}{dt}=2\frac{du(t-1)}{dt}-\frac{du(t-2)}{dt}-\frac{du(t-3)}{dt}$$

$$=2\delta(t-1)-\delta(t-2)-\delta(t-3)$$

❖ 例

求解$\int_{-\infty}^{\infty} f(t_0 - t)\delta(t)dt$、 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-jwt}[\delta(t)-\delta(t-t_0)]dt$

解1： $\int_{-\infty}^{\infty} f(t_0 - t)\delta(t)dt = -\int_{-\infty}^{\infty} f(t_0 - t)\delta(-t)d(-t)$

$= -\int_{\infty}^{-\infty} f(t_0 + \tau)\delta(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f(t_0 + \tau)\delta(\tau)d\tau$

$= \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t - t_0)dt = f(t_0)$

解2： $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-jwt}[\delta(t)-\delta(t-t_0)]dt$

$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jwt}\delta(t)dt - \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jwt}\delta(t-t_0)dt$

$= 1 - e^{-jwt_0}$

例

$$t\delta\left(t-1\right)$$

$$\int_{0-}^{+\infty}\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{3}\right)\delta\left(t\right)dt$$

$$\left(1-t\right)\frac{d}{dt}\left[e^{-2t}u\left(t\right)\right]$$

$$\int_{-1}^{2}\left(t^{2}+1\right)\delta\left(t-3\right)dt$$

$$\int_{0-}^{0_+}e^{-2t}\delta\left(-t\right)dt$$

$$\int_{-\infty}^{t}\left(1-x\right)\delta\left(x\right)dx$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{e}^{-t}\delta'\left(t-1\right)\mathrm{d}t$$

例

$$t\delta(t-1)=1\cdot\delta(t-1)=\delta(t-1)$$

$$\int_{0-}^{+\infty}\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{3}\right)\delta(t)dt=\int_{-\infty}^{+\infty}\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{3}\right)\delta(t)dt=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$$

$$(1-t)\frac{d}{dt}\left[e^{-2t}u(t)\right]=(1-t)\left[-2e^{-2t}u(t)+e^{-2t}\delta(t)\right]=2(t-1)e^{-2t}u(t)+\delta(t)$$

$$\int_{-1}^{2}\left(t^2+1\right)\delta(t-3)dt=0$$

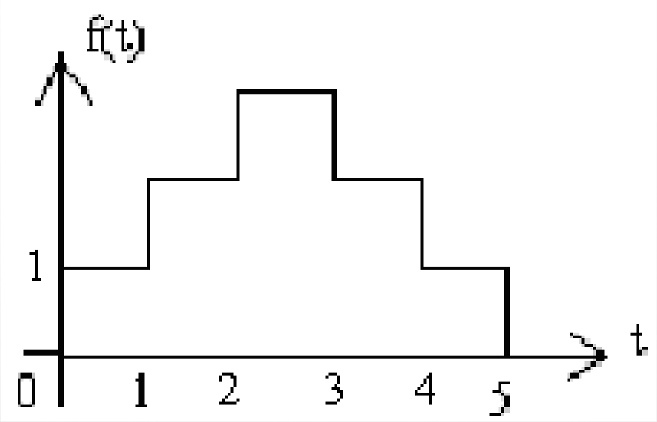
例

$$\int_{0_-}^{0_+} e^{-2t}\delta(-t)dt = \int_{0_-}^{0_+} e^{-2t}\delta(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2t}\delta(t)dt = 1$$

$$\int_{-\infty}^{t} (1-x)\delta(x)dx = \int_{-\infty}^{t} \delta(x)dx = u(t)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-t}\delta'(t-1)\,\mathrm{d}t = -\left(\mathrm{e}^{-t}\right)'\Big|_{t=1} = -\left(-\mathrm{e}^{-t}\right)\Big|_{t=1} = \mathrm{e}^{-1}$$

例：计算下列信号的一阶微分



$$f(t)=\delta(t)+\delta(t-1)+\delta(t-2)-\delta(t-3)-\delta(t-4)-\delta(t-5)$$

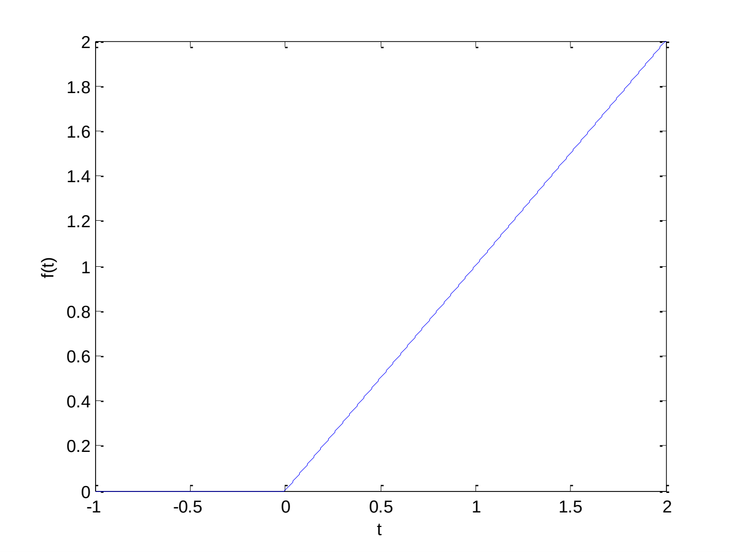
举例：计算下列信号的一阶微分

- **两类方法：**

1. 写出信号表达式，

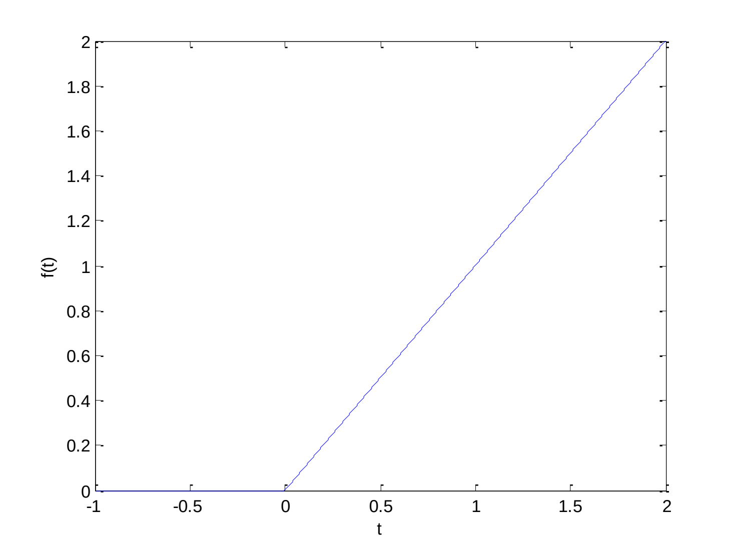
然后进行微分运算；

2. 直接对波形进行微分。



举例：计算下列信号的一阶微分

- 注意不连续点



$$f(t)=u(t)-u(t-2)+t\left[\delta(t)-\delta(t-2)\right]$$
$$=u(t)-u(t-2)-2\delta(t-2)$$

举例：简化下列式子

- 应用冲激信号与阶跃信号的性质和定义来进行化简

$$f\left(t\right)=\delta\left(2t-2\right)$$

$$f\left(t\right)=u\left(4t-2\right)$$

举例：简化下列式子

$$f(t)=\delta(2t-2)=\frac{1}{2}\delta(t-1)$$

$$f(t)=u(4t-2)=u\left(t-\frac{1}{2}\right)$$

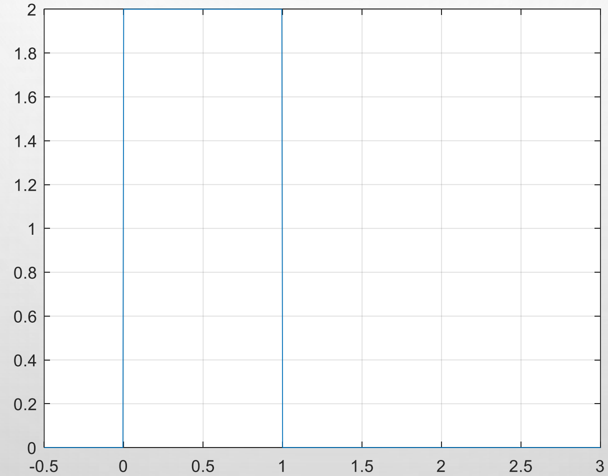
举例：简化下列式子

$$f\left(t\right)=\int_{t-t_0}^{t}\delta\left(\tau\right)d\tau$$

举例：简化下列式子

$$f(t)=\int_{t-t_0}^{t}\delta(\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau-\int_{-\infty}^{t-t_0}\delta(\tau)d\tau$$

$$=u(t)-u(t-t_0)$$



当$t_0=2$时：$f(t)=u(t)-u(t-2)$