

Contents

1 复变函数的复习	1
1.1 共轭运算的公式	1
1.2 其他	1
1.2.1 一个实数的共轭是她本身 (用于证明)	1
1.2.2 实系数多项式的根共轭存在	1
1.3 复数模长的不等式	1

1 复变函数的复习

1.1 共轭运算的公式

$$\begin{aligned}\overline{z_1 \pm z_2} &= \overline{z_1} + \overline{z_2} \\ \overline{z_1 \cdot z_2} &= \overline{z_1} \cdot \overline{z_2} \\ \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} &= \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}} \\ z\overline{z} &= Re(z)^2 + Im(z)^2 = |z|^2\end{aligned}$$

1.2 其他

1.2.1 一个实数的共轭是她本身 (用于证明)

1.2.2 实系数多项式的根共轭存在

假设 z_0 是 n 次多项式

$$P(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \dots + a_{n-1} z + a_n$$

的根, 其中各个系数 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 都是实数, 由共轭复数的性质有:

$$\begin{aligned}P(\overline{z_0}) &= (\overline{z_0})^n + a_1 (\overline{z_0})^{n-1} + \dots + a_{n-1} \overline{z_0} + a_n \\ &= (\overline{z_0})^n + \overline{a_1} (\overline{z_0})^{n-1} + \dots + \overline{a_{n-1}} \overline{z_0} + \overline{a_n} \\ &= \overline{(z_0)^n + a_1 (z_0)^{n-1} + a_2 (z_0)^{n-2} + \dots + a_{n-1} z_0 + a_n} = \overline{P(z_0)} = 0\end{aligned}\tag{1}$$

1.3 复数模长的不等式

$$\begin{cases} |Re(z)| \\ |Im(z)| \end{cases} \leq |z| \leq |Re(z)| + |Im(z)| \\ \begin{aligned} &||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 \pm z_2| \leq |z_1| + |z_2| \\ &||z_1| + |z_2| + \dots + |z_n|| \leq |z_1| + |z_2| + \dots + |z_n| \end{aligned}$$