Contents

1 复变函数的复习

1.1 共轭运算的公式

$$\overline{z_1 \pm z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$$
$$\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$$
$$\overline{(\frac{z_1}{z_2})} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$$
$$z\overline{z} = Re(z)^2 + Im(z)^2 = |z|^2$$

1.2 其他

1.2.1 一个实数的共轭是她本身 (用于证明)

1.2.2 实系数多项式的根共轭存在

假设 z_0 是 n 次多项式

$$P(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + ... + a_{n-1} z + a_n$$

的根, 其中各个系数 a_1 ,a_2 ,a_3 ...a_n 都是实数, 由共轭复数的性质有:

$$\begin{aligned} P(\overline{z_0}) &= (\overline{z_0})^n + a_1(\overline{z_1})^{n-1} + ... + a_{n-1}\overline{z_0} + a_n \\ &= (\overline{z_0})^n + \overline{a_1}(\overline{z_1})^{n-1} + ... + \overline{a_{n-1}z_0} + \overline{a_n} \\ &= \overline{(z_0)^n + a_1(z_0)^{n-1} + a_2(z_0)^{n-2} + ... + a_{n-1}z_0 + a_n} \quad = \overline{P(z_0)} = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

1.3 复数模长的不等式

$\begin{cases} |Re(z)| \\ |Im(z)| \end{cases} \le |z| \le |Re(z)|+|Im(z)|$

$\backslash |z_1|-|z_2|| \le |z_1 \pm z_2| \le |z_1| + |z_2|$

$\backslash | z_1 + z_2 + ... + z_n| \le |z_1| + |z_2| + ... + |z_n|$