

# FUBIAN 04

MKQ

September 12, 2019

## Contents

<b>1 上节课</b>	<b>1</b>
1.1 基本性质	1
1.1.1 $\sin z \cos z \sinh z \cosh$ 的周期	1
1.1.2 这些函数在复平面的零点	1
1.1.3 所有三角双曲恒等式在复平面上都成立	2
1.1.4 这些函数在复平面上是无界的	2
1.2 对数函数	2
1.2.1 栗子	2

## 1 上节课

将三角函数,  $e^x$  之类的推广到了复平面, 还有  $\sinh, \cosh$

### 1.1 基本性质

#### 1.1.1 $\sin z \cos z \sinh z \cosh$ 的周期

- $\sin z \cos z: 2\pi$
- $\sinh z \cosh z: 2\pi i$

#### 1.1.2 这些函数在复平面的零点

- $\sin z: n\pi$  (实数轴上的)

$$e^{iz} = e^{-iz} \rightarrow e^{iz} = + / - 1$$

$$e^{-y} = 1( ) e^{ix} = + / - 1$$

- $\cos z: (n+1/2)\pi$

- $\sinh z: n\pi i$
- $\cosh z: (n+1/2\pi)i$

### 1.1.3 所有三角双曲恒等式在复平面上都成立

### 1.1.4 这些函数在复平面上是无界的

1. 例题  $\cos z$  的实部虚部还有模长

$$z = x + iy, \cos z = \frac{e^{i(x+iy)} + e^{-i(x+iy)}}{2}$$

然后依次展开

$$\cos x \frac{e^y + e^{-y}}{2} + \sin x \frac{e^y - e^{-y}}{2} i$$

## 1.2 对数函数

$$e^w = z \neq 0 \rightarrow w = \operatorname{Ln} z$$

$$e^w = z = |z|e^{i\operatorname{Arg} z}$$

$$\operatorname{Ln} z = \ln|z| + i\operatorname{Arg} z$$

$$\ln z = \ln|z| + i\operatorname{arg} z$$

### 1.2.1 栗子