Contents

1 导数和 XX 函数

- w=f(z) 在 z 的邻域 U 里有定义,z+Δ z ∈ U

如果极限

$$lim_{\Delta z->0}\frac{f(z+\Delta z)-f(z)}{\Delta z}$$

存在. 就是可导.

1.1 连续

1.2 可微

如果 f(z) 在区域 D 中每点都可微, 那 f(z) 在 D 上解析如果在 z_0 的某个邻域 U 上可微, 那么 f(z) 在这一点是解析的 (必须要有一个邻域, 而不是单点) 如果在 z_0 不是解析的, 那么 z_0 是奇点在区域上点点可微就是区域解析

1.3 复解析函数求导法则

和实变量函数完全相同

2 柯西-黎曼方程 (C-R function)

2.1 定义

f(z)=u(x,y)+iv(x,y) 在 z=x+iy 可微, 等价于

- u,v 在 (x,y) 二元可微
- u,v 满足 C-R 方程

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

2.2 性质

如果满足了 C-R 方程, 那么 u,v 都是调和函数

$$\frac{\partial^2 u}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 v}{\partial^2 y}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y}$$

3 初等函数

3.1 指数函数

$$e^z$$

就是复的指数函数它的微分还是它自己

3.1.1 指数函数的性质

- 它的模长是 e^{x} 所以说在任何地方都不会为零
- z 趋于无穷时, 极限不存在
- 相乘就是指数相加
- e^{z} 的周期是 2π i

3.2 三角, 双曲函数

cos z , tan z , cot z ...

3.2.1 性质

- cos sin cosh sinh 在 C 上都是解析的 tan cot tanh coth 在分母不为零时解析, 求导性质之类的和实数下相同