Contents

1 复数的极限还有无穷远点 **1**

1.1 复数球面 1

2 平面点集 **2**

2.1 点分类 2

2.2 点集分类 2

3 区域 **2**

3.1 区域 D: 2

3.2 曲线 3

3.3 联通集 3

4 复变量函数 **3**

4.1 一一对应 3

1 复数的极限还有无穷远点

- 定义: 趋于某个值

$$\lim \|z_n - z_0\| = 0$$

那么

$$\lim \|x_n - x_0\| = 0, \lim \|y_n - y_0\| = 0$$

也有

$$\lim x_n = x_0, \lim x_n = y_0, \lim z_n = z_0$$

- 定义: 趋于无穷

for all M >0 ,exist N ,so that n>N \|$\mathrm{z_n}$\| > M 那么

$$\lim z_n = \infty$$

1.1 复数球面

复平面上顶个球 S 点在复平面原点上, 球的 N 极向平面上一个点连线, 与球面相交于点, 这么两个点之间最短弧长就是这两个复数之间的弦距, 这个点叫做复数的球体投影, 这相当于定义了一个球面上点到平面上点的映射, 但是北极点没有呀, 这可怎么办, 北极点其实对应的是无穷远点 ∞

- 球极映射定义了一个

$$\bar{C} = C \cup \infty$$

- 无穷远点的实部虚部都是没有意义的, 但是模长还是有意义的
$$\|\infty\| = +\infty$$
- $$a \neq 0, a =, \frac{a}{0} = \infty$$
- $$a \neq \infty, a \pm \infty = \infty, \frac{a}{\infty} = 0, \frac{\infty}{a} = 0$$

2 平面点集

2.1 点分类

$$\{z | \|z - z_0\| < \rho\}$$

是 z 的 ρ 邻域, 考虑平面内一点集合

- 内点: 如果存在一个 $\rho > 0$ 使得 z_0 的 E , 那么 z 是 E 的内点
- 外点:…………………………… 全部在 E 之外, 那么 z 是 E 的外点
- 边界点: 不是内点也不是外点

2.2 点集分类

- 开集: 所有的点都是内点
- 边界:∂ E 所有边界点的集合
- 闭集:∂ E $\in$ E
- 有界集
- 无界集

3 区域

3.1 区域 D:

- 必须是开集
- 必须是连通集, 任何两点都可以通过一条线连起来
- $=$ \D $\cup$ ∂ D\ 是闭区域

3.2 曲线

$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$ z(t)=x(t)+iy(t)

- 若当曲线
- 若当闭曲线: 将平面分成一个有界区域一个无界区域

3.3 联通集

- 单联通: 没有洞
- 多联通: 有洞, 洞可以是一个点

4 复变量函数

- 定义:E 是复平面内的点集 z $\in$ E $\to$ z $\in$ C

所以 E 上定义了一个复单值函数

$$w = f(z), z \in E$$

(如果有多个 w 与之对应, 那么 f 是多值函数, 比如说开 n 次方, 或者 z)

- 如果没有特别声明, 主要考虑单值函数
-

$$w_0 = f(z_0)$$

那么,$\mathrm{w}_{0\text{ 是 z0 的像,z0 是 w0 的原像}}$

4.1 一一对应

w=f(z) 是个单值函数, 如果 $\mathrm{z}_{1,z2} \in$ E,$\mathrm{z}_1 \neq \mathrm{z}_2$ 导致 $\mathrm{w}_1 \neq \mathrm{w}_{2,\text{ 那么就说 f 是 E 中的一一映射}}$