

fubianhanshu 06

MKQ

September 19, 2019

Contents

1 柯西积分公式	1
1.1 定理	1
1.2 证明	1
2 解析函数的导数	2
2.1 定理	2

1 柯西积分公式

1.1 定理

设函数 $f(z)$ 在闭路 C 及其围成的区域是解析的, 那么对于任意的 z in D 都有

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(\psi)}{\psi - z} dz$$

1.2 证明

$\forall z$ in D 有 z 的邻域 $|\psi - z| < \epsilon$ 要求邻域全部在 D 上, 那么

$$\int_C \frac{f(\psi)}{\psi - z} d\psi = \int_T \frac{f(\psi)}{\psi - z} d\psi$$

T 是那个充分小邻域的边界已知

$$\int_C \frac{f(z)}{\psi - z} d\psi = 2\pi i f(z)$$

再根据长大不等式, 这个和上面那个差一个无穷小量

2 解析函数的导数

2.1 定理

条件同上一个定理那么 $f(z)$ 任意阶可导, 还可微

$$f^{(n)}(z) = \frac{n!}{2\pi i} \int_C \frac{f(\psi)}{(\psi - z)^{n+1}} d\psi$$