FINNER UTTRYKK FOR DEN DERIVERTE

Taylor rekke $$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} f^{(n)}(a) \frac{(x-a)^n}{n!}$$

begrenset til de to første elementene:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

evaluere i to punkter like nærme x_0

$$\text{I} \quad f(x_0+h) = f(x_0) + f'(x_0)(x_0+h - x_0)$$

$$\text{II} \quad f(x_0-h) = f(x_0) + f'(x_0)(x_0-h - x_0)$$

trekker I fra II

$$f(x_0+h) - f(x_0-h) = f'(x_0)\left(h - (x_0 - h - x_0)\right)$$

$$f'(x_0) = \frac{\left(f(x_0+h) - f(x_0-h)\right)}{2h}$$

Dette er nå ett uttrykk for den deriverte av f i x_0. kjent som "sentral derivasjon".

Samme fremgangsmåte kan brukes for å få ett uttrykk for den andre deriverte:

$$f^2(x_0) = \frac{1}{h^2}\left(f(x_0+h) - 2f(x_0) + f(x_0-h)\right)$$

VARMELIKNINGEN

$$(\rho c) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = K \; \Delta T,$$

$$[K] = \frac{(m m)^2}{s}$$

hvor $T(t, \underbrace{x, y}_{\text{to romlige koordinater}})$

$$\frac{\partial T}{\partial t} \cdot \partial t = \partial t \cdot k \cdot \Delta T$$

$$\partial T = \partial t \cdot k \cdot \Delta T$$

$$\partial T = \partial t \cdot k \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$

$$T_{ny} = T_{gammel} + \partial T$$

$$T_{ny} = \partial t \cdot k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + T_{gammel}$$

For at løsningen skal være numerisk stabil må tidssteget dt være tilstrekkelig lite, slik at løsningen ikke divergerer.

$$dt = \min\left(\frac{dx^2}{4k}, \frac{dy^2}{4k} \right)$$

oppfyller stabilitetskriteriet fra Von Neumann-stabilitetsanalysen for 2D varmeledningslikningen.[1]

1: https://en.wikipedia.org/wiki/FTCS_scheme