University Mohammed VI
Polytechnic (UM6P)
College of computing

Année: 2023-2024

TP1: Newton avec région de confiance – Cas unidimensionnel

Dans ce travail pratique, on vous demande d'implémenter sur `Scilab` l'algorithme de Newton avec région de confiance (`TR_Nwt`) pour le cas unidimensionnel (voir le pseudo code ci-dessous) et l'appliquer sur des problèmes d'optimisation où la fonction réelle est au moins deux fois dérivable.
Mais avant toute démarche, Assurez-vous que le `"toolbox"` **diffcode** est installé !!!
Vous allez trouver un script `"Fcts_et_Drvs.sci"` qui fournit les dérivées des fonctions en utilisant le `"toolbox"` **diffcode**. Je vous donne également le script `"TR_Nwt.sci"`. Il suffit de le compléter par le code de l'algorithme de Newton avec région de confiance. Essayez d'afficher à chaque itération les valeurs de x^k, $f'(x^k)$, Δ_k, ared, pred pour les confronter aux résultats de la table suivante:

Iter	x	$\lvert f'(x)\rvert$	Δ	pred	ared
0	2.0	0.0828402	1		
1	1.0	0.25	2.	-0.142467	-0.1730769
2	1.0	0.25	1.	-0.25	$+0.1875$
3	1.0	0.25	0.5	-0.1875	$+0.05$
4	0.5	0.0946746	0.5	-0.109375	-0.0576923
5	0.6065574	0.0064028	1.	-0.0050441	-0.0047867
6	0.5999982	0.0000017	2.	-0.0000210	-0.0000210
7	0.6	0.0	4.	-1.517×10^{-12}	-1.517×10^{-12}

Table 1: Itérations de `Newton avec région de confiance` sur $1 - \frac{1}{5x^2-6x+5}$

Après avoir compléter le script `"TR_Nwt.sci"`, vous exécutez le fichier `"TestTP1.sce"` qui affiche la fonction et son approximation quadratique (polynôme de Taylor), fournie avec la fonction : $1 - 1/(5x^2 - 6x + 5)$.
Si cette étape est réussie, vous pourrez le confronter aux résultats de la commande `"optim"` du scilab.
Les scripts pour démarrer ce TP : `"Fct_Exemple.sci"`,`"Fcts_et_Drvs.sci"`, `"TR_Nwt.sci"`, `"TestTP1.sce"`.

Algorithme 1 : `Newton avec région de confiance`

$\boxed{\texttt{TR\_Nwt}(x, \Delta, \epsilon, f)}$
  { `Données:` x; }
  { `un critère d'arrêt:` ϵ; }
  { `une fonction deux fois différentiable:` f; }
  { `une taille initiale de la région de confiance:` Δ.}
  $\{q(d) = f(x) + f'(x).d + \frac{1}{2} f''(x).d^2.\}$
  répéter
    si $(q(\Delta) < q(-\Delta))$ **alors** $d_R \leftarrow \Delta$
    sinon $d_R \leftarrow -\Delta$
    $d_N \leftarrow -f'(x)/f''(x)$
    si $(|d_N| < \Delta \wedge q(d_R) > q(d_N))$ **alors** $d_R \leftarrow d_N$
    $ared \leftarrow f(x) - f(x + d_R)$
    $pred \leftarrow q(0) - q(d_R)$
    $r \leftarrow \frac{ared}{pred}$
    si $(r < 0.25)$ **alors** $\Delta \leftarrow \Delta/2$
    sinon
      $x \leftarrow x + d_R$
    si $(r > 0.75)$ **alors** $\Delta \leftarrow 2 * \Delta$
  jusqu'à $(|f'(x)| < \epsilon)$
  `Résultat` $\leftarrow x$