

# Grundgesetze der Optik



Willebrord Snel van Royen (Snellius)  
1580-1626 (Bild: Haasbroek, Neth. Geod. Comm., 1968)

Optik, Strahlung, Fernerkundung  
Sommersemester 2019  
Stefan Bühler  
Meteorologisches Institut  
Universität Hamburg



Christiaan Huygens 1629-1695  
(Bild: Université de Nantes)



Augustin Fresnel 1788-1827  
(Bild: Université de Nantes)

# Übersicht – alle Kapitel

Einleitung

1. Orbits und Satelliten
2. Elektromagnetische Wellen
3. Grundgesetze der Optik
4. Natürliche Oberflächen
5. Thermische Strahlung
6. Strahlungstransfergleichung
7. Streuung

Prüfungsvorbereitung

Prüfung

# Quellen

- ▶ Heute viel Wikipedia (bei diesem Thema meines Erachtens verlässlich)
- ▶ Gertsen Kneser Vogel
- ▶ Bohren & Clothiaux
- ▶ Petty

# Anonymer Fragebogen

- ▶ In einem Satz: Was ist Brechung?
- ▶ In einem Satz: Was ist Beugung?
- ▶ Brechung auf Englisch?
- ▶ Beugung auf Englisch?

# Anonymer Fragebogen

In einem Satz: Was ist Brechung?

Änderung der Ausbreitungsrichtung einer Welle aufgrund einer räumlichen Änderung ihrer Ausbreitungsgeschwindigkeit (Def. Wikipedia) 

In einem Satz: Was ist Beugung?

Ablenkung von Wellen an einem Hindernis. (Def. Wikipedia) 

Brechung auf Englisch?

Refraction 

Beugung auf Englisch?

Diffraction 

Beides lässt sich durch Wellennatur des Lichts erklären

# Übersicht

- ▶ Strahlenoptik
- ▶ Wellenoptik
- ▶ Anwendung 1: Luftspiegelungen
- ▶ Mehr zu Reflektion und Transmission
- ▶ Beugung
- ▶ Anwendung 2: Irisierende Wolken
- ▶ Beugungslimit
- ▶ Zusammenfassung

In diesem Kapitel geht es hauptsächlich um  $\text{Re}(n)$ , der Imaginärteil kommt kaum vor.

# Übersicht

**Strahlenoptik**

Wellenoptik

Anwendung 1: Luftspiegelungen

Mehr zu Reflektion und Transmission

Beugung

Anwendung 2: Irisierende Wolken

Beugungslimit

Zusammenfassung

# Strahlenoptik (geometrische Optik)

Man stellt sich das Licht (die Strahlung) als sich geradlinig ausbreitende Strahlen vor.

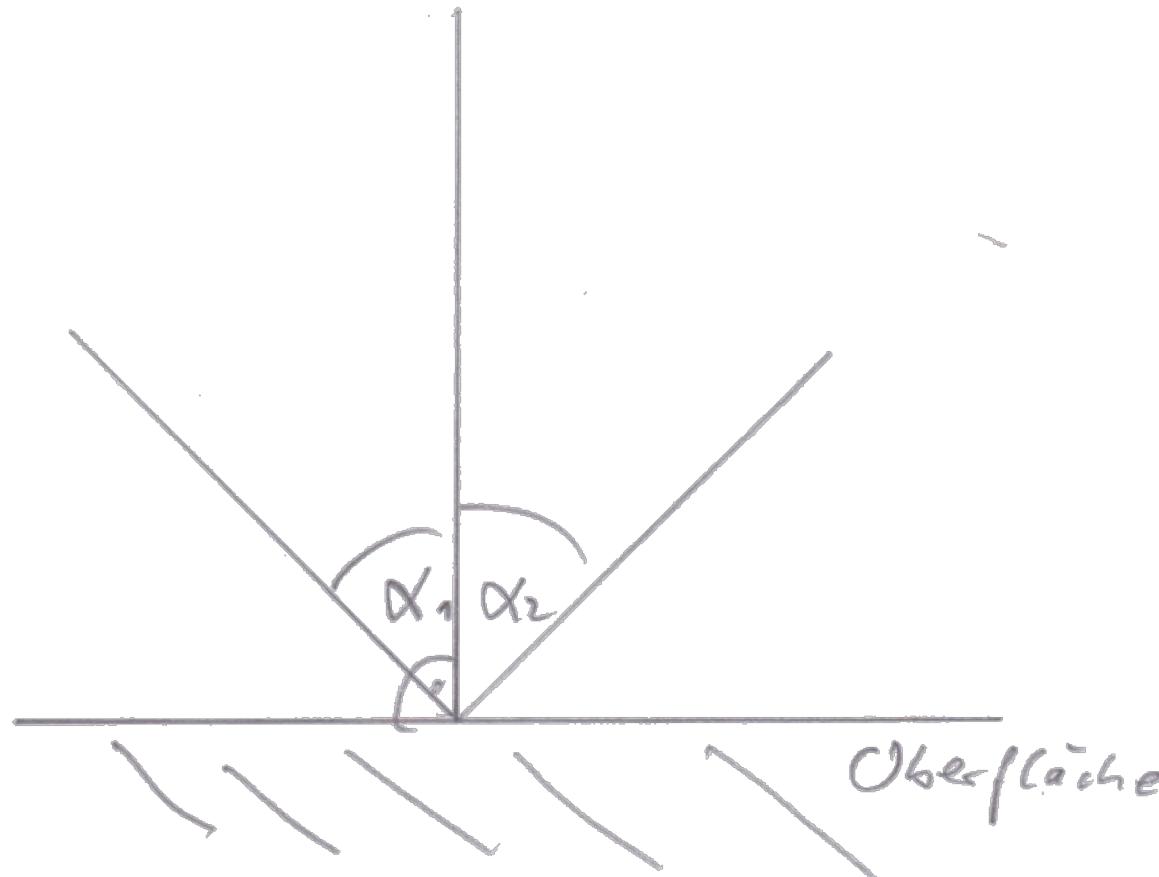
Axiome (Wikipedia):

1. In homogenem Material sind die Lichtstrahlen gerade.
2. An der Grenze zwischen zwei homogenen isotropen Materialien wird das Licht im Allgemeinen nach dem Reflexionsgesetz reflektiert und nach dem Brechungsgesetz gebrochen.
3. Der Strahlengang ist umkehrbar, die Lichtrichtung auf einem Lichtstrahl ist belanglos.
4. Die Lichtstrahlen durchkreuzen einander, ohne sich gegenseitig zu beeinflussen.



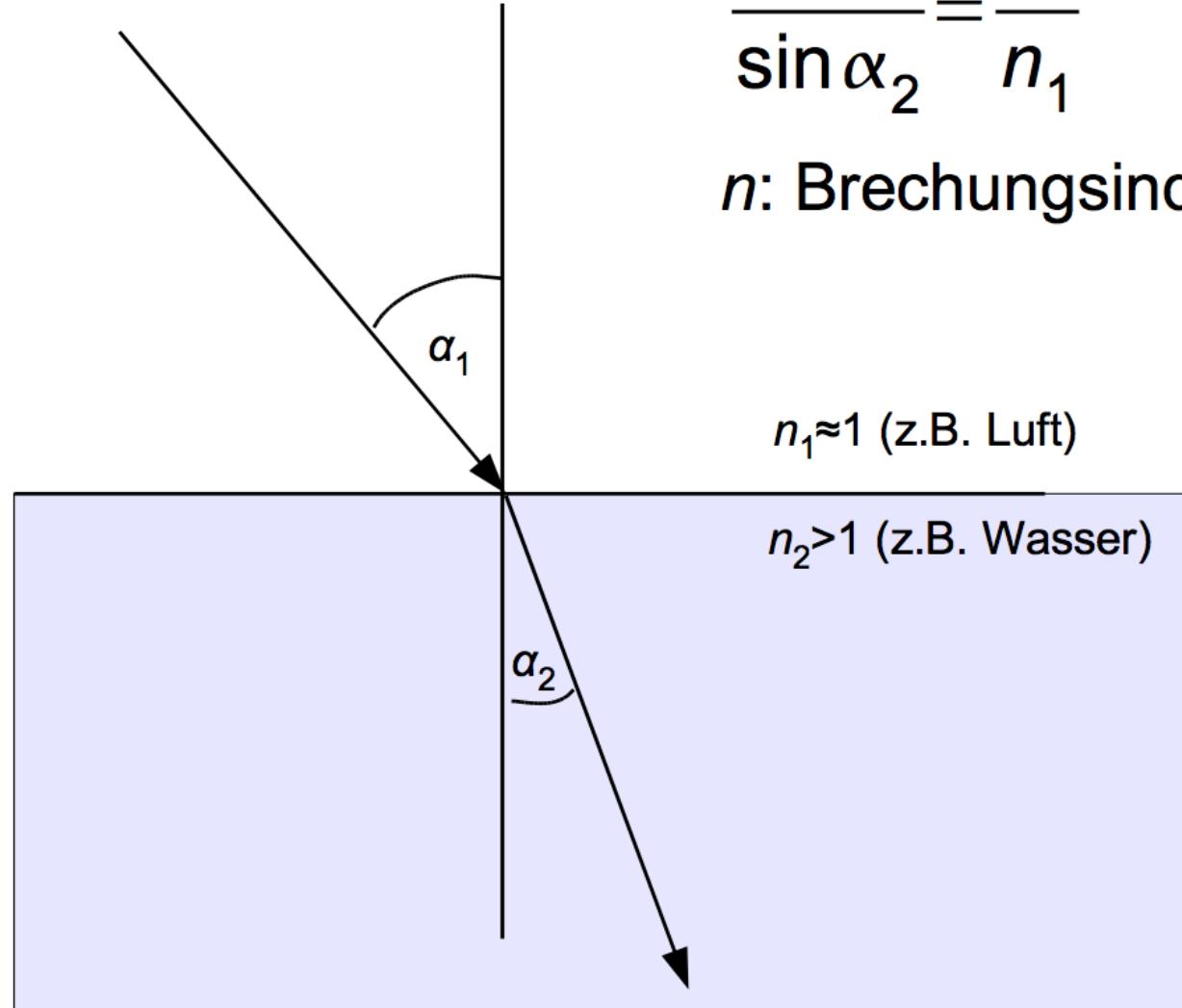
# Reflektionsgesetz

► Einfallsinkel = Ausfallsinkel



# Brechungsgesetz (Gesetz von Snellius)

T

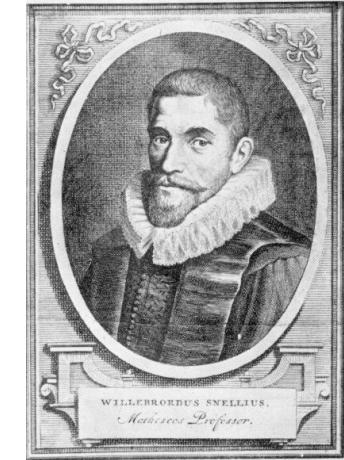


$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$n$ : Brechungsindex

$n_1 \approx 1$  (z.B. Luft)

$n_2 > 1$  (z.B. Wasser)



Willebrord Snel van Royen (Snellius)  
1580-1626

Bild: Haasbroek,  
Neth. Geod.  
Comm., 1968



Bild: [www.robinwood.com](http://www.robinwood.com)

Stefan Bühler



Grundgesetze der Optik

Bild: Cranbrook School 11

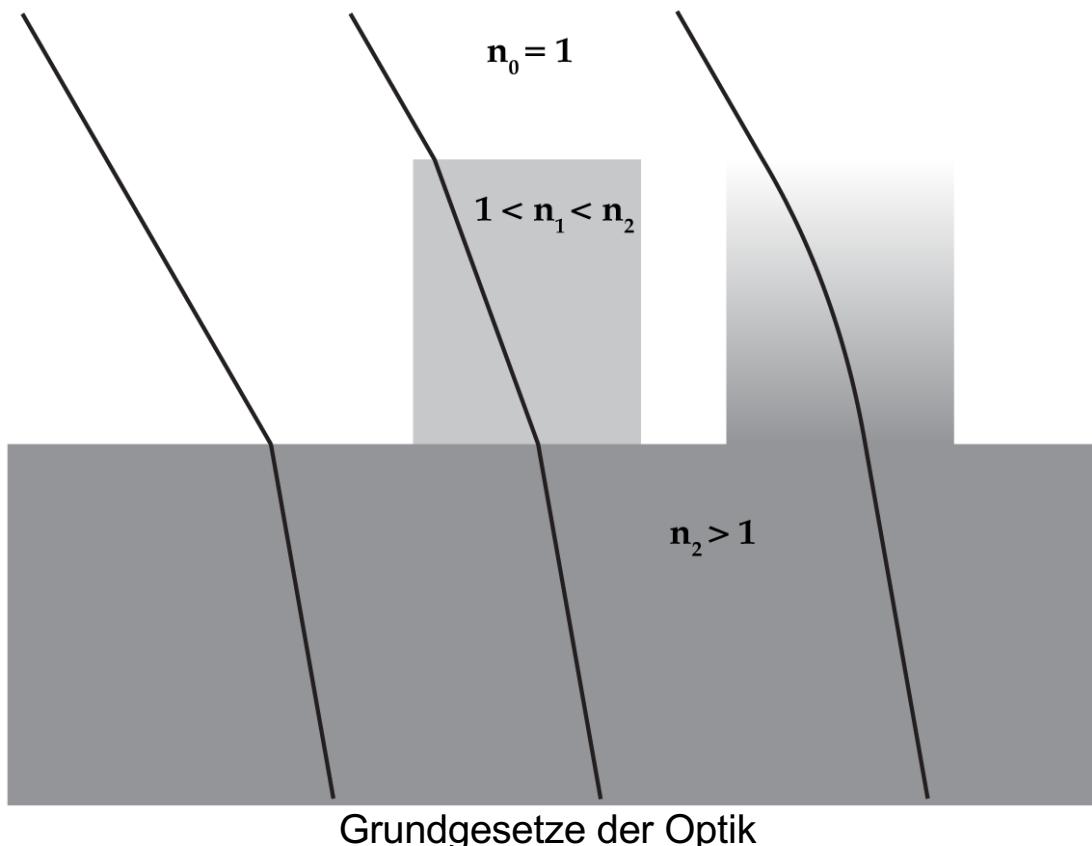
# Eine andere Sichtweise auf Snellius

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 = n_i \sin \alpha_i$$

Oder:  $n_i \sin \alpha_i = \text{const}$

$n \sin(\alpha)$  ist eine  
Erhaltungsgröße  
Vorgeschichte für Winkel  
nicht wichtig



# Geometrischer Strahlenweg in sphärischer Geometrie

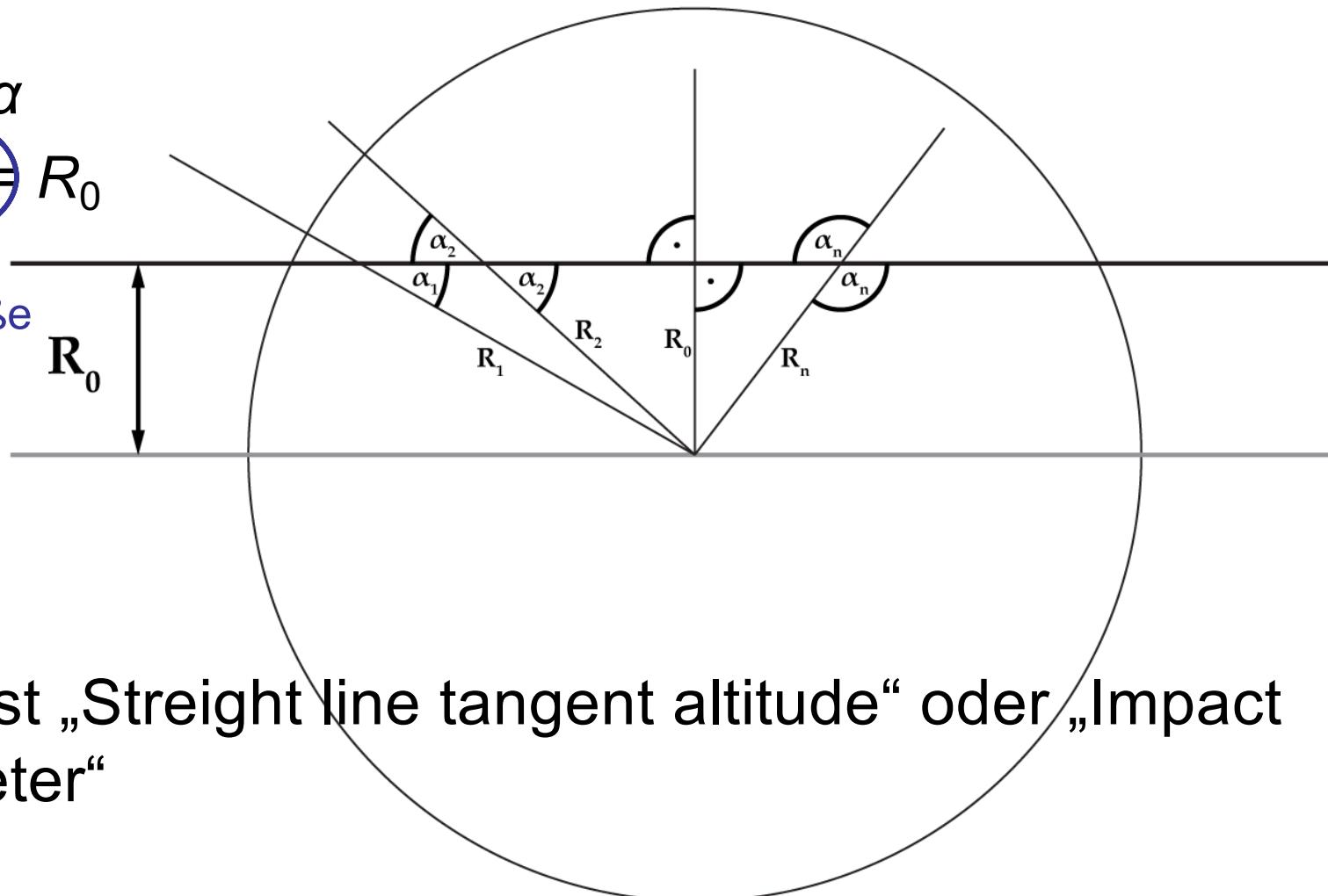
- Wichtig für die Atmosphäre (Anwendung: Limb-Sounding, Radio-Occultation):

T

$$R_0/R = \sin \alpha$$

$$\rightarrow R \sin \alpha = R_0$$

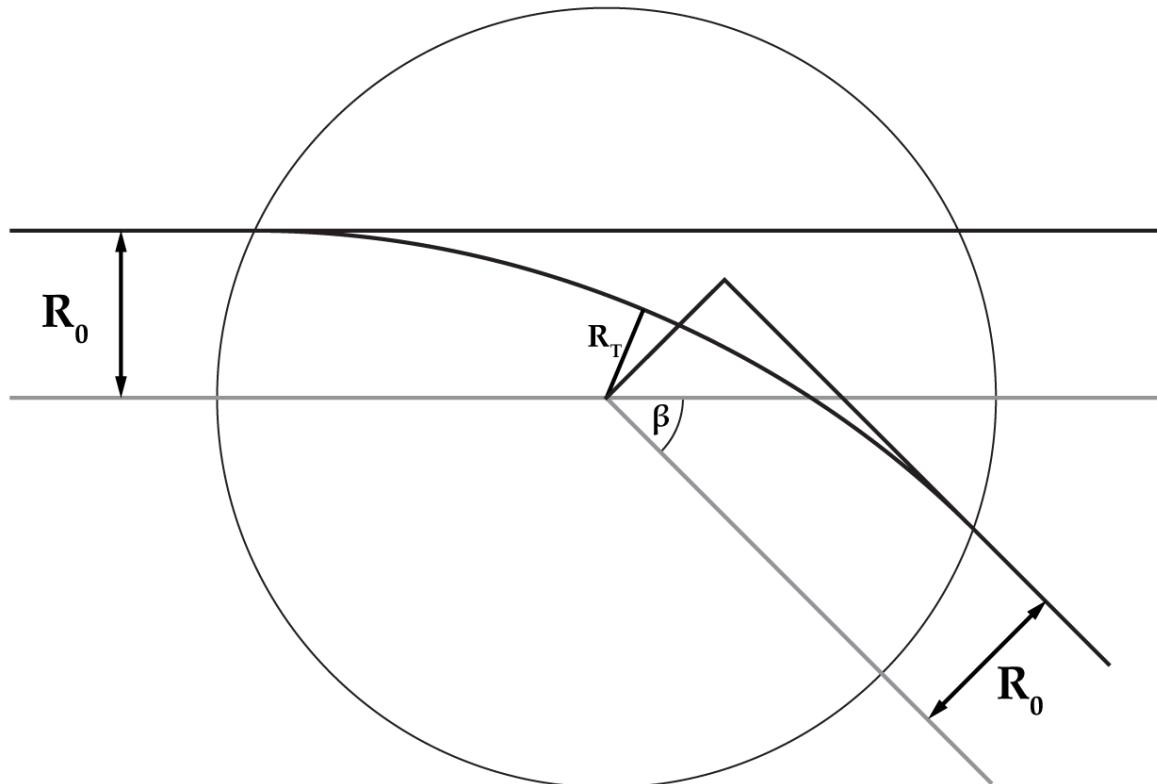
Erhaltungsgröße



- $R_0$  heißt „Straight line tangent altitude“ oder „Impact Parameter“

# Snellius in sphärischer Geometrie

- ▶ Plan paralleler Snellius:  $n \sin \alpha = \text{const}$
- ▶ Pure sphärische Geometrie:  $R \sin \alpha = R_0$
- ▶ Beides zusammen:  $R n \sin \alpha = R_0$



## Grenzfälle

(T)

$n=1$ : reine Geometrie

$\alpha=90^\circ$  :  $R = R_T = R_0/n$

Was bedeutet das?

Der Winkel zum Lot ist in sphärischer Geometrie nicht erhalten, daher funktioniert der normale Snell nicht.

- ▶ Der Winkel beta heisst „Bending Angle“. Er wird bei GPS Occultation (GRAS auf Metop) gemessen.

# Satellit des Tages

- ▶ Heute: Das GRAS Instrument auf MetOp.  
(Anderer Slide File.)

# Linsen

- ▶ Nutzen gekrümmte Oberflächen um Strahlung zu fokussieren
- ▶ Um paralleles Licht auf einen Punkt zu fokussieren, kann man eine Hyperbelförmige Linse verwenden.

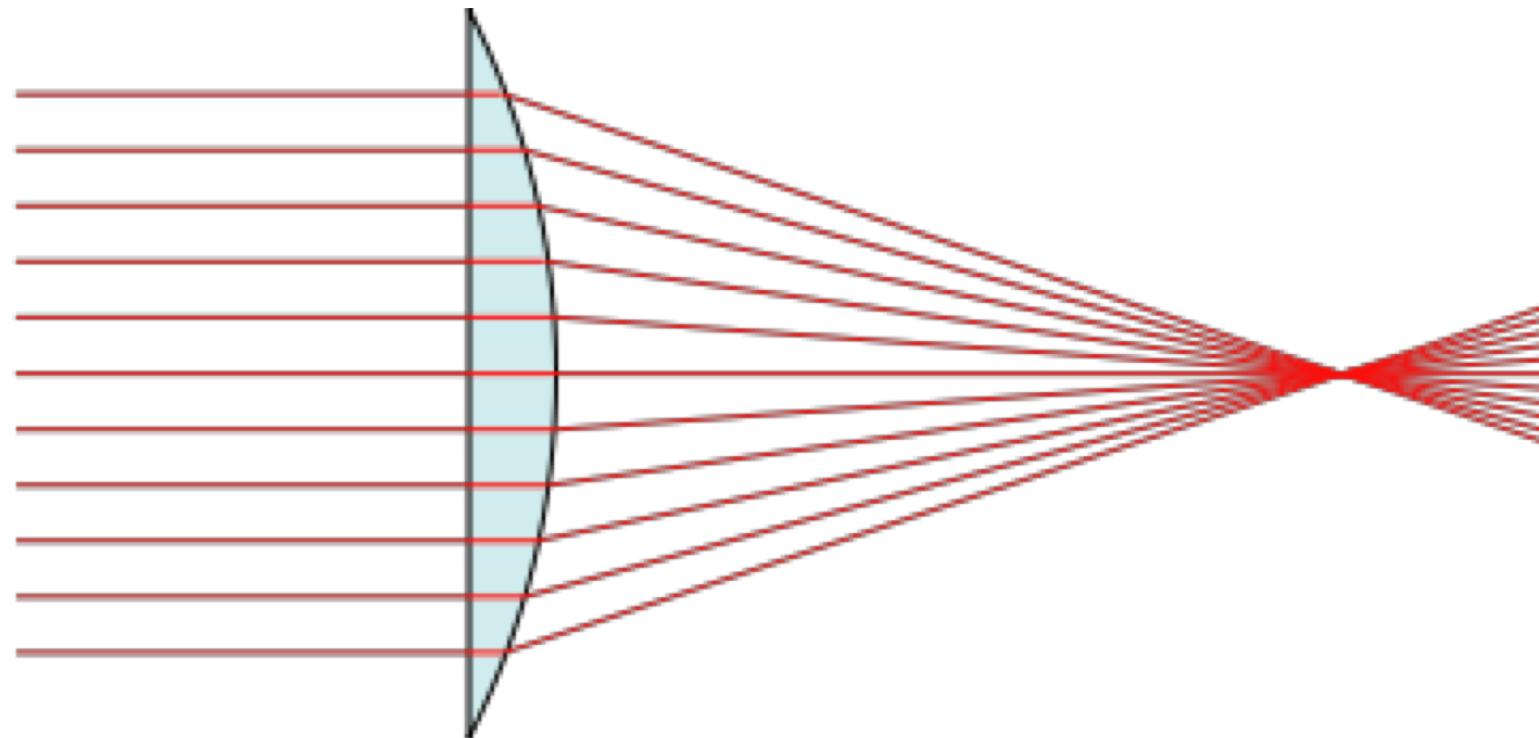


Bild: Wikipedia

# Voraussetzung für starke Linse

- ▶ Was braucht man für eine starke Linse (kurze Brennweite)?
- ② ▶ Starke Krümmung (→ Dickes Material, oder Fresnel-Linse)
  - ▶ Hoher Brechungsindex

# Fresnel Linse



# Übersicht

- ▶ Strahlenoptik
- ▶ **Wellenoptik**
- ▶ Anwendung 1: Luftspiegelungen
- ▶ Mehr zu Reflektion und Transmission
- ▶ Beugung
- ▶ Anwendung 2: Irisierende Wolken
- ▶ Beugungslimit
- ▶ Zusammenfassung

# Wikipedia on Huygens and Fresnel

„In **1678**, **Huygens** proposed that every point which a luminous disturbance reaches becomes a source of a spherical wave; the sum of these secondary waves determines the form of the wave at any subsequent time. He assumed that the secondary waves travelled only in the "forward" direction and it is not explained in the theory why this is the case. He was able to provide a qualitative explanation of linear and spherical wave propagation, and to derive the laws of reflection and refraction using this principle, but could not explain the deviations from rectilinear propagation that occur when light encounters edges, apertures and screens, commonly known as diffraction effects.

In **1816**, **Fresnel** showed that Huygens' principle, together with his own principle of interference could explain both the rectilinear propagation of light and also diffraction effects. To obtain agreement with experimental results, he had to include additional arbitrary assumptions about the phase and amplitude of the secondary waves, and also an obliquity factor. These assumptions have no obvious physical foundation but led to predictions that agreed with many experimental observations, including the Arago spot.

[...]

**Kirchhoff's diffraction** formula provides a rigorous mathematical foundation for diffraction, based on the wave equation. The arbitrary assumptions made by Fresnel to arrive at the Huygens–Fresnel equation emerge automatically from the mathematics in this derivation.“

→ Sowohl Brechung als auch Beugung lassen sich als Grenzfälle einer allgemeinen mathematischen Theorie zur Lösung der Wellengleichung verstehen.

# Wellenfront

- ▶ Eine Fläche aller Orte, wo die Welle die gleiche Phase hat. (Z.B. Wo ist das E-Feld gerade maximal?)
- ▶ Für ebene Wellen sind die Wellenfronten Ebenen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung
- ▶ Für Kugelwellen sind es Kugeln, etc..

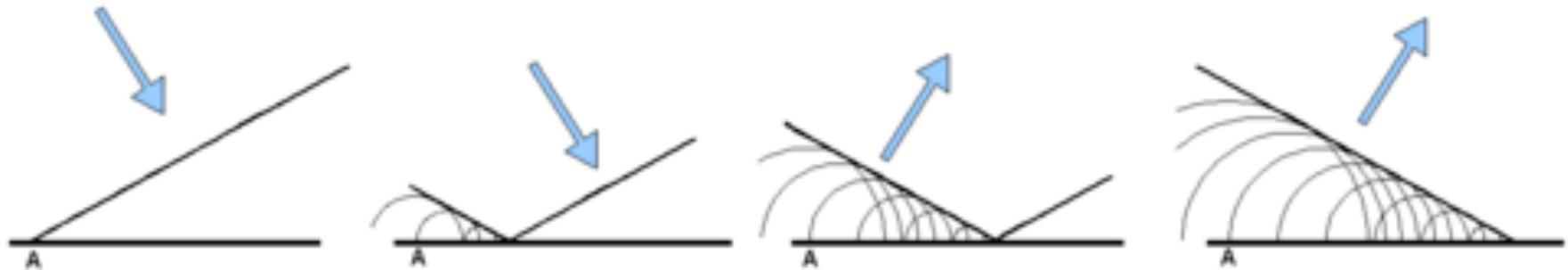
# Huygens-Fresnel Prinzip am Beispiel ebene Welle



- ▶ Wenn die Wellenfront unendlich ausgedehnt ist, bleibt die Welle immer eben.
- ▶ An den Rändern passieren aber seltsame Sachen (Beugung, siehe später).
- ▶ Wann gilt die einfachere Strahlenoptik?
  - ▶ Geometrischer Durchmesser des Lichtstrahls sehr viel größer als Wellenlänge → Lichtstrahl breitet sich geradlinig aus.
  - ▶ Alle Spiegel, Linsen, etc. müssen ebenfalls viel größer als die Wellenlänge sein.

# (Spekulare) Reflektion

- ▶ Einfallsinkel gleich Ausfallsinkel



- ▶ Text und Bild Wikipedia: Eine auftreffende Wellenfront erzeugt kreisförmige Elementarwellen um den jeweiligen Auftreffpunkt, deren Radius sich proportional zur Zeit vergrößert. In den folgenden Bildern sieht man, wie die ersten Kreise angewachsen sind, während der aktuelle Auftreffpunkt nach rechts wandert. Die Tangente an die Kreise stellen eine neue Wellenfront dar, welche die reflektierende Ebene nach rechts oben verlässt. Die Winkel zwischen Wellenfront und Ebene sind gleich.

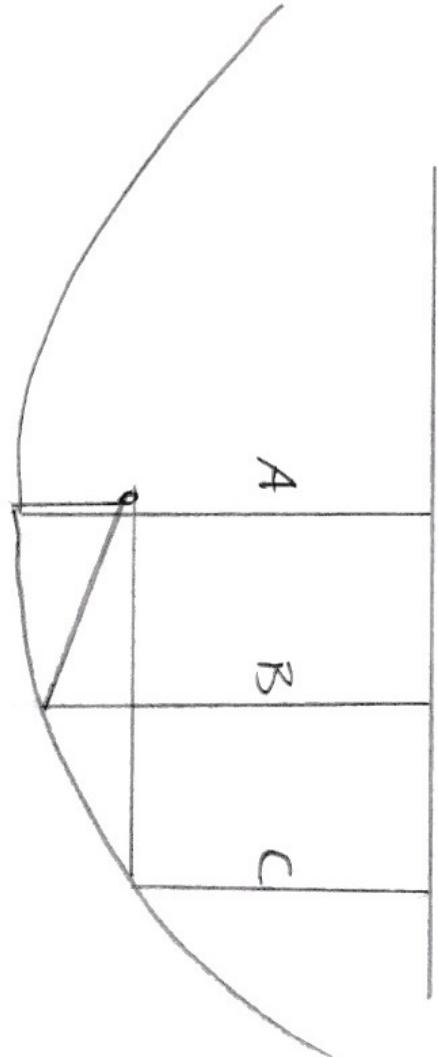
# Wann gilt spekulare Reflektion

- ▶ Gilt für glatte Oberflächen (Spiegel)
- ▶ Nicht bei rauen Oberflächen. Warum nicht?
  - ▶ Viele verschiedene Oberflächenwinkel (Strahlenbild)
- ▶ Was heißt ‚glatt‘?
  - ▶ Unregelmäßigkeiten klein im Vergleich zur Wellenlänge

# Antennen, optische Spiegel, etc.

- ▶ Durch geeignete Form der spiegelnden Oberfläche, kann ich z. B. eine ebene Welle auf einen Punkt fokussieren.
- ▶ Oder aus einer Punktquelle eine ebene Welle machen (Reziprozitätsprinzip, sehr nützlich für Antennen)
  - ▶ Man redet von Antennenkeule (Engl. Antenna Beam), auch bei Empfangsantennen, obwohl die Nomenklatur vom Senden kommt.

# Wie muss die Oberfläche geformt sein?



- ▶ Lichtwege A, B, C müssen alle gleich lang sein.
- ▶ Wikipedia: „Eine Parabel ist der geometrische Ort aller Punkte P, deren Abstand zu einem speziellen festen Punkt – dem Brennpunkt F – gleich dem zu einer speziellen Geraden – der Leitgeraden l – ist.“

→ **Parabolspiegel, Parabolantenne**

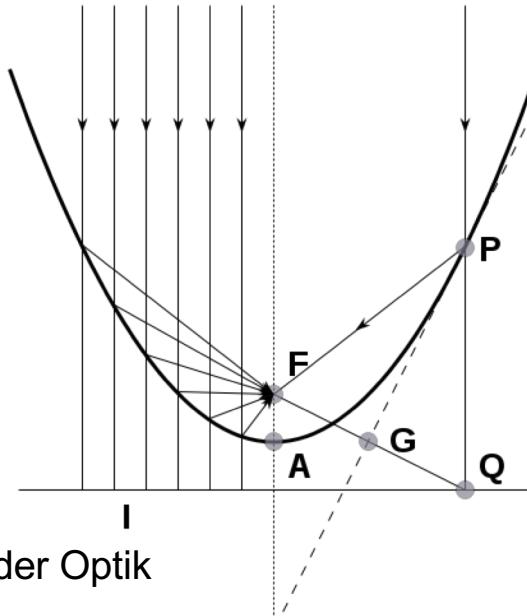
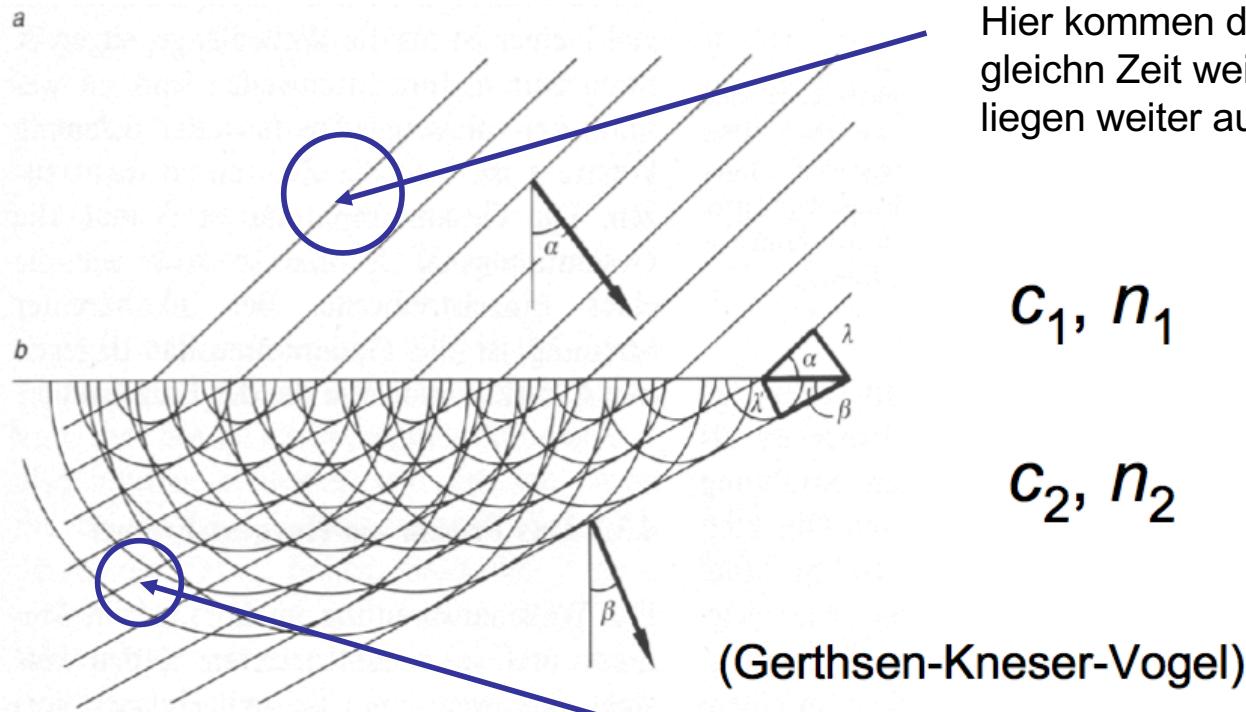


Bild: Wikipedia

# Brechung erklärt mit Huygens-Fresnel



Sekundärwellen an jedem  
Punkt der Wellenfront

Welle läuft im Medium  
langsamer

Hier kommen die Wellen in der  
gleichn Zeit weiter → Wellenfronten  
liegen weiter auseinander.

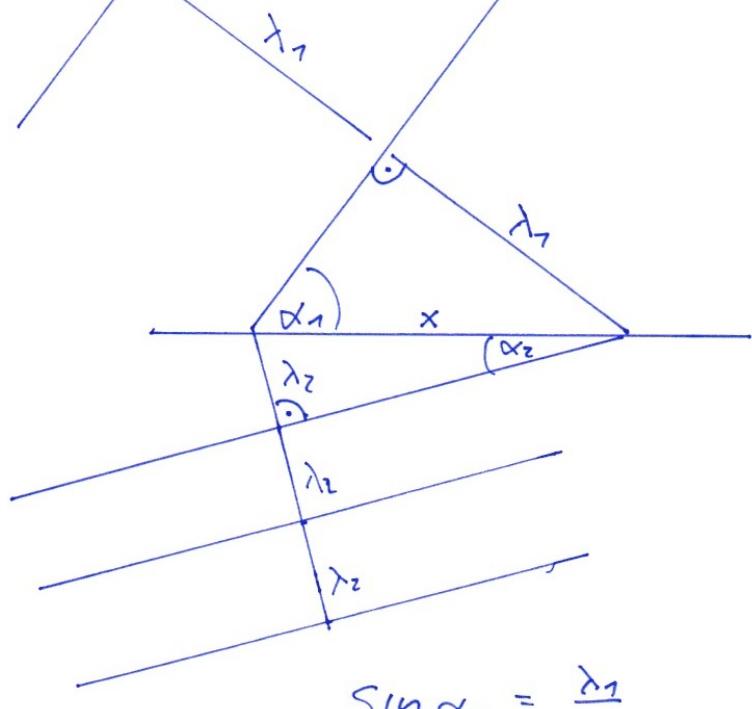
$c_1, n_1$

$c_2, n_2$

Hier läuft die Welle  
langsamer.

# Geometrische Herleitung des Brechungsgesetzes

T



$$\begin{matrix} n_1 \\ \lambda_1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} n_2 > n_1 \\ \lambda_2 < \lambda_1 \\ (\lambda = \frac{\lambda_0}{n}) \end{matrix}$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{\lambda_1}{x}$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{\lambda_2}{x}$$

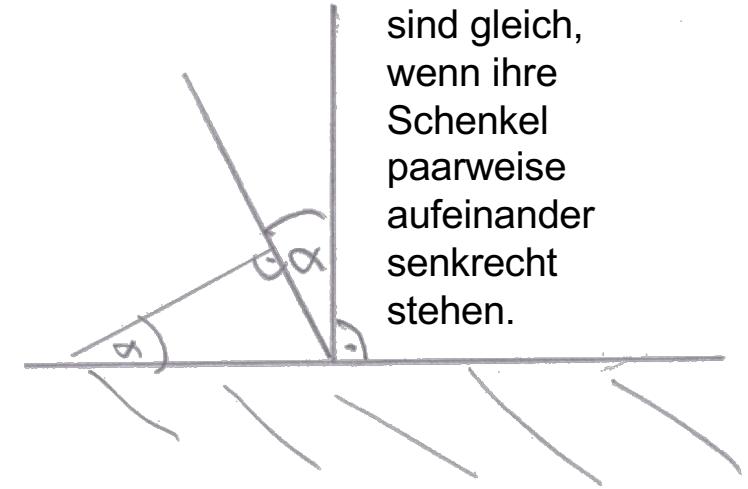
$$\Rightarrow \frac{\lambda_1}{\sin \alpha_1} = \frac{\lambda_2}{\sin \alpha_2}$$

$$\frac{\lambda_0}{n_1 \sin \alpha_1} = \frac{\lambda_0}{n_2 \sin \alpha_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2}$$

Brechungsgesetz  
(Snellius)

Grundgesetze der Optik



# Übersicht

Strahlenoptik

Wellenoptik

## **Anwendung 1: Luftspiegelungen**

Mehr zu Reflektion und Transmission

Beugung

## Anwendung 2: Irisierende Wolken

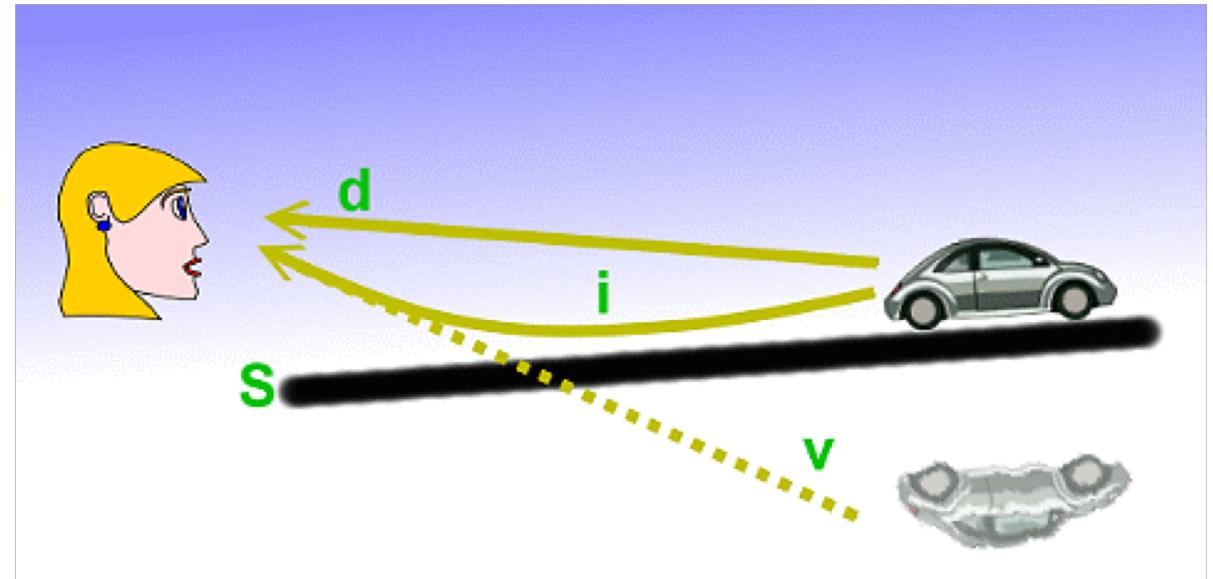
Beugungslimit

Zusammenfassung



# Entstehung

- ▶ Brechungsindex  $n$  proportional zur Dichte (bei konstantem Druck daher Temperaturabhängig)
- ▶ Normalerweise nimmt  $n$  mit der Höhe ab
- ▶ Kann sich bei starken Temperaturgradienten umkehren
- ▶ Strahlenweg , $i'$  in Abb. folgt aus Snellius' Gesetz, analog zur Hausaufgabe



Wikipedia

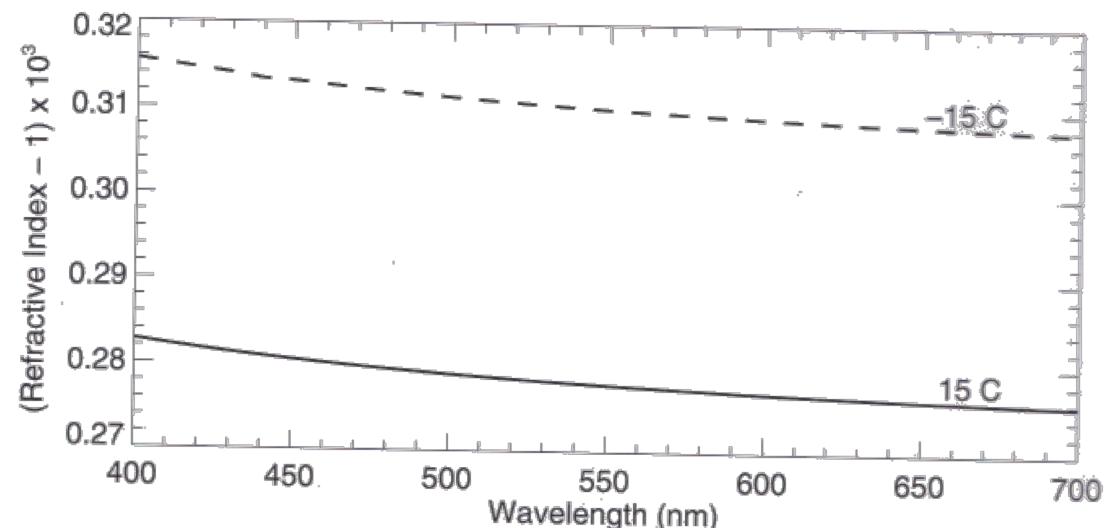


Figure 8.17: Refractive index of dry air at a pressure of one atmosphere and for the two temperatures noted. From the compilation by Penndorf (1957).

Bohren&Clothiaux

# Das grüne Leuchten



Bild: Wikipedia

Wie kann man das erklären?

# Zwei „Zutaten“

## 1. Dispersion

(Brechungsindex  $n$   
im sichtbaren  
Bereich (leicht)  
frequenzabhängig)

→ grüner Rand  
an der Oberkannte der  
Sonne, wenn sie am Horizont steht (normalerweise  
mit bloßem Auge nicht sichtbar)

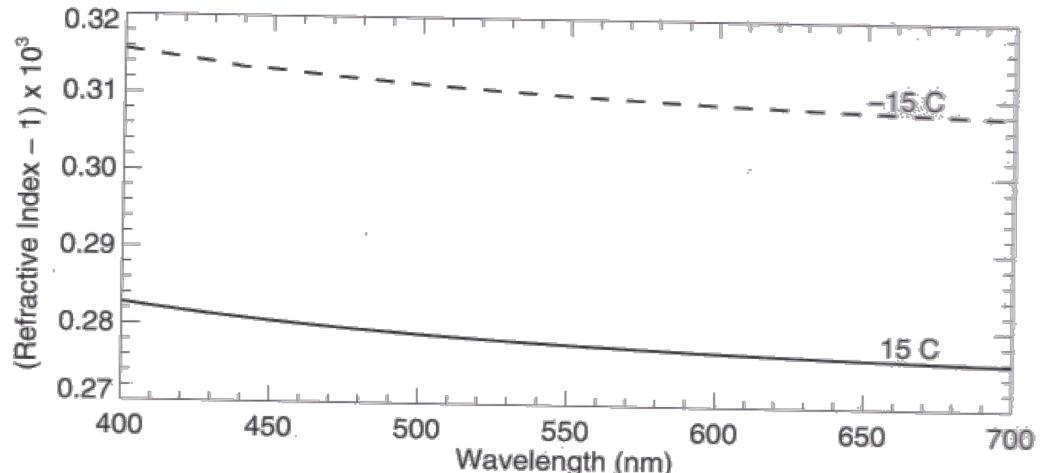


Figure 8.17: Refractive index of dry air at a pressure of one atmosphere and for the two temperatures noted. From the compilation by Penndorf (1957).

Bohren&Clothiaux

## 2. Luftspiegelung, die zufällig genau diesen schmalen grünen Winkelbereich vergrößert

# Der Wasserkocher-Film

- ▶ Dichteabhängigkeit des Brechungsindex von Wasser kann man bei gläsernen Wasserkochern gut als Schlieren sehen
- ▶ Für Luft auch gut über Heizkörpern zu beobachten

(Film im Verzeichnis  
Wasserkocherfilm)



# Übersicht

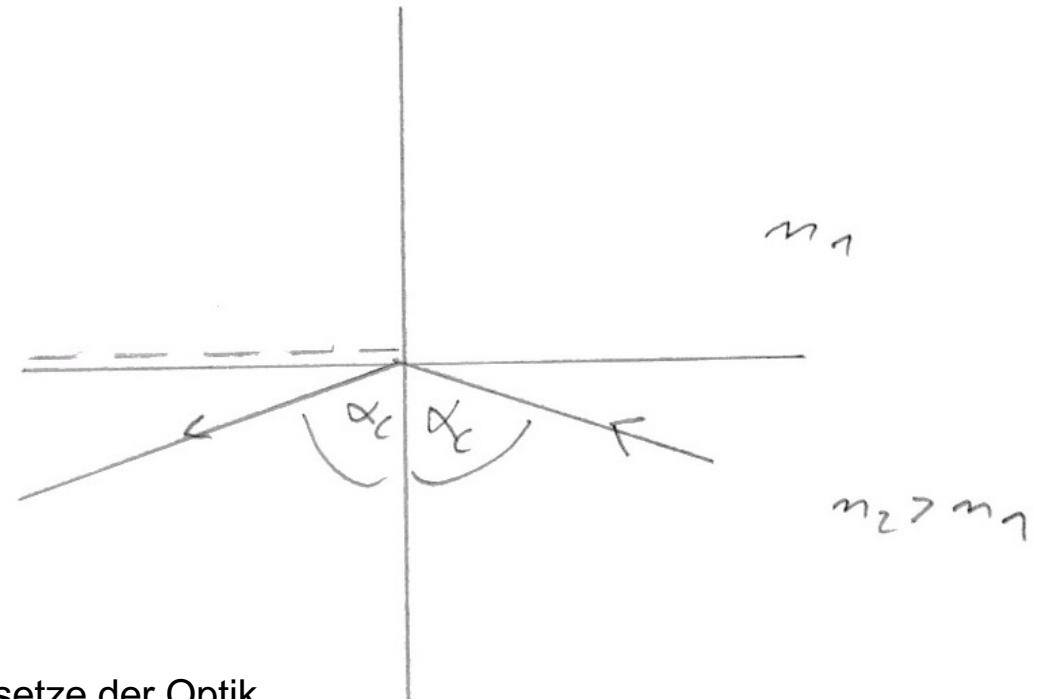
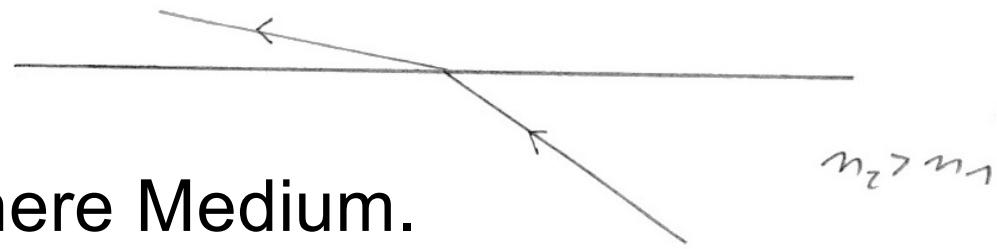
- ▶ Strahlenoptik
- ▶ Wellenoptik
- ▶ Anwendung 1: Luftspiegelungen
- ▶ **Mehr zu Reflektion und Transmission**
- ▶ Beugung
- ▶ Anwendung 2: Irisierende Wolken
- ▶ Beugungslimit
- ▶ Zusammenfassung

# Kritischer Winkel

- ▶ Betrachte Lichtstrahl vom dichteren ins dünnere Medium.
- ▶ Lasse  $\alpha$  immer größer werden. Irgendwann liegt der transmittierte Strahl parallel zur Oberfläche
- ▶ Was passiert?
  - ▶ Totalreflektion
- ▶ Kritischer Winkel  $\alpha_c$ :

$$n_2 \sin(\alpha_c) = n_1 \sin(90^\circ)$$

$$\Rightarrow \sin(\alpha_c) = \frac{n_1}{n_2}$$



# Fischperspektive

- ▶  $n_{\text{Wasser}} \approx 1.3$  (für sichtbares Licht)
- ▶  $n_{\text{Luft}} \approx 1.0$
- ▶ Kritischer Winkel?
- ① ▶ Ca. 49°
- ▶ Wie sieht ein Fisch die Welt über Wasser?
- ② ▶ Ganze Hemisphäre auf ein Fenster abgebildet  
→ „Fischaugenobjektiv“ (extremes Weitwinkel-Objektiv in der Photographie)

$$\sin(\alpha_c) = \frac{n_1}{n_2}$$

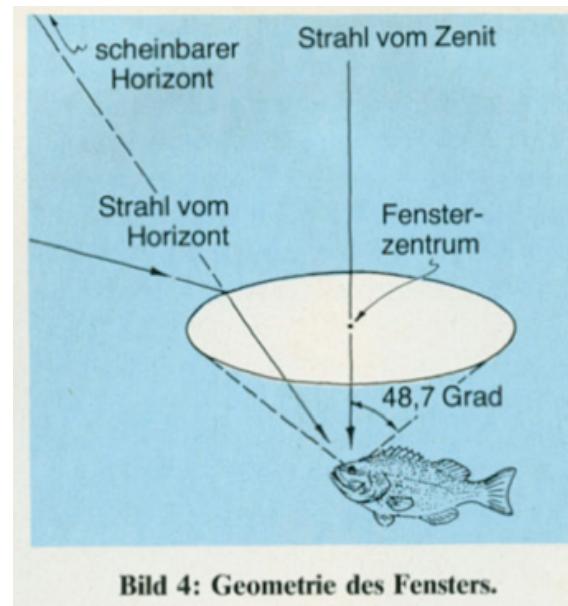
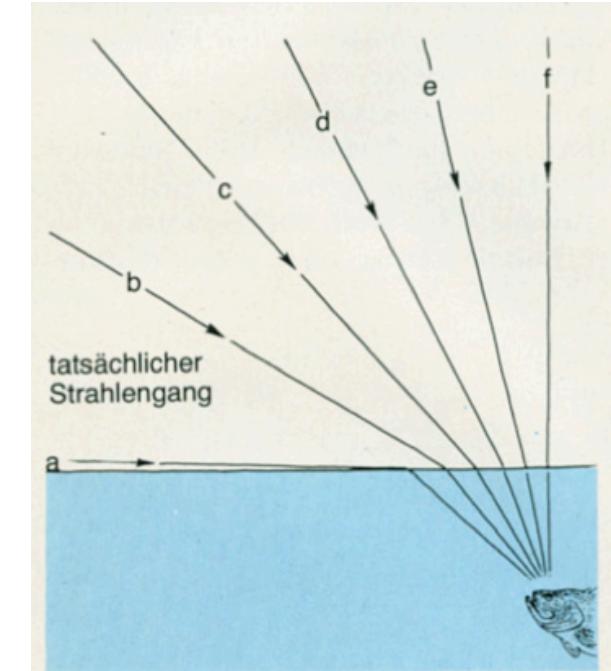


Bild 4: Geometrie des Fensters.

Spektrum der Wissenschaft,  
Juni 1984  
Grundgesetze der Optik



Himmel erscheint zur Hälfte in diesem Winkelbereich.

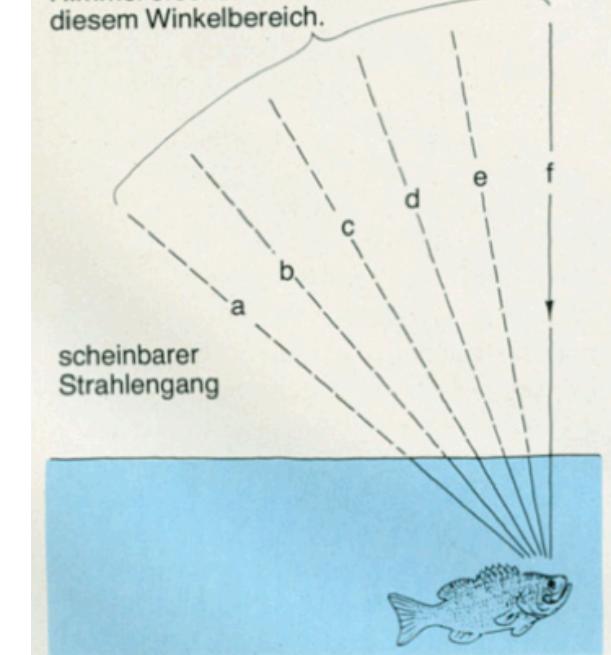


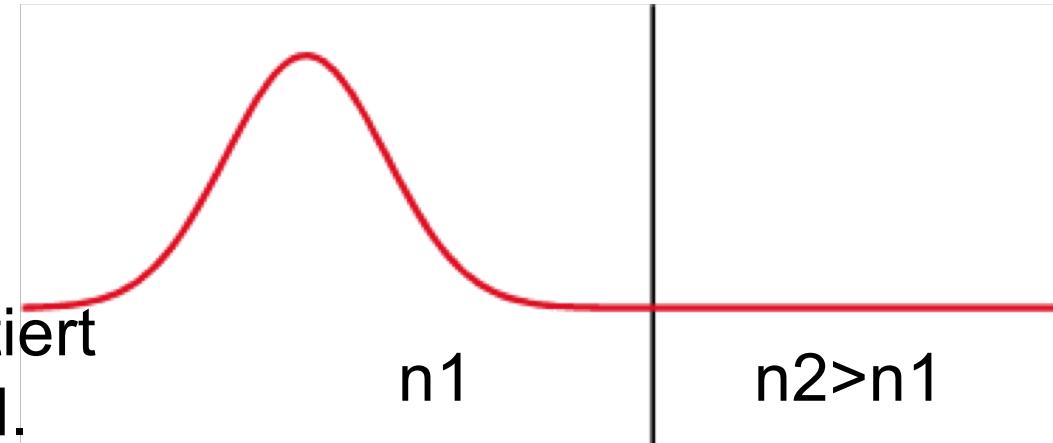
Bild 3: Tatsächliche und scheinbare Richtung der Lichtstrahlen.

# Totalreflexion



# Reflektion und Transmission an einer ebenen Grenze

- **Reflektivität** und **Transmissivität**: Anteil der **Leistung** ((Amplitude)<sup>2</sup>) der reflektiert oder durchgelassen wird.



Quelle: Wikipedia

$$R_p = \left| \frac{n_1 \cos \vartheta_t - n_2 \cos \vartheta_i}{n_1 \cos \vartheta_t + n_2 \cos \vartheta_i} \right|^2$$

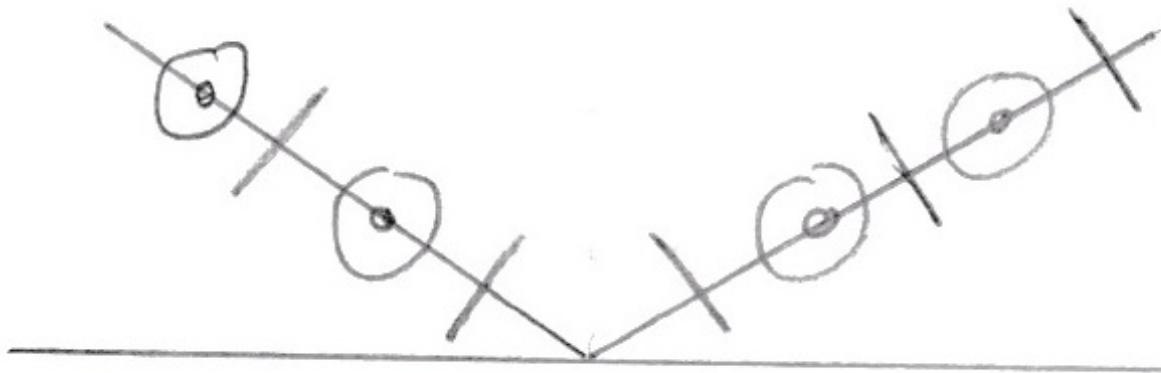
$$R_s = \left| \frac{n_1 \cos \vartheta_i - n_2 \cos \vartheta_t}{n_1 \cos \vartheta_i + n_2 \cos \vartheta_t} \right|^2$$

**Fresnel  
Formeln**

- $R_x$ : Reflektivitäten
  - $\vartheta_i$ : Einfallswinkel
  - $\vartheta_t$ : Winkel des transmittierten Lichtstrahls
- Warum zwei verschiedene Reflektivitäten?
- ① ► Polarisation spielt hier eine Rolle!

# Parallele und senkrechte Polarisation

$\vec{E}$ -Vektor { ○ Senkrecht (s)  
| Parallel (P)



- ▶ Parallel und senkrecht bezieht sich auf die Lage des E-Vektors zur Ebene die von einfallendem und reflektiertem Strahl gebildet wird.

# Mehr zu den Fresnel Formeln

$$R_p = \left| \frac{n_1 \cos \vartheta_t - n_2 \cos \vartheta_i}{n_1 \cos \vartheta_t + n_2 \cos \vartheta_i} \right|^2$$

$$m = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{relativer Brechungsindex})$$

$$R_p = \left| \frac{\cos \vartheta_t - m \cos \vartheta_i}{\cos \vartheta_t + m \cos \vartheta_i} \right|^2$$

$$R_s = \left| \frac{n_1 \cos \vartheta_i - n_2 \cos \vartheta_t}{n_1 \cos \vartheta_i + n_2 \cos \vartheta_t} \right|^2$$

$R_s$  = analog

Aus Snellius:

$$n_1 \sin \vartheta_i = n_2 \sin \vartheta_t$$

$$\sin^2 \vartheta_t = \left( \frac{\sin \vartheta_i}{m} \right)^2$$

$$\text{Generell: } \sin^2 + \cos^2 = 1$$

$$1 - \cos^2 \vartheta_t = (\dots)^2$$

$$\cos \vartheta_t = \sqrt{1 - \left( \frac{\sin \vartheta_i}{m} \right)^2}$$

Letztendlich kann ich  $R_p$  und  $R_s$  also als Funktion von nur  $\vartheta_i$  und  $m$  schreiben.

(Die Formeln sehen dann aber längst nicht mehr so schön aus.)

Tipp: Das brauchen Sie für die Hausaufgabe.

# Beispiel normaler Einfall

$$\vartheta_i = \vartheta_t = 0$$

$$\cos \vartheta_i = \cos \vartheta_t = 1$$

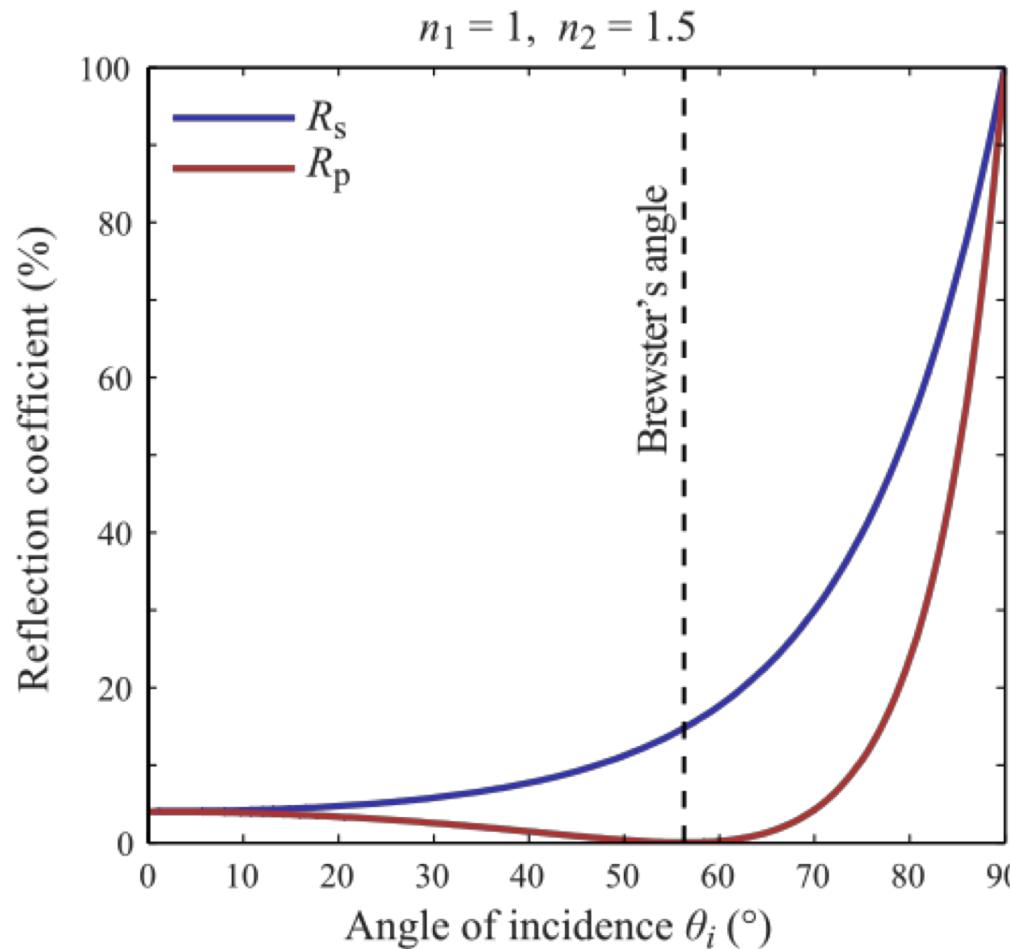
$$R_s = \left| \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right|^2$$

$$R_p = \left| \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right|^2 = R_s$$

- ▶ Für normalen Einfall (senkrecht zur Reflektionsebene) ist die Polarisation (logischerweise) egal.
- ▶ Weniger offensichtlich: Reflektivität vom dünneren ins dichtere Medium und andersherum sind gleich.  
(Je größer der (relative) Unterschied im Brechungsindex, desto mehr Reflektion.)

# Verlauf der Reflektionskurven

dünn→dicht



dicht→dünn

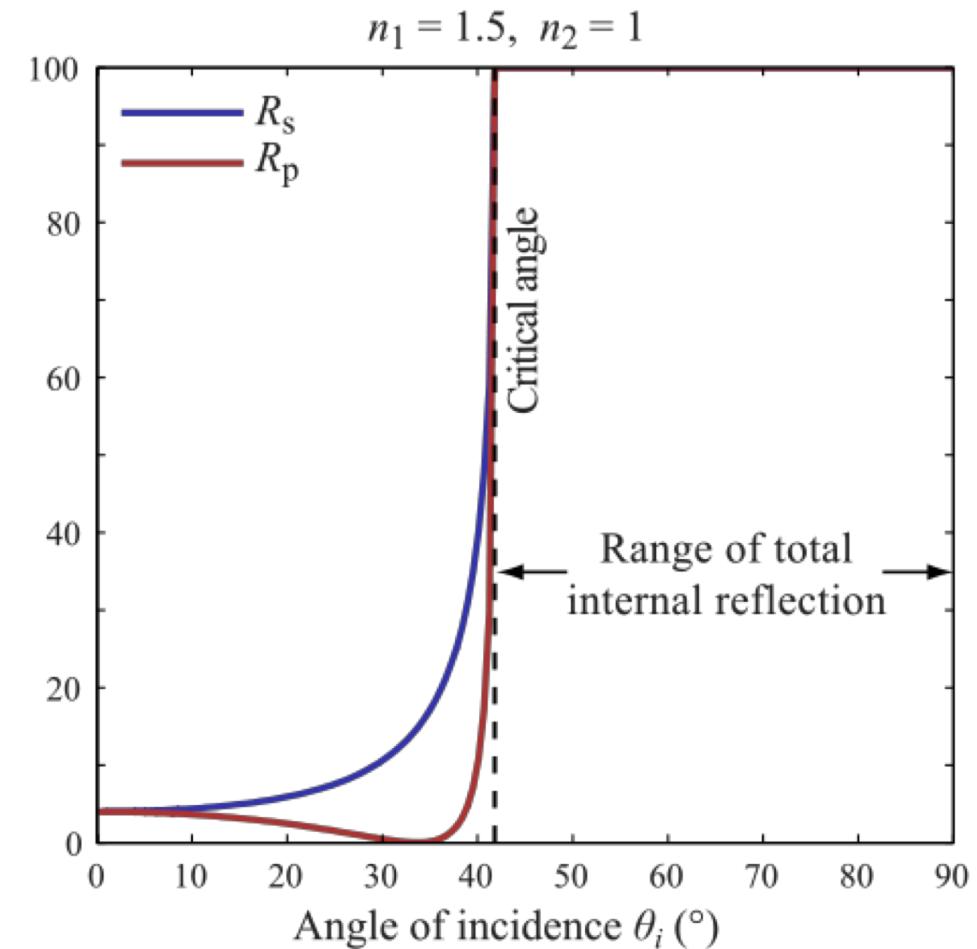


Bild: Wikipedia

# Brewster Winkel

- ▶ Reflektiertes Licht ist beim Brewster-Winkel am stärksten polarisiert.
- ▶ Vollständig polarisiert, wenn Absorption vernachlässigbar ist ( $n$  reell).
- ▶ Auch bei anderen Winkeln ist Reflektiertes Licht teilweise polarisiert.
- ▶ Anwendung: Polarisationssonnenbrille entfernt das am Wasser reflektierte Sonnenlicht.

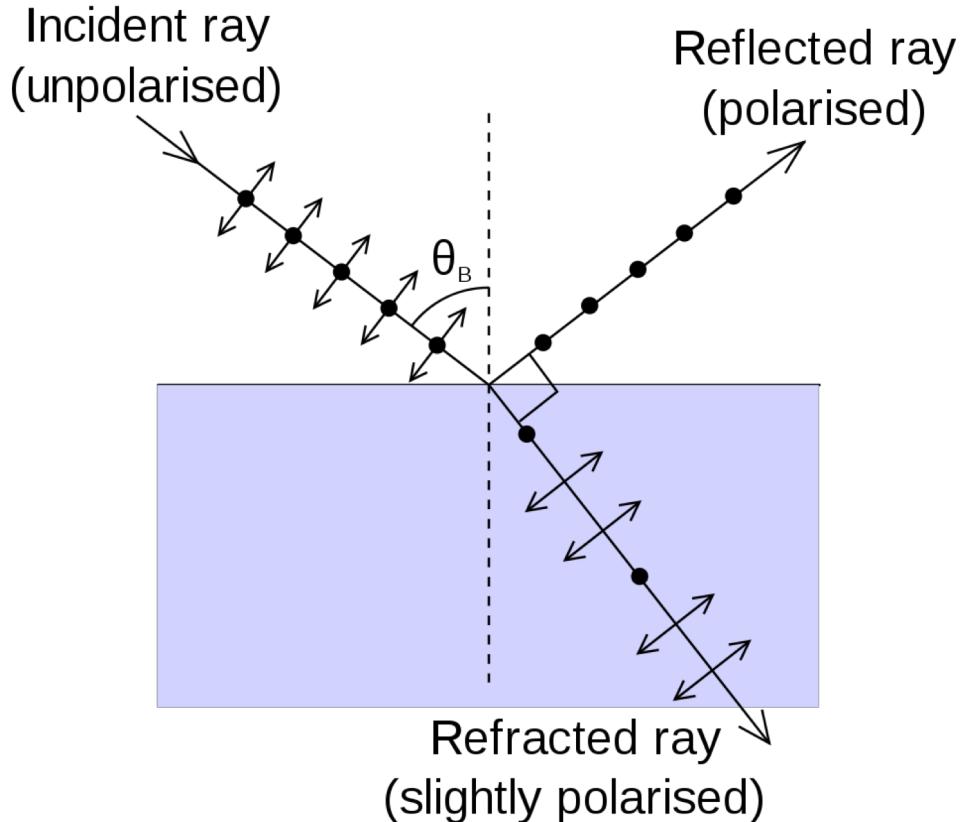


Bild: Wikipedia

# Horizontale und vertikale Polarisation

- ▶ In der Fernerkundung:  
Reflektierende Flächen liegen typischerweise horizontal, z.B. Wasserflächen wie Seen, Meere,...
- ▶ Die **parallele** Polarisation heißt daher **vertikale** Polarisation,  
die **senkrechte** Polarisation heißt **horizontale** Polarisation
- ▶ Achtung Verwirrungspotential!

# Reflektivität von Wasser für sichtbares Licht und Mikrowellen

Nicht vorgreifen!

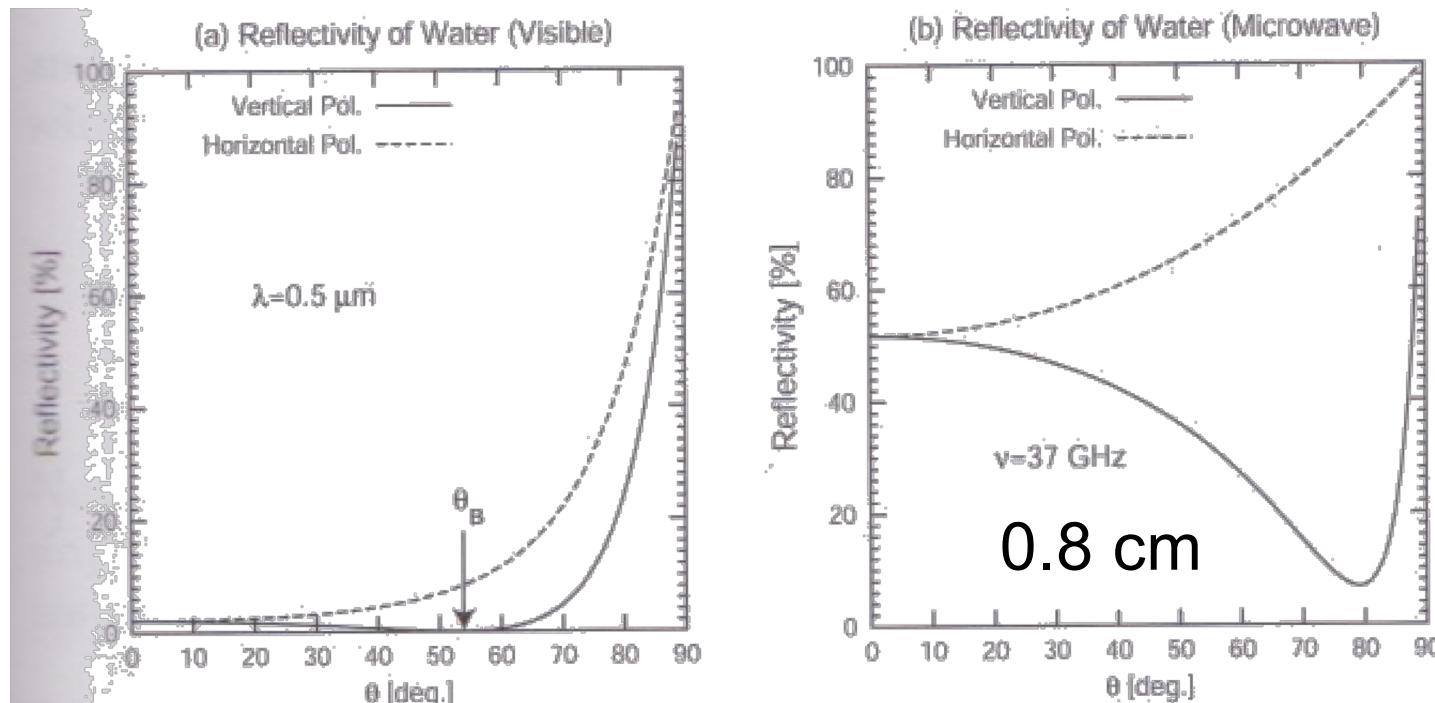
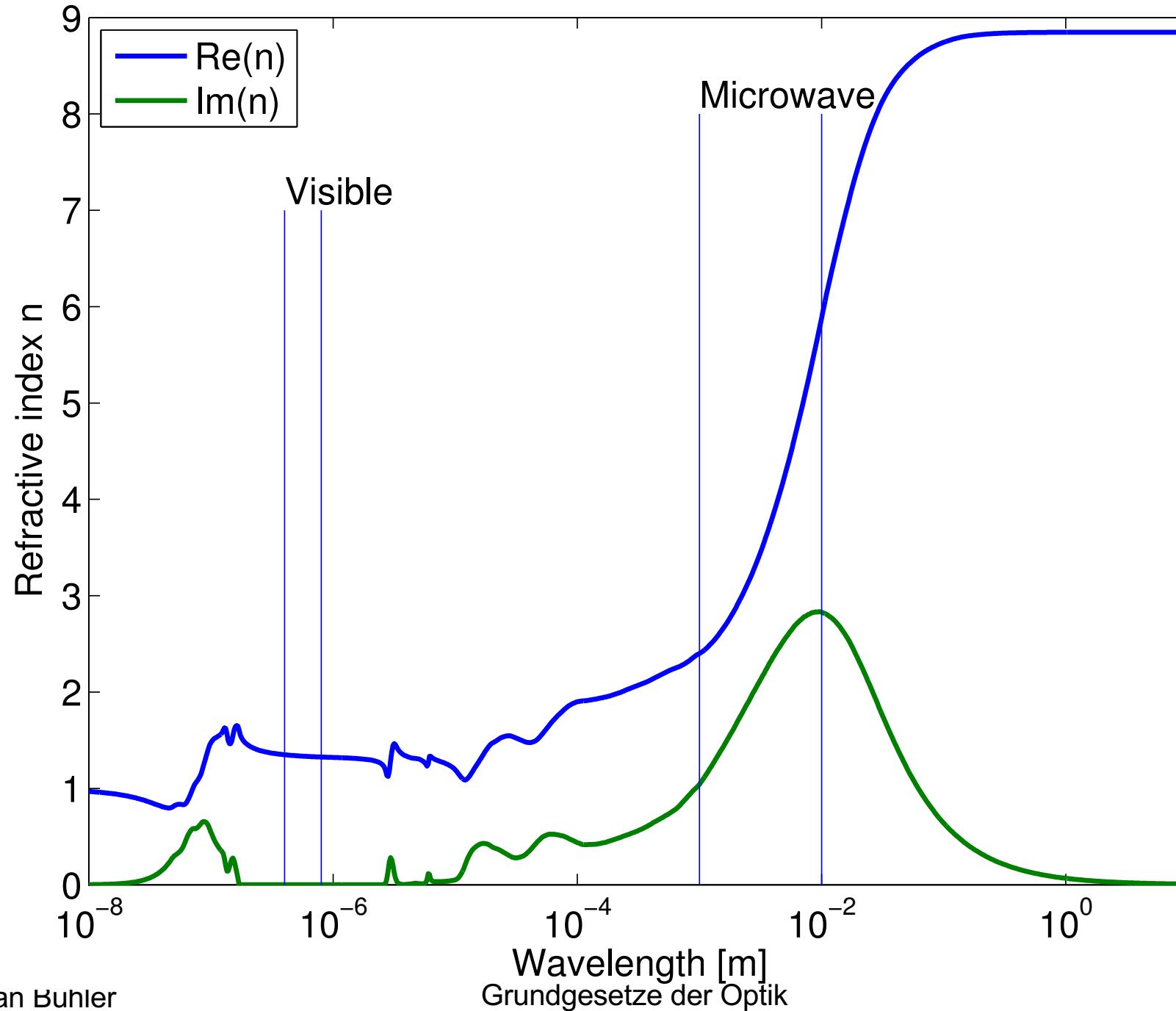


Fig. 4.5: Examples of the specular reflectivity of water as a function of incidence angle. (a) Visible band. (b) Microwave band.

Bild: Petty

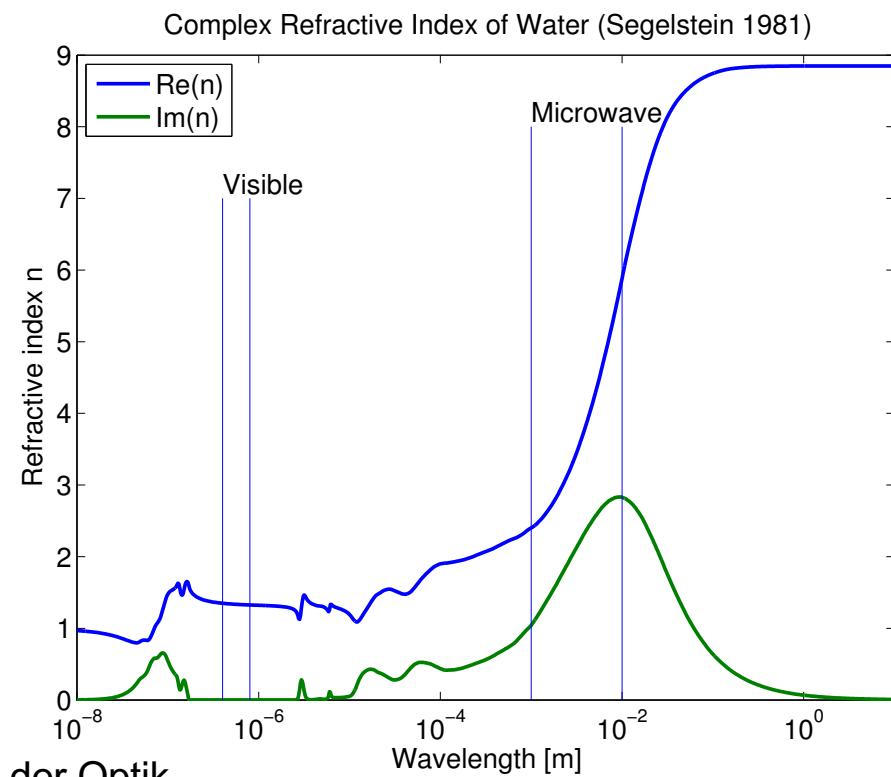
- ▶ Mikrowelle:
  - ▶ Höhere Reflektivität
  - ▶ größerer Brewster-Winkel
  - ▶ Vertikale Reflektivität geht nicht auf Null

# Complex Refractive Index of Water (Segelstein 1981)



# Komplexer Brechungsindex von Wasser

- ▶ Quelle: ATMLAB (Original: Segelstein, D., 1981: "The Complex Refractive Index of Water", M.S. Thesis, University of Missouri--Kansas City).
- ▶ Brechung ( $\text{Re}$ ) viel stärker für Mikrowelle als für Sichtbar.
- ▶ Aber auch mehr Absorption.
- ▶ Eigentlich auch Temperatur-abhängig (aber bei Segelstein nicht enthalten).



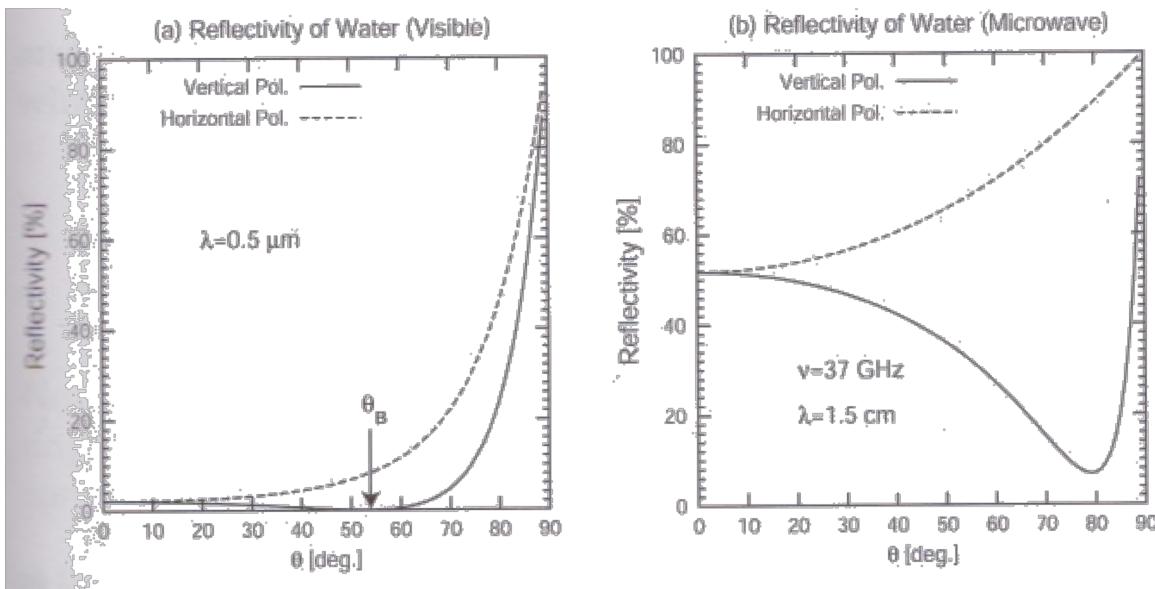
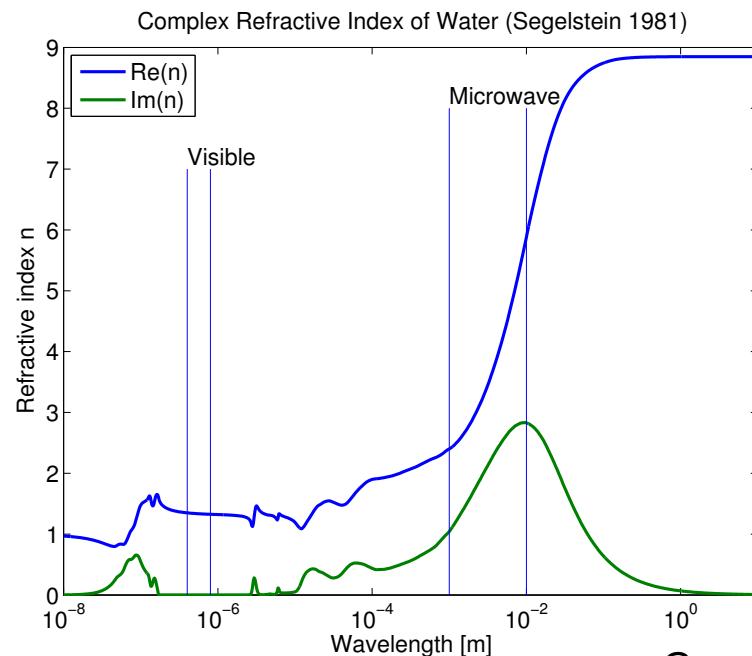


Fig. 4.5: Examples of the specular reflectivity of water as a function of incidence angle. (a) Visible band. (b) Microwave band.



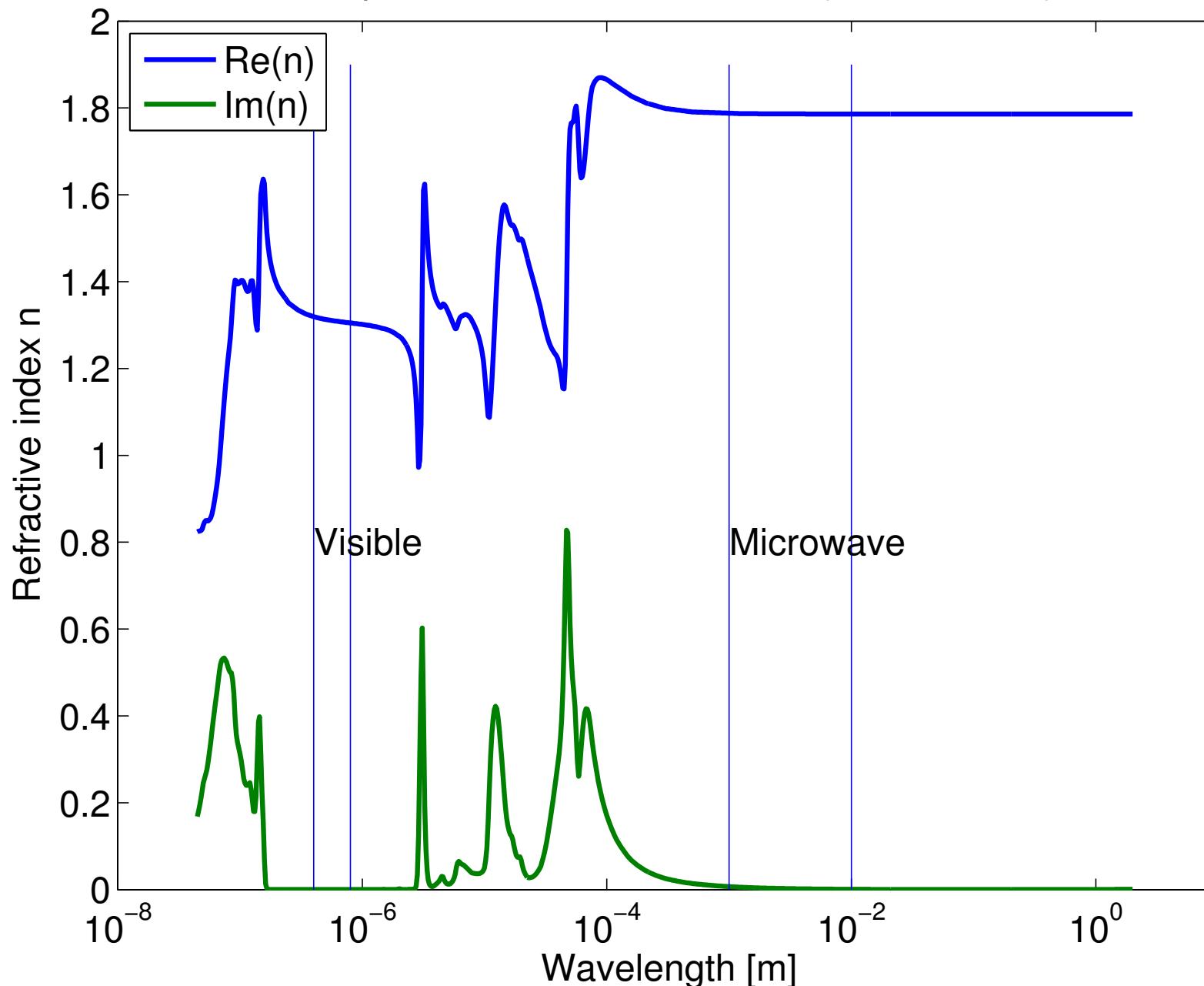
Mikrowelle:

$\text{Re}(n)$  größer  $\rightarrow R$  größer

$\text{Re}(n)$  größer  $\rightarrow \theta_B$  größer

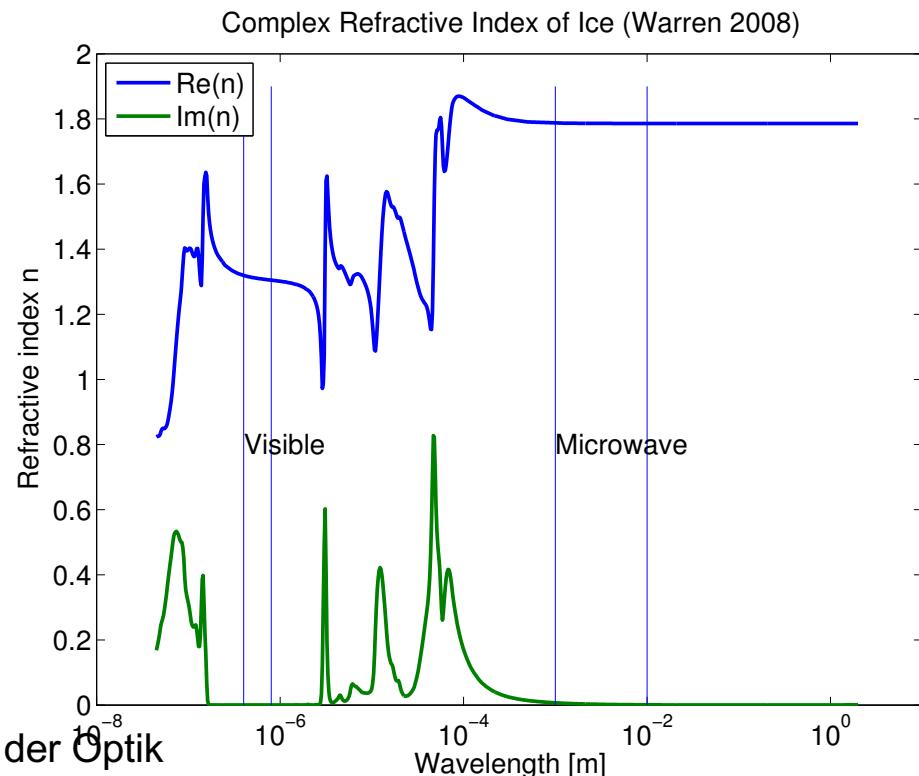
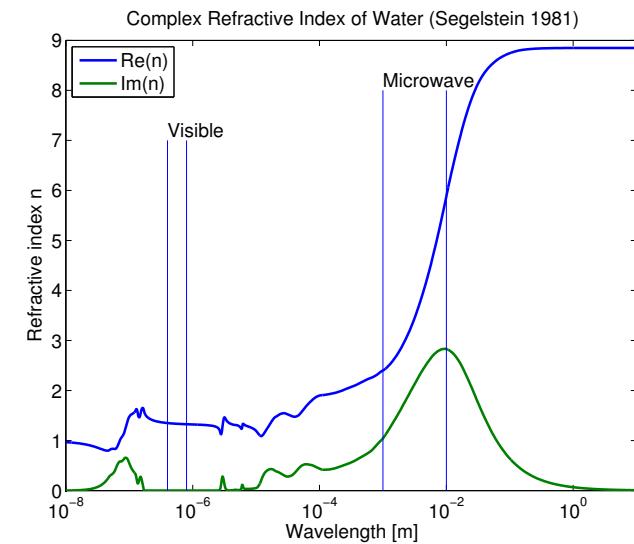
$\text{Im}(n)$  größer  $\rightarrow R_{\text{vert}}$  bei  $\theta_B$  nicht Null

## Complex Refractive Index of Ice (Warren 2008)



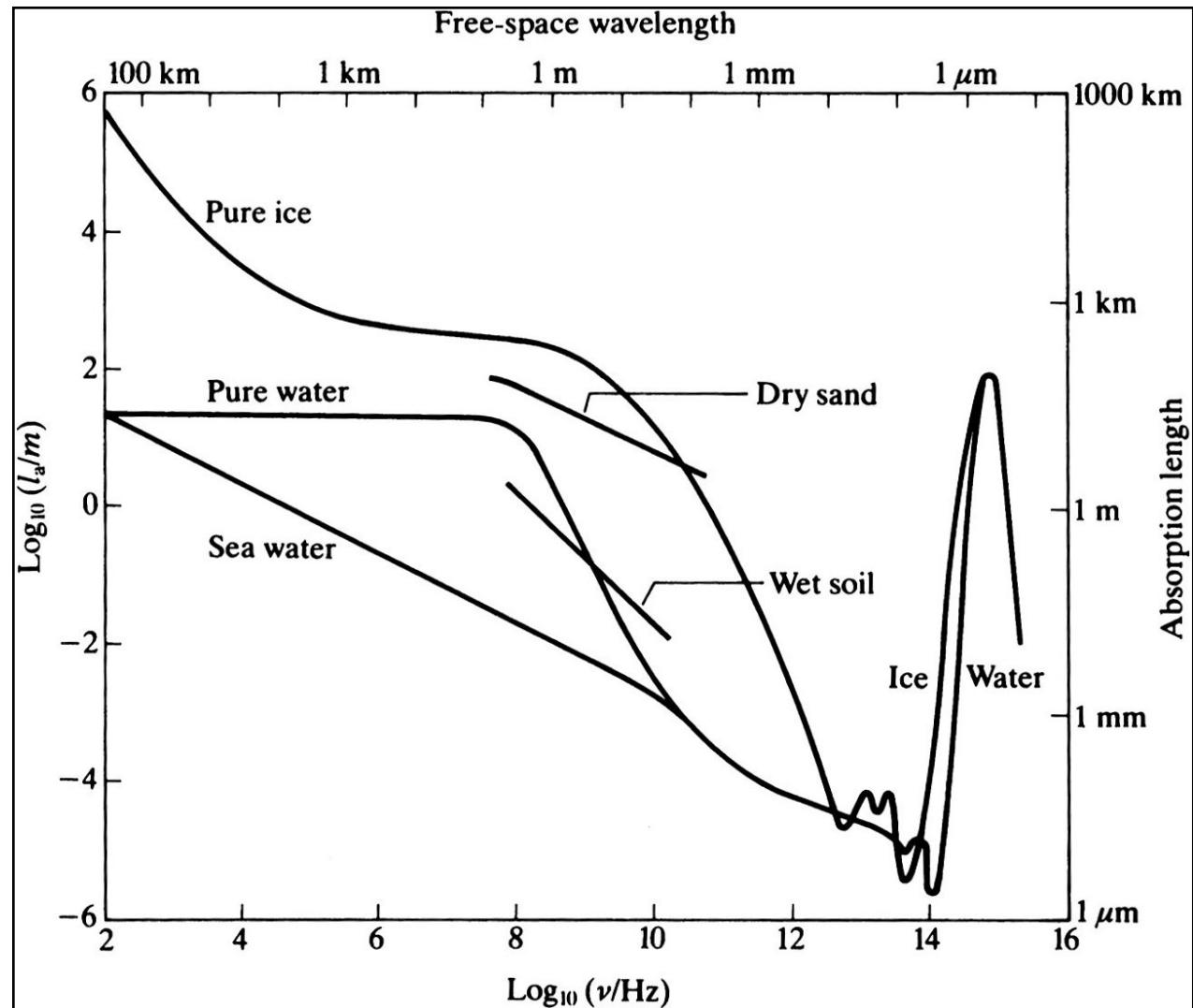
# Komplexer Brechungsindex von Eis

- ▶ Quelle: ATMLAB (Original: Warren, S. G. and R. E. Brandt (2008), **Optical constants of ice from the ultraviolet to the microwave: A revised compilation**, *J. Geophys. Res.*, **113**, D14220, doi:10.1029/2007JD009744).
- ▶ Im Sichtbaren kein großer Unterschied Eis/Wasser.
- ▶ Im Mikrowellenbereich ist  $\text{Im}(n)$ , also die Absorption von Eis, sehr niedrig.  
→ Interessante Konsequenzen für die Fernerkundung von Eiswolken (niedrige Absorption heißt auch niedrige Emission, die Temperatur der Eiswolke spielt daher für die Mikrowellenstrahlung keine Rolle, die von flüssigen Wolkentröpfchen schon).
- ▶ Im Infraroten ist mehr Absorption, Sensoren sehen die Temperatur der Eiswolke.



# Eindringtiefe, Einfluß von gelöstem Salz

- Im sichtbaren ist Wasser ziemlich durchsichtig
- Reines Wasser und Eis bei langen Wellenlängen (1 cm und mehr) auch
- Einfach aus Brechungsindex zu rechnen → Hausaufgabe



Rees 3.1: Absorptionslänge (Eindringtiefe) für verschiedene Materialien.  
Salzwasser absorbiert lange Wellenlängen wesentlich stärker als Süßwasser.

# Übersicht

- ▶ Strahlenoptik
- ▶ Wellenoptik
- ▶ Anwendung 1: Luftspiegelungen
- ▶ Mehr zu Reflektion und Transmission
- ▶ **Beugung**
- ▶ Anwendung 2: Irisierende Wolken
- ▶ Beugungslimit
- ▶ Zusammenfassung

# Der Arago Fleck (Poisson Fleck)

**Wikipedia:** Poisson was a member of the French Academy, which reviewed Fresnel's work. He used Fresnel's theory to predict that a bright spot will appear in the center of the shadow of a small disc and deduced from this that the theory was incorrect. However, Arago, another member of the committee, performed the experiment and showed that the prediction was correct. (Lisle had actually observed this fifty years earlier.) This was one of the investigations that led to the victory of the wave theory of light over the then predominant corpuscular theory.



Bild: Wikipedia

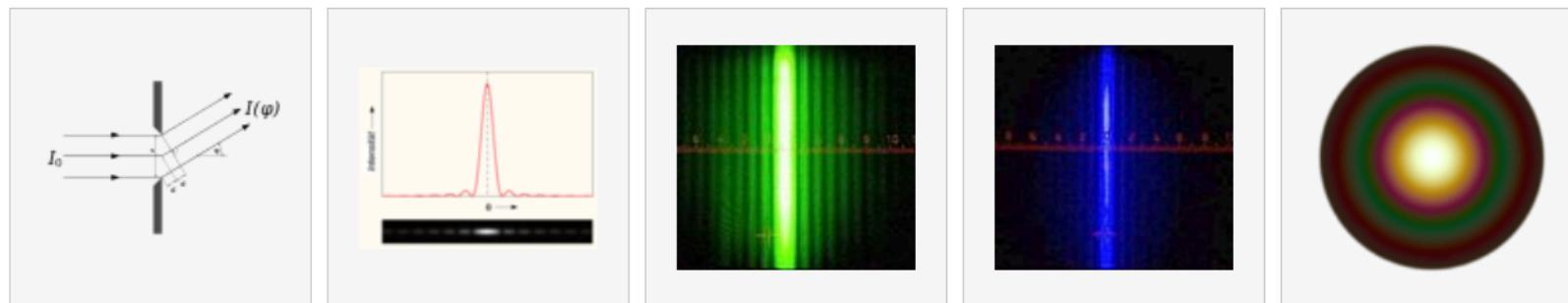
„Poisson Spot showing in the shadow of a 2-mm-diameter disc at a distance of 1 m from the disc. The point source has a wavelength of 633 nm (e.g. He-Ne Laser) and is located 1 m from the disc.“

# Generelle Idee der Beugung

- Bei kleinen Hindernissen oder kleinen Öffnungen wird die Wellennatur des Lichts sichtbar.

## Beispiele für Beugung an Blenden [Bearbeiten]

Beugung am **Einfachspalt**: Teilt man in Gedanken ein Lichtbündel, das an einem Einfachspalt in eine bestimmte Richtung abgelenkt wird, in zwei Hälften, können sich diese beiden Anteile des Lichtbündels konstruktiv oder destruktiv überlagern. An einem Spalt ergibt sich so wieder eine Reihe von Beugungsmaxima.



Beugung am Einfachspalt: Das Bild dient der Herleitung des ersten Minimums, bei dem die Strahlen der oberen und die der unteren Hälfte sich im Unendlichen auslöschen<sup>[2]</sup>

Beugung am Einfachspalt

Beugung am Einfachspalt – Licht längerer Wellenlänge (grün) wird stärker gebeugt, das Beugungsbild ist weiter aufgefächert

Beugung am Einfachspalt – Licht kürzerer Wellenlänge (blau) wird bei gleicher Spaltbreite weniger stark gebeugt, das Beugungsbild ist enger

Beugung an einer kreisförmigen Lochblende mit weißem Licht - je kürzer die Wellenlänge, desto geringer werden die entsprechenden Farbanteile gebeugt

# Gitterspektrometer

- ▶ Man geht ins erste Nebenmaximum des Beugungsbildes.
- ▶ Lage frequenzabhängig → Kann zur Spektralanalyse verwendet werden.

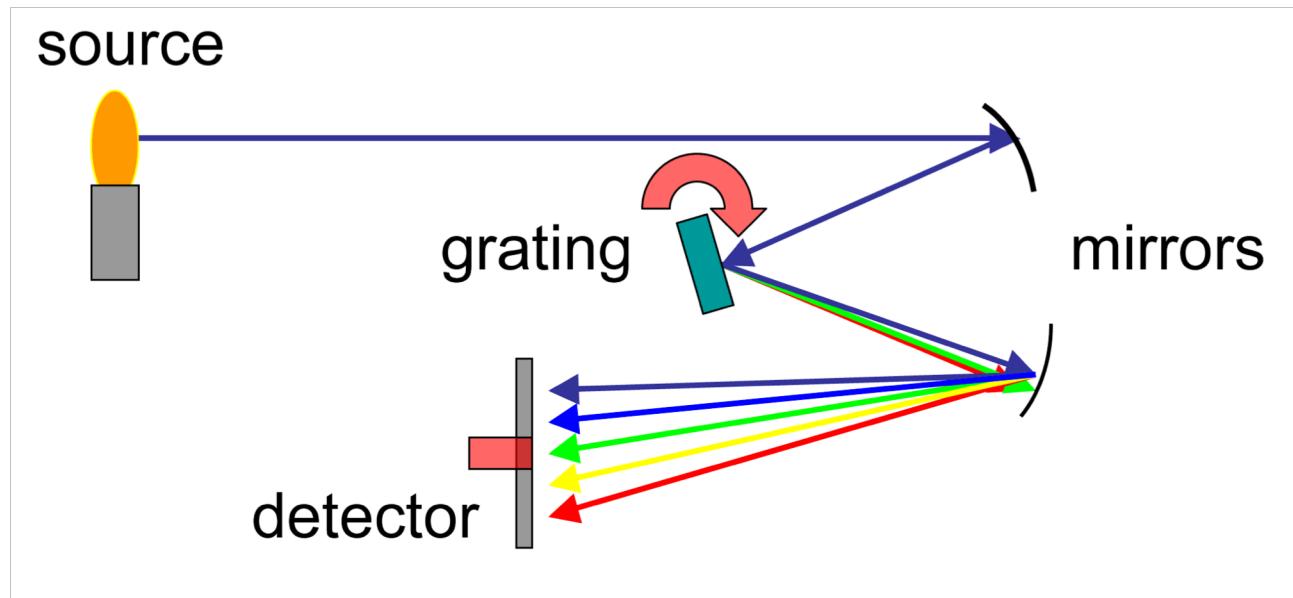


Bild: Wikipedia

# Übersicht

- ▶ Strahlenoptik
- ▶ Wellenoptik
- ▶ Anwendung 1: Luftspiegelungen
- ▶ Mehr zu Reflektion und Transmission
- ▶ Beugung
- ▶ **Anwendung 2: Irisierende Wolken**
- ▶ Beugungslimit
- ▶ Zusammenfassung



**Polare Stratosphärenwolke (PSC)  
in Kiruna (Bild Oliver Lemke)**

# Erklärung mit Beugung

- ▶ Näherungsweise Beugung an einem runden Hindernis (Mie Streuung wäre die korrektere Theorie)
- ▶ Minima und Maxima, analog zur Beugung am Spalt
- ▶ Lage frequenzabhängig. Warum?
  - ▶ Verhältnis Wellenlänge zur Größe des Hindernisses
- ▶ Verschiedene Farben in verschiedenen Richtungen
- ▶ Welche Eigenschaft müssen die Wolken haben, damit das klappt?
- ?
- ▶ Alle Tröpfchen (fast) gleich groß, ansonsten liegen die Maxima und Minima an verschiedenen Stellen und mitteln sich raus.

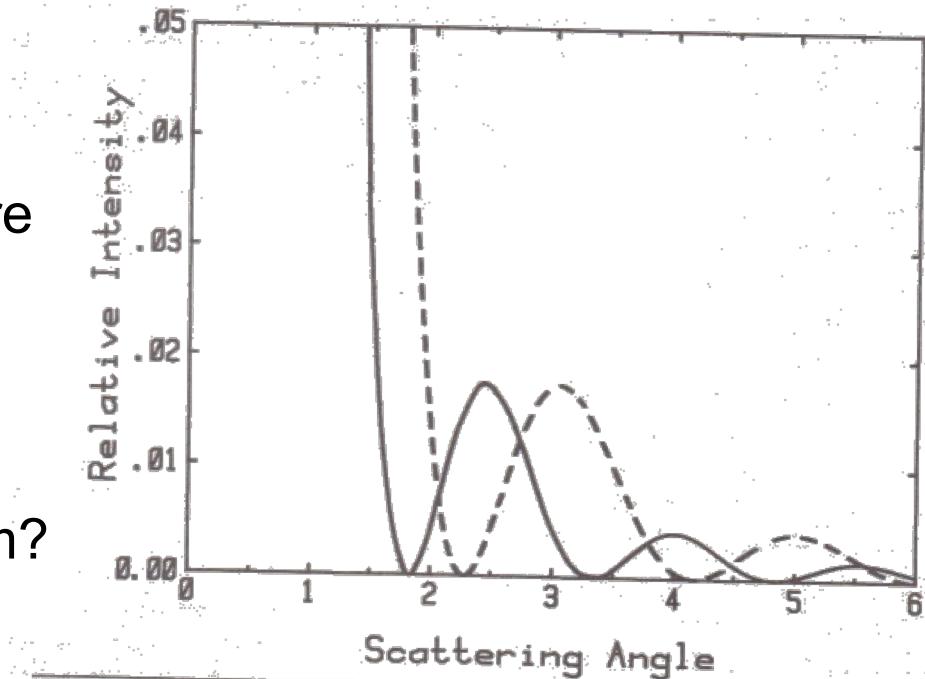


Figure 17.2 A small water droplet (radius 10  $\mu\text{m}$ ) scatters light in all directions but in some more than in others. The scattering diagram for red incident light (broken line) is shifted relative to that for green (solid line), hence providing a mechanism for color separation of white light.

Bohren, Clouds in a glass of beer.

# Coronas

- Physik wie  
irisierende Wolken
- Gleichmäßige  
Wolkenschicht
- Bild: Wikipedia (Corona über der Golden Gate Bridge)

# Übersicht

- ▶ Strahlenoptik
- ▶ Wellenoptik
- ▶ Anwendung 1: Luftspiegelungen
- ▶ Mehr zu Reflektion und Transmission
- ▶ Beugung
- ▶ Anwendung 2: Irisierende Wolken
- ▶ **Beugungslimit**
- ▶ Zusammenfassung

# Beugungslimit

- ▶ Zwei wichtige Konsequenzen der Wellennatur des Lichts:
  1. Objekte die kleiner als die Wellenlänge sind, sind nicht aufzulösen. (Abbe Limit für Mikroskope)
  2. Die Winkelauflösung einer Antenne oder Linse hängt von ihrer Größe ab.

$$\Delta\vartheta \propto \frac{\lambda}{D}$$

$\Delta\vartheta$ : Winkelauflösung

$\lambda$ : Wellenlänge

$D$ : Durchmesser der Antenne, des Spiegels, oder der Linse

- ▶ Der Durchmesser  $D$  ist so wichtig, dass es einen eigenen Fachterminus für ihn gibt. Wie? (Auflösung nächste Seite.)



# Apertur bei Wikipedia

**Apertur** oder **Öffnungsweite** einer Optik oder einer Antenne bezeichnet die freie Öffnung oder deren Durchmesser, durch welche die Lichtstrahlen oder Radiowellen ausgesendet oder empfangen werden. Das bestimmende Bauteil wird Aperturblende genannt und ist in der Fotografie oft verstellbar, siehe fotografische Blende / Blendenzahl.

Wegen der Wellenbeugung hängt die Winkelauflösung vom Durchmesser im Verhältnis zur Wellenlänge der verwendeten Strahlung ab. So hat eine Radarantenne vom 1000-fachen Durchmesser der Pupille nur ein Zehntel des Auflösungsvermögens, weil die Wellenlänge des Radars 10.000-mal so groß ist wie die des sichtbaren Lichts (für die quantitative Beziehung siehe Rayleigh-Kriterium). Durch kohärente Überlagerung lassen sich mehrere Aperturen auflösungssteigernd kombinieren, für Beispiele im optischen Bereich siehe die Kategorie Interferometrisches Teleskop. Durch die im Radiofrequenzbereich gegebene Möglichkeit kohärenter Signalverarbeitung lassen sich auch weit entfernte Aperturen kombinieren, siehe Langbasisinterferometrie, und aus dem Signal einer gegenüber einem starren Objekt bewegten Antenne eine synthetische Apertur berechnen.

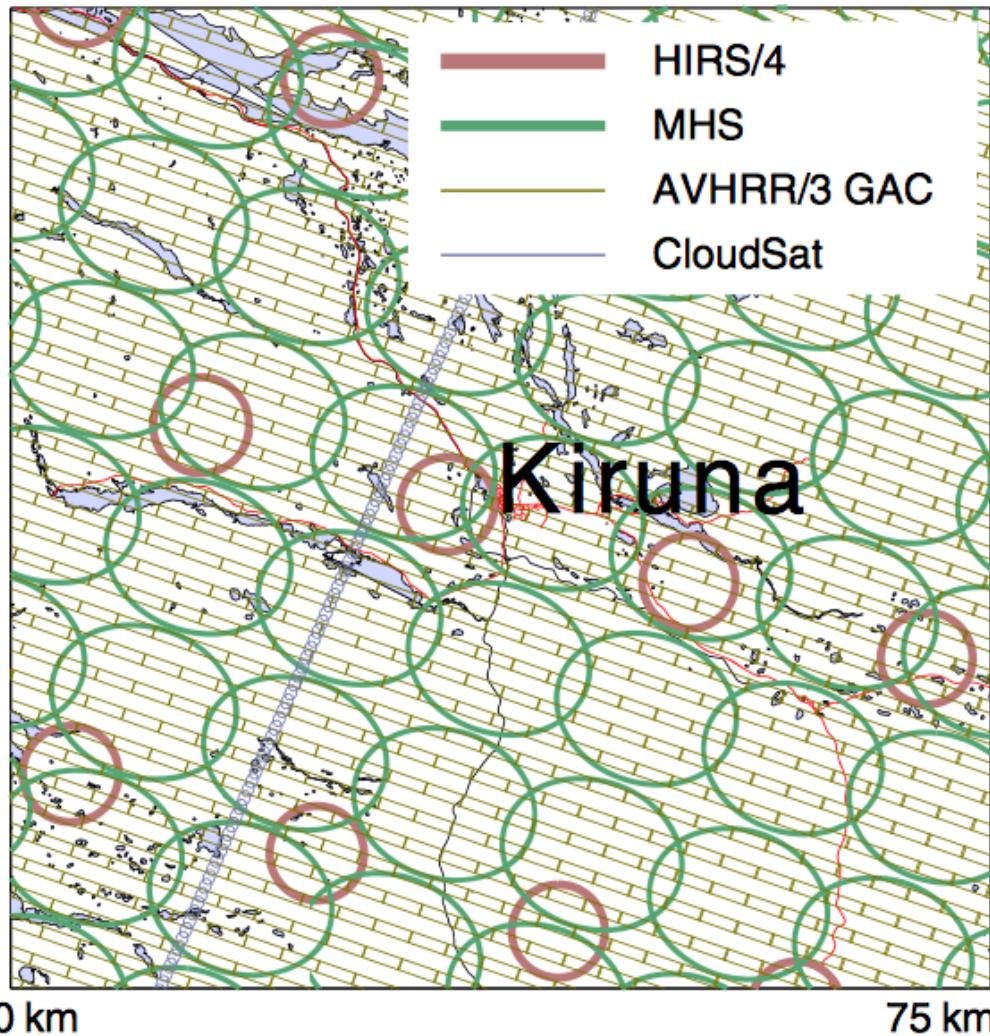
# Satellitenbilder: „Footprint size“ oder Pixelgröße

- ▶ Räumliche Auflösung von Satellitenbildern wichtig
- ▶ Bei gegebenem Abstand heißt

kleines Pixel =  
schmale Antennenkeule =  
hohe Winkelauflösung der  
Antenne

- ▶ Technische schwer für lange Wellenlängen

Holl, G., S. Eliasson, J. Mendrok, and S. A. Buehler (2014), **SPARE-ICE: synergistic Ice Water Path from passive operational sensors**, *J. Geophys. Res.*, **119**(3), 1504–1523, doi:[10.1002/2013JD020759](https://doi.org/10.1002/2013JD020759).



**Figure 2.** Illustration of various footprint sizes. Adapted from Holl et al. [2010]. Not shown is CALIPSO, which is smaller than CloudSat and falls mostly within the latter footprint.

# Antennendiagramme

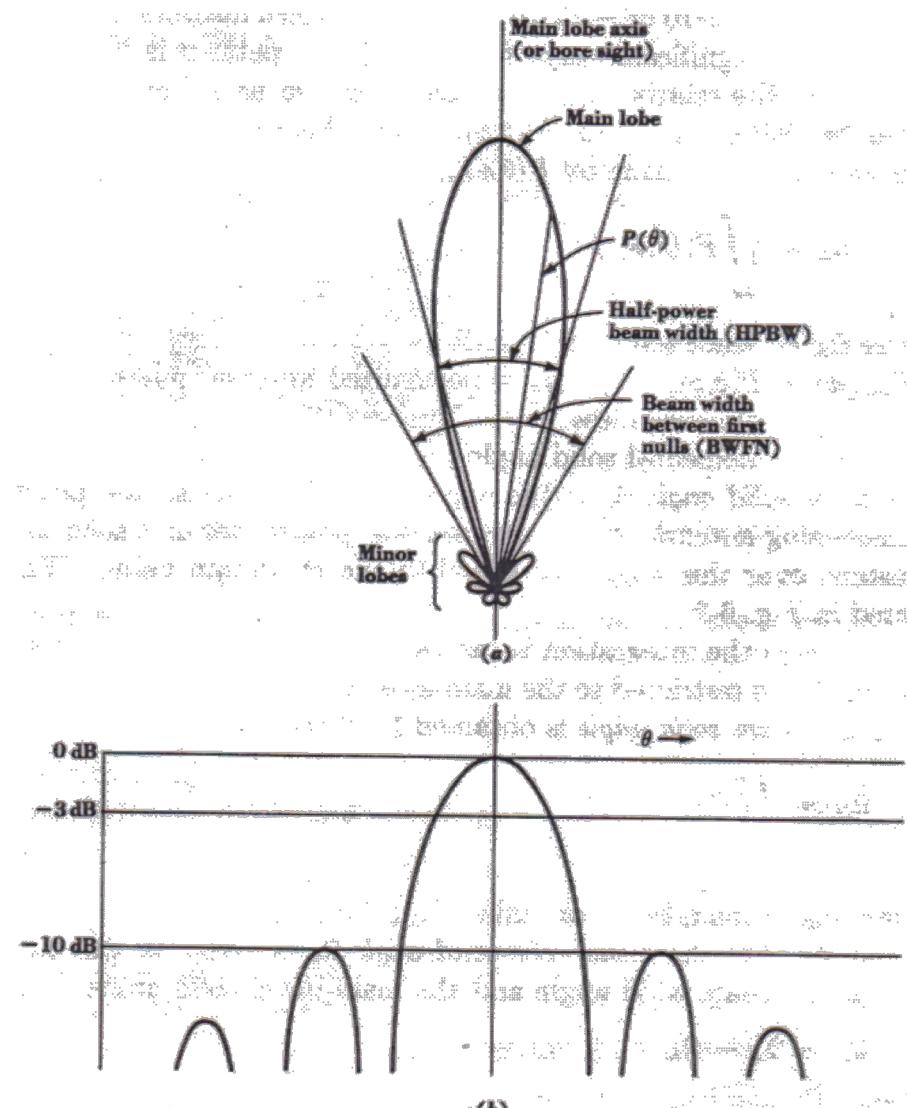


Fig. 6-1. (a) Antenna pattern in polar coordinates and linear power scale;  
(b) antenna pattern in rectangular coordinates and decibel power scale.

Figure 2.1: From Kraus [1986].

- ▶ Man stellt sich vor, mit der Antenne zu senden.
- ▶ Wie viel der Intensität geht in welchen Winkelbereich?
- ▶ Wichtige Begriffe:
  - ▶ Hauptkeule
  - ▶ Nebenkeulen
  - ▶ Half-Power Beamwidth  
(das was ich oben Winkelauflösung genannt habe)

# Idee des Beugungslimits bei Antennen

- ▶ Eine ebene Welle muss eigentlich unendlich ausgedehnt sein.
- ▶ Näherungsweise erfüllt, wenn die Apertur groß im Vergleich zur Wellenlänge ist.
- ▶ Ist die Antenne zu klein, läuft die Welle auseinander.
- ▶ Gilt auch für Spiegel und Linsen.
- ▶ **Quasioptik:** Optik (Spiegel, etc.) bei der die Aperturen nicht groß genug sind, so dass man nicht mit geraden Strahlen rechnen kann. Zum Beispiel in Mikrowellenradiometern.

# Strahleffizienz und Apertureffizienz

- ▶ Strahleffizienz: Verhältnis Leistung in der Hauptkeule zur gesamten Leistung (wie gut sind Nebenkeulen unterdrückt)
- ▶ Apertureffizienz: Verhältnis scheinbare Apertur zur geometrischen Apertur (wie gut nutze ich meine Antenne aus)
- ▶ Leider können nicht beide hoch (nahe an 1 sein)
- ▶ Design der Antenne bestimmt den Trade-Off, und damit die Konstante C

$$\Delta\vartheta = C \frac{\lambda}{D}$$

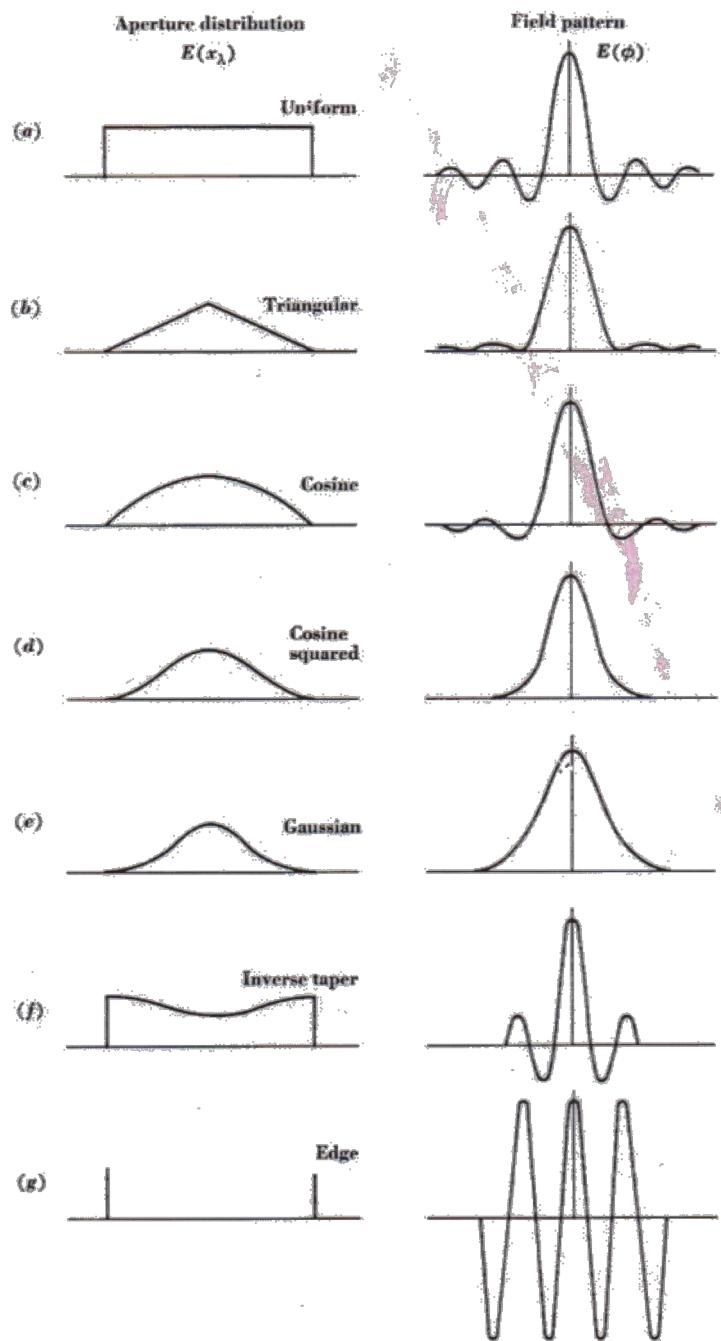
$\Delta\vartheta$ : Winkelauflösung

$\lambda$ : Wellenlänge

$D$ : Apertur

C: Konstante

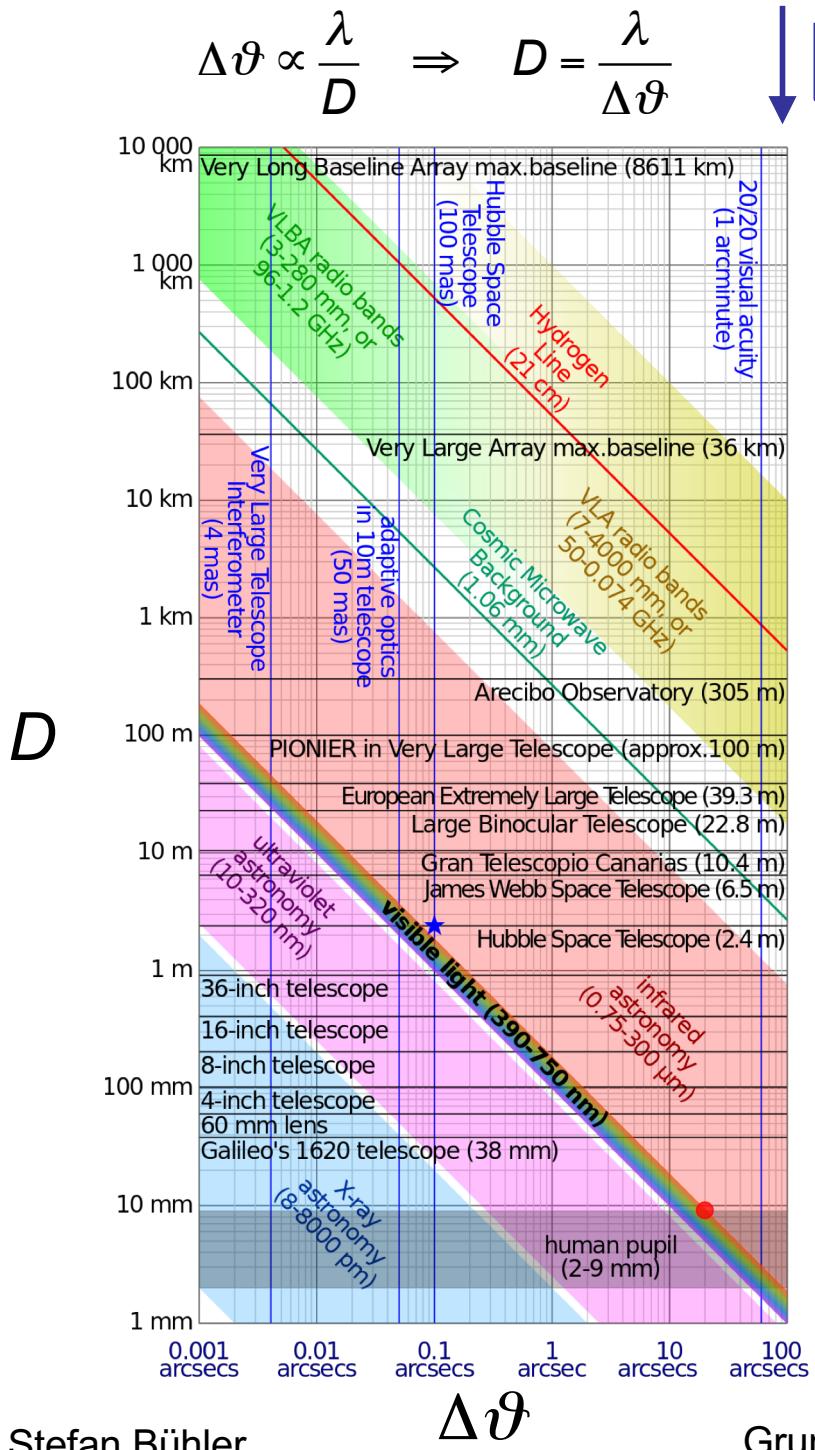
# Ausleuchtung der Apertur und Antennendiagramm



*Fig. 6-9.* Different aperture distributions with associated antenna patterns.

Stefan Bühler  
Figure 2.2: From Kraus [1986].

Grundgesetze der Optik



$\downarrow$

$3600 \text{ arcsec} = 1^\circ$

$\rightarrow 100 \text{ arcsec} = 0.027777^\circ$

$$\frac{d/2}{H} = \tan \frac{\alpha}{2}$$

$$d = 2H \tan \frac{\alpha}{2}$$

d: Pixelgröße  
H: Orbithöhe  
 $\alpha$ : Winkelauflösung

$H = 500\text{e}3 \text{ m}$  (niedriger Orbit)

$\alpha = 0.027777^\circ$  (100 arcsec)

$\Rightarrow d \approx 240 \text{ m}$

Wikipedia: „Log-log plot of aperture diameter vs angular resolution at the diffraction limit for various light wavelengths compared with various astronomical instruments. For example, the blue star shows that the Hubble Space Telescope is almost diffraction-limited in the visible spectrum at 0.1 arcsecs, whereas the red circle shows that the human eye should have a resolving power of 20 arcsecs in theory, though normally only 60 arcsecs.“

# Übersicht

- ▶ Strahlenoptik
- ▶ Wellenoptik
- ▶ Anwendung 1: Luftspiegelungen
- ▶ Mehr zu Reflektion und Transmission
- ▶ Beugung
- ▶ Anwendung 2: Irisierende Wolken
- ▶ Beugungslimit
- ▶ **Zusammenfassung**

# Zusammenfassung

- ▶ „Klassische“ Optik:
  - ▶ Betonung des sichtbaren Bereichs (mehr allgemein, Wellenlänge klein im Vergleich zu betrachteten Strukturen)
  - ▶ Keine Emission (keine Wäremestrahlung)
  - ▶ Glatte Flächen (für Reflektion, Brechung)
  - ▶ Betonung des Wellencharakters des Lichts, mit Strahlenoptik als Näherung
  - ▶ Beugungslimit
- ▶ Wichtigste Größe:  
Brechungsindex

# Intensität / Amplitude

## Amplitude

- ▶ Charakterisiert „Stärke“ kohärenter Strahlung im Wellenbild
- ▶ Amplitude + Phase nötig zur Erklärung von Interferenzphänomenen (Beugung)

## Intensität

- ▶ Zeitlich gemitteltes Quadrat der Amplitude (plus Vorfaktoren)
- ▶ Vor allem im Strahlenbild und vor allem für inkohärente Strahlung wesentlich geeigneter als Amplitude
- ▶ Inkohärent: Licht + Licht =  $2^*\text{Licht}$
- ▶ Kohärent: Licht + Licht = [Dunkelheit bis  $4^*\text{Licht}$ ]
- ▶ **Intensität im Rest der Vorlesung im Vordergrund!**

## Leseempfehlung

- ▶ Petty, Kapitel 4.