



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA  
BARCELONATECH

Escola d'Enginyeria de Barcelona Est

# TRABAJO DE FINAL DE GRADO

GRADO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y AUTOMÁTICA

VOLUMEN I: MEMORIA

---

## Diseño e implementación de un inversor trifásico dual para tracción eléctrica

---

*Autor:*

David Redondo

*Director:*

Prof. Alfonso Conesa Roca

Convocatoria: Junio 2024



---

# Resumen

---

Este Trabajo de Final de Grado se enfoca en el diseño y prototipado de un inversor trifásico dual de 80 kW (2x40 kW) y 600 V con control vectorial (FOC) para PMSMs (motores síncronos de imanes permanentes). Este inversor bidireccional busca ser una solución compacta y de alto rendimiento para aplicaciones de tracción eléctrica en vehículos de Formula Student.

El proyecto tiene la intención de alcanzar altas densidades de potencia, lo que implica la implementación de tecnologías de vanguardia como los semiconductores de carburo de silicio (SiC), el uso de materiales compuestos y la aplicación de técnicas de fabricación aditiva. Se trabajará para alcanzar estos objetivos mediante un diseño que tenga en cuenta la correcta gestión térmica, la disposición eficiente de los componentes, la selección adecuada de cableado y conectores, entre otros aspectos fundamentales.

Además, el código del inversor implementa un lazo de control de par que permite trabajar en la región de debilitamiento de campo, además de optimizar el paso por la zona de baja fuerza contraelectromotriz. El control eficiente de la máquina eléctrica permite extraer al máximo toda su potencia en un rango muy grande de velocidades, llegando de forma segura a sus límites.

---

# Abstract

---

This Degree Thesis focuses on the design and prototyping of a dual three-phase inverter of 80 kW (2x40 kW) and 600 V with field-oriented vector control (FOC) for PMSMs (Permanent Magnet Synchronous Motors). This bidirectional inverter seeks to be a compact, high-performance solution for electric traction applications in Formula Student vehicles.

The project intends to achieve high power densities, which involves the implementation of cutting-edge technologies such as silicon carbide (SiC) semiconductors, the use of composite materials and the application of additive manufacturing techniques. Work will be done to achieve these objectives through a design that takes into account correct thermal management, the efficient arrangement of components, the appropriate selection of wiring and connectors, among other fundamental aspects.

In addition, the inverter code implements a torque control loop that allows working in the field weakening region, in addition to optimizing the trajectory through the low back electromotive force zone. The efficient control of the electric machine allows it to extract all its power to the maximum in a very wide range of speeds, safely reaching its limits.

---

# Agradecimientos

---

gracias gracias

---

# Glosario

---

- 1D** One-Dimensional — Unidimensional
- 2D** Two-Dimensional — Bidimensional
- 3D** Three-Dimensional — Tridimensional
- AC** Alternating Current — Corriente alterna
- BEMF** Back Electromotive Force — Fuerza contra-electromotriz
- CS** Constant Speed — Velocidad constante
- CT** Constant Torque — Par constante
- CVL** Current and Voltage Limits — Límites de corriente y voltaje
- DC** Direct Current — Corriente continua
- DTC** Direct Torque Control — Control de par directo
- ECU** Electronic Control Unit — Unidad de control electrónico
- EM** Electric Machine — Máquina eléctrica
- EMI** Electromagnetic Interference — Interferencia electromagnética
- EMR** Energetic Macroscopic Representation — Representación macroscópica de la energía
- EV** Electric Vehicle — Vehículo eléctrico
- FOC** Field Oriented Control — Control orientado al campo
- FW** Flux Weakening — Debilitamiento del flujo
- GaN** Gallium Nitride — Nitruro de galio
- HW** Hardware — Hardware
- I** Integral — Integral
- ICE** Internal Combustion Engine — Motor de combustión interna
- IGBT** Insulated Gate Bipolar Transistor — Transistor Bipolar de Puerta Aislada
- IM** Induction Machine — Máquina de inducción
- IPMSM** Interior Permanent Magnet Synchronous Machine — Máquina síncrona de imanes permanentes interiores
- LBEMF** Low Back Electromotive Force — Baja fuerza contra-electromotriz
- LPF** Low-Pass Filter — Filtro pasa-bajos
- LUT** Look-Up Table — Tabla de búsqueda

**MOSFET** Metal Oxide Semiconductor Field-Effect Transistor — Transistor de efecto de campo semiconductor de óxido metálico

**MTPA** Maximum Torque Per Ampere — Par máximo por amperio

**MTPV** Maximum Torque Per Volt — Par máximo por voltio

**NPC** Neutral Point Clamped — Punto neutro fijado

**PI** Proportional-Integral — Proporcional-Integral

**PID** Proportional-Integral-Derivative — Proporcional-Integral-Derivativo

**PLL** Phase-Locked Loop — Lazo de fase bloqueada

**PMSM** Permanent Magnet Synchronous Machine — Máquina síncrona de imanes permanentes

**PWM** Pulse Width Modulation — Modulación de ancho de pulso

**RMS** Root Mean Square — Media cuadrática

**Si** Silicon — Silicio

**SiC** Silicon Carbide — Carburo de silicio

**SoC** State of Charge — Estado de carga

**SPMSM** Surface Permanent Magnet Synchronous Machine — Máquina síncrona de imanes permanentes superficiales

**SPWM** Sinusoidal Pulse Width Modulation — Modulación de ancho de pulso sinusoidal

**SVPWM** Space Vector PWM — PWM por vector espacial

**SW** Software — Software

**T-NPC** T-type Neutral Point Clamped — Punto neutro fijado tipo T

**THD** Total Harmonic Distortion — Distorsión armónica total

**VSI** Voltage Source Inverter — Inversor de fuente de voltaje

**WBG** Wide Bandgap — Banda prohibida ancha

---

# Índice general

---

<b>1. Introducción y prefacio</b>	<b>8</b>
<b>2. Objetivos</b>	<b>10</b>
<b>3. Estado del Arte</b>	<b>11</b>
<b>4. Metodología</b>	<b>12</b>
<b>5. Desarrollo</b>	<b>14</b>
5.1. Estudio del modelo matemático del PMSM . . . . .	14
5.1.1. Modelo trifásico del PMSM . . . . .	14
5.1.2. Representación en el espacio vectorial . . . . .	14
5.1.3. Transformadas . . . . .	15
Transformada de Clarke ortonormal . . . . .	16
Transformada de Clarke de Amplitud Constante . . . . .	17
Transformada de Park . . . . .	17
5.1.4. Modelo $dq0$ del PMSM . . . . .	18
5.1.5. Curvas características del PMSM . . . . .	20
Curva de par-velocidad y potencia-velocidad . . . . .	20
CLC (Círculo de límite de corriente) . . . . .	21
TH (Hipérbolas de par) . . . . .	21
VLE (Elipses de límite de voltaje) . . . . .	22
5.2. Control del PMSM en el espacio d-q . . . . .	24
5.2.1. Trayectorias de control . . . . .	24
MTPA (Máximo Par por Amperio) . . . . .	24
CTC (Curva de Torque Constante) . . . . .	25
MTPV (Máximo Par por Voltio) . . . . .	25
CVL (Límites de Corriente y Voltaje) . . . . .	27
5.2.2. Diseño y simulación del control . . . . .	29
EMR (Representación macroscópica energética) . . . . .	29
Lazos de corriente y modelo promediado del inversor . . . . .	29
Implementación de las trayectorias de control . . . . .	32
Modelo conmutado en PLECS . . . . .	33
5.3. <i>Hardware</i> . . . . .	35
5.3.1. Concepto . . . . .	35
5.3.2. Semiconductores . . . . .	38
Elección del Material: Carburo de Silicio (SiC) . . . . .	38
Módulos de Potencia: Selección y Comparativa . . . . .	38
Análisis de Pérdidas . . . . .	39
Sistema de Refrigeración . . . . .	39
5.3.3. <i>Gate drivers</i> . . . . .	39
5.3.4. Bus de condensadores . . . . .	40
5.3.5. Conductores . . . . .	40

5.3.6. PCB de potencia . . . . .	40
5.3.7. PCB de control . . . . .	40
5.3.8. PCB de TS-DC . . . . .	40
5.4. <i>Software</i> . . . . .	40
5.4.1. Concepto . . . . .	40
5.4.2. Retos . . . . .	41
5.4.3. Tareas . . . . .	41
5.4.4. Interfaz de usuario . . . . .	41
5.5. Validación . . . . .	41
<b>6. Resultados</b>	<b>42</b>
<b>A. Apéndices</b>	<b>1</b>
<b>B. Bibliografía</b>	<b>2</b>



---

# 1. Introducción y prefacio

---

La Formula Student es una competición internacional que desafía a estudiantes de ingeniería de todo el mundo a diseñar, construir y competir con monoplazas diseñados, contruidos y pilotados por los mismos estudiantes. Esta competición proporciona una plataforma excepcional para que los futuros ingenieros pongan en práctica sus conocimientos y adquieran experiencia práctica en todos los ámbitos de la ingeniería, desde la manufactura hasta la gestión de proyectos. El énfasis en la innovación, la eficiencia y la adaptabilidad aporta un valor incalculable a la formación de los jóvenes ingenieros.

Dentro de los puntos clave de la Formula Student durante los últimos años, se encuentra el interés creciente en la tracción eléctrica. En un mundo cada vez más preocupado por la sostenibilidad y la eficiencia energética, los motores eléctricos han surgido como una opción atractiva para la propulsión de vehículos cada vez más grandes. Este cambio de paradigma plantea la cuestión fundamental de cómo diseñar y controlar eficazmente estos sistemas eléctricos para lograr un alto rendimiento sin dejar de ser accesibles por el grueso de la población. La optimización de costes no suele ser un reto en los deportes de motor, incluida la Formula Student, pero la innovación que se lleva a cabo en estos contextos de libertad absoluta permite traer ideas de las competiciones a los vehículos de calle. En este contexto se establece un puente fundamental entre el presente y el futuro de la movilidad sostenible, explorando los elementos técnicos que impulsan el rendimiento de los motores eléctricos y su control, y, al hacerlo, contribuye a dar forma al panorama de la movilidad del mañana. Además, la tracción eléctrica pura no es la única rama de la industria beneficiada por ingenieros conocedores de estos sistemas, también los trenes de potencia híbridos, los generadores en centrales energéticas, incluso los sistemas de gestión de la energía en hogares pueden volverse mucho más eficientes gracias a la investigación y el conocimiento en baterías, motores eléctricos, electrónica de potencia e integración.

Este proyecto se sitúa en el corazón de esta revolución en los deportes de motor, donde la ingeniería se fusiona con la sostenibilidad y la competición para forjar una nueva generación de soluciones de tracción eléctrica. A través de un enfoque riguroso en el diseño y control de motores eléctricos y controladoras, este proyecto busca avanzar en el conocimiento y la aplicación de tecnologías de vanguardia, contribuyendo así a la formación de ingenieros y al desarrollo de soluciones de movilidad más ecológicas.

El desarrollo de sistemas de control para motores eléctricos no es una tarea trivial y demanda un profundo conocimiento de las características del motor, la teoría del control y la programación de dispositivos electrónicos. Además, este último reto se ve incrementado cuando se trata de aplicaciones de bajo coste, pues los dispositivos que controlen esos inversores, generalmente microcontroladores, vendrán muy limitados en cuanto a prestaciones. Por tanto, es necesario optimizar los algoritmos de control, desde el diseño de los mismos sobre el papel hasta la implementación en líneas de código.

Además, la electrónica de potencia está viviendo grandes avances para aplicaciones de todos los rangos de potencia. Los dispositivos semiconductores de carburo de silicio (SiC) están permitiendo mayores densidades de potencia en los rangos de

centenares de *watts* hasta rozar el *megawatt*, debido a la reducción de pérdidas y la alta conductividad térmica del material en comparación con sus equivalentes de silicio tradicional. Por otra parte, los dispositivos de nitruro de galio (GaN) consiguen miniaturizar convertidores del rango de unos pocos *watts* hasta casi el *kilowatt* de la misma manera. Otros avances en componentes, como la tecnología de condensadores de film, aceleran más este proceso de miniaturización, que hace posible conseguir cada vez densidades de potencia más elevadas. Junto a estos dispositivos de nueva generación, avances en las técnicas de control y modulación permiten reducir las pérdidas y aumentar así la eficiencia, reduciendo de esa manera los requisitos de gestión térmica y permitiendo diseñar convertidores todavía más pequeños.

En este trabajo se explorará el diseño y control de un inversor trifásico dual de alto rendimiento para motores PMSM, aplicado al entorno de la Formula Student. Se abordarán los aspectos técnicos y prácticos de este proyecto, desde la selección de componentes hasta la implementación de algoritmos de control avanzados.

En particular, el diseño de esta controladora tendrá en cuenta específicamente las necesidades de e-Tech Racing, el equipo de Formula Student de la UPC EEBE. Desde su fundación en 2013, este equipo ha construido monoplazas año tras año para competir en los eventos de España, República Checa, Italia, Holanda y Alemania.

Tras cinco años de evolución de la misma plataforma, el equipo se encuentra diseñando y construyendo un nuevo concepto en el momento en el que se redacta este trabajo. El cambio principal son justamente los motores eléctricos, cuyo nuevo diseño permitirá embeberlos en las propias ruedas del monoplaza debido a su compactidad, liberando así mucho espacio del chasis. Se usarán dos motores, uno para cada rueda trasera, aunque el plan a largo plazo es implementar otros dos motores en las ruedas delanteras. Para controlarlos se usarán dos inversores Bamocar D3 700-400 de la empresa alemana Unitek. Estos inversores están extremadamente sobredimensionados en potencia, y ocuparán un espacio considerable dentro del chasis. Además, existe cierta limitación en los parámetros modificables, y eso impide programar un control óptimo para el motor.

Para que el inversor sea fácilmente integrable con los futuros monoplazas del equipo necesita contar con algunos componentes usados actualmente por el equipo. Por ejemplo, se usará el mismo microcontrolador que para el resto de ECUs, los mismos conectores de potencia y comunicación, y PCBs de estilos similares al resto de circuitos del monoplaza para que los fabricantes que colaboran con el equipo puedan fabricar todos los circuitos impresos del inversor. Esto permitirá una integración fluida del inversor como una ECU más del monoplaza, con el añadido de la electrónica de potencia personalizada.

---

## 2. Objetivos

---

bueno ya se vera

---

## 3. Estado del Arte

---

esto ya en su momento

---

## 4. Metodología

---

La metodología seguida para el desarrollo de este proyecto se ha estructurado en base al modelo en V, que es un enfoque de gestión de proyectos ampliamente utilizado en el campo de la ingeniería. Este modelo se caracteriza por definir un proceso que va desde las etapas tempranas de especificación y conceptualización hasta las fases finales de pruebas y validación. A continuación, se detallan las distintas etapas de la metodología, su duración aproximada y cómo se superponen y relacionan entre sí.

### 1. Definición de requisitos

La primera etapa del proyecto se centra en la definición de los requisitos del inversor trifásico y su control. Aquí se establecen los objetivos, las especificaciones técnicas y los criterios de rendimiento que guiarán todo el desarrollo. Además, se identifican las necesidades y expectativas del equipo de Formula Student, asegurando que el proyecto cumpla con sus requerimientos específicos. La duración de esta etapa es excepcionalmente larga, pues requiere de mucha familiaridad con el entorno de la Formula Student y conocimiento sobre las necesidades reales del equipo.

### 2. Modelo continuo y simulación del control

La siguiente etapa es el diseño del modelo en continuo y el desarrollo del control en Simulink. Aquí, se crea un modelo matemático del inversor y del motor PMSM y se implementa el control vectorial (FOC). Este proceso implica una comprensión profunda de la teoría detrás de los motores eléctricos y el diseño del control. Se basará en la representación de la energía macroscópica (EMR) con el fin de ilustrar la aplicación final del motor. La duración estimada para esta fase es de aproximadamente 2 meses.

### 3. Discretización del modelo y simulación de la conmutación

Al acabar la etapa anterior, se trabaja en la discretización del modelo y la simulación de la conmutación de los interruptores de potencia en PLECS. Aquí se tiene en cuenta la naturaleza discreta de la electrónica de potencia y se simula el comportamiento del inversor en el dominio del tiempo discreto. Además, esta simulación incorpora también el modelo térmico, con lo que se pueden extraer las pérdidas del inversor. Esta fase dura alrededor de 2 semanas, pues gran parte de lo ya modelado se puede reutilizar para el nuevo modelo discreto.

### 4. Diseño del *hardware*

Con el diseño del control y la simulación de la conmutación como base, se procede al diseño del *hardware*. Esto implica seleccionar componentes, diseñar esquemáticos y PCB y diseñar los tests de validación de *hardware*. La duración estimada para esta etapa es de 3 a 4 meses, y se solapa parcialmente con el diseño del *software*.

## 5. Diseño del *software*

Simultáneamente con el diseño del *hardware*, se trabaja en el desarrollo del *software*. Esto incluye programar el microcontrolador que controlará el inversor y la implementación del algoritmo de control. Se utilizará una placa de evaluación antes de tener la placa de control propia con tal de acelerar el desarrollo. La duración estimada para esta fase es de aproximadamente 4 meses.

## 6. Validación del *hardware*

Una vez que el *hardware* se está construyendo, se procede a la validación con los tests diseñados anteriormente. La duración estimada para esta etapa es de aproximadamente 1 a 2 meses y se superpone con el desarrollo del *software*.

## 7. Validación del *software*

La validación del *software* se realiza una vez que el *hardware* está validado. Aquí, se llevan a cabo pruebas exhaustivas para garantizar que el inversor funcione según lo previsto y que los modelos de simulación se ajusten a la realidad. La duración estimada para esta etapa es de 2 meses.

## 8. Documentación y preparación para la implementación

La fase final del proyecto se enfoca en la documentación, la creación de manuales de uso y mantenimiento y la preparación para su implementación en los monoplazas del equipo de Formula Student. Además, se construirá una maqueta del empaquetado del inversor, donde se busque una buena integración mecánica con el monoplaza. La duración estimada para esta etapa es de aproximadamente 1 mes.

Es importante destacar que las etapas de diseño del hardware y del software pueden superponerse y solaparse con otras etapas, lo que permite un desarrollo más ágil y eficiente del proyecto. La superposición de estas etapas es esencial para cumplir con los plazos y garantizar que el proyecto avance de manera constante. El trabajo se ha realizado en el marco de un año académico, de septiembre a junio, aunque la definición de requisitos y los primeros pasos del modelo continuo se realizaron antes del comienzo del trabajo.

---

## 5. Desarrollo

---

### 5.1. Estudio del modelo matemático del PMSM

En esta sección, se abordará de manera gradual la introducción al control vectorial de máquinas eléctricas. Esta sección se asemeja más a un conjunto de pasos para comprender completamente el control utilizado en los inversores. Es importante tener en cuenta que existen muchas simplificaciones matemáticas, suposiciones no justificadas y pasos omitidos ya que la extensión de la sección sería extremadamente larga en caso de razonar desde cero todos los resultados.

#### 5.1.1. Modelo trifásico del PMSM

Los motores síncronos de imanes permanentes (PMSM) están hechos de hierro, cobre y imanes. Se limita el análisis a máquinas de tres fases, aunque el análisis para sistemas con más de tres fases es similar. El cobre se distribuye en devanados, que tienen una resistencia y una inductancia iguales entre ellas si la máquina está equilibrada. Además, cuando el rotor gira, los imanes permanentes inducen una tensión en los devanados, lo que se conoce como fuerza contra-electromotriz (FCEM).

Se trabajará con motores cuyos devanados estén conectados en configuración estrella, ya que se utiliza con mucha más frecuencia que la configuración delta. Por lo tanto, se puede construir un circuito eléctrico equivalente simple. De todas maneras, es sencillo extender el modelo y el control a motores con conexión estrella.

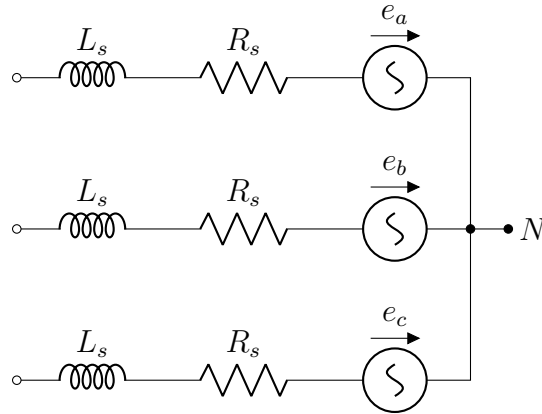


Figura 5.1: Circuito eléctrico equivalente de un PMSM trifásico en configuración estrella

#### 5.1.2. Representación en el espacio vectorial

Cuando el PMSM gira, las formas de onda de corriente y voltaje son aproximadamente sinusoidales. Siendo un sistema trifásico y equilibrado, se vería algo como en la siguiente figura.

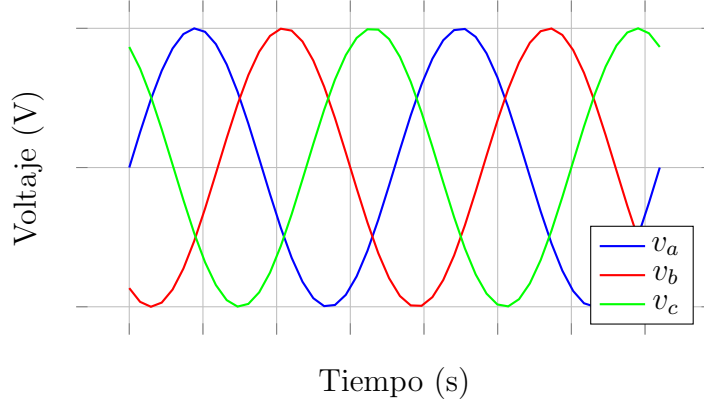


Figura 5.2: Sistema trifásico representado en el tiempo

Todas las ecuaciones se pueden definir a partir de este modelo, pero se vuelve muy poco práctico para análisis más complejos. Se introduce una forma de representar estas formas de onda en el espacio tridimensional  $\mathbb{R}^3$ , en el que se escogen los ejes  $(a, b, c)$ . Lo que debería esperarse ver es una forma tridimensional en el espacio  $\mathbb{R}^3$ . Se comienza en  $t = 0$  y se dibuja un punto en las coordenadas  $[v_a(0), v_b(0), v_c(0)]$ . Luego, se continúa trazando puntos mientras se avanza a lo largo del eje del tiempo. La forma se puede expresar como curva paramétrica como  $[v_a(t), v_b(t), v_c(t)]$ . Cuando se representa la forma resultante, puede sorprender, ya que es un círculo perfectamente plano. Cabe destacar que el orden de los ejes depende del contexto, y en este trabajo se toma el sistema de referencia mostrado en las siguientes figuras.

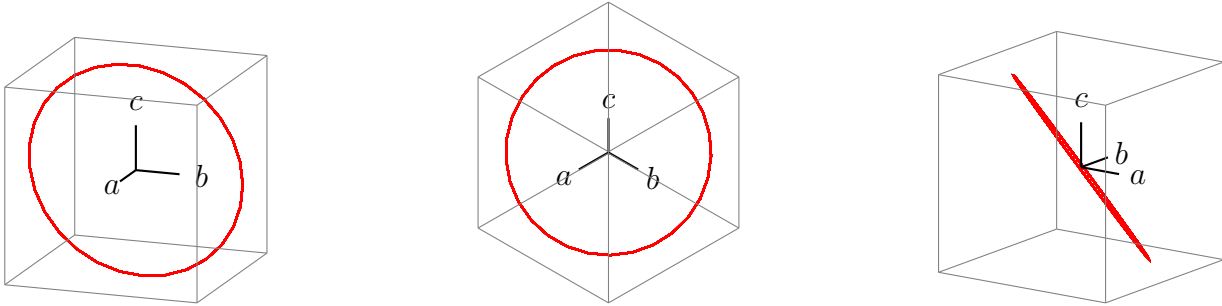


Figura 5.3: Sistema trifásico representado en el Espacio Vectorial

Se puede observar que el sistema trifásico, cuando está equilibrado, se puede representar con solo dos variables, ya que la forma resultante es bidimensional. Se explorará cómo simplificar esto para facilitar el control del PMSM.

### 5.1.3. Transformadas

Se puede sospechar que lo que se necesita para representar el sistema trifásico con dos variables es un cambio de base, en particular, una rotación. El enfoque general sería utilizar la transformada de Concordia. La transformada de Clarke es el caso particular para 3 dimensiones de la transformada de Concordia, que se utiliza para cualquier número de dimensiones.



Se pueden encontrar dos transformadas de Clarke: la transformada de Clarke ortonormal y la transformada de Clarke de amplitud constante o módulo invariante. Además, se pueden considerar el eje  $\alpha$  avanzado  $90^\circ$  respecto al eje  $\beta$ , o viceversa. Para el análisis y control de una máquina eléctrica se suele utilizar la transformada de Clarke de amplitud constante con  $\alpha$  avanzada.

### Transformada de Clarke ortonormal

Esta transformada se utiliza cuando la potencia del sistema debe permanecer inalterada después de la transformación. Se aplican dos rotaciones al marco de referencia  $abc$  y se crea el marco de referencia  $\alpha\beta\gamma$ . En este nuevo marco de referencia, la trayectoria del vector espacial está completamente contenida en el plano  $\alpha\beta$  cuando el sistema está equilibrado, y el eje  $\gamma$  se utiliza para explicar el componente homopolar del sistema (la suma de los tres componentes debe ser igual a 0 si el sistema está equilibrado, de lo contrario, aparece el componente homopolar).

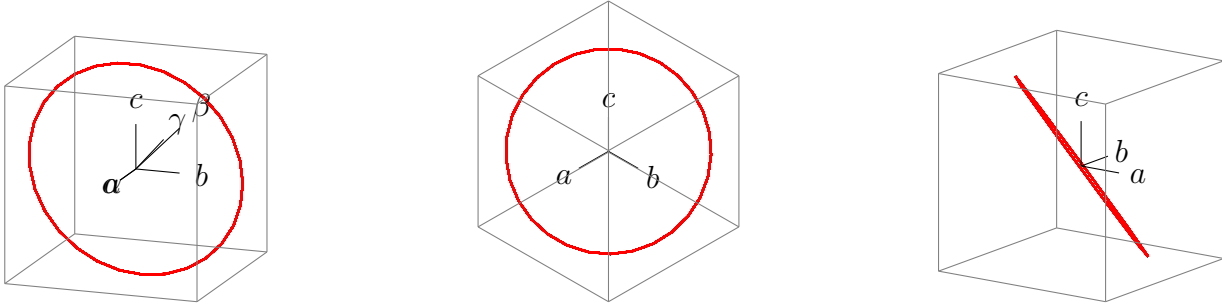


Figura 5.4: Sistema trifásico representado en el Espacio Vectorial

No se derivará la transformada aquí, aunque es necesario comprender lo que hace y conocer la matriz de transformación.

Lo que hace la transformada es colocar dos de los ejes del sistema de referencia en el plano formado por el círculo generado por el vector espacial. El eje restante es perpendicular a ese plano y representa el componente homopolar.

A continuación se presenta la forma matricial de la transformada:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

La forma matricial de la transformada inversa es:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Esta transformada tiene la particularidad de mantener constante la potencia del sistema, de modo que se cumple la siguiente condición:

$$p(t) = p_{abc} = p_{\alpha\beta\gamma, \text{ortonormal}} = v_a \cdot i_a + v_b \cdot i_b + v_c \cdot i_c = v_\alpha \cdot i_\alpha + v_\beta \cdot i_\beta + v_\gamma \cdot i_\gamma \quad (5.3)$$

## Transformada de Clarke de Amplitud Constante

Mantener constante la potencia a lo largo de las transformadas puede ser útil en algunos contextos, pero lo que se suele implementar es una variante de la transformada de Clarke que mantiene constante la amplitud de la magnitud.

La transformada no es ortonormal, ya que ajusta las magnitudes para que el módulo de las variables sea el adecuado, pero la rotación se mantiene igual.

$$\begin{bmatrix} \alpha' \\ \beta' \\ \gamma' \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

La transformada inversa es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha' \\ \beta' \\ \gamma' \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Se puede derivar que:

$$p_{abc} = \frac{3}{2} \cdot (v_{\alpha'} \cdot i_{\alpha'} + v_{\beta'} \cdot i_{\beta'} + v_{\gamma'} \cdot i_{\gamma'}) \quad (5.6)$$

## Transformada de Park

Después de aplicar la transformada de Clarke, todavía quedan dos variables sinusoidales ( $\alpha\beta$  si se considera  $\gamma = 0$ ), lo que dificulta el análisis para que el control sea sencillo. Por lo tanto, se aplica otra transformada para convertir estas cantidades sinusoidales en constantes.

Ahora, considerando que el vector espacial gira a una velocidad de  $\omega = 2\pi f$ , si se aplica continuamente una rotación alrededor del eje  $\gamma$  con un ángulo  $\theta = \omega t$ , se puede representar el vector espacial como una composición de dos variables continuas (en lugar de sinusoides). Además, si se sincroniza esta rotación con el ángulo del vector espacial (el eje  $d$  apuntando al vector espacial), se obtiene una variable continua ( $d$ ) y una segunda variable de valor nulo ( $q$ ).

Figura 5.5: Transformada de Park.

Se puede ver que la transformada es simplemente una rotación a lo largo de uno de los ejes de la base:

$$\begin{bmatrix} d \\ q \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

#### 5.1.4. Modelo $dq0$ del PMSM

En esta sección, se convertirá el modelo trifásico inicial del PMSM en un modelo continuo en el marco de referencia  $d - q$ . Antes, se omitieron las ecuaciones del modelo trifásico, pero utilizando estas y aplicando las transformadas de Clarke y Park, se obtienen las ecuaciones que se derivarán en esta sección.

El enfoque general es utilizar la transformada de amplitud constante, lo que lleva a estas ecuaciones para las tensiones y corrientes del estator:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

El modelo de circuito equivalente se divide en los circuitos del eje  $d$  y el eje  $q$ :

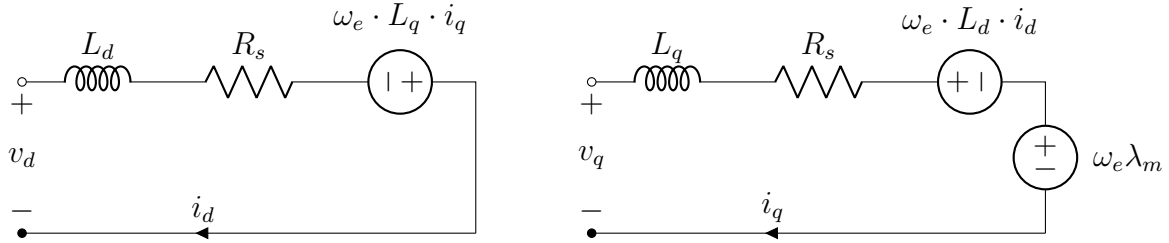


Figura 5.6: Circuitos eléctricos equivalentes del modelo  $d - q$  de un PMSM.

Se puede observar que:

$$v_d = v_{r_s} - \omega_e \cdot L_q \cdot i_q + v_{L_d} \quad (5.10)$$

$$v_d = r_s \cdot i_d - \omega_e \cdot L_q \cdot i_q + L_d \cdot \frac{di_d}{dt} \quad (5.11)$$

Y:

$$v_q = v_{r_s} - \omega_e \cdot L_d \cdot i_d + \omega_e \cdot \lambda_m + v_{L_q} \quad (5.12)$$

$$v_q = r_s \cdot i_q - \omega_e \cdot L_d \cdot i_q + \omega_e \cdot \lambda_m + L_q \cdot \frac{di_q}{dt} \quad (5.13)$$

Donde:

- $v_d$  y  $v_q$  son las tensiones en los ejes d y q respectivamente.
- $i_d$  y  $i_q$  son las corrientes en los ejes d y q respectivamente.
- $L_d$  y  $L_q$  son las inductancias en los ejes d y q respectivamente.
- $\omega_e$  es la velocidad eléctrica, que es la velocidad mecánica multiplicada por el número de pares de polos del PMSM ( $\omega_e = \omega_m \cdot pp = \omega_m \cdot \frac{n}{2}$ ).
- $\lambda_m$  es el flujo magnético generado por los imanes permanentes. La magnitud del flujo magnético generado afecta directamente la magnitud de la tensión inducida en las fases del estator. Este parámetro se puede transformar fácilmente en  $k_E$ , que es la relación entre la velocidad mecánica del rotor y la tensión generada en las 3 fases.

Hay PMSM cuyos imanes están montados dentro del rotor (IPM) y otros cuyos imanes están en la superficie del rotor (SPM). Esta diferenciación juega un papel importante en el desarrollo del modelo y el control, porque en los SPM se cumple  $L_d = L_q$ , a menudo escrito solo como  $L$ . Además, si se trata de un IPM, la orientación de los imanes puede cambiar las trayectorias del control, de manera que si son imanes tangenciales se da  $L_d > L_q$  y si son imanes radiales  $L_d < L_q$ . Se desarrollarán las ecuaciones para motores IPM, pero se ha de tener en cuenta que se pueden realizar muchas simplificaciones si el motor es un SPM. Una situación que se dará es que algunas ecuaciones tienen alguna forma de  $L_d - L_q$  como denominador, lo cual es bastante problemático si se está tratando de implementar la ecuación directamente. Por ese motivo, es mejor diferenciar las el tipo de motor antes de implementar las ecuaciones. Una solución válida es tener en cuenta la anisotropía magnética que suelen presentar la mayoría de SPMs, con lo que  $L_d < L_q$  y se pueden aplicar las ecuaciones del IPM.

\*\*\*\*\*FIGURA TIPOS DE MOTORES\*\*\*\*\*

La potencia eléctrica se define como:

$$p_e = \frac{3}{2} \cdot (v_d i_d + v_q i_q) \quad (5.14)$$

Si se supone que la máquina es perfectamente eficiente, se puede decir que la potencia mecánica es igual a la potencia eléctrica,  $p_e = p_m$ . Sabiendo que  $p_m = \omega_m T_{em}$ , donde  $T_{em}$  es el par electromagnético producido, se puede derivar:

$$T_{em} = \frac{3}{2 \cdot \omega_m} \cdot (v_d i_d + v_q i_q) = \frac{3}{2 \cdot \omega_e} \frac{n}{2} \cdot (v_d i_d + v_q i_q) \quad (5.15)$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{n}{2} \cdot ((L_d - L_q) i_q i_d + \lambda_m i_q) \quad (5.16)$$

También se puede establecer un límite de voltaje, porque el PMSM generalmente se controla con un inversor de fuente de voltaje (VSI) modulado por SVPWM y la tensión de salida está limitada a  $\frac{V_{DC}}{\sqrt{3}}$ . En esta ecuación, no se considera la caída de tensión por la resistencia del estator  $R_s$ , ya que haría que las ecuaciones fueran muy densas y el efecto de esta caída de voltaje es despreciable a altas velocidades.

$$\left(\frac{\frac{V_{DC}}{\sqrt{3}}}{\omega_e}\right)^2 \geq \left(\frac{\lambda_m}{L_d} + i_d\right)^2 + (L_q + i_q)^2 \quad (5.17)$$

### 5.1.5. Curvas características del PMSM

Las ecuaciones del PMSM son muy útiles cuando se diseña el control y la implementación real, pero antes de eso, es muy recomendable verlas en un gráfico para comprender mejor algunas de las intuiciones detrás de ellas.

#### Curva de par-velocidad y potencia-velocidad

Las primeras curvas estudiadas son las de par-velocidad y potencia-velocidad. Definen la intención de diseño del PMSM, ilustrando el rendimiento deseado. El objetivo al diseñar el control es tratar de igualar o incluso superar estas curvas.

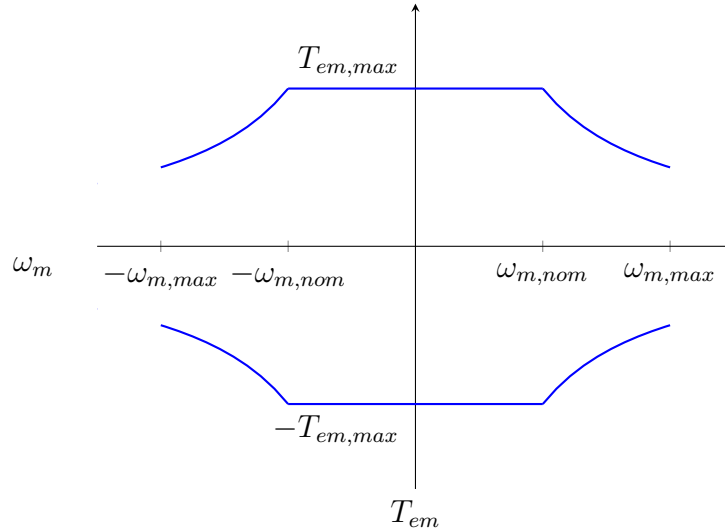


Figura 5.7: Curva de par-velocidad del PMSM.

La curva es una función por tramos, que toma  $T_{em,max}$ ,  $\omega_{m,max}$  y  $P_{m,max}$  como sus parámetros.

La curva es constante desde  $\omega_m = 0$  hasta  $\omega_m = \omega_{m,nom} = \frac{P_{m,max}}{T_{em,max}}$ , donde su valor es  $T_{em,max}$ . Esta porción es lo que se conoce como la zona de par constante. Desde  $\omega_m = \omega_{m,nom}$  hasta  $\omega_m = \omega_{m,max}$ ,  $T_{em}$  se define como  $T_{em} = \frac{P_{m,max}}{\omega_m}$ , lo que da una curva de tipo  $y = \frac{a}{x}$ . Esto se llama la zona de potencia constante.

$$T_{em} = \begin{cases} T_{em,max} & -\omega_{m,nom} < \omega_m < \omega_{m,nom} \\ -T_{em,max} & -\omega_{m,nom} < \omega_m < \omega_{m,nom} \\ \frac{P_{m,max}}{\omega_m} & \omega_{m,nom} \leq \omega_m \leq \omega_{m,max}(T_{em,max}), -\omega_{m,max} \leq \omega_m \leq -\omega_{m,nom}(-T_{em,max}) \\ -\frac{P_{m,max}}{\omega_m} & \omega_{m,nom} \leq \omega_m \leq \omega_{m,max}(-T_{em,max}), -\omega_{m,max} \leq \omega_m \leq -\omega_{m,nom}(T_{em,max}) \end{cases}$$

Además  $P_m$  aumentará linealmente con  $\omega_m$  hasta  $\omega_{m,nom}$ , ya que  $P_m = T_{em} \cdot \omega_m$ . Desde  $\omega_{m,nom}$  hasta  $\omega_{m,max}$ ,  $P_m$  es una recta de valor  $P_{m,max}$

### CLC (Círculo de límite de corriente)

Es obvio que la corriente eléctrica suministrada al PMSM debe estar limitada. Por lo general, el fabricante del motor establecerá la corriente alterna máxima, lo cual se traduce en un límite para  $i_d$  y  $i_q$ .

A continuación, se presenta un gráfico muy útil para conocer los límites del motor. Se establecen los ejes como  $i_d$  e  $i_q$ . Por ejemplo, si un motor está funcionando con  $i_d = -1$  A e  $i_q = 5$  A, se dibuja un punto en  $(-1, 5)$ . Como se puede apreciar, este es un sistema de coordenadas cartesianas. También puede convertirse en un sistema de coordenadas polares, que utiliza una magnitud y un ángulo. La magnitud del vector será entonces:

$$I_s = \sqrt{i_d^2 + i_q^2} [\text{A}] \quad (5.18)$$

Y el ángulo:

$$\gamma = \arctan\left(\frac{i_q}{i_d}\right) [\text{rad}] \quad (5.19)$$

Se puede observar que la corriente máxima puede expresarse más fácilmente como  $I_s$ , independientemente del ángulo  $\gamma$  (no debe confundirse con el  $\gamma$  de la transformada de Clarke). Por lo tanto, se puede representar  $I_s = I_{s,max}, \forall \gamma \in [0, 2\pi]$

Resulta ser un círculo, lo cual tiene sentido, ya que es un vector de magnitud constante. Además, el vector de corriente  $I_s \angle \gamma = I_{s,max} \angle \frac{3\pi}{4}$  se representa para facilitar su comprensión.

### TH (Hipérbolas de par)

Si se estudia la ecuación del par, es evidente que  $T_{em}$  es una función de  $(i_d, i_q)$ . El resto de parámetros son constantes, por lo que se puede establecer un valor fijo de par y deslizar alrededor de  $(i_d, i_q)$  para generar una curva. La forma de la curva resultante es una hipérbola.

$$T_{em} = \frac{3}{2} pp \cdot ((L_d - L_q) \cdot I_s^2 \cdot \sin(\gamma) \cos(\gamma) + \lambda_m \cdot I_s \cdot \sin(\gamma)) \quad (5.20)$$

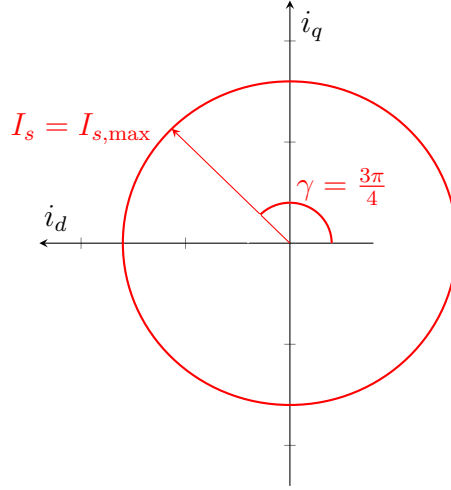


Figura 5.8: Círculo de límite de corriente.

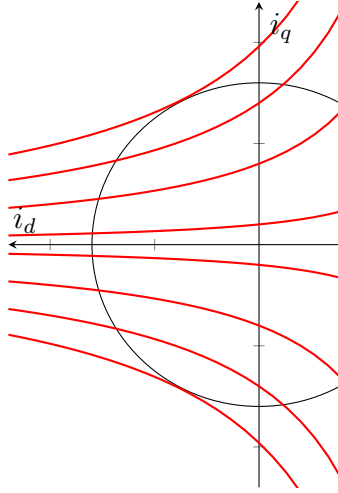


Figura 5.9: Hipérbolas de par.

El gráfico se limita a los cuadrantes 2 y 3 por un motivo ilustrado con estas hipérbolas: solo los valores negativos de  $i_d$  contribuyen a la generación de par. Cuando  $i_d > 0$ , se necesita más corriente para generar la misma cantidad de par. Cuanto más alejada está la hipérbole del eje  $i_d$ , más par representa en valor absoluto. Aquellas hipérbolas que quedan por encima del eje  $i_d$ , es decir,  $i_q > 0$  son par positivo, mientras que si  $i_q < 0$ , el par es de sentido opuesto.

### VLE (Elipses de límite de voltaje)

Tomando la ecuación de voltaje presentada anteriormente, se puede demostrar que es una elipse. Del mismo modo que con las hipérbolas de par, se pueden establecer una velocidad y una tensión, y deslizar valores de  $(i_d, i_q)$  para generar la curva.

$$1 \geq \frac{\left(\frac{\lambda_m}{L_d} + i_d\right)^2}{\left(\frac{V_{DC}}{\sqrt{3}\omega_e}\right)^2} + \frac{(L_q + i_q)^2}{\left(\frac{V_{DC}}{\sqrt{3}\omega_e}\right)^2} \quad (5.21)$$

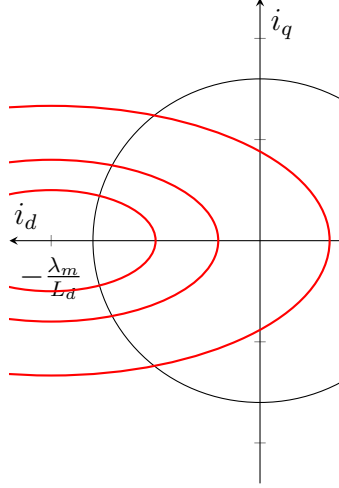


Figura 5.10: Elipses de límite de voltaje con  $I_{sc} > I_{s,max}$ .

Al representar estas elipses, normalmente se anotan los valores de velocidad en rpm mecánicas, ya que es mucho más fácil hacerse una idea de los límites del motor junto al resto de curvas ( $\omega_m [\text{rpm}] = \frac{1}{pp} \omega_e \left[ \frac{\text{rad}}{s} \right] \cdot \frac{60}{2\pi}$ ).

Las elipses se reducen a medida que la velocidad aumenta. El foco de las elipses está ubicado exactamente en  $(i_d, i_q) = (-I_{sc}, 0) = \left(-\frac{\lambda_m}{L_d}, 0\right)$ . En el gráfico anterior, el foco está fuera del círculo de límite de corriente, pero no siempre es el caso. Si  $I_{sc} \leq I_{s,max}$ , teóricamente el motor puede alcanzar una velocidad infinita, ya que las elipses colapsan en un solo punto.

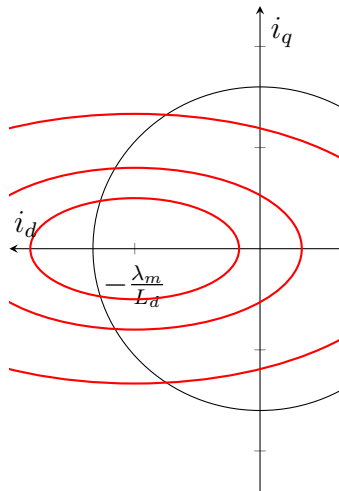


Figura 5.11: Elipses de límite de voltaje con  $I_{sc} \leq I_{s,max}$ .



## 5.2. Control del PMSM en el espacio d-q

### 5.2.1. Trayectorias de control

Después de conocer los límites de la máquina, se pueden establecer criterios para decidir cuánto  $i_d$  y  $i_q$  (o  $I_s$  y  $\gamma$ ) se deben aplicar al PMSM para que se comporte mecánicamente como se desee. El conjunto de puntos de trabajo que definen un comportamiento se llama trayectoria y existen una multitud de ellas. Por ejemplo, se puede desear que el motor produzca la mayor cantidad de par posible con la mínima corriente. Pero también se podría querer que tenga un cierto factor de potencia o que mantenga el par constante subiendo la velocidad, etc.

En un monoplaza de Formula Student, se desea que la salida de par esté perfectamente controlada y conocida para que el algoritmo de dinámica vehicular pueda estimar correctamente las fuerzas en los neumáticos. También es deseable que el motor pueda girar más rápido cuando no se requiere más par, ya que no es necesaria mucha tracción a altas velocidades del vehículo. Además, es necesario que sea eficiente para aprovechar mejor la energía de la batería. Con estos requisitos en mente, se estudian 4 trayectorias de control adecuadas para esta aplicación.

#### MTPA (Máximo Par por Amperio)

La trayectoria de control más utilizada es el MTPA, o Máximo Par por Amperio. Como su nombre indica, minimiza la corriente para entregar un par determinado. La condición que se debe cumplir es:

$$\frac{\partial T_{em}}{\partial \gamma} = 0 \quad (5.22)$$

La expresión analítica se desarrolla como:

$$T_{em} = \frac{3}{2}pp \cdot ((L_d - L_q) \cdot I_s^2 \cdot \sin(\gamma) \cos(\gamma) + \lambda_m \cdot I_s \cdot \sin(\gamma)) \quad (5.23)$$

$$\frac{\partial T_{em}}{\partial \gamma} = \frac{\partial}{\partial \gamma} \frac{3}{2}pp \cdot (I_s^2 \cos(\gamma) \sin(\gamma) \cdot ((L_d - L_q) + \lambda_m I_s \sin(\gamma))) = 0 \quad (5.24)$$

$$I_{s,MTPA} = -\frac{\lambda_m \cos(\gamma)}{(2 \cdot \cos(\gamma)^2 - 1) \cdot (L_d - L_q)} \quad (5.25)$$

Para la aplicación de esta trayectoria en el control se busca el ángulo como función de la corriente, y para ello se debe despejar  $\gamma_{MTPA}$  de la expresión.

$$\gamma_{MTPA} = \frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{\lambda_m \pm \sqrt{8(L_d - L_q)^2 \cdot I_s^2 + \lambda_m^2}}{4 \cdot I_s(L_d - L_q)}\right) \quad (5.26)$$

El resultado de graficar esta expresión sobre el plano  $(i_d, i_q)$  deja a la vista que el módulo de corriente es mínimo para cada hipérbola de par.

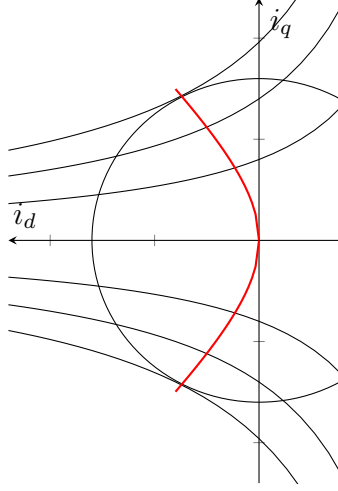


Figura 5.12: Trayectoria MTPA.

### CTC (Curva de Torque Constante)

Como se puede observar, las hipérbolas de torque definen una trayectoria la cual permite mantener un par constante. Recordando las elipses de tensión, para un mismo valor de  $V_s$  las elipses se contraen hacia el foco a medida que la velocidad aumenta. Esto significa que siguiendo la curva de torque constante de derecha a izquierda se puede mantener el par aumentando la velocidad. Usando la expresión del torque se puede obtener directamente:

$$T_{em} = \frac{3}{2}pp \cdot ((L_d - L_q) \cdot I_s^2 \cdot \sin(\gamma) \cos(\gamma) + \lambda_m \cdot I_s \cdot \sin(\gamma)) \quad (5.27)$$

$$I_{s,CTC} = \frac{\lambda_m}{L_d} \cdot \frac{\sqrt{\sin(\gamma)^2 + \frac{2 \cdot \frac{L_d - L_q}{L_d} \cdot \sin(2\gamma) \cdot T_{em} \cdot 2L_d}{3 \cdot pp \cdot \lambda_m^2}} - \sin(\gamma)}{\sin(2\gamma) \cdot \left(\frac{L_d - L_q}{L_d}\right)} \quad (5.28)$$

### MTPV (Máximo Par por Voltio)

Existe una trayectoria que permite maximizar el par entregado por el motor en rangos de velocidad muy altos donde el límite es la tensión que puede sintetizar la controladora. La condición que se debe cumplir es:

$$\frac{\partial T_{em}}{\partial \delta} = 0 \quad (5.29)$$

Donde  $\delta$  es el ángulo del vector de tensión  $V_s$ . La expresión analítica se desarrolla como:

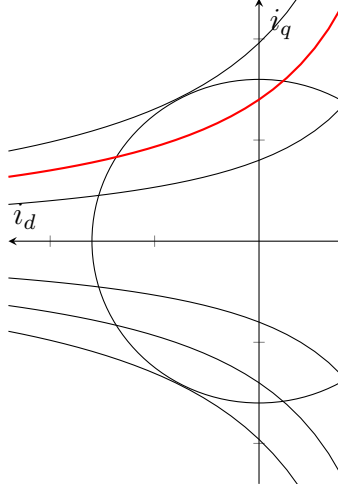


Figura 5.13: Trayectoria CTC.

$$T_{em} = \frac{3}{2}pp \cdot ((L_d - L_q)i_q i_d + \lambda_m i_q) \quad (5.30)$$

Se neglige la caída de tensión resistiva del estator.

$$i_d = \frac{v_q}{\omega_e \cdot L_d} - \frac{\lambda_m}{L_d}; i_q = -\frac{v_d}{\omega_e \cdot L_q} \quad (5.31)$$

$$T_{em} = \frac{3}{2}pp \cdot \left( (L_d - L_q) \left( -\frac{v_d}{\omega_e \cdot L_q} \right) \left( \frac{v_q}{\omega_e \cdot L_d} - \frac{\lambda_m}{L_d} \right) + \lambda_m \left( -\frac{v_d}{\omega_e \cdot L_q} \right) \right) \quad (5.32)$$

$$T_{em} = \frac{3}{2}pp \cdot \left( (L_d - L_q) \left( -\frac{V_s \cdot \cos(\delta)}{\omega_e \cdot L_q} \right) \left( \frac{V_s \cdot \sin(\delta)}{\omega_e \cdot L_d} - \frac{\lambda_m}{L_d} \right) + \lambda_m \left( -\frac{V_s \cdot \cos(\delta)}{\omega_e \cdot L_q} \right) \right) \quad (5.33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{em}}{\partial \delta} = \frac{3}{2}pp \cdot & \left( (L_d - L_q) \cdot \left( \frac{V_s \cdot \sin(\delta)}{\omega_e \cdot L_q} \right) \cdot \left( \frac{V_s \cdot \sin(\delta)}{\omega_e \cdot L_d} - \frac{\lambda_m}{L_d} \right) \right. \\ & - \left( \frac{V_s \cdot \cos(\delta)}{\omega_e} \right)^2 \cdot \frac{L_d - L_q}{L_d \cdot L_q} \\ & \left. - \frac{\lambda_m \cdot V_s \cdot \sin(\delta)}{L_q \cdot \omega_e} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5.34)$$

$$\begin{aligned} I_{s, MTPV} = \frac{\lambda_m}{L_d} & \left( \frac{-(2 - \frac{L_q}{L_d}) \cos(\gamma)}{2(1 - \frac{L_q}{L_d})(1 + (\frac{L_q}{L_d})^2) \cos(\gamma)^2 - 2(1 - \frac{L_q}{L_d})(\frac{L_q}{L_d})^2} \right. \\ & \left. - \frac{\sqrt{(2 - \frac{L_q}{L_d})^2 \cos(\gamma)^2 - 4(1 - \frac{L_q}{L_d})(1 + (\frac{L_q}{L_d})^2) \cos(\gamma)^2 - 4(1 - \frac{L_q}{L_d})(\frac{L_q}{L_d})^2}}{2(1 - \frac{L_q}{L_d})(1 + (\frac{L_q}{L_d})^2) \cos(\gamma)^2 - 2(1 - \frac{L_q}{L_d})(\frac{L_q}{L_d})^2} \right) \end{aligned} \quad (5.35)$$

Cabe destacar que esta trayectoria solamente se puede ejecutar si se cumple la condición de que  $I_{sc} \leq I_{s,max}$ .

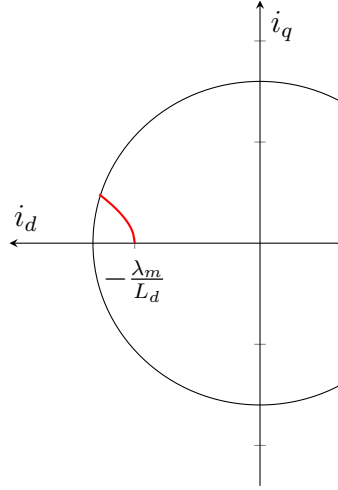


Figura 5.14: Trayectoria MTPV.

### CVL (Límites de Corriente y Voltaje)

Por último, se presentan los límites eléctricos del motor y del convertidor. El límite de corriente consiste simplemente en saturar la magnitud de la corriente de manera que no sobrepase el valor máximo establecido. La trayectoria sería sencillamente seguir el círculo de corriente anteriormente presentado (CLC), con la siguiente expresión:

$$I_{s,CLC} = I_{s,max}, \forall \gamma \in [0, 2\pi]$$

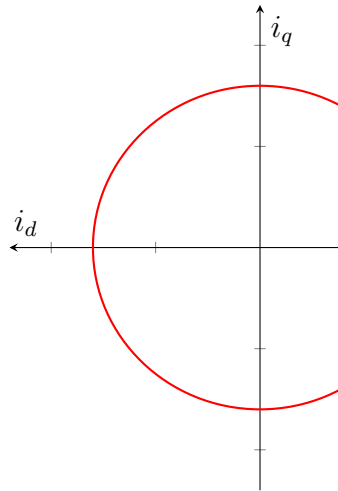


Figura 5.15: Trayectoria CLC.

El límite de tensión del motor en realidad se puede entender como la velocidad máxima a la que se puede llegar con una determinada tensión. Por ello, se usa la expresión de las elipses de tensión (VLE):

$$1 \geq \frac{\left(\frac{\lambda_m}{L_d} + I_s \cdot \cos(\gamma)\right)^2}{\left(\frac{\frac{V_{DC}}{\sqrt{3}}}{\omega_e}\right)^2} + \frac{(L_q + I_s \cdot \sin(\gamma))^2}{\left(\frac{\frac{V_{DC}}{\sqrt{3}}}{\omega_e}\right)^2} \quad (5.36)$$

Igual que para el resto de trayectorias, se debe obtener una expresión de la elipse en función de  $I_s$  y  $\gamma$ . Ya que no es trivial despejar estas variables de la expresión anterior, se manipula usando la ecuación polar de la elipse desplazada del origen:

$$\rho(\theta) = \frac{b^2 x \cos(\theta) + a^2 y \sin(\theta) \pm ab \sqrt{(a^2 - x^2) \sin^2(\theta) + (b^2 - y^2) \cos^2(\theta) + 2xy \sin(\theta) \cos(\theta)}}{a^2 \sin^2(\theta) + b^2 \cos^2(\theta)} \quad (5.37)$$

Dado que estas elipses tan solo están desplazadas en el eje  $x$ , se pueden eliminar todos los términos referentes al desplazamiento en  $y$ .

$$\rho(\theta) = \frac{b^2 x \cos(\theta) \pm ab \sqrt{(a^2 - x^2) \sin^2(\theta) + (b^2) \cos^2(\theta)}}{a^2 \sin^2(\theta) + b^2 \cos^2(\theta)} \quad (5.38)$$

Sustituyendo por los términos conocidos:

$$I_{s,VLE} = \frac{\left(\frac{V_s}{L_q \cdot \omega_e}\right)^2 \left(-\frac{\lambda_m}{L_d}\right) \cos(\gamma) \pm \frac{V_s}{L_d \cdot \omega_e} \frac{V_s}{L_q \cdot \omega_e} \sqrt{\left(\frac{V_s}{L_d \cdot \omega_e}\right)^2 - \left(-\frac{\lambda_m}{L_d}\right)^2 \sin^2(\gamma) + \left(\frac{V_s}{L_q \cdot \omega_e}\right)^2 \cos^2(\gamma)}}{\left(\frac{V_s}{L_d \cdot \omega_e}\right)^2 \sin^2(\gamma) + \left(\frac{V_s}{L_q \cdot \omega_e}\right)^2 \cos^2(\gamma)} \quad (5.39)$$

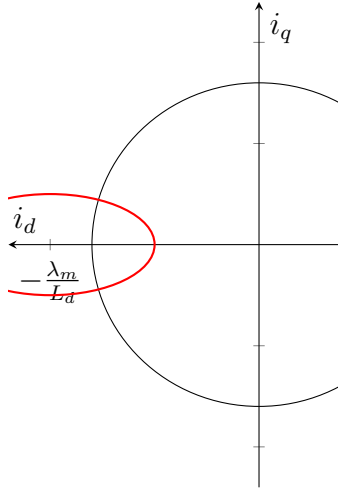


Figura 5.16: Trayectoria VLE.

Además, el inversor es capaz de sintetizar un máximo de  $V_s = \frac{V_{DC}}{\sqrt{3}}$  utilizando SVPWM, por lo tanto, se debe saturar la consigna de tensión a ese valor. Adicionalmente, por seguridad, se multiplica por un factor de seguridad  $K_{FW}$  menor a 1.

$$V_{s,max} \leq \frac{V_{DC}}{\sqrt{3}} \cdot K_{FW} \quad (5.40)$$

### 5.2.2. Diseño y simulación del control

En esta sección, se aborda la implementación del modelo matemático del PMSM en un entorno de simulación. Además, se detallan los pasos cruciales en el diseño del control, destacando la implementación del lazo de control de corriente, el modelo promediado y conmutado del inversor, o la integración de las trayectorias y la estrategia de debilitamiento de campo. Disponer de un modelo de simulación completo permite ganar mucha comprensión sobre el sistema estudiado, pero por el coste computacional suele ser inviable juntar muchos sistemas en una misma simulación.

#### EMR (Representación macroscópica energética)

En primer lugar, se tratará de crear un modelo que permita simular la dinámica electromecánica del PMSM, así como el entorno mecánico en el que se encuentra (vehículo eléctrico) e integrar el control vectorial. Para ello se usará un estándar para modelizar sistemas de potencia, la representación macroscópica energética o EMR por sus siglas en inglés. El concepto se basa en agrupar o dividir las diferentes etapas en las que la potencia se transforma, utilizando el principio de acción-reacción *y el principio causal (la causa del efecto causa-efecto es que el efecto causa-efecto es a su vez causa y efecto)*.

En primer lugar se modeliza la planta eléctrica del PMSM. Se utiliza el modelo con el marco de referencia rotativo  $d - q$  por su sencillez. Para ello se implementan las diferentes ecuaciones del motor y se implementan en bloques separados siguiendo el estándar de la EMR.

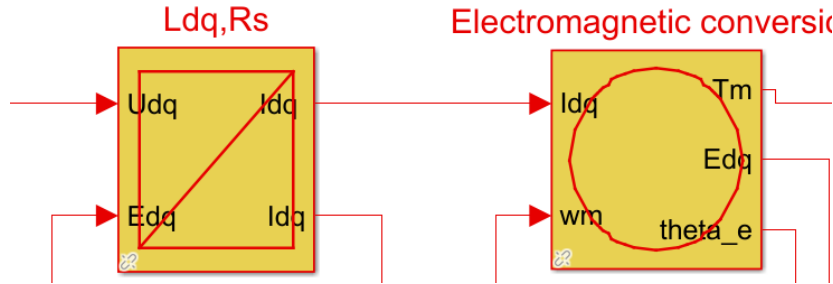
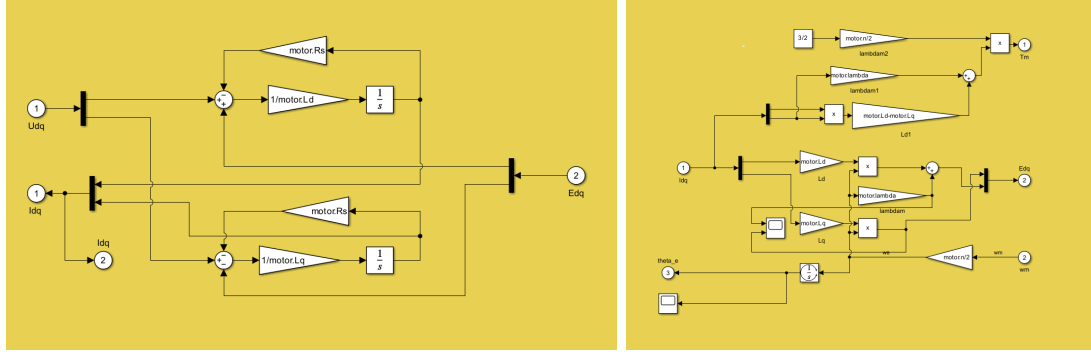


Figura 5.17: Bloques que representan el PMSM.

También se modela la planta mecánica del motor, así como la transmisión de la potencia mecánica a las ruedas y al vehículo.

#### Lazos de corriente y modelo promediado del inversor

Como se ha visto hasta ahora, es práctico utilizar la corriente para controlar el motor. Por ello, se implementa un lazo de corriente utilizando controladores PI para el eje  $d$  y para el eje  $q$  por separado. Como el inversor se utiliza como fuente de tensión, la salida de estos PI es la consigna de tensión. Dado que el motor genera una BEMF (fuerza contra-electromotriz), se añade como *feed-forward* a los controladores. La salida



(a) Circuito eléctrico.

(b) Conversión electromecánica

Figura 5.18: Detalle de los bloques del PMSM

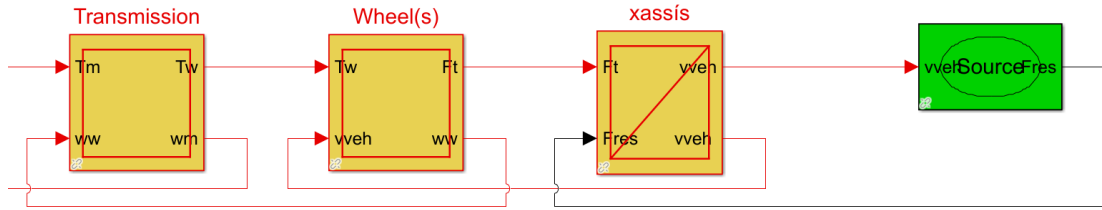


Figura 5.19: Planta mecánica.

del controlador no se satura directamente, sino que se implementa una saturación posterior la cual se realimenta al controlador para usar una técnica de *anti-windup*. Las constantes de los controladores se ajustan de la siguiente manera:

$$M_p = 15\%, t_s = T_s \cdot 20$$

Donde  $T_s$  es la inversa de la frecuencia de control.

$$\xi = \sqrt{\frac{\log(M_p)^2}{\pi^2 + \log(M_p)^2}}$$

$$\omega_n = \frac{3}{\xi \cdot t_s}$$

$$Kp_{id} = 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot L_d - r_s$$

$$Ki_{id} = \omega_n^2 \cdot L_d$$

$$Kp_{iq} = 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot L_q - r_s$$

$$Ki_{iq} = \omega_n^2 \cdot L_q$$

Para las simulaciones se han implementado los siguientes parámetros de motor, ya que aunque a fecha de redacción de este documento no está fabricado, se han estimado de manera que se cumplan los requisitos del motor.

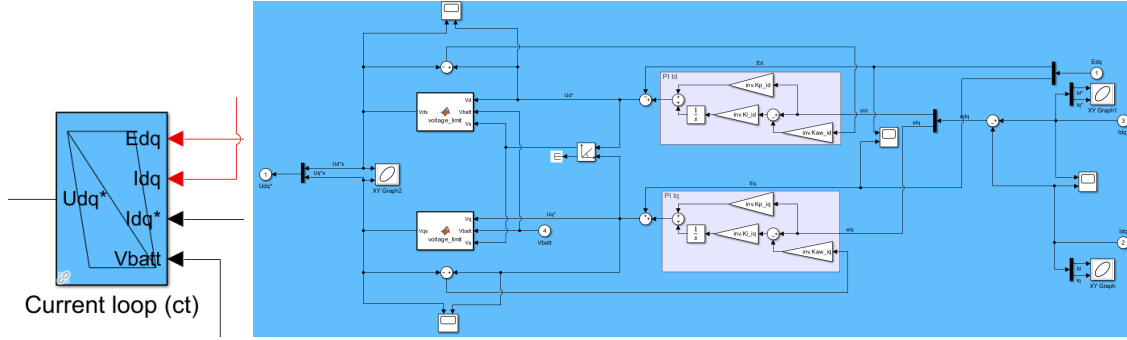


Figura 5.20: Bloque de los lazos de corriente.

Parámetros del Motor			
Parámetro	Valor	Unidades	Descripción
$p_p$	3	ad	Número de pares de polos
$\lambda_m$	52.615	mWb	Flujo magnético de los imanes permanentes
$L_d$	1.887	mH	Inductancia en el eje d
$L_q$	2.831	mH	Inductancia en el eje q
$R_s$	150	m $\Omega$	Resistencia de fase del estator
$\omega_{m,max}$	20000	rpm	Velocidad angular máxima del motor
$T_{em,max}$	26	N·m	Par máximo del motor
$V_{bat}$	540	V	Voltaje de la batería DC
$I_{s,max}$	108	A	Corriente máxima en los ejes d-q

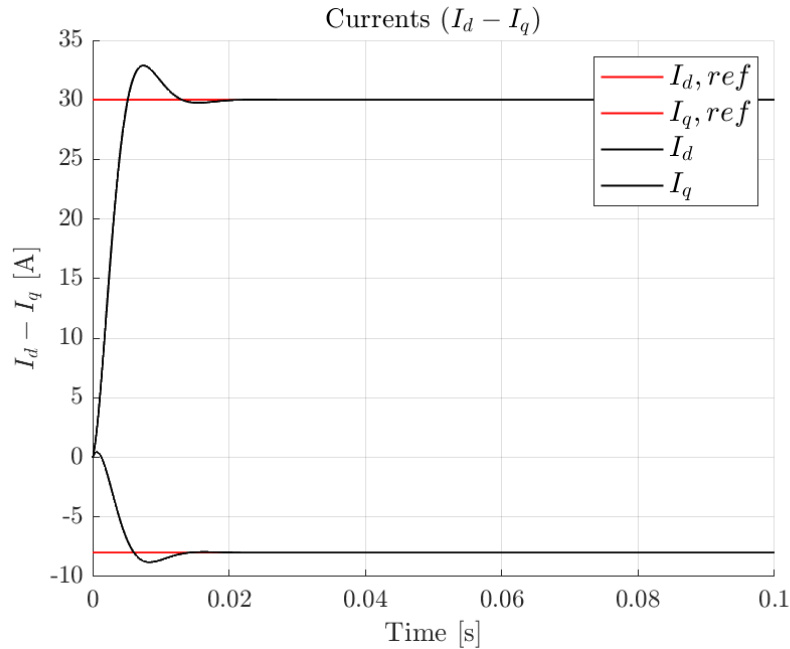


Figura 5.21: Simulación de los PIs de corriente, con una consigna de  $(i_d, i_q) = (-8, 30)A$

Tras obtener las consignas de tensión, se modela el inversor VSI con SVPWM con un modelo promediado, es decir, sin llegar a generar una señal conmutada por PWM. Se usan relaciones básicas para convertir las magnitudes eléctricas del espacio  $d - q$  a



DC. Además se incorpora la fuente de energía del sistema, la batería, con un simple modelo RC.

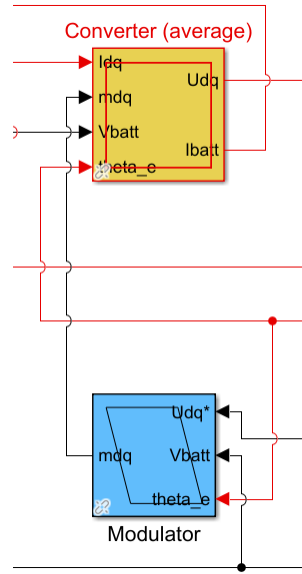


Figura 5.22: Bloques que contienen el modelo promediado del VSI con SVPWM.

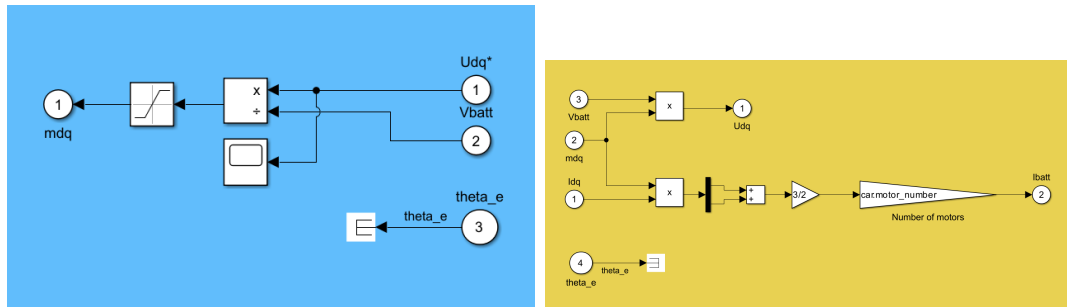


Figura 5.23: Detalle de los bloques del VSI.

## Implementación de las trayectorias de control

Con lo anteriormente desarrollado solamente se pueden consignar las corrientes  $i_d$  e  $i_q$  manualmente, pero el objetivo es consignar el par y que el propio control sea capaz de gestionar el debilitamiento de campo. Por ello, se implementan las ecuaciones presentadas en el apartado anterior en bloques de código.

La estrategia es la siguiente: Se implementan las ecuaciones de las trayectorias cuya salida es una corriente (CLC, CTC, MTPV y VLE) y se selecciona la mínima, o en caso de estar en zona de debilitamiento de campo, la óptima, que no necesariamente es la mínima. En paralelo, se calcula el ángulo que correspondería a la trayectoria del MTPA, y se añade un control integral que aumenta el valor del ángulo controlando la tensión para poder entrar en el resto de trayectorias. Se trabaja con módulos de corriente siempre positivos, y ángulos comprendidos entre  $\gamma \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$ . Para obtener par negativo, simplemente se multiplica el ángulo  $\gamma$  por el signo de la consigna de par.

De entre aquellas ecuaciones cuya salida es la corriente  $I_s$ , se usa la que computa un valor más pequeño, limitando así el módulo. Además, se calcula el ángulo correspondiente a la trayectoria del MTPA, y se usa un integrador para modificar el ángulo y poder usar las trayectorias consideradas como debilitamiento de campo. Este integrador se encarga de que la consigna de ángulo no haga sobrepasar el límite de tensión establecido por el inversor.

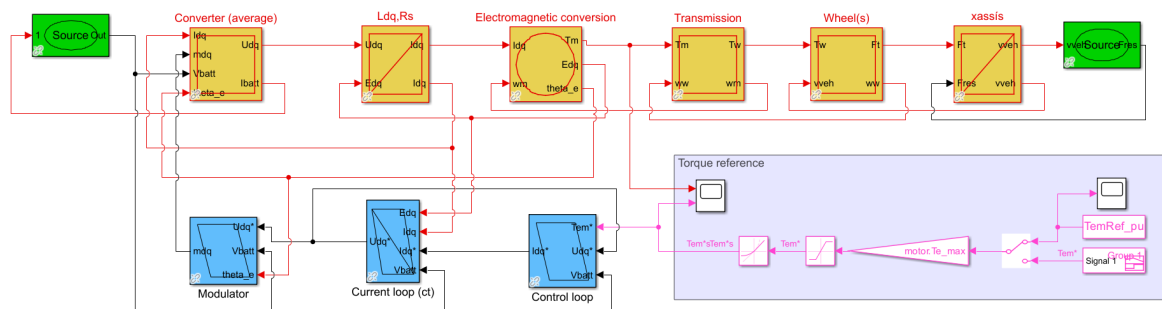


Figura 5.24: Modelo EMR completo.

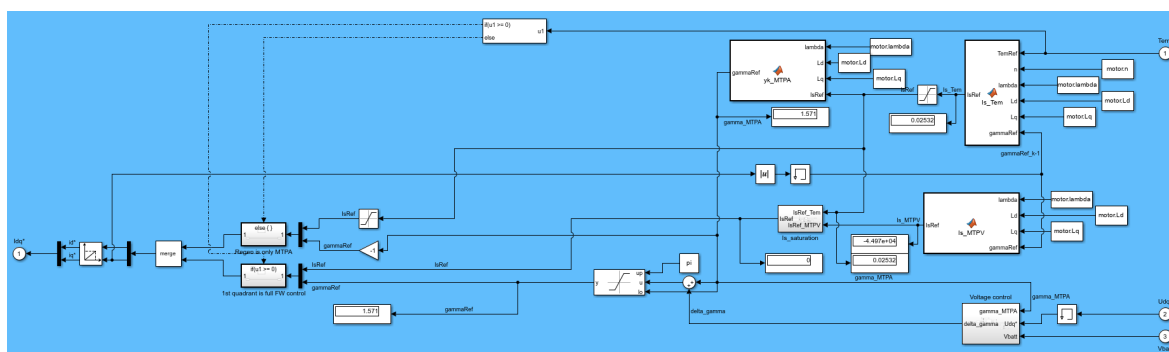


Figura 5.25: Detalle del bloque del lazo de control vectorial.

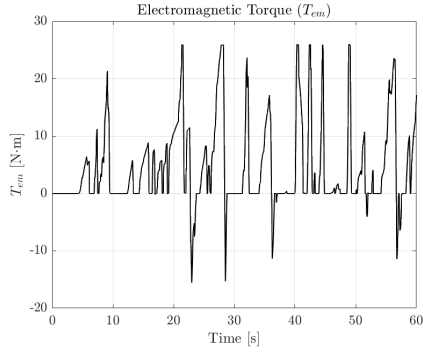
Para comprobar el funcionamiento y la estabilidad del control, se realiza una simulación en la que la consigna de par está extraída de un perfil de conducción real.

Se puede observar que en esta simulación se ha limitado el comportamiento de la frenada regenerativa a la trayectoria del MTPA. En la implementación real se han explorado los límites para poder ofrecer una mejor respuesta del motor regenerando a altas velocidades.

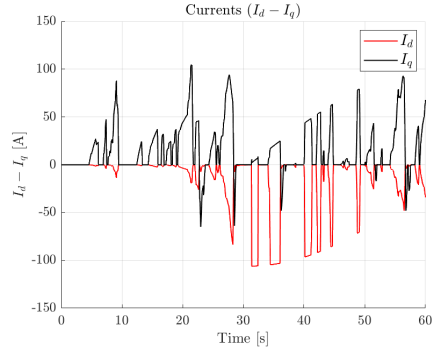
## Modelo conmutado en PLECS

Dado que el inversor realmente es una fuente conmutada, se debe modelar utilizando una herramienta que lo permita. Utilizando el modelo EMR generado en Simulink se ha implementado la conmutación, pero el tiempo de simulación es demasiado grande como para que sea una herramienta práctica para el desarrollo.

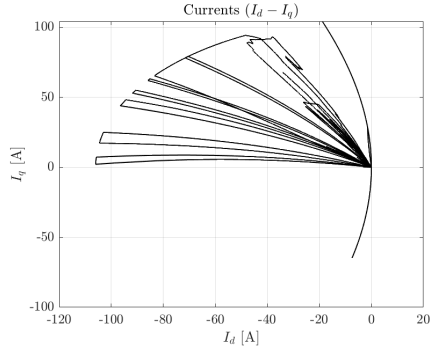
Por ello se desarrolla un modelo en PLECS que incorpora el lazo de control, el inversor con MOSFETs, la planta mecánica simplificada, y a la cual se le discretiza



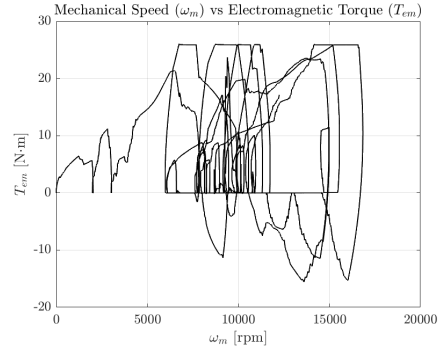
(a) Torque electromagnético ( $T_{em}$ )



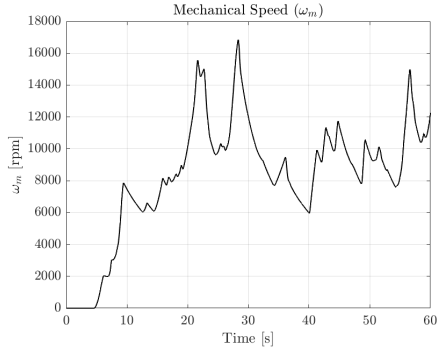
(b) Corrientes ( $I_d - I_q$ )



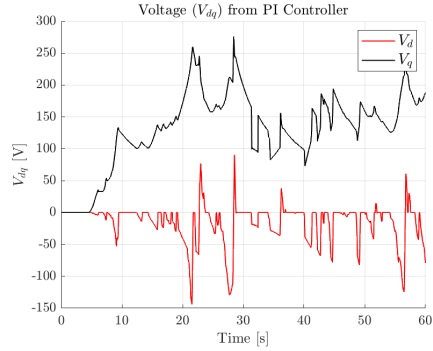
(c) Corriente ( $I_d$ ) vs Corriente ( $I_q$ )



(d) Velocidad mecánica ( $\omega_m$ ) vs Torque electromagnético ( $T_{em}$ )



(e) Velocidad mecánica ( $\omega_m$ )



(f) Voltajes ( $V_d - V_q$ )

Figura 5.26: Resultados de la simulación.

la adquisición y el control, de manera que es una aproximación muy realista de la posterior implementación en un microcontrolador.

\*\*\*\*\*CAPTURAS MODELO PLECS\*\*\*\*\*

## 5.3. Hardware

### 5.3.1. Requisitos y pre-concepto

AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA

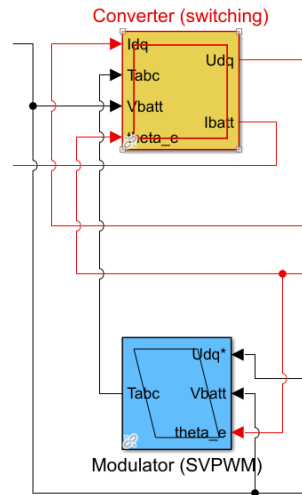


Figura 5.27: Bloques que contienen el modelo conmutado del VSI con SVPWM.

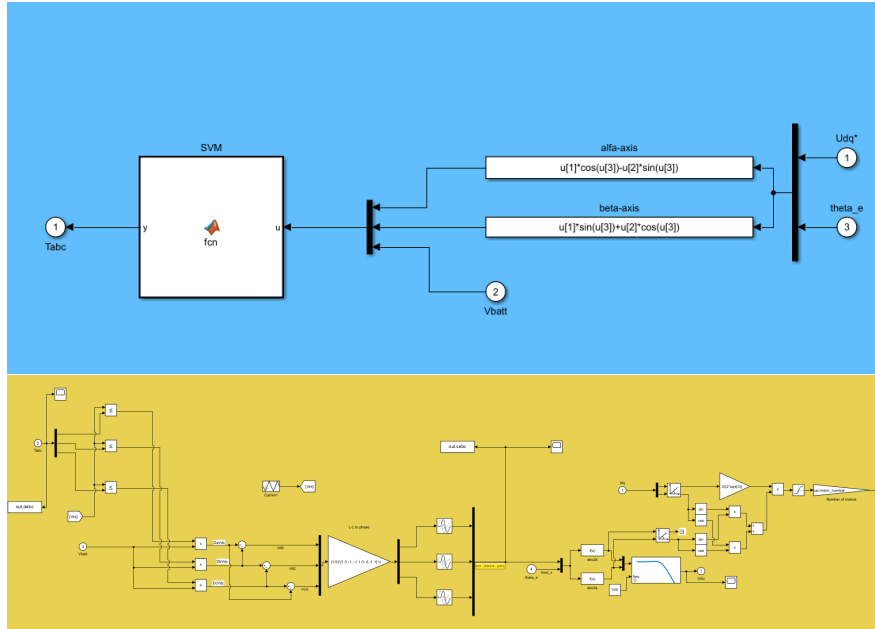


Figura 5.28: Detalle de los bloques del VSI conmutado.

### 5.3.2. Concepto

Con el fin de producir las tensiones trifásicas que calcula el control se implementa un ondulator trifásico fuente de voltaje (VSI). Existen varias topologías que permiten hacer un ondulator trifásico, pero la más utilizada es el VSI de 2 niveles, formado por tres ramas de medio puente. Otras topologías de más niveles logran sintetizar tensiones con menos distorsión armónica, pero dado que lo que importa realmente para una controladora de motores eléctricos es la corriente.

Ya que el convertidor implementa código propio, se decide implementar dos VSI en el mismo convertidor, de modo que se opta por unificar algunos elementos de ambos

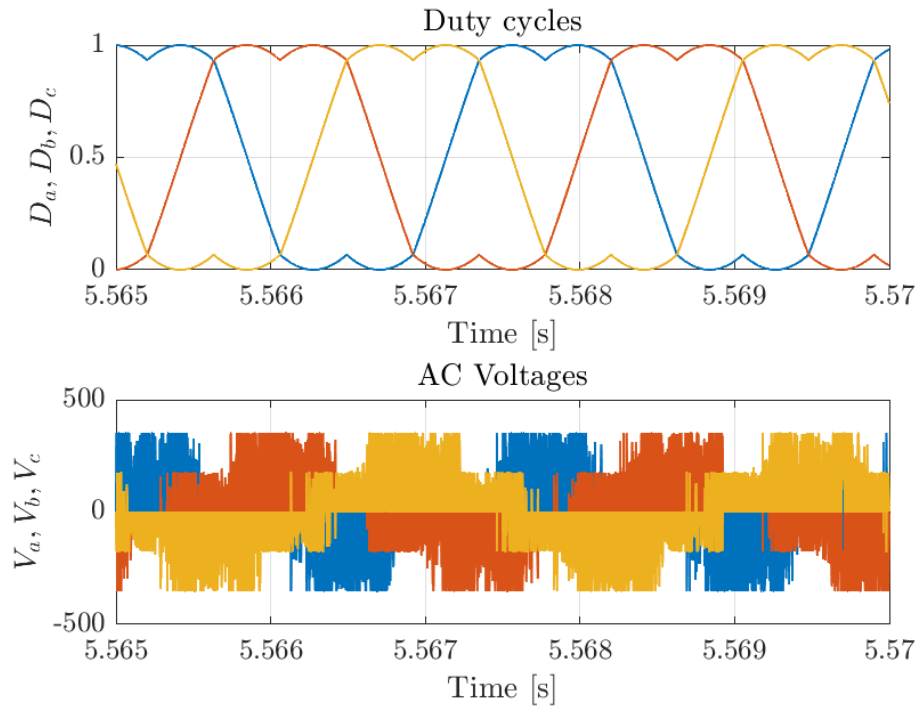


Figura 5.29: Duty cycles y tensiones alternas.

como la refrigeración con el fin de optimizar el peso y el espacio. Esta decisión evita duplicados de medidas, componentes y software, sin embargo, lleva a ciertas complicaciones de ensamblaje. Además, el microcontrolador deberá ser capaz de ejecutar los dos lazos de control en el mismo tiempo.

Con tal de adquirir las variables necesarias para el control y interfazar con el coche y periféricos, son necesarios los \*\*\*\*\* que se muestran en este diagrama de bloques.

\*\*\*\*\*DIAGRAMA DE BLOQUES\*\*\*\*\*

El convertidor se divide en 3 PCBs, que se listan a continuación:

- Inverter Power
- Inverter DC
- Inverter Control

Como su nombre indica, *Inverter Power* alojará todos los componentes de potencia, incluyendo los *gate drivers*, los sensores de corriente, los semiconductores, los buses de continua y los conectores de potencia. Esta PCB se fabrica en duplicado ya que contiene todos los elementos que son necesarios repetir para el control de dos motores.

En *Inverter DC* se puede encontrar el sensado de la tensión de los buses, el circuito de descarga, y la detección de alta tensión para la *TSAL*.

Por su parte, *Inverter Control* contiene el microcontrolador de la familia STM32F7 para accionar los *gate drivers*, así como para realizar las lecturas de corriente, tensión y

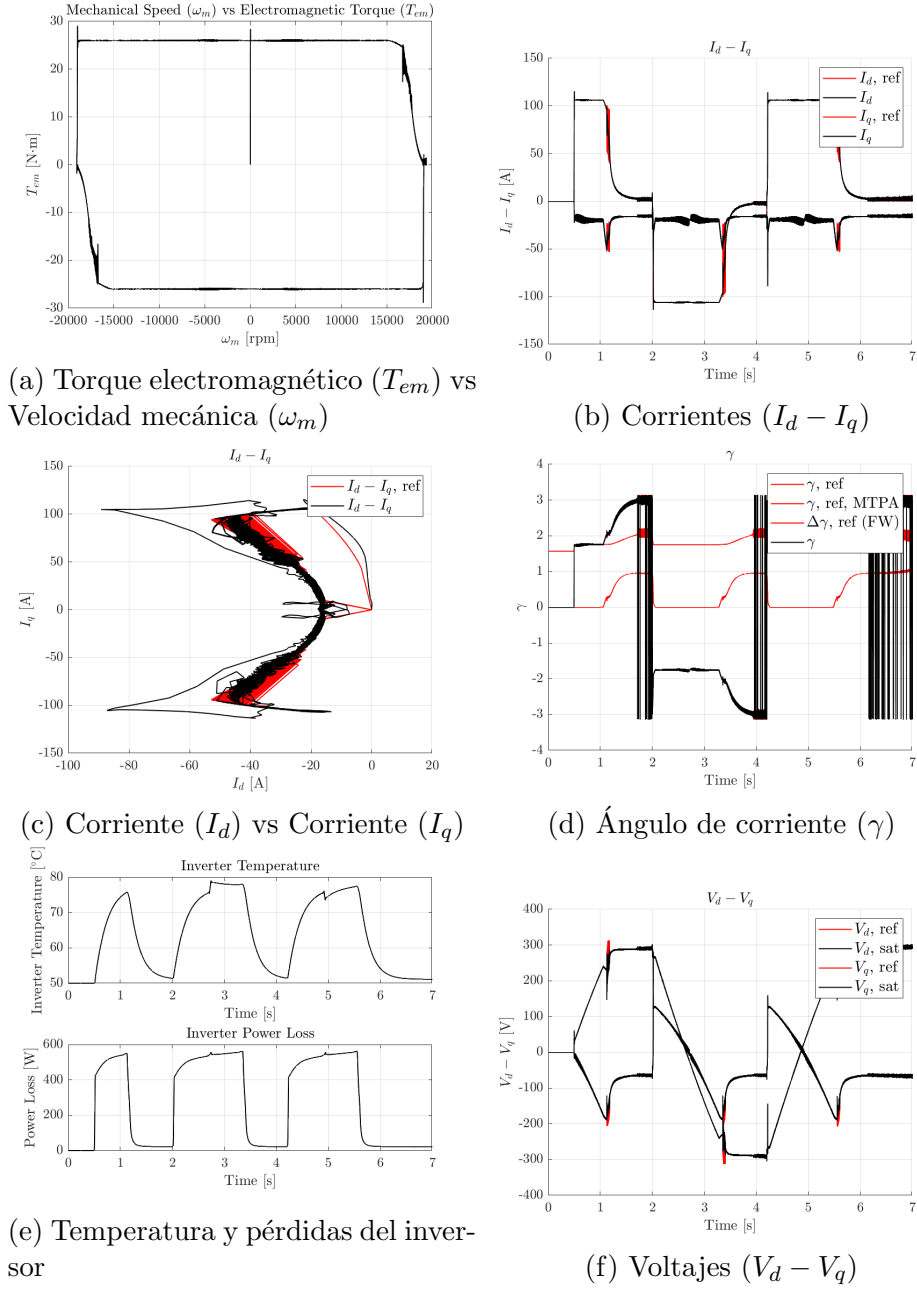


Figura 5.30: Resultados de la simulación.

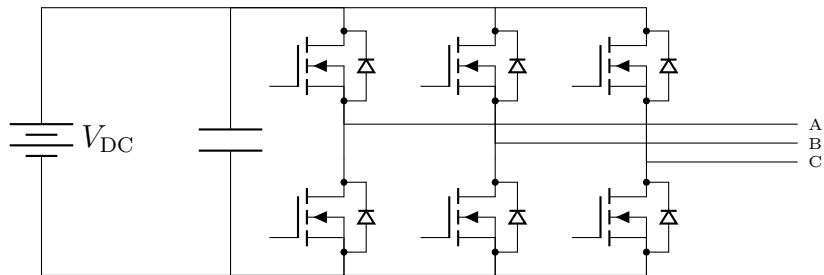


Figura 5.31: VSI con MOSFETs.

temperatura, las interfaces con los sensores de posición de los motores o los protocolos comunicación.

El montaje de estas placas se realiza de forma compacta y eficiente, de manera que quepa una placa refrigerada entre medias para controlar la temperatura de los semiconductores de ambos inversores. Se encajan de manera que la placa de control se puede conectar a las placas de potencia mediante conectores *board-to-board*, y la PCB del bus de continua se sitúa estratégicamente cerca del conector de la batería. Las conexiones de potencia facilitan la integración con el cableado del monoplaza debido a su posicionamiento.

### 5.3.3. Semiconductores

#### Elección del Material: Carburo de Silicio (SiC)

La decisión de emplear carburo de silicio (SiC) como material para los semiconductores se fundamenta en consideraciones específicas de la aplicación y en los requisitos críticos de la competición. En un entorno donde la reducción de peso y volumen es crucial, el SiC emerge como una opción destacada, especialmente dado que el precio no es una restricción principal en este contexto, dado que el atractivo del proyecto ha logrado captar la atención de empresas que han proporcionado muestras para el desarrollo del convertidor.

Las ventajas inherentes del SiC, como su rendimiento superior o su resistencia a temperaturas más altas, permiten un diseño más compacto y robusto del inversor de tracción. Estas características son esenciales para cumplir con los rigurosos requisitos de un monoplaza de competición, donde la optimización del peso y del espacio es fundamental para lograr altas densidades de potencia.

#### Módulos de Potencia: Selección y Comparativa

En el diseño del inversor de tracción, se optó por módulos *half-bridge* debido a su idoneidad para el rango de potencias y tensiones del convertidor. Dos modelos de semiconductores se consideraron para su integración: el DFS05HF12EYR1 de Leapers Semiconductor y el CAB016M12FM3 de Wolfspeed.

Ambos modelos cumplen estrictamente con los requisitos de la aplicación, con un voltaje de ruptura ( $V_{DS,breakdown}$ ) superior a 1200V y una corriente máxima ( $I_{DS,max}$ ) que excede los 80 ARMS. La elección de dos modelos distintos se basa en la intención de realizar pruebas comparativas para verificar las diferencias entre ambos.

El DFS05HF12EYR1 ofrece especificaciones muy buenas en su datasheet, aunque Leapers Semiconductors no lleva muchos años en la industria y no han logrado crear la confianza que otras empresas han conseguido con su experiencia. Por otro lado, el CAB016M12FM3, de la reconocida marca Wolfspeed, aporta la confiabilidad asociada a una empresa con amplia experiencia en el campo.

Según sus respectivos datasheets, ambos modelos permiten alcanzar sin mucho esfuerzo una frecuencia de conmutación de 50 kHz, lo que contribuye significativamente a la reducción del tamaño del bus de continua y optimiza el empaquetado del inversor. La placa de potencia se diseñará para permitir la prueba de ambos modelos, ya que comparten *footprint*, facilitando la adaptabilidad y la evaluación comparativa.

## Análisis de Pérdidas

El análisis de pérdidas en los semiconductores se ha llevado a cabo mediante simulaciones detalladas utilizando herramientas especializadas. Estas simulaciones se centran en evaluar las pérdidas de conducción y conmutación de los MOSFETs y diodos por separado, permitiendo una comprensión profunda de su comportamiento en diversas condiciones de operación.

Para los semiconductores de Wolfspeed, las simulaciones fueron validadas mediante herramientas proporcionadas por el fabricante, añadiendo una capa adicional de confiabilidad a los resultados obtenidos. La metodología de simulación asume la entrega continua de la potencia máxima, permitiendo el diseño de la coldplate basándose en la determinación del porcentaje de la potencia máxima equivalente en un perfil de conducción realista.

Las herramientas utilizadas para la evaluación de pérdidas incluyen PLECS para simulaciones de sistema y LTSPICE para ensayos *double pulse*.

## Sistema de Refrigeración

Como es de esperar, la elección del sistema de refrigeración para los semiconductores se ha dirigido hacia una coldplate de agua. Esta elección se fundamenta en la necesidad de mantener una interfaz de temperatura fija para los semiconductores, lo que simplifica el diseño del sistema. La experiencia previa del equipo en sistemas de refrigeración por agua también influyó en esta decisión, proporcionando un marco confiable para la implementación.

A pesar de que los semiconductores de carburo de silicio (SiC) tienen una temperatura máxima de unión ( $T_{j(max)}$ ) notablemente alta, se establece como objetivo mantener el delta de temperatura ( $\Delta T$ ) por debajo de 30 °C. Este enfoque busca garantizar una operación óptima y una vida útil prolongada de los componentes, además de mitigar los posibles efectos negativos derivados del calor.

### 5.3.4. *Gate drivers*

Calculo y seleccion de los GD

### 5.3.5. Bus de condensadores

Justificacion de su existencia



cálculo de Irms y Vrip

Selección

### **5.3.6. Conductores**

Pletinas

Cables

Conectores

Análisis de parásitos (Lcable), etc.

### **5.3.7. PCB de potencia**

explicación del concepto y de la(s) PCB

justificación de conectores / interfaces

justificación número de capas, etc.

### **5.3.8. PCB de control**

explicación del concepto y de la(s) PCB

justificación de conectores / interfaces

justificación número de capas, etc.

### **5.3.9. PCB de TS-DC**

explicación del concepto y de la(s) PCB

justificación de conectores / interfaces

justificación número de capas, etc.

## **5.4. *Software***

### **5.4.1. Concepto**

Diagrama de bloques de software, justificado (ojo, detallar el dual)

Abstracción ECU, estandarización, RTOS

Shield con selección de microcontrolador

### **5.4.2. Retos**

velocidad MCU  
sincronizacion de ambos inversores  
mensajes con el coche

### **5.4.3. Tareas**

Init  
ADCs  
Comunicaciones  
PWMs  
Flash o EEPROM  
Seguridad

### **5.4.4. Interfaz de usuario**

justificar ausencia de UI integrada  
Interfaz de HW  
PlotJuggler  
Debugger  
Actualizacion de parametros por CAN

## **5.5. Validación**

xd

---

## 6. Resultados

---

Ha explotado



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA  
BARCELONATECH

Escola d'Enginyeria de Barcelona Est

# TRABAJO DE FINAL DE GRADO

GRADO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y  
AUTOMÁTICA

VOLUMEN II: APÉNDICES

---

## Diseño e implementación de un inversor trifásico dual para tracción eléctrica

---

*Autor:*

David Redondo

*Director:*

Prof. Alfonso Conesa Roca

Convocatoria: Junio 2024



---

# A. Apéndices

---

ya veremos

---

## B. Bibliografía

---