

Mere centralne tendencije - Zadaci

Aleksandar Tomašević

Mart, 2020.

Primer

U tabeli su dati podaci o izmerenim telesnim temperaturama (u stepenima celzijusa) 76 pacijenata primljenim na pregled u jednoj klinici.

Tabela 1: Varijabla X (telesna temperatura) i frekvencije različitih vrednosti

X	f
36.5	6
36.7	8
36.8	6
37	12
37.2	15
37.5	6
37.9	12
38.2	8
39.1	2
39.6	1
Suma	76

- A) Izračunati i prokomentarisati prosečnu telesnu temperaturu primljenih pacijenata putem aritmetičke sredine.
- B) Izračunati i prokomentarisati prosečnu telesnu temperaturu primljenih pacijenata putem geometrijske sredine.
- C) Klinika je donela odluku da samo **25%** pacijenata sa **najvišom** temperaturom ostaje na bolničkom lečenju. Koja je granična vrednost ili kriterijum za hospitalizaciju u ovom slučaju?

A Da bismo izračunali aritmetičku sredinu potrebno je da u tabeli napravimo novu kolonu Xf .

Formula za aritmetičku sredinu za grupisane neintervalne podatke.

$$\bar{X} = \frac{\sum Xf}{\sum f}$$

Tabela 2: Dodata kolona Xf

X	f	Xf
36.5	6	219
36.7	8	293.6
36.8	6	220.8

X	f	Xf
37	12	444
37.2	15	558
37.5	6	225
37.9	12	454.8
38.2	8	305.6
39.1	2	78.2
39.6	1	39.6
Suma	76	2838.6

Suma kolone Xf je 2838.6.

Aritmetička sredina je:

$$\bar{X} = \frac{2838.6}{76} = 37.35$$

Prosečna telesna temperatura pacijenata je 37.35 stepeni celzijusa ¹

B Da bismo izračunali geometrijsku sredinu kod neintervalnih grupisanih podataka, potrebno je prvo da izračunamo vrednost pomoćne promenljive k .

Da bismo to uradili potrebne su nam **2 nove kolone u tabeli**: $\log X$ i $f \log X$

Prvo ćemo izračunati kolonu koja sadrži logaritmovane vrednosti varijable X . ²

Tabela 3: Dodata kolona $\log X$

X	f	Xf	$\log X$
36.5	6	219	1.5622
36.7	8	293.6	1.5646
36.8	6	220.8	1.5658
37	12	444	1.5682
37.2	15	558	1.5705
37.5	6	225	1.5740
37.9	12	454.8	1.5786
38.2	8	305.6	1.5820
39.1	2	78.2	1.5921
39.6	1	39.6	1.5976
Suma	76	2838.6	

Zatim dodajemo još jednu kolonu $f \log X$, odnosno množimo vrednosti iz 2 kolone sa vrednostima 4. kolone. Potrebna nam je suma ove kolone.

¹ Vodite računa da kod interpretacije aritmetičke ili geometrijske sredine uvek navedete jedinice mere u kojima su izraženi podaci (ukoliko ona postoji)

Formule za geometrijsku sredinu za grupisane neintervalne podatke.

$$k = \frac{\sum f \log X}{\sum f}$$

$$g = 10^k$$

² Imajte u vidu da nam nije potrebna suma kolone $\log X$

Tabela 4: Dodata kolona $f \log X$

X	f	Xf	log X	f log X
36.5	6	219	1.5622	9.3737
36.7	8	293.6	1.5646	12.5173
36.8	6	220.8	1.5658	9.3950
37	12	444	1.5682	18.8184
37.2	15	558	1.5705	23.5581
37.5	6	225	1.5740	9.4441
37.9	12	454.8	1.5786	18.9436
38.2	8	305.6	1.5820	12.6565
39.1	2	78.2	1.5921	3.1843
39.6	1	39.6	1.5976	1.5976
Suma	76	2838.6		119.4891

Suma 5. kolone iznosi 119.489

Geometrijsku sredinu dobijamo na sledeći način:

$$k = \frac{119.4891}{76} = 1.5722$$

$$g = 10^{1.5722} = 37.3422$$

Prosečna telesna temperatura na osnovu geometrijske sredine pacijenata je 37.3422 stepeni celzijusa.

Geometrijska sredina uvek mora biti manja ili jednaka aritmetičkoj. Koristite ovaj uslov za proveru tačnosti rešenja.

$$g \leq \bar{X}$$

C Za rešenje ovog dela zadatka potrebni su nam kvantili, tačnije 3. kvartil Q_3 koji određuje granicu iznad koje se nalazi 25% najviših vrednosti zabeleženih u podacima.

U ovom slučaju to nije traženo u zadatku, ali u isto vreme možemo naći sva tri kvantila.

U odnosu na tabelu sa podacima datu u samom zadatku, potrebno je samo dodatno izračunati kumulaciju frekvencija (od gore ka dole).

Tabela 5: Dodata kolona *kumulacija*

X	f	kumulacija
36.5	6	6
36.7	8	14
36.8	6	20
37	12	32
37.2	15	47
37.5	6	53
37.9	12	65

X	f	kumulacija
38.2	8	73
39.1	2	75
39.6	1	76
Suma	76	

3

Da bi smo locirali **vrednosti** prvog, drugog i trećeg kvartila, potrebno je da pronađemo njihove pozicije. Pozicija prvog kvartila je prva kumulacija koja je veća od četvrtine ukupnog broja pacijenata, odnosno kumulacija veća od 19. U kumulaciji to je 20, odnosno prvi kvartil je $Q_1 = 36.8$. Na sličan način pronalazimo i vrednosti preostala dva kvartila, što možete proveriti u tabeli ispod.

³ Poslednja vrednost kumulacije od gore ka dole jeste ujedno i suma svih frekvencija, u ovom slučaju broj 76

	pozicija	vrednost kvartila
Q1	$\frac{76}{4} = 19$	36.8
Q2	$\frac{76}{2} = 38$	37.2
Q3	$\frac{3*76}{4} = 57$	37.9

25% ispitanika sa najmanjom izmerenom temperaturom ima temperaturu do 36.8 stepeni celzijusa.

50% ispitanika ima zabeleženu telesnu temperaturu između 36.8 i 37.9 stepeni celzijusa.

25% ispitanika sa **najvećom izmerenom temperaturom** ima temperaturu veću ili jednaku **37.9 stepeni celzijusa**. To je ujedno i odgovor na pitanje postavljeno u **C** delu zadatka.

Zadatak za vežbanje

Kao u prethodnom primeru, imamo podatke o zabeleženoj telesnoj temperaturi pacijenata.

Tabela 7: Intervalni grupisani podaci

interval	f
36.5 - 37	20
37 - 37.5	12
37.5 - 38	8
38 - 38.5	6
38.5 - 39	4
39 - 39.5	6
39.5 - 40	2

- A) Izračunati i prokomentarisati prosečnu telesnu temperaturu primljenih pacijenata putem aritmetičke sredine.
- B) Izračunati i prokomentarisati prosečnu telesnu temperaturu primljenih pacijenata putem geometrijske sredine.
- C) Klinika je donela odluku da samo **25%** pacijenata sa **najvišom** temperaturom ostaje na bolničkom lečenju. Koja je granična vrednost ili kriterijum za hospitalizaciju u ovom slučaju?

Ovaj zadatak je gotovo identičan kao prethodni, s tim što su podaci dati u intervalima.

Rešenja su veoma slična kada su u pitanju aritmetička i geometrijska sredina, s tim što X u formuli treba zameniti sa X' sredinom intervala.

Nešto komplikovanije je određivanje, odnosno aproksimacija vrednosti tri kvartila. Postupak lociranja vrednosti u intervalima identičan je kao u prethodnom primeru, s tim što su za aproksimaciju vrednosti neophodne sledeće formule.

Sredina intervala u slučaju kontinuiranih (nebrojivih) podataka kao u ovom primeru dobija se kao aritmetička sredina početka i kraja intervala

$$X' = \frac{a + b}{2}$$

$$Q_1 = L_1 + \frac{\frac{\sum f}{4} - f_{kum}}{f_{Q_1}} i$$

$$Q_2 = L_1 + \frac{\frac{\sum f}{2} - f_{kum}}{f_{Q_2}} i$$

$$Q_3 = L_1 + \frac{\frac{3\sum f}{4} - f_{kum}}{f_{Q_3}} i$$