Incertitude de la mesure : un rapide résumé

C'est un concept que beaucoup d'étudiants de physique connaissent : en fait, c'est généralement l'un des premiers cours que l'on a lorsque l'on commence à faire de la physique. Il s'agit ici de faire un rapide tour des règles à mettre en place pour présenter un résultat.

Tout d'abord, de quel type de résultat parle-t-on ? On parle ici de résultats issus de recherches expérimentales. Ces nombres annoncés, dans des articles ou dans des exercices, s'accompagnent d'une certaine *erreur* de mesure, une *incertitude*, qui peut être absolue ou relative.

Cette incertitude est liée à bien des effets : elle vient pour l'essentiel des systèmes de mesure physique. Elle caractérise un certain niveau de précision des grandeurs relevées. Manque de rigueur dans le protocole, voire mauvais choix de protocole, outils utilisés, … sont autant de facteurs source de cette erreur. Le mieux est encore d'étudier un premier exemple.

Exemple. Vous souhaitez mesurer le diamètre d'une bille. Vous sortez pour ça votre bonne vieille règle et vous positionnez la bille dessus. Vous trouvez pour le diamètre d = 1.5cm = 15mm. Mais est-ce bien là le réel diamètre de la bille ?

Et bien, non. Votre règle d'écolier n'est pas un outil très précis, et le constructeur le précise sur la fiche technique de l'outil : ±1mm à la lecture. Comptez aussi des effets tels que la parallaxe, qui changent la manière dont vous pouvez lire cette dite mesure (admettons, en moyenne, que ces effets introduisent 2mm d'erreur), et vous vous retrouvez avec un résultat qui n'est, au final précis qu'à ±3mm : votre bille pourrait aussi bien avoir pour diamètre 12 ou 18 millimètres ! Ce qui, vous le conviendrez, n'est pas tout à fait la même chose (imaginez une seule seconde que votre patron vous donne 1500 euros, à 300 euros près …).

Reprenons l'exemple de la bille. Comment alors indiquer votre mesure en incluant cette incertitude quant à sa taille réelle ? On note, traditionnellement :

$$\begin{aligned} d &= 15 \pm 3\text{mm} \\ &= 1.5 \pm 0.3\text{cm} \end{aligned}$$

Avec Δd, l'incertitude absolue. Généralement on fait en sorte de prendre en compte les *chiffres significatifs*, c'est-à-dire tous les chiffres non-nuls, et les zéros placés à droite, pour annoncer l'incertitude. Dans notre cas, rien ne sert d'annoncer $\Delta d = \pm 0.35$cm : les centièmes sont de trop puisque les dixièmes prédominent dans la mesure, et on annoncera alors préférablement $\Delta d = \pm 0.4$cm en arrondissant.

On est souvent amenés à manipuler ces grandeurs mesurées dans divers calculs : il faut savoir que les erreurs se propagent à travers ces derniers et qu'une somme de grandeurs mesurées avec une incertitude faible peuvent induire une erreur grande sur le résultat final. On doit tenir compte de la *propagation de l'incertitude.* On compte différentes méthodes pour calculer le Δ d'une grandeur dépendante de plusieurs mesures, intégrant leurs incertitudes. On prend ici un exemple pour présenter une des méthodes, en utilisant les *dérivées partielles.*

Exemple 2. On souhaite calculer la valeur en ohms d'une résistance. Pour ça, on réalise une mesure de tension et de courant. On note, respectivement, U, I ces mesures, et $\Delta U, \Delta I$ les incertitudes absolues. On applique alors la loi $R = U/I$.

Considérant que l'erreur est petite face aux grandeurs mesurées, on utilise un développement limité d'ordre 1 pour approximer ΔR:

$$\begin{aligned} R(U+\Delta U, I+\Delta I) &= R(U,I) + \partial_U R \cdot \Delta U + \partial_I R \cdot \Delta I + \cdots \\ \Longleftrightarrow \Delta R &\approx |\partial_U R| \cdot \Delta U + |\partial_I R| \cdot \Delta I \end{aligned}$$

Alors, d'après la formule,

$$\Delta R = \left|\frac{1}{I}\right| \Delta U + \left|\frac{-U}{I^2}\right| \Delta I,$$

Il ne nous reste plus qu'à finir le calcul. Il existe d'autres méthodes, dont celle des logarithmes, mais ceci constituera une autre fiche.