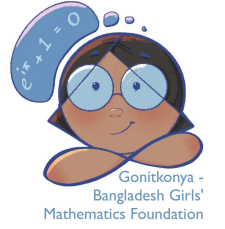


1st Bangladesh National Girls' Mathematics Olympiad 2023

১ম বাংলাদেশ জাতীয় গণিতকন্যা উৎসব ২০২৩



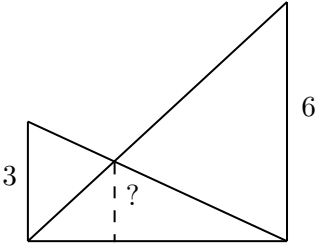
Category: Junior, Time: 2 hours

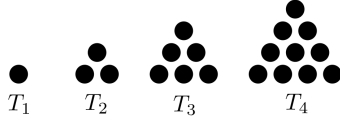
Name: (In English)

Reg No.:

নাম: (বাংলায়)

Class:

| No. | Problem | Answer |
|-----|---|--------|
| 1 | What is the sum of the digits of $2^{2021}5^{2024}$ if it is expressed in decimal? $2^{2021}5^{2024}$ গুণফলটিকে দশভিত্তিকে প্রকাশ করা হলে এর অংকগুলোর যোগফল কত? | |
| 2 | <p>Upoma placed two pole of 3 meter and 6 meter height respectively on the ground. The top of the first one is attached using a rope to the bottom of the other. Similarly, the second one's top is connected to the bottom of the first one. The two ropes intersect at a point. Find the height of the point.</p>  <p>উপমা 3 মিটার এবং 6 মিটার উচ্চতার দুইটি খুঁটি মাটিতে পুঁতলো। প্রথমটির শীর্ষ এবং অপরটির পাদদেশ একটি দড়ি দিয়ে বাঁধা। আবার দ্বিতীয়টির শীর্ষ এবং প্রথমটির পাদদেশ একটি দড়ি দিয়ে বাঁধা। দড়ি দুটি যেই বিন্দুতে ছেদ করে ভূমি থেকে সেই বিন্দুর উচ্চতা কত?</p> | |
| 3 | <p>Let a, b, c be positive real numbers satisfying:</p> $4ab + c^2 = 361 - a^2,$ $4bc + a^2 = 309 - b^2,$ $4ca + b^2 = 388 - c^2.$ <p>Find the sum of all possible values of $a + b + c$. a, b, c তিনটি ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা, যেন</p> $4ab + c^2 = 361 - a^2,$ $4bc + a^2 = 309 - b^2,$ $4ca + b^2 = 388 - c^2.$ <p>$a + b + c$ এর সম্ভাব্য সকল মান নির্ণয় করো।</p> | |

| No. | Problem | Answer |
|-----|--|--------|
| 4 | <p>Charu hates the digit 4. She lives in a small city whose population is only 10,000. The mayor decides to give each citizen an ID card with a unique ID number (for example: 0000, 1001, 4591). Charu wants such an ID number that contains no 4 and which is also not divisible by 4. Following her criteria, the number of possible IDs is a^6b, where a and b are both prime. What is the value of $a + b$?</p> <p>চারু 4 সংখ্যাটিকে অপছন্দ করে। সে একটি ছোটো শহরে বাস করে যার জনসংখ্যা মাত্র 10,000। সেখানকার মেয়র প্রত্যেক নগরবাসীকে একটি করে আইডি কার্ড দেয়ার সিদ্ধান্ত নিলেন যেন আইডি নাম্বারটি অনন্য (ইউনিক) হয় (যেমন, 0000, 1001, 4591 ইত্যাদি)। চারু এমন একটি আইডি নাম্বার চায় যাতে 4 সংখ্যাটি নেই এবং 4 দ্বারা বিভাজ্য নয়। চারুর পছন্দের আইডি কার্ডের সংখ্যা a^6b হলে $a + b = ?$ (যেখানে a, b উভয়েই মৌলিক সংখ্যা)</p> | |
| 5 | <p>Protyasha has some balls. She is making triangles T_1, T_2, T_3, \dots. Triangle T_n has 1 ball in the first row, 2 in the second and so on continued till nth row. Purbasha is trying to make squares using each of the triangles and succeeds for T_1 and T_8. If she needs triangle T_m to make the third square, find the value of m.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>প্রত্যাশার কাছে কিছু বল আছে। সে T_1, T_2, T_3, \dots ত্রিভুজ বানাচ্ছে। T_n ত্রিভুজের প্রথম সারিতে 1টি বল আছে, দ্বিতীয় সারিতে 2টি বল আছে এবং এভাবে n-তম সারিতে nটি বল আছে। পূর্বাশা ত্রিভুজ গুলো দিয়ে বর্গ বানানোর চেষ্টা করছে এবং সে T_1 এবং T_8 এর জন্য সফল হয়েছে। যদি তার তৃতীয় বর্গটি বানাতে T_m ত্রিভুজটি প্রয়োজন হয় তাহলে m এর মান বের কর।</p> | |
| 6 | <p>Find all the nonnegative integer pairs (x, y) such that $(xy + 9)^2 = x^2 + y^2$.</p> <p>সকল অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার জোড়া (x, y) নির্ণয় করো যেন $(xy + 9)^2 = x^2 + y^2$ হয়।</p> | |
| 7 | <p>Let $ABCDE$ be a regular pentagon. Its diagonals AC and BD intersect at X. The tangent to circumcircle of CDX at X intersects AE at P. $\angle PDE = ?$</p> <p>$ABCDE$ একটি সুস্থম পঞ্চভুজ। এর AC এবং BD কর্ণ দুটি X বিন্দুতে ছেদ করে। X বিন্দুতে CDX ত্রিভুজের পরাবৃত্তের স্পর্শক AE কে P বিন্দুতে ছেদ করে। $\angle PDE$ কোণের মান বের করো।</p> | |
| 8 | <p>There are $2n$ distinct boxes around a circular table. Initially, each of them contains at most one ball. Promi and Hridi play a game by alternating turns with Promi going first. On Promi's turn, she chooses two non-empty boxes with an even number of boxes between them and removes one ball from both of them. On Hridi's turn, she either chooses to do nothing, or she first takes a ball and moves it to its left box and then takes another ball and moves it to its right box. Promi wins if she can remove all the balls from the game and Hridi wins if, at some point, Promi can't make a move. In how many initial configurations can Promi ensure a win if Hridi plays optimally? (NB: A box can contain more than one ball after the game has started.)</p> <p>একটি বৃত্তাকার টেবিলে মোট $2n$ ভিন্ন ভিন্ন বাক্স রয়েছে। প্রাথমিকভাবে, প্রতি বাক্সে সর্বোচ্চ একটি বল থাকতে পারে। প্রমি এবং হ্রিদি একটি খেলা খেলছে যেখানে প্রমি প্রথমে চাল দেয়। প্রমির চালে সে খালি নয় এমন দুটি বাক্স নির্বাচন করে যেখানে দুটি বাক্সের মাঝে জোড় সংখ্যক বাক্স রয়েছে এবং ঐ দুটি বাক্স থেকে একটি করে বল সরায়। হ্রিদির চালে সে হয় কিছুই করে না, অথবা প্রথমে একটি বল নেয় ও এটিকে তার বামের বাক্সে নিয়ে যায় এবং তারপর আরেকটি বল নেয় এবং এটিকে তার ডানের বাক্সে নিয়ে যায়। প্রমি জিততে পারে যদি সে খেলার শুরুতে বাক্সে থাকা সব বল সরাতে পারে। হ্রিদি জিততে পারে যদি খেলার কোন মুহুর্তে প্রমি আর চাল দিতে না পারে। প্রমি কতগুলি প্রারম্ভিক কনফিগারেশন থেকে জিততে পারবে যদি হ্রিদি সঠিকভাবে খেলে? (নোট: খেলা শুরু হওয়ার পরে একটি বাক্সে একাধিক বল থাকতে পারে।)</p> | |