

1st Bangladesh National Girls' Mathematics Olympiad 2023

১ম বাংলাদেশ জাতীয় গণিতকন্যা উৎসব ২০২৩



Category: Secondary, Time: 2 hours 30 minutes

Name: (In English)

Reg No.:

নাম: (বাংলায়)

Class:

No.	Problem	Answer
1	The product of two coprime integers is 2023. Find all the possible values of their sum. দুটি সহমৌলিক সংখ্যার গুণফল 2023। তাদের যোগফল এর সম্ভাব্য সকল মান বের করো।	
2	Let a, b, c be positive real numbers satisfying: $4ab + c^2 = 361 - a^2,$ $4bc + a^2 = 309 - b^2,$ $4ca + b^2 = 388 - c^2.$ Find the sum of all possible values of $a + b + c$. a, b, c তিনটি ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা, যেন $4ab + c^2 = 361 - a^2,$ $4bc + a^2 = 309 - b^2,$ $4ca + b^2 = 388 - c^2.$ $a + b + c$ এর সম্ভাব্য সকল মান নির্ণয় করো।	
3	Charu hates the digit 4. She lives in a small city whose population is only 10,000. The mayor decides to give each citizen an ID card with a unique ID number (for example: 0000, 1001, 4591). Charu wants such an ID number that contains no 4 and which is also not divisible by 4. Following her criteria, the number of possible IDs is a^6b , where a and b are both prime. What is the value of $a + b$? চারু 4 সংখ্যাটিকে অপছন্দ করে। সে একটি ছোটো শহরে বাস করে যার জনসংখ্যা মাত্র 10,000। সেখানকার মেয়র প্রত্যেক নগরবাসীকে একটি করে আইডি কার্ড দেয়ার সিদ্ধান্ত নিলেন যেন আইডি নাম্বারটি অনন্য (ইউনিক) হয় (যেমন, 0000, 1001, 4591 ইত্যাদি)। চারু এমন একটি আইডি নাম্বার চায় যাতে 4 সংখ্যাটি নেই এবং 4 দ্বারা বিভাজ্য নয়। চারুর পছন্দের আইডি কার্ডের সংখ্যা a^6b হলে $a + b = ?$ (যেখানে a, b উভয়েই মৌলিক সংখ্যা)	
4	$2^{3x+4y} + 2^{4x+3y} = 2^{36}$ where $x, y \in \mathbb{Z}$. What is xy ? $2^{3x+4y} + 2^{4x+3y} = 2^{36}$ যেখানে $x, y \in \mathbb{Z}$. xy এর মান কত?	
5	Let $ABCDE$ be a regular pentagon. Its diagonals AC and BD intersect at X . The tangent to circumcircle of CDX at X intersects AE at P . $\angle PDE = ?$ $ABCDE$ একটি সুসম পঞ্চভুজ। এর AC এবং BD কর্ণ দুটি X বিন্দুতে ছেদ করে। X বিন্দুতে CDX ত্রিভুজের পরাবৃত্তের স্পর্শক AE কে P বিন্দুতে ছেদ করে। $\angle PDE$ কোণের মান বের করো।	

No.	Problem	Answer
6	<p>Let M and N be two points on the side BC of an equilateral triangle ABC such that M is strictly between B and N with $\angle MAN = 30^\circ$. The circumcircles of triangle AMC and ANB intersect again at point P. Given that $\angle PBC = 20^\circ$, “can” you find the value of $\angle CAN$?</p> <p>একটি সমবাহু ত্রিভুজ ABC-এর BC বাহুর উপর দুটি বিন্দু M ও N যেন M বিন্দুটি B এবং N বিন্দুর মাঝে থাকে যেখানে $\angle MAN = 30^\circ$। AMC এবং ANB-এর পরিবৃত্ত আবার P বিন্দুতে ছেদ করে। দেওয়া আছে, $\angle PBC = 20^\circ$। তুমি কি $\angle CAN$ কোণের মান বের করতে পারবে?</p>	
7	<p>Find the sum of all possible values of abc where a, b and c are positive integers satisfying</p> $a = \gcd(b, c) + 3,$ $b = \gcd(c, a) + 3,$ $c = \gcd(a, b) + 3.$ <p>a, b, c হলো এমন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা, যেন</p> $a = \gcd(b, c) + 3,$ $b = \gcd(c, a) + 3,$ $c = \gcd(a, b) + 3.$ <p>abc এর সকল সম্ভাব্য মানের যোগফল বের করো।</p>	
8	<p>We will call a 7-digit number <i>interesting</i> if it contains only the digit 1, 2 and 3. How many 7-digit <i>interesting</i> numbers are there such that it doesn't contain consecutive 1, 2 or consecutive 2, 2? For example: 1323323 satisfies our condition. But 3312332 does not satisfy our condition, since it has consecutive 1, 2. Similarly, 1332231 also doesn't satisfy our condition, since it has consecutive 2, 2.</p> <p>যে সকল 7 অঙ্কের সংখ্যায় কেবলমাত্র 1, 2 এবং 3 এই তিনটি অঙ্ক রয়েছে সেগুলোকে আমরা বলি <i>মজাদার</i> সংখ্যা। এরকম কতগুলো 7 অঙ্কের মজাদার সংখ্যা আছে যেখানে পাশাপাশি 1, 2 অথবা পাশাপাশি 2, 2 নেই? যেমন: 1323323 সংখ্যাটি আমাদের শর্ত মেনে চলে। কিন্তু 3312332 আমাদের শর্ত মেনে চলে না কারণ সেখানে 1, 2 পাশাপাশি আছে। একইভাবে 1332231 সংখ্যাটিও আমাদের এই শর্ত মেনে চলে না, কারণ সেটিতে 2, 2 পাশাপাশি আছে।</p>	