

Cessna

In figuur 1 staat een foto van een Cessna, een eenmotorig vliegtuig.

figuur 1

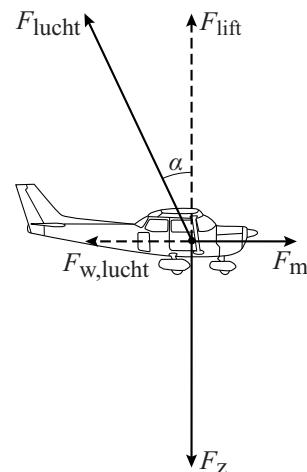


In tabel 1 staan gegevens van deze Cessna.

tabel 1

| Cessna | |
|-----------------------------|--|
| lengte | 7,3 m |
| spanwijdte | 10,7 m |
| hoogte | 3,0 m |
| tankinhoud | 75 L |
| kruissnelheid (constant) | 198 km h^{-1} $= 55,0 \text{ m s}^{-1}$ |
| max. vliegbereik | 678 km |
| max. motorvermogen | 100 pk (hp) |

figuur 2



Vliegen

Op een horizontaal rechtdoor vliegend vliegtuig werken drie krachten: de zwaartekracht F_z , de motorkracht F_m en de kracht die de lucht op het vliegtuig uitoefent: F_{lucht} . Deze F_{lucht} hangt af van de stand van de vleugels. F_{lucht} kan ontbonden worden in twee componenten. De component tegengesteld aan de vliegrichting is gelijk aan $F_{w,\text{lucht}}$. De component loodrecht op de vliegrichting wordt liftkracht F_{lift} genoemd. F_{lucht} maakt een hoek α met F_{lift} .

Zie figuur 2. Deze figuur is niet op schaal.

Deze Cessna vliegt met zijn kruissnelheid op een constante hoogte. Het motorvermogen is dan 70% van het maximale motorvermogen. De beladen Cessna heeft op dat moment een massa van 710 kg.

- 5p 4 Bereken de grootte van hoek α in deze situatie.

De formule voor de liftkracht F_{lift} is:

$$F_{\text{lift}} = \frac{1}{2} \rho A_{\text{vleugel}} C_{\text{lift}} v^2$$

Hierin is:

- ρ de dichtheid van lucht;
- A_{vleugel} de vleugeloppervlakte: de onderoppervlakte van beide voorvleugels samen;
- C_{lift} de liftcoëfficiënt;
- v de snelheid ten opzichte van de lucht.

- 3p 5 Leid met behulp van deze formule de eenheid van C_{lift} af.

Op de uitwerkbijlage staan op schaal een zij-, boven- en vooraanzicht getekend van de Cessna.

- 4p 6 Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage en tabel 1 de grootte van C_{lift} voor de Cessna op kruissnelheid.

Om een bocht te maken, laat de piloot het vliegtuig een beetje overhellen naar één kant.

Hierbij verandert de grootte van de liftkracht niet.

Zie figuur 3 voor een tekening in vooraanzicht.

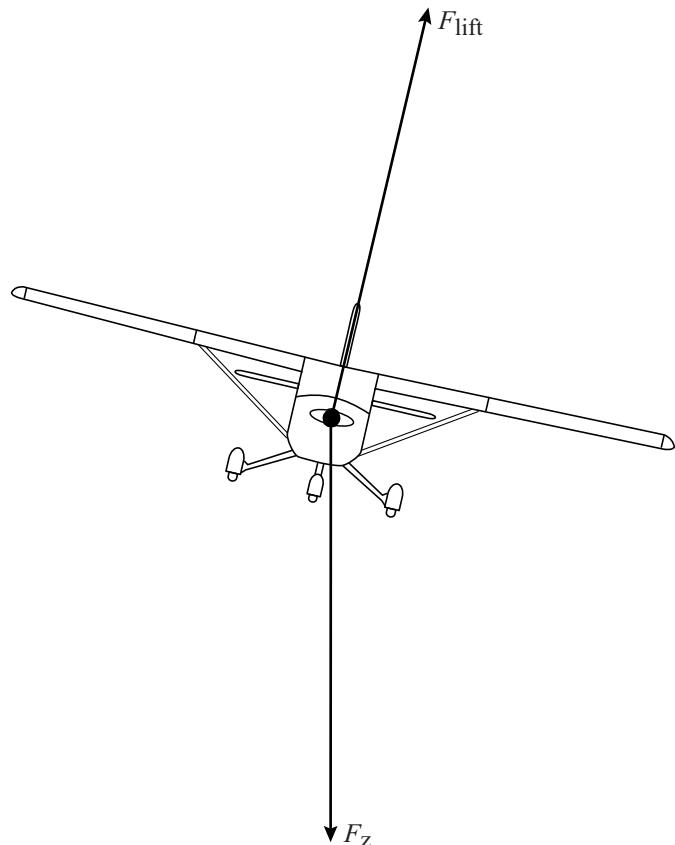
Deze figuur staat ook op de uitwerkbijlage.

Als de piloot daarbij verder niets aanpast, gebeuren er twee dingen met het vliegtuig:

- het maakt een bocht,
- het verliest hoogte.

- 3p 7 Leg met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage voor beide uit wat de natuurkundige oorzaak is.

figuur 3



Starten

Om inzicht te krijgen in de beweging van de Cessna op de startbaan wordt een vereenvoudigd model gemaakt. Bij dat model gelden de volgende aannamen:

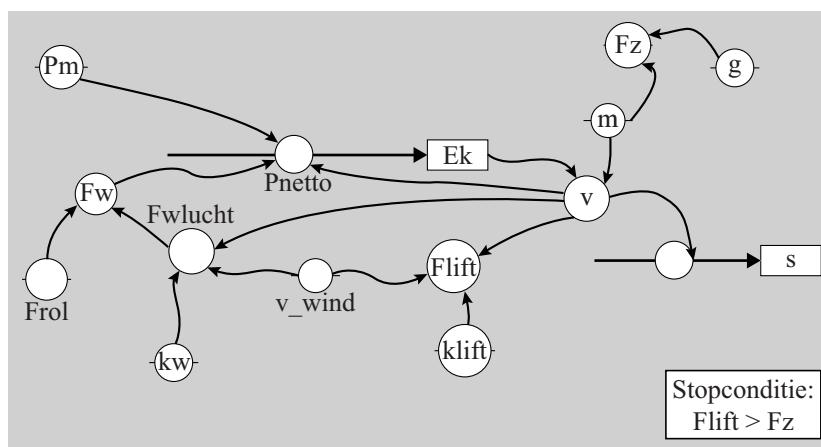
- gedurende de hele start is het motorvermogen constant,
 - gedurende de hele start is de rolwrijving constant.

Het model is weergegeven in figuur 4.

De formules en de startwaarden van het grafisch model zijn gelijk aan die van het tekstmodel. Daarom worden die in het grafisch model niet weergegeven.

figuur 4

| MODEL | STARTWAARDEN in SI-eenheden |
|--|--------------------------------|
| $F_z = m \cdot g$ | $F_{rol} = 910$ |
| $F_{lift} = k_{lift} \cdot (v - v_{wind})^2$ | $k_{lift} = 5,68$ |
| $F_{w,lucht} = k_w \cdot (v - v_{wind})^2$ | $k_w = 0,913$ |
| $F_w = F_{w,lucht} + F_{rol}$ | $v_{wind} = +5$ |
| Als $F_{lift} > F_z$ dan stop Eindals | $m = 710$ |
| $P_{netto} = P_m - F_w \cdot v$ | $g = 9,81$ |
| $E_k = \dots$ | $P_m = 74000$ |
| $v = \sqrt{2 \cdot E_k / m}$ | $E_k = 0$ |
| $ds = v \cdot dt$ | $v = 0$ |
| $s = s + ds$ | $s = 0$ |
| $t = t + dt$ | $t = 0$ |
| | $dt = 0,001$ |



Verder is het model niet compleet. De modelregel voor E_k is niet ingevuld.

- 2p **8** Schrijf op de uitwerkbijlage de hele modelregel voor Ek.

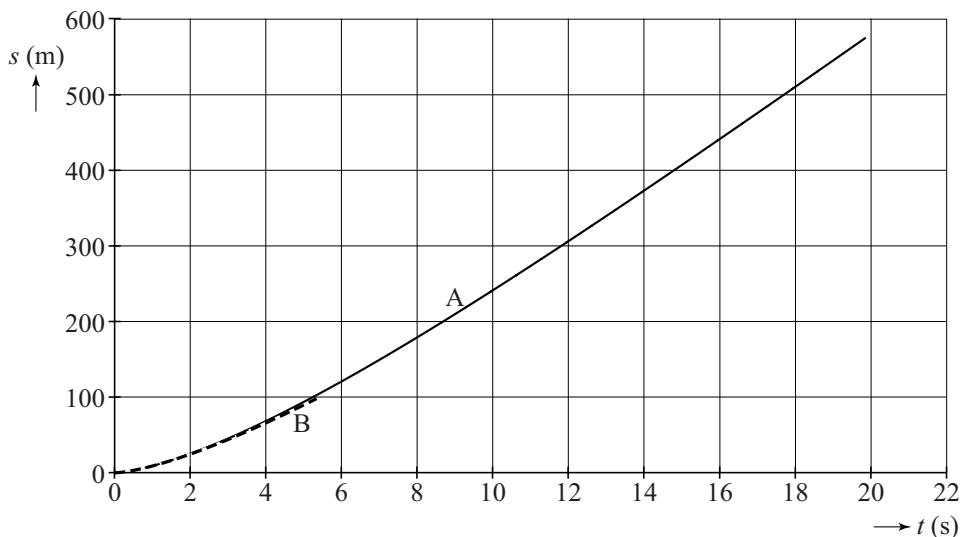
In het model staat de factor $(v - v_{\text{wind}})$.

- 3p **9** Voer de volgende opdrachten uit over het model van figuur 4:

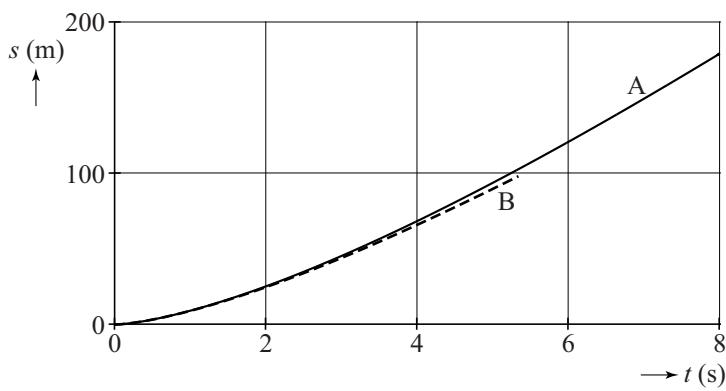
- Geef de reden dat gewerkt wordt met $(v - v_{\text{wind}})$ en niet met v .
- Leg uit of in het model sprake is van tegenwind of van meewind.

In figuur 5 staat het (s, t) -diagram van de startende Cessna op de startbaan in twee situaties: met windstil weer (A) en met een tegenwind van 10 m s^{-1} (B). In figuur 6 staat een gedeeltelijke vergroting van figuur 5.

figuur 5



figuur 6



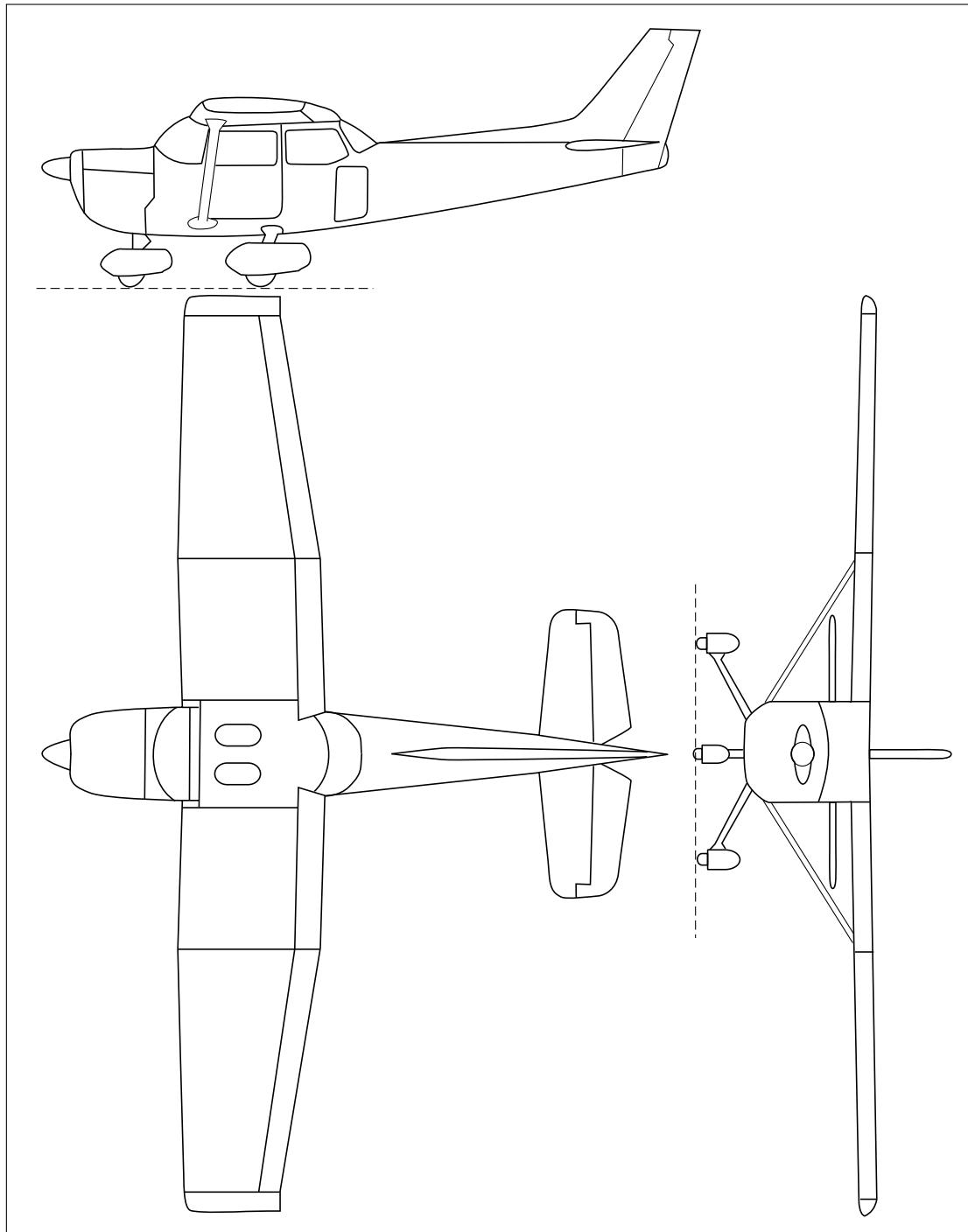
Op de uitwerkbijlage staat het (v, t) -diagram van de startende Cessna op de startbaan dat uit het model volgt, met daarin de grafiek voor situatie A.

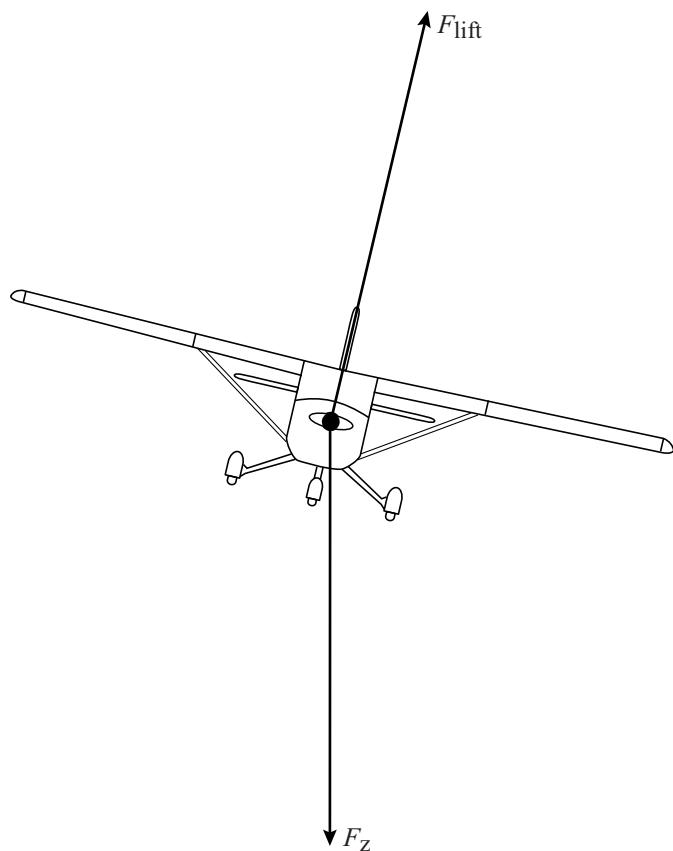
- 3p **10** Teken in het (v, t) -diagram op de uitwerkbijlage de grafiek voor situatie B.

uitwerkbijlage

Naam kandidaat _____ Kandidaatnummer _____

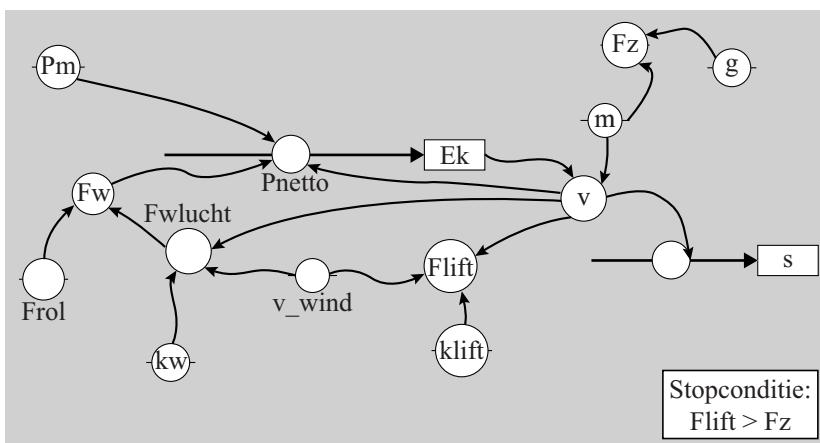
6



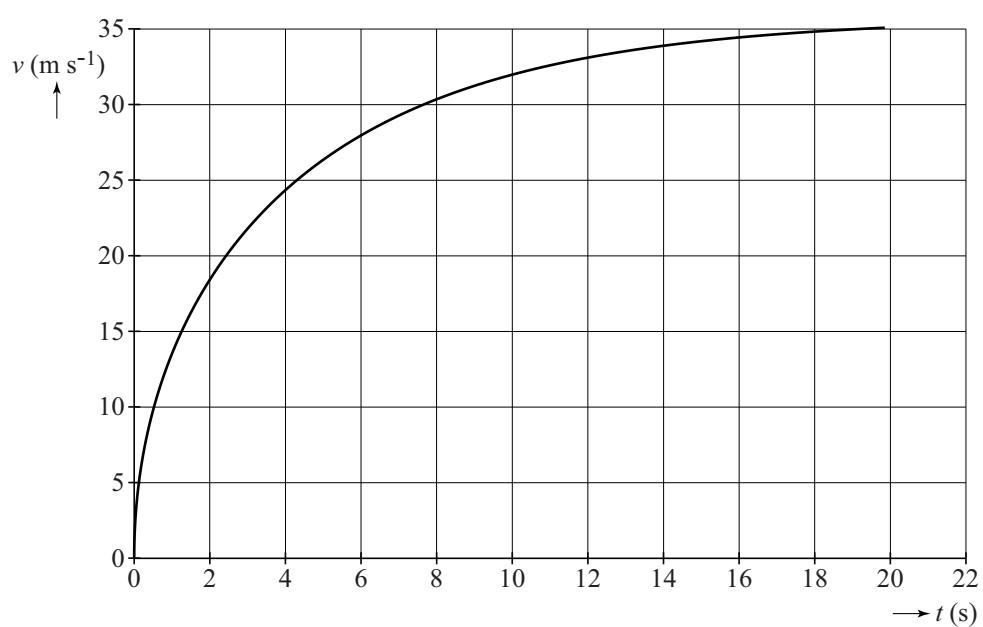


8

| MODEL | STARTWAARDEN in SI-eenheden |
|--|--|
| $F_z = m \cdot g$ | $F_{rol} = 910$ |
| $F_{lift} = k_{lift} \cdot (v - v_{wind})^2$ | $k_{lift} = 5,68$ |
| $F_{w,lucht} = k_w \cdot (v - v_{wind})^2$ | $k_w = 0,913$ |
| $F_w = F_{w,lucht} + F_{rol}$ | $v_{wind} = +5$ |
| Als $F_{lift} > F_z$ dan stop Eindals | $m = 710$ |
| $P_{netto} = P_m - F_w \cdot v$ | $g = 9,81$ |
| $E_k = \dots$ | $P_m = 74000$ |
| $v = \sqrt{2 \cdot E_k / m}$ | $E_k = 0$ |
| $ds = v \cdot dt$ | $v = 0$ |
| $s = s + ds$ | $s = 0$ |
| $t = t + dt$ | $t = 0$ |
| | $dt = 0,001$ |



10



Opgave 4 Champignon

Bekijk de foto van figuur 6 en lees het onderschrift.

figuur 6

- 2p 19 □ Bereken de snelheid die Hannes zonder luchtweerstand na 13 s zou hebben.

Om een indruk te krijgen van het werkelijke verloop van de snelheid bij de parachutesprong van Hannes is een computermodel gemaakt.
In dit model is de invloed van de luchtweerstand wél opgenomen.

Voor de luchtweerstand is de formule gebruikt:

$$F_w = k A v^2$$

Hierin is:

- k een constante waarvan de waarde geschat wordt op $0,37 \text{ kg m}^{-3}$;
- A de frontale oppervlakte van de parachutist inclusief parachute in m^2 ;
- v de snelheid in m s^{-1} .

De massa van Hannes mét parachute is 91 kg.
Als de parachute nog niet is geopend, is de frontale oppervlakte $0,80 \text{ m}^2$.

Na 13 s opent Hannes zijn parachute.

De parachute ontvouwt zich *geleidelijk* in een tijd van 3,8 s tot een frontale oppervlakte van $42,6 \text{ m}^2$. Het *geleidelijk* open gaan van de parachute betekent dat de frontale oppervlakte lineair in de tijd toeneemt.

Hieronder staat (een gedeelte van) het computermodel met startwaarden.
Voor de frontale oppervlakte is hierbij niet ‘ A ’ maar ‘Opp’ gebruikt.



Hannes Arch is de eerste mens die een parachute-sprong waagde van de 'Champignon', een 1800 meter hoge rots aan de noordwand van de Eiger in Zwitserland. Arch maakte een val van 13 seconde voordat zijn parachute zich opende.

| MODEL | STARTWAARDEN |
|---|--------------------|
| $F_z = m * 9,81$ | $m = 91$ |
| $F_w = k * \text{Opp} * v * v$ | $k = 0,37$ |
| $F_r = F_z - F_w$ | $\text{Opp} = 0,8$ |
| $a = F_r / m$ | $v = 0$ |
| $v = v + a * dt$ | $x = 0$ |
| $x = x + v * dt$ | $t = 0$ |
| als $t > 13$ dan | |
| eindals | |
| als $\text{Opp} > 42,6$ dan $\text{Opp} = 42,6$ | $dt = 0,1$ |
| eindals | |
| $t = t + dt$ | |

Het model met startwaarden is ook weergegeven op de uitwerkbijlage.

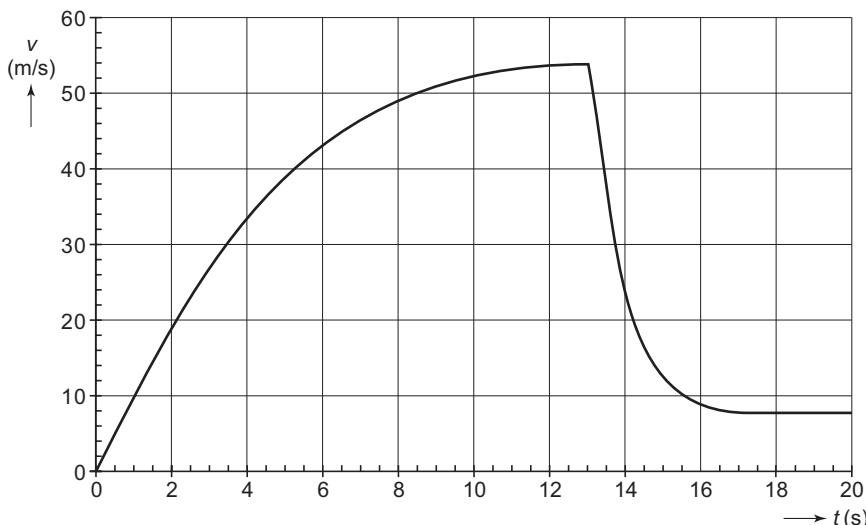
Op de plaatsen van de puntjes zijn een modelregel en een eventueel benodigde startwaarde weggelaten die het “geleidelijk open gaan van de parachute” nabootsen.

In dit model verandert k niet tijdens het open gaan.

- 4p 20 □ Vul op de uitwerkbijlage de ontbrekende modelregel in en indien nodig een startwaarde en geef een toelichting bij je antwoord.

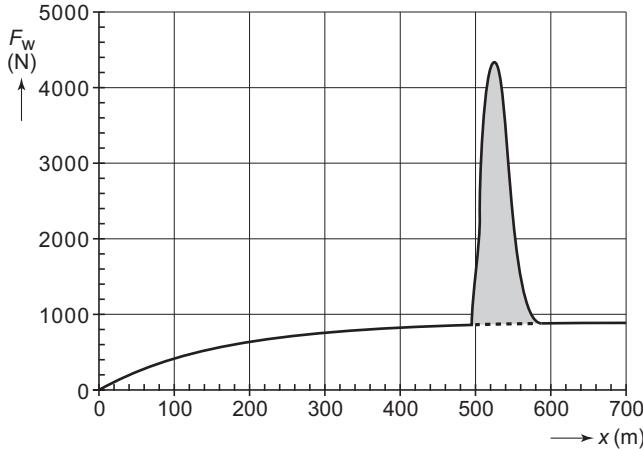
De (v,t) -grafiek die uit het model volgt, is weergegeven in figuur 7.

figuur 7



Figuur 8 toont de luchtweerstand F_w als functie van de afgelegde afstand x .
De piek in deze grafiek correspondeert met het open gaan van de parachute.

figuur 8



Uit figuur 7 kan met behulp van de tweede wet van Newton ($F_{\text{res}} = ma$) de maximale waarde voor de luchtweerstand bepaald worden. Figuur 7 staat ook op de uitwerkbijlage.

- 4p 21 □ Toon aan dat deze waarde overeenkomt met de maximale waarde die uit figuur 8 is af te lezen.

De gearceerde oppervlakte in figuur 8 stelt de arbeid voor die de extra luchtweerstand van de parachute verricht.

- 4p 22 □ Bepaal deze arbeid en toon aan dat deze overeenstemt met de arbeid die uit het snelheidsverloop in figuur 7 volgt.

Let op: de laatste vragen van dit examen staan op de volgende pagina.

Uitwerkbijlage bij de vragen 12, 13, 20 en 21**Vraag 20**

| MODEL | STARTWAARDEN |
|--|---------------------|
| $F_z = m \cdot 9,81$ | $m = 91$ |
| $F_w = k \cdot \text{Opp} \cdot v \cdot v$ | $k = 0,37$ |
| $F_r = F_z - F_w$ | $\text{Opp} = 0,8$ |
| $a = F_r/m$ | $v = 0$ |
| $v = v + a \cdot dt$ | $x = 0$ |
| $x = x + v \cdot dt$ | $t = 0$ |
| als $t > 13$ dan eindals | |
| als $\text{Opp} > 42,6$ dan $\text{Opp} = 42,6$ eindals $t = t + dt$ | $dt = 0,1$ |

Toelichting:

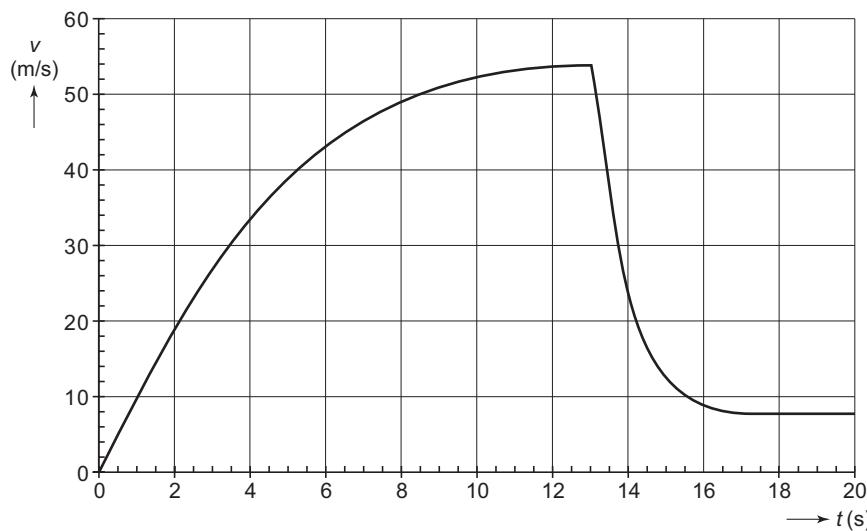
.....

.....

.....

.....

.....

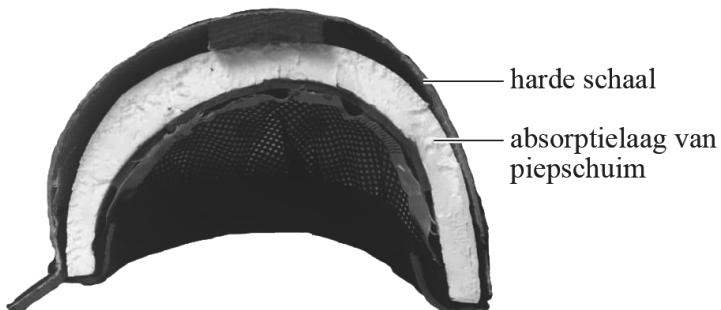
Vraag 21

Fietshelm

Een fietshelm is ontworpen om het hoofd te beschermen tijdens een botsing of val. Tijdens zo'n botsing, ook wel impact genoemd, kan het hoofd blootgesteld worden aan enorm grote versnellingen. Deze kunnen leiden tot ernstig hoofdletsel. Een fietshelm is ontworpen om de grootte van deze versnellingen tijdens een impact zo klein mogelijk te houden.

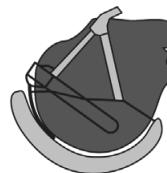
De fietshelm is opgebouwd uit verschillende lagen. Zie figuur 1. Onder de harde schaal aan de buitenkant bevindt zich de zogenaamde absorptielaaag. Deze laag bestaat meestal uit piepschuim. Dit piepschuim wordt tijdens een impact ingedrukt.

figuur 1

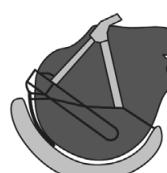


figuur 2

Fietshelmen moeten voldoen aan een Europese norm, de EN-1078. Daarin staan tests beschreven die de fietshelm met goed succes moet doorlopen. In één van deze tests valt een dummyhoofd met helm op een harde grondplaat met een voorgeschreven impactsnelheid van $5,42 \text{ m s}^{-1}$. Zie figuur 2.



$$v = 0$$



$$v = 5,42 \text{ m s}^{-1}$$

grondplaat

Om de voorgeschreven snelheid te bereiken is een bepaalde valhoogte nodig.

- 3p 1 Bereken deze valhoogte. Verwaarloos hierbij de invloed van eventuele wrijvingskrachten.

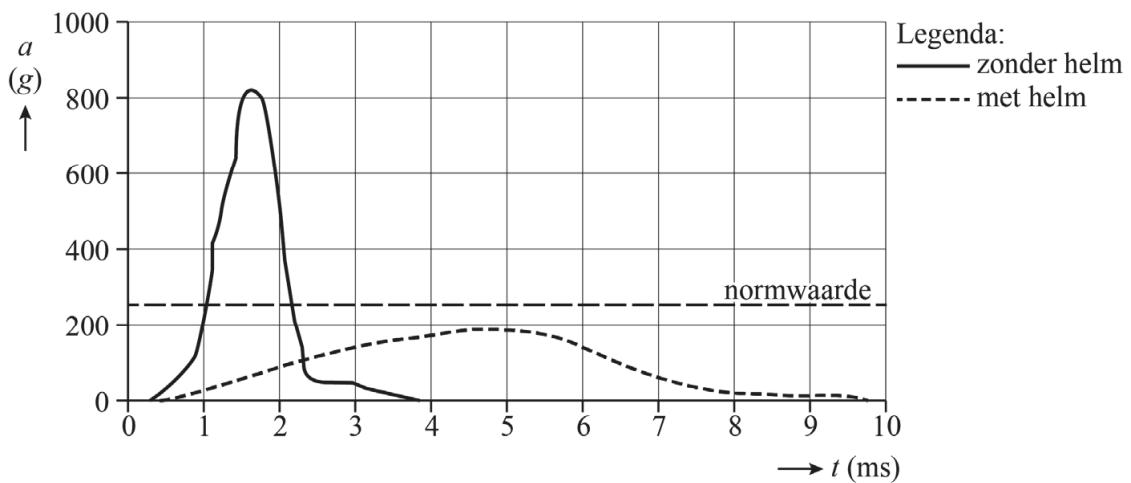
In het dummyhoofd zit een versnellingsmeter. Tijdens de impact van het hoofd met de grondplaat mag de verticale versnelling van het hoofd nooit groter worden dan de normwaarde van 250 g. Hierin is g de valversnelling. De absorptielag in een fietshelm kan maximaal 20 mm indeuken. Deze afstand is groot genoeg om ervoor te zorgen dat de gemiddelde versnelling niet groter is dan de normwaarde.

- 4p 2 Toon dit aan.

In de praktijk is de beweging van het dummyhoofd tijdens de impact niet eenparig vertraagd. Er zijn dus momenten waarop de versnelling groter is dan de gemiddelde waarde. De maximale versnelling op deze momenten mag niet groter worden dan de normwaarde van 250 g.

In figuur 3 zijn de meetresultaten weergegeven van een impact van een dummyhoofd met en zonder helm.

figuur 3



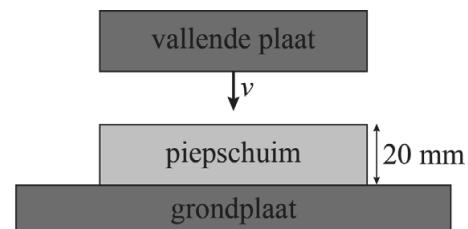
De snelheid waarmee het dummyhoofd de plaat raakt is in beide experimenten gelijk.

- 2p 3 Leg uit hoe je dit kunt concluderen uit figuur 3.

Een fietshelm is zo ontworpen dat deze de fietser optimaal beschermt bij een val. Naast de dikte van de absorptielaaag moet de ontwerper ook rekening houden met het indrukgedrag van het gebruikte piepschuim. Dit indrukgedrag kan onderzocht worden in een proefopstelling, zie figuur 4.

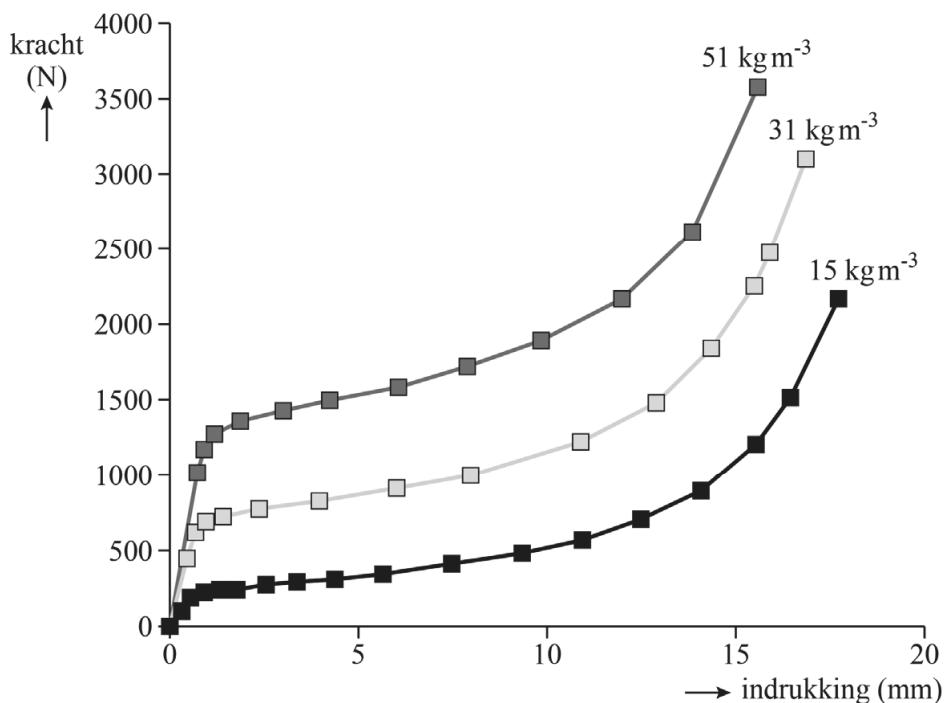
figuur 4

In deze opstelling valt een metalen plaat met een massa van 1,0 kg op een schijfje piepschuim, waardoor het piepschuim ingedrukt wordt. Tijdens deze impact worden zowel de indrukking van het piepschuim als de kracht op de grondplaat gemeten.



Het indrukgedrag van piepschuim is afhankelijk van de dichtheid van het piepschuim. Van piepschuim met drie verschillende dichtheden is het indrukgedrag gemeten. In figuur 5 is voor elk van de drie dichtheden het verband tussen kracht en indrukking weergegeven.

figuur 5



Hoewel de maximale remweg in een fietshelm 20 mm bedraagt is het belangrijk om te voorkomen dat deze hele afstand gebruikt wordt tijdens een impact.

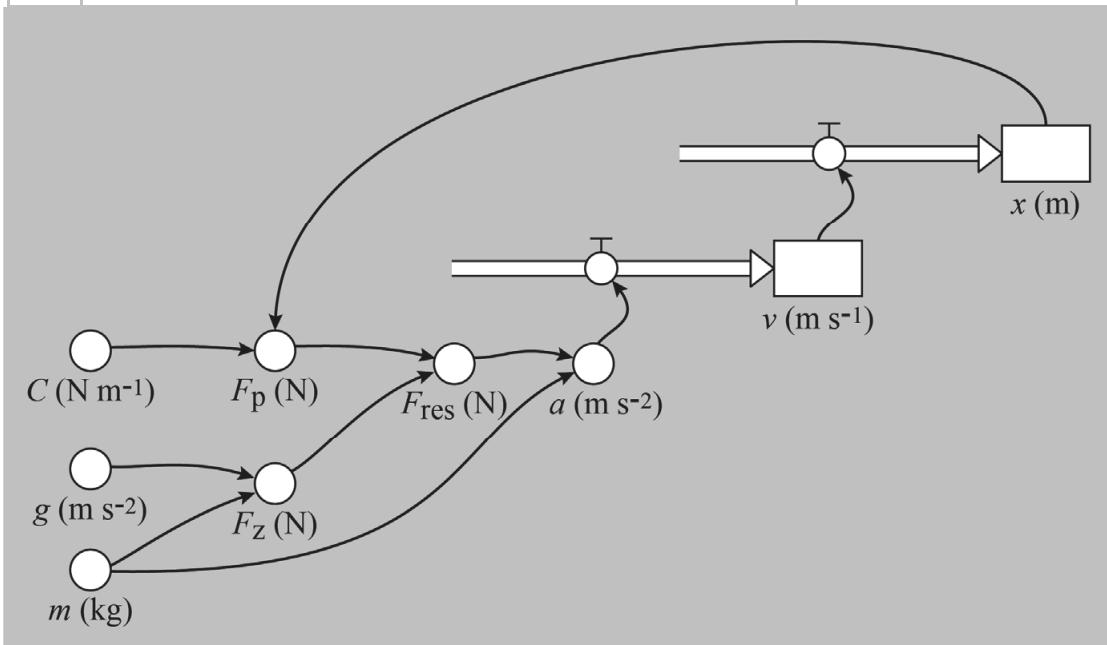
- 2p 4 Leg met behulp van figuur 5 uit waarom de remweg niet te groot mag worden.

De impact van de vallende plaat op het piepschuim kan gesimuleerd worden met een numeriek model. Zie figuur 6.

In dit model is x de indrukking van het piepschuim in m.

figuur 6

| | Modelformules | startwaarden |
|----|--|-----------------------------------|
| 1 | Als $x < 0,001$ Dan | $x = 0$ (m) |
| 2 | $F_p = Cx$ | $v = 5,42$ (ms^{-1}) |
| 3 | Anders | $m = 1,0$ (kg) |
| 4 | $F_p = \frac{19,8}{(0,020 - x)^{0,9}}$ | $g = 9,81$ (ms^{-2}) |
| 5 | EindAls | $t = 0$ (s) |
| 6 | $F_z = mg$ | $\text{dt} = 10^{-5}$ (s) |
| 7 | $F_{\text{res}} = \dots$ | $C = \dots$ (N m^{-1}) |
| 8 | $a = \frac{F_{\text{res}}}{m}$ | |
| 9 | $v = v + a \text{ dt}$ | |
| 10 | $x = x + v \text{ dt}$ | |
| 11 | Als $v < 0$ Dan | |
| 12 | stop | |
| 13 | EindAls | |
| 14 | $t = t + \text{dt}$ | |



In de regels 2 en 4 van het model staan de formules die de grafieken van figuur 5 beschrijven. Voor indrukkingen kleiner dan 1 mm geldt dat de kracht evenredig is met de indrukking (regel 2). Voor grotere waarden van x geldt een ingewikkeldere formule (regel 4). De formules in het model van figuur 6 gelden voor piepschuim met een dichtheid van 31 kg m^{-3} .

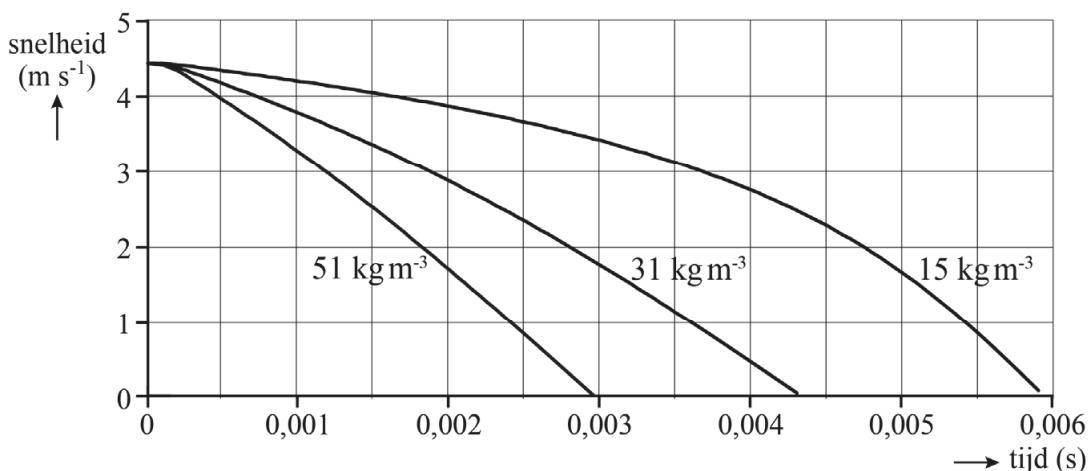
- 2p **5** Bereken met behulp van de formules in de modelregels 2 en 4 de waarde van C voor dit type piepschuim.

Regel 7 van het model is nog niet compleet.

- 2p **6** Geef aan wat er in regel 7 van het model moet staan.

Het numerieke model wordt gebruikt om te onderzoeken wat het effect is van de dichtheid van piepschuim op de beweging van de vallende plaat. De impact is drie keer doorgerekend, waarbij de formules voor het indrukgedrag zijn aangepast voor de drie verschillende dichthesden. In figuur 7 is voor elk van deze dichthesden de berekende snelheid uitgezet tegen de tijd.

figuur 7



- 2p **7** Leg uit bij welke dichtheid van het piepschuim de maximale versnelling van de vallende plaat het kleinst is geweest.

Jupiter 'fly-by'

Lees het artikel.

Een ruimteverkenner ($m = 1,0$ ton) die het zonnestelsel wil verlaten, moet voldoende snelheid hebben om aan de aantrekkingskracht van de zon te ontsnappen. Daarom wordt een ruimteverkenner vaak bewust dicht langs planeten gestuurd, zodat hij gebruik kan maken van de aantrekkingskracht van een bewegende planeet. Dit noemt men een 'fly-by'.

Door een fly-by langs Jupiter kregen ruimteverkenners als de Pioneers, de Voyagers en Ulysses extra snelheid om het zonnestelsel te kunnen verlaten.

Sanne en Christy bestuderen de fly-by. Daartoe stellen zij drie verschillende modellen op.

model 1

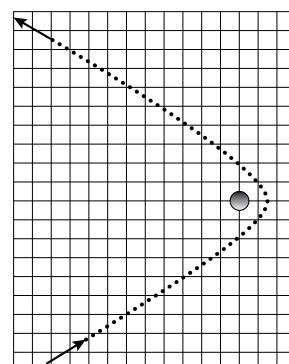
In dit model beweegt de verkenner om een stilstaande planeet. Zie figuur 1.

Christy beweert dat er uiteindelijk snelheidswinst ontstaat doordat de verkenner naar de planeet toe steeds sneller gaat.

- 1p 12 Waarom heeft Christy **geen** gelijk?

Om uiteindelijk snelheidswinst te boeken is het dus noodzakelijk dat de planeet zelf een snelheid heeft. Dit bestuderen ze in model 2.

figuur 1



model 2

Als eerste berekenen ze dat de snelheid v_J van Jupiter in zijn baan om de zon gelijk is aan $1,30 \cdot 10^4 \text{ ms}^{-1}$.

- 3p 13 Laat dit zien met een berekening.

In model 2 stellen Sanne en Christy dat Jupiter een snelheid heeft in de negatieve x -richting. De verkenner beweegt op de manier die is aangegeven in figuur 2.

In figuur 2 zijn de posities van de verkenner en Jupiter op 12 tijdstippen weergegeven.

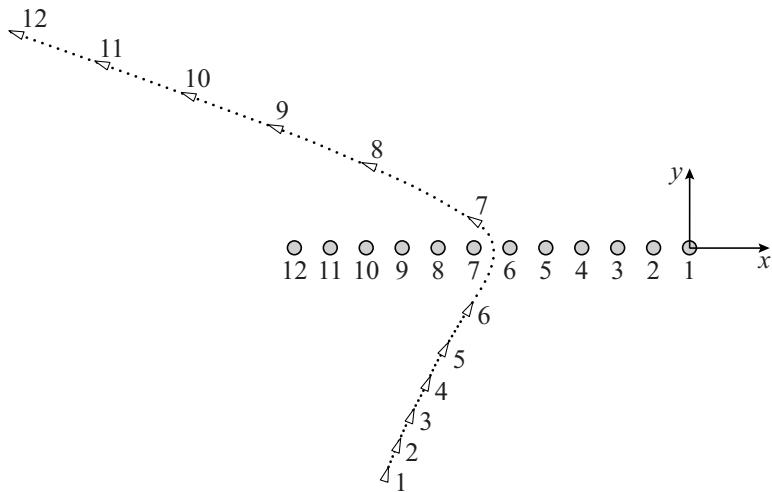
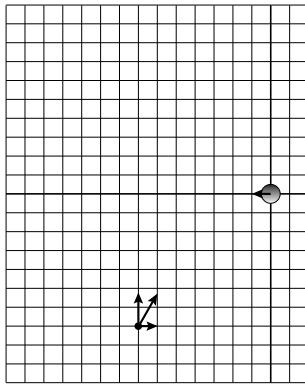
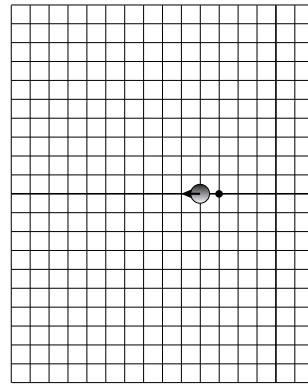
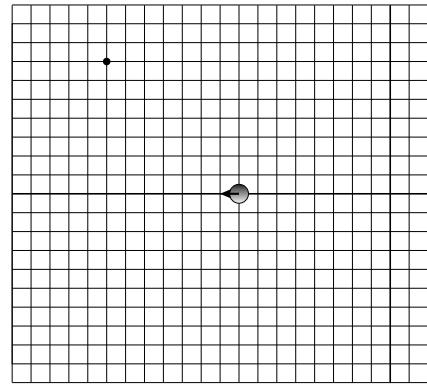
In figuur 3a is de situatie op tijdstip 1 weergegeven.

In figuur 3b is de situatie weergegeven als de verkenner het dichtst bij Jupiter is (ergens tussen de tijdstippen 6 en 7).

In figuur 3c is situatie op tijdstip 12 weergegeven.

De figuren 3a, 3b en 3c staan vergroot weergegeven op de uitwerkbijlage.



figuur 2**figuur 3a****figuur 3b****figuur 3c**

De snelheid van de verkenner vóór de passage noemen ze v_{voor} ,
de snelheid ná de passage noemen ze v_{na} .

Model 2 levert eindsnelheden, die je kunt berekenen met de volgende formules:

$$v_{\text{na},x} = 2v_j - v_{\text{voor},x} \quad (1)$$

$$v_{\text{na},y} = v_{\text{voor},y} \quad (2)$$

De verkenner haalt maximale winst aan kinetische energie als hij op de heenweg **tegen** de bewegingsrichting van de planeet in beweegt.

- 1p 14 Waarom is dit zo?

De snelheidswinst ontstaat door het overdragen van de kinetische energie van de planeet op de verkenner. De snelheidsverandering van Jupiter daarbij is echter niet merkbaar.

- 2p 15 Leg dit uit.

- 3p 16 Construeer met behulp van model 2 in figuur 3c op de uitwerkbijlage de snelheidsvector \vec{v}_{na} van de verkenner op de aangegeven plaats.

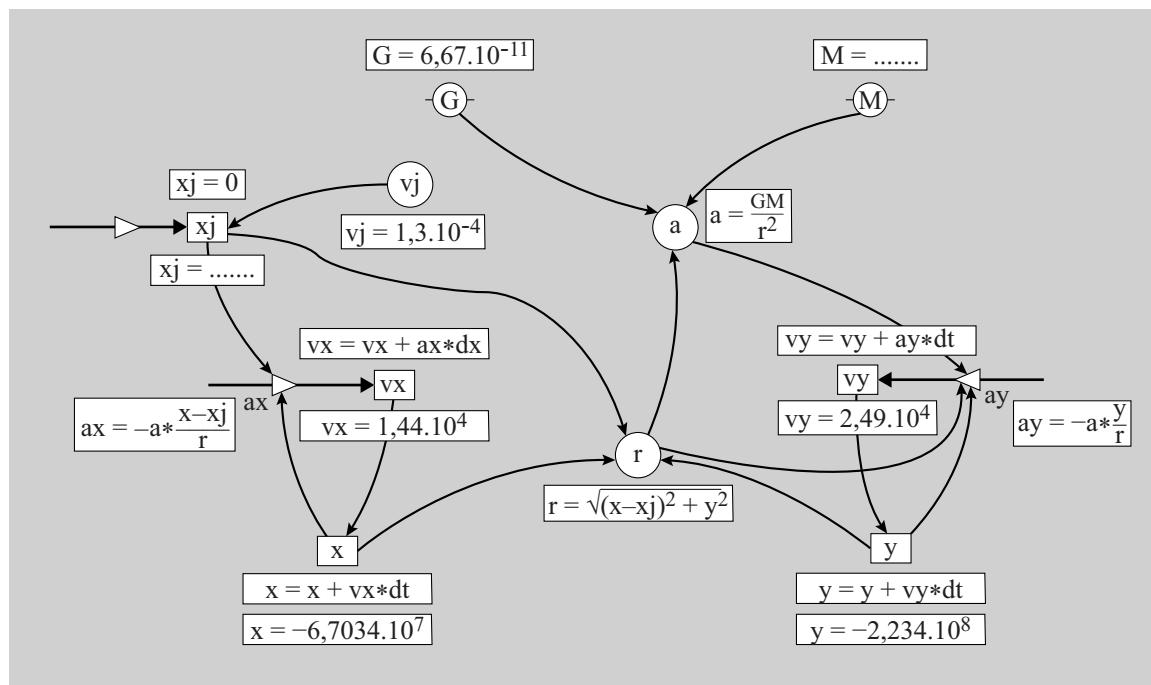
model 3

Dit is een computermodel.

Model 3 staat weergegeven in de figuren 4a en 4b en op de uitwerkbijlage.

figuur 4a

| | Modelregels | Startwaarden (SI) |
|----|---------------------------------|---------------------------|
| 1 | $r = ((x - x_j)^2 + y^2)^{0,5}$ | $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ |
| 2 | $a = GM/r^2$ | $M = \dots$ |
| 3 | $ax = -a*(x - x_j)/r$ | $vx = 1,44 \cdot 10^4$ |
| 4 | $ay = -a*y/r$ | $vy = 2,49 \cdot 10^4$ |
| 5 | $vx = vx + ax*dt$ | $x = -6,7034 \cdot 10^7$ |
| 6 | $vy = vy + ay*dt$ | $y = -2,234 \cdot 10^8$ |
| 7 | $x = x + vx*dt$ | $x_j = 0$ |
| 8 | $y = y + vy*dt$ | $v_j = -1,3 \cdot 10^4$ |
| 9 | $x_j = \dots$ | $t = 0$ |
| 10 | $t = t + dt$ | $dt = 5$ |

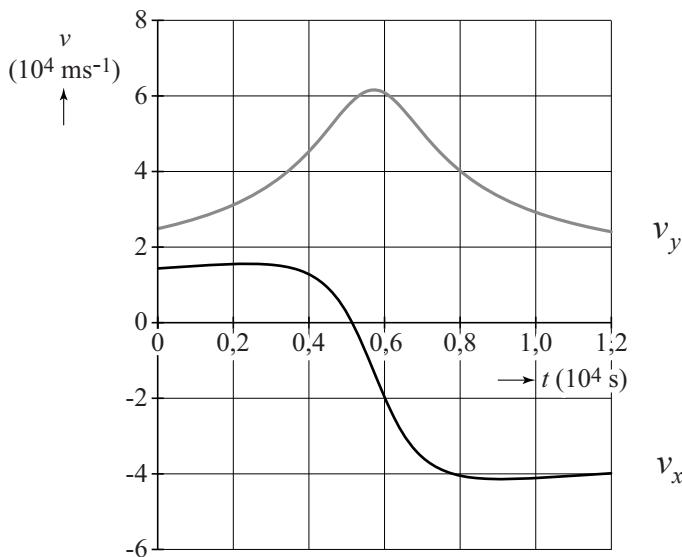
figuur 4b

- 3p 17 Voer over dit model de volgende opdrachten uit:

- Vul op de uitwerkbijlage de regel $M = \dots$ aan.
- Vul op de uitwerkbijlage de regel $x_j = \dots$ aan.
- Geef aan waarom gerekend wordt met $(x-x_j)$ in plaats van met x .

De snelheden die volgen uit model 3 zijn weergegeven in figuur 5.

figuur 5



Model 2 van Sanne en Christy komt overeen met de snelheidsberekeningen van model 3 in figuur 5.

- 3p 18 Laat dit met behulp van getallen zien voor de formules (1) en (2).

Om op een bepaald *punt* uit het zonnestelsel te ontsnappen, moet de eindsnelheid v_{na} groter zijn dan een minimale waarde v_{min} .

Voor v_{min} geldt:

$$v_{min} = \sqrt{\frac{2GM_{zon}}{r}}.$$

Hierin is:

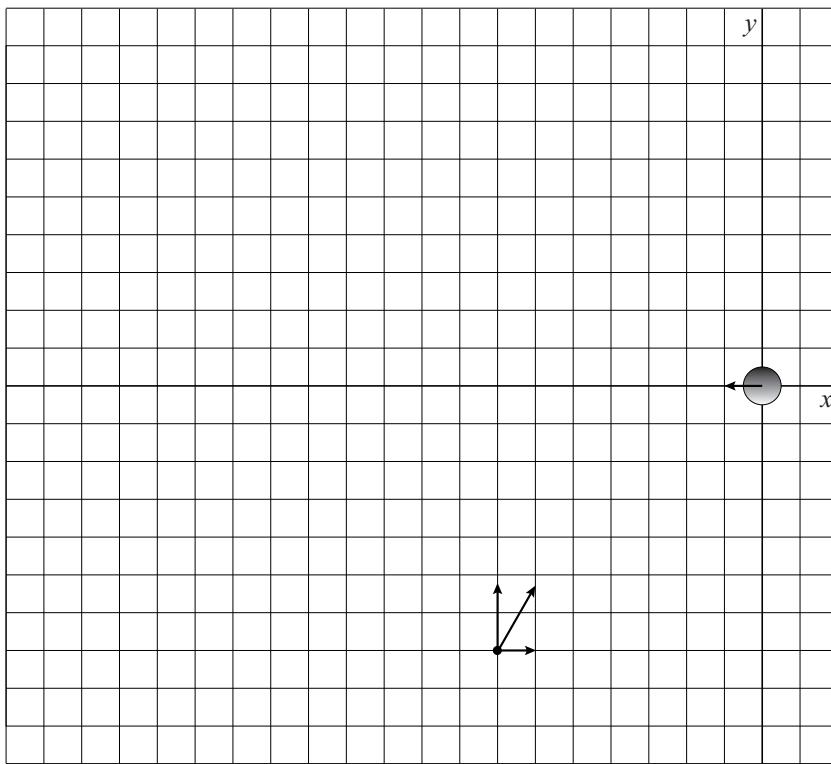
- M_{zon} de massa van de zon;
- r de afstand tussen de satelliet en de zon.

- 3p 19 Leid de formule voor v_{min} af met behulp van formules in BiNaS.

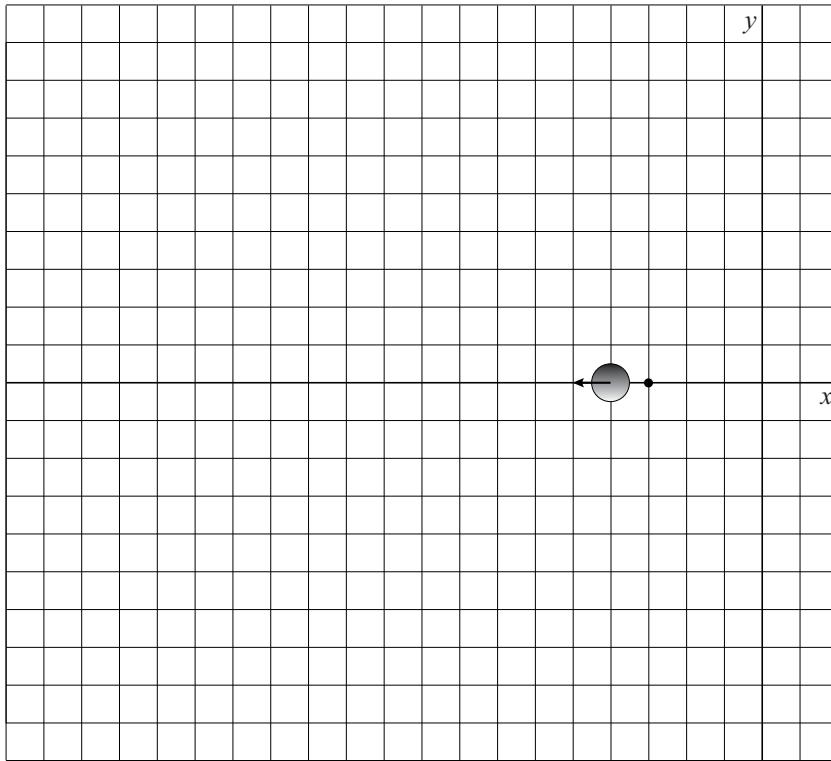
- 4p 20 Voer de volgende opdrachten uit:

- Bepaal de eindsnelheid v_{na} die uit model 3 volgt.
- Laat zien met een berekening of deze eindsnelheid voldoende is om uit het zonnestelsel te ontsnappen.

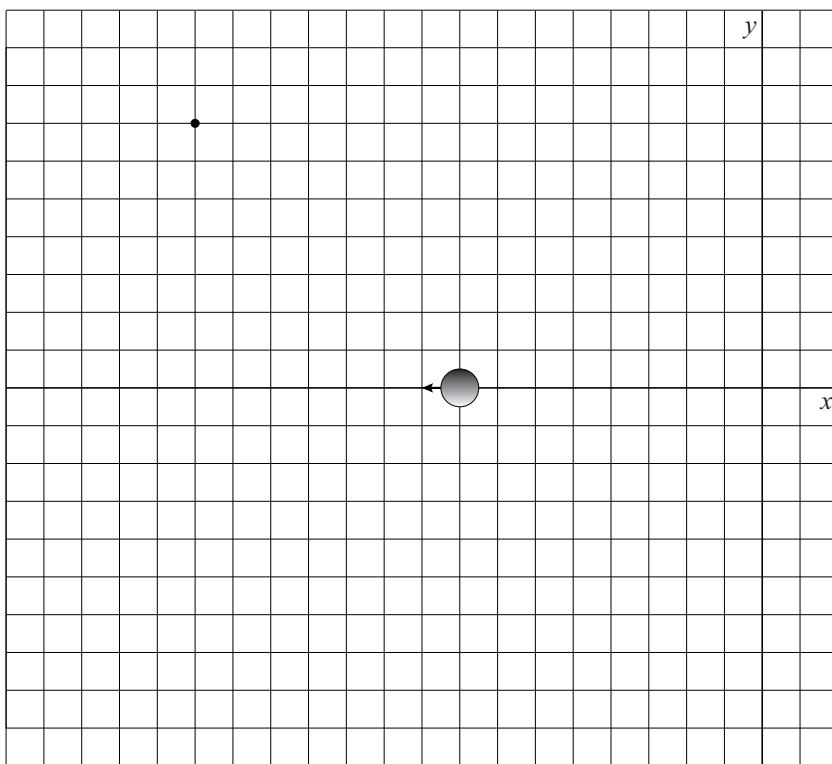
16 figuur 3a



figuur 3b

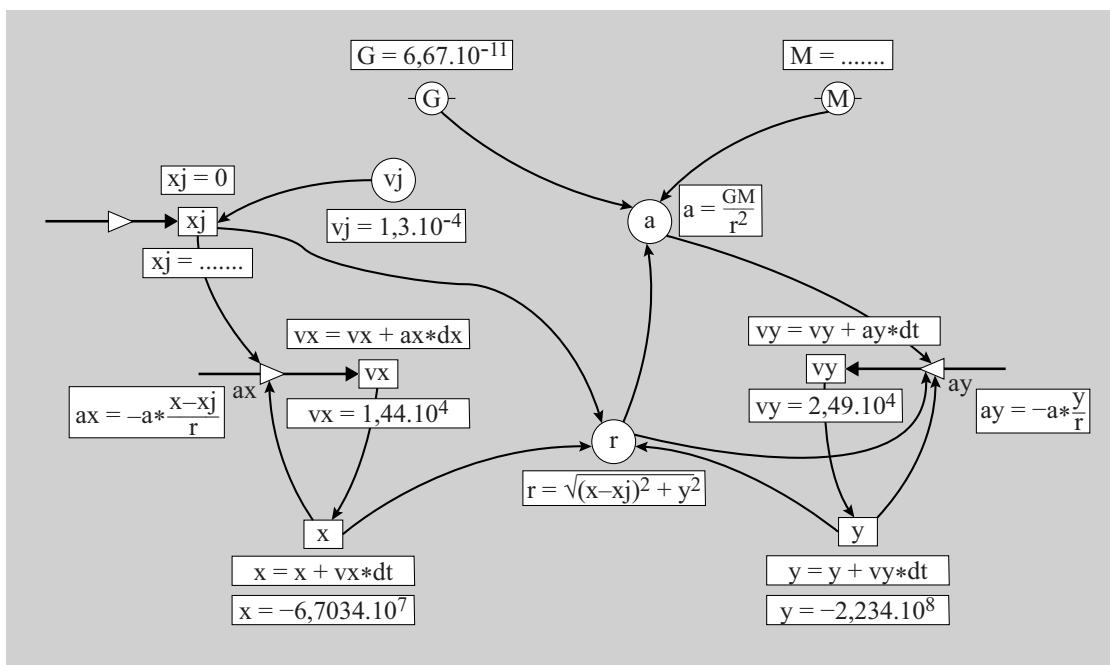


figuur 3c



17

| | Modelregels | Startwaarden (SI) |
|----|---------------------------------|---------------------------|
| 1 | $r = ((x - x_j)^2 + y^2)^{0,5}$ | $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ |
| 2 | $a = GM/r^2$ | $M = \dots$ |
| 3 | $ax = -a(x - x_j)/r$ | $vx = 1,44 \cdot 10^4$ |
| 4 | $ay = -a y/r$ | $vy = 2,49 \cdot 10^4$ |
| 5 | $vx = vx + ax * dt$ | $x = -6,7034 \cdot 10^7$ |
| 6 | $vy = vy + ay * dt$ | $y = -2,234 \cdot 10^8$ |
| 7 | $x = x + vx * dt$ | $x_j = 0$ |
| 8 | $y = y + vy * dt$ | $v_j = -1,3 \cdot 10^4$ |
| 9 | $x_j = \dots$ | $t = 0$ |
| 10 | $t = t + dt$ | $dt = 5$ |



VERGEET NIET DEZE UITWERKBIJLAGE IN TE LEVEREN



Opgave 5 Kanaalspringer

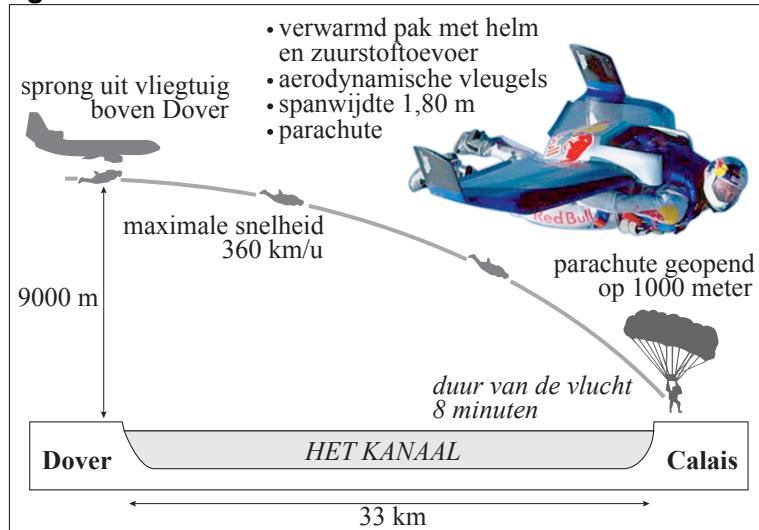
Lees onderstaand artikel en bekijk figuur 5.

Sprong over Het Kanaal

Stuntman Felix Baumgartner is er als eerste mens in geslaagd om over Het Kanaal te 'springen'. Hij heeft zich boven Dover uit een vliegtuig laten vallen. Vervolgens heeft hij in glijvlucht Het Kanaal overbrugd. Baumgartner begon zijn vlucht op

9000 meter hoogte. Hij vloog dankzij een brede vleugel op zijn rug. Hij bereikte een snelheid van maximaal 360 km per uur. Hij gebruikte zijn parachute pas kort voor de landing.

figuur 5



Het vliegtuig vliegt horizontaal op het ogenblik dat de stuntman uit het vliegtuig springt. Veronderstel dat er geen luchtweerstand zou zijn, zodat de sprong gezien kan worden als een vrije val met horizontale beginsnelheid.

- 3p 16 Bereken welke beginsnelheid nodig is om van 9000 m hoogte 33 km ver te komen.

In werkelijkheid is er wel luchtweerstand. Deze hangt onder andere af van de dichtheid ρ van de lucht. Deze dichtheid hangt af van de hoogte. Zie figuur 6.

In werkelijkheid is op 7,9 km hoogte de maximale snelheid bereikt. De temperatuur is daar -40°C .

- 5p 17 Bepaal de luchtdruk op deze hoogte.
Gebruik daarbij figuur 6 en de waarde van ρ in tabel 12 van Binas.

Veronderstel dat de baan van de stuntman in figuur 5 correct is weergegeven. In het punt waar de grootte van de snelheid maximaal is, geldt dat $\overrightarrow{F_{\text{res}}}$ ongelijk is aan nul.

- 2p 18 Leg dit uit.

Hans maakt een model van de stuntvlucht (zonder het parachute-gedeelte). Hij veronderstelt dat de zwaartekracht onafhankelijk van de hoogte is. Voor de kracht die de lucht op de stuntman uitoefent, gebruikt hij de volgende formules:

Luchtweerstand tegengesteld aan de richting van de snelheid: $F_{\text{wrijving}} = c_1 \cdot \rho \cdot v^2$

Liftkracht loodrecht op de richting van de snelheid: $F_{\text{lift}} = c_2 \cdot \rho \cdot v^2$

Hierin is:

- c_1 en c_2 een constante (in m^2);
- ρ de dichtheid van de lucht (in kg m^{-3});
- v de snelheid van de stuntman (in m s^{-1}).

De kracht die de lucht op de stuntman uitoefent, ontbindt hij in een horizontale en een verticale kracht.

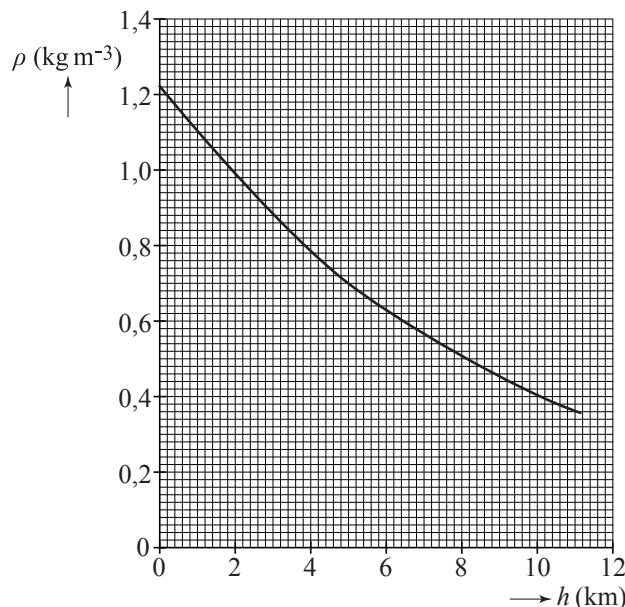
De grafiek van de dichtheid van figuur 6 benadert hij met de formule:

$$\rho(h) = 1,22 \cdot e^{-\frac{h}{k}}$$

Hierin is:

- h de hoogte boven de grond (in m);
- k een nog nader te bepalen constante (in m).

figuur 6



Let op: de laatste vragen van dit examen staan op de volgende pagina.

In onderstaande tabel staat een gedeelte van het model.

tabel

| regel | model | startwaarden |
|--------------|--|---------------------|
| 1 | $h = (9000 - y)$ | $x = 0$ |
| 2 | $v = \sqrt{vx^2 + vy^2}$ | $y = 0$ |
| 3 | $\rho = 1,22 \cdot e^{(-h/k)}$ | $vx = 80$ |
| 4 | $F_x \text{ wrijving} = c_1 \cdot \rho \cdot v \cdot vx$ | $vy = 0$ |
| 5 | $F_y \text{ wrijving} = c_1 \cdot \rho \cdot v \cdot vy$ | $e = 2,718$ |
| 6 | $F_x \text{ lift} = c_2 \cdot \rho \cdot v \cdot vy$ | $k = \dots$ |
| 7 | $F_y \text{ lift} = c_2 \cdot \rho \cdot v \cdot vx$ | $c_1 = 0,045$ |
| 8 | $F_z = m \cdot g$ | $c_2 = 0,18$ |
| | | $m = 85,5$ |
| 9 | $F_x = \dots$ | $g = 9,81$ |
| 10 | $ax = F_x / m$ | $t = 0$ |
| 11 | $vx = vx + ax \cdot dt$ | $dt = 0,05$ |
| 12 | $x = x + vx \cdot dt$ | |
| | | |
| 13 | $F_y = \dots$ | |
| 14 | $ay = F_y / m$ | |
| 15 | $vy = vy + ay \cdot dt$ | |
| 16 | $y = y + vy \cdot dt$ | |
| | | |
| 17 | $t = t + dt$ | |
| 18 | Als $h < 1000$ dan stop eindals | |

- 2p **19** Leg met behulp van een vectortekening uit wat er in de tweede modelregel wordt uitgerekend.

- 3p **20** Bepaal aan de hand van figuur 6 de startwaarde voor k .

- 4p **21** Geef de modelregels 9 en 13.

Op pagina 1 van de uitwerkbijlage staat het (h,t) - en (v,t) -diagram die uit het model volgen. De grafieken zijn getekend tot het moment waarop de parachute geopend wordt.

- 4p **22** Bepaal de afgelegde weg van de springer door de lucht tot het moment waarop hij de parachute opent. Gebruik daartoe één van de diagrammen.

Op pagina 2 van de uitwerkbijlage zijn voor de eerste 40 s van de vlucht zowel het verloop van de snelheid v als van de resulterende kracht in de y -richting F_y weergegeven. De massa van de stuntman is 85,5 kg.

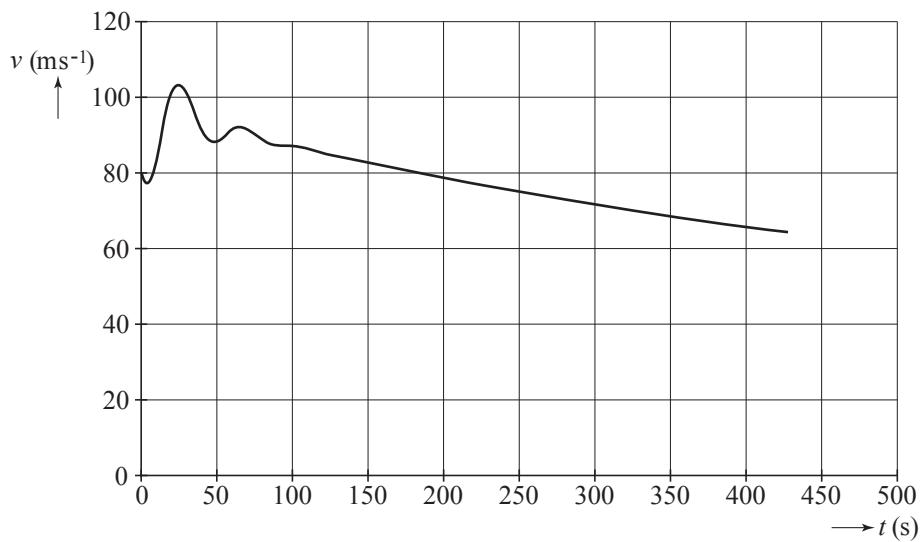
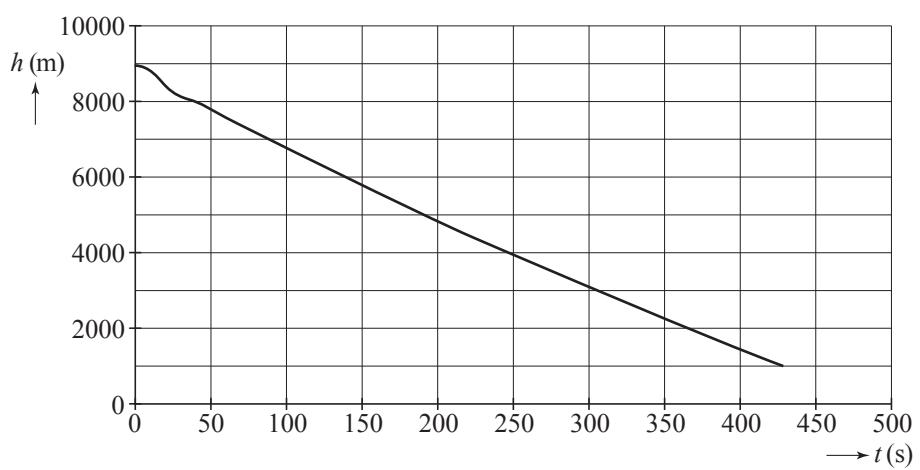
- 5p **23** Bepaal de hoek met de horizontaal die de baan van de stuntman heeft op $t = 16$ s. Bepaal hiertoe onder andere de verticale "stoot" die de stuntman heeft ondergaan ten gevolge van de resulterende kracht in de y -richting.

Bronvermelding

Een opsomming van de in dit examen gebruikte bronnen, zoals teksten en afbeeldingen, is te vinden in het bij dit examen behorende correctievoorschrift, dat na afloop van het examen wordt gepubliceerd.



BIJLAGE

22

Kayak-jumping

Casper doet aan 'kayak-jumping'. Daarbij wordt een speciale baan gebruikt om een 'sprong' te kunnen maken. Deze baan bestaat uit een helling omlaag, daarna een klein horizontaal gedeelte en tenslotte een eindstuk dat schuin omhoog loopt. Zie figuur 1 en 2.

figuur 1



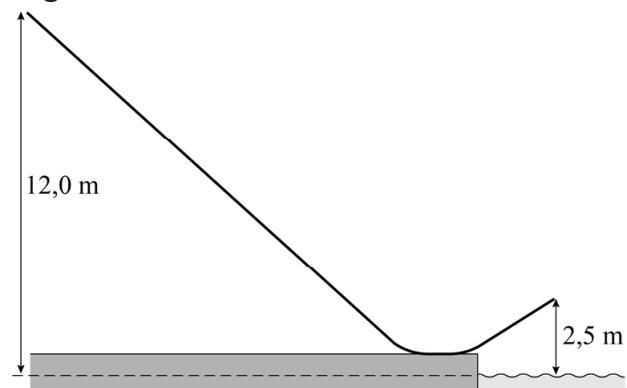
figuur 2



Het beginpunt van de baan ligt 12,0 m boven het wateroppervlak. Het einde van de baan bevindt zich 2,5 m boven het wateroppervlak. Zie figuur 3.

De massa van Casper is 69,0 kg, de massa van de kajak is 14,5 kg. De kajak begint vanuit stilstand.

figuur 3



Veronderstel dat alle wrijving mag worden verwaarloosd.

- 2p 1 Bereken de snelheid waarmee de kajak de baan verlaat.

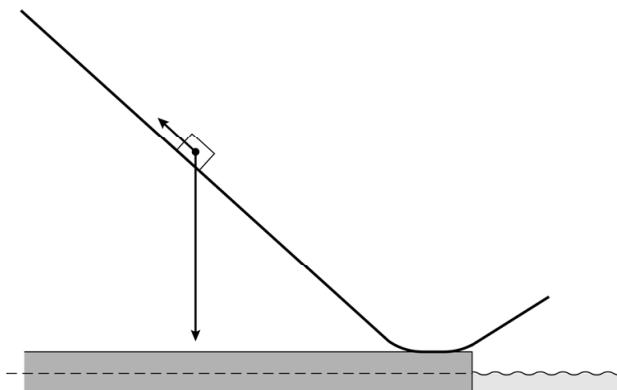
In werkelijkheid is er tussen de baan en de kajak uiteraard wel een schuifwrijvingskracht F_w . De luchtweerstand blijven we verwaarlozen.

Zowel de helling als het eindstuk maken een hoek van 42° met het horizontale vlak. Uit een video-analyse blijkt dat de kajak na 2,75 s het laagste punt van de helling bereikt met een snelheid van $13,0 \text{ m s}^{-1}$.

- 4p 2 Bereken de grootte van F_w op de helling naar beneden.

Casper maakt een nieuwe sprong. De zwaartekracht F_z en de wrijvingskracht F_w die nu op Casper en zijn kajak werken, zijn op schaal getekend in figuur 4. Deze figuur staat ook op de uitwerkbijlage.

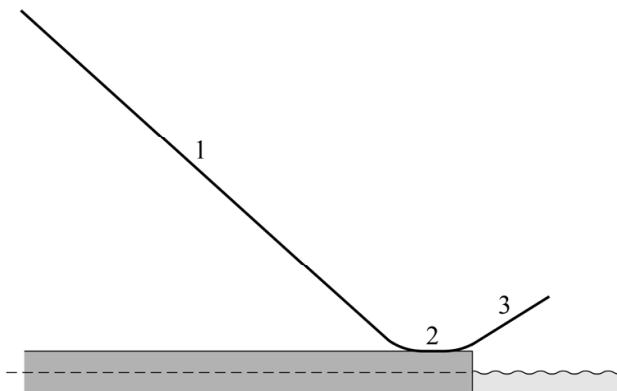
figuur 4



- 3p 3 Bepaal in de figuur op de uitwerkbijlage met een constructie de grootte van de resulterende kracht.

In figuur 5 zijn drie punten aangegeven. De schuifwrijvingskracht in punt 1 wordt vergeleken met die in punt 2 en punt 3. Voor de schuifwrijvingskracht geldt dat deze evenredig is met de normaalkracht.

figuur 5



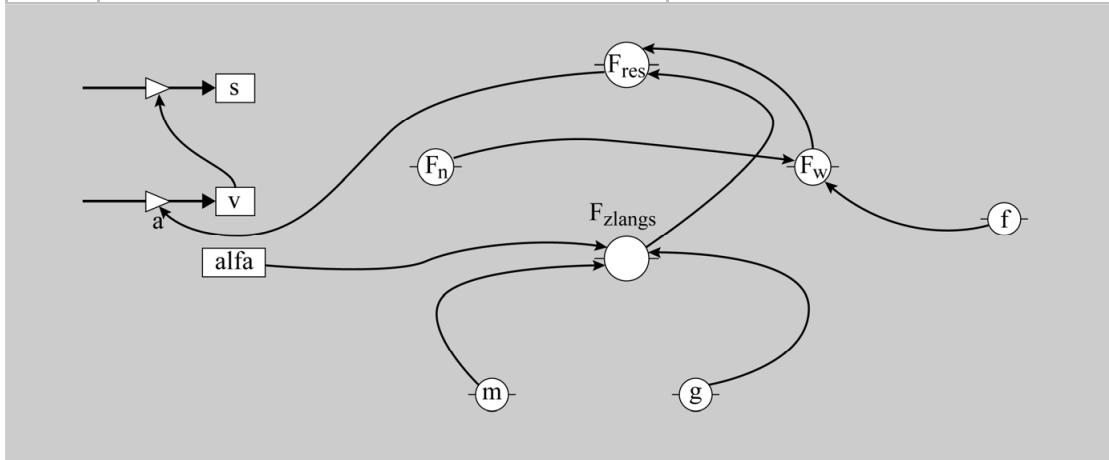
- 2p 4 Leg van elk van de schuifwrijvingskrachten in de punten 2 en 3 uit of deze groter, kleiner of gelijk is in vergelijking met de schuifwrijvingskracht in punt 1.

Casper stelt een model op voor de beweging van het zwaartepunt van zijn kajak op de baan. Zijn model stopt aan het eind van de baan, bij een totale baanlengte van 23,8 m. Na 17,9 m wordt de baan horizontaal en na 20,0 m gaat de baan omhoog.

Het computermodel is weergegeven in figuur 6. In het model zijn twee modelformules en een startwaarde niet compleet.

figuur 6

| | Modelformules | Startwaarden |
|----|---|------------------------------|
| 1 | als $s > 17,9$ dan $\alpha = 0$ eindals | $t = 0$ (s) |
| 2 | als $s > 20$ dan $\alpha = -42$ eindals | $dt = 0,001$ (s) |
| 3 | $F_{zlangs} = m * g * \sin(\alpha)$ | $s = 0$ (m) |
| 4 | $F_n = \dots$ | $v = 0$ ($m s^{-1}$) |
| 5 | $F_w = f * F_n$ | $m = 69 + 14,5$ (kg) |
| 6 | $F_{res} = F_{zlangs} - F_w$ | $\alpha = 42$ ($^{\circ}$) |
| 7 | $a = F_{res} / m$ | $g = \dots$ ($m s^{-2}$) |
| 8 | $v = \dots$ | $f = 0,25$ |
| 9 | $s = s + v * dt$ | |
| 10 | als $s > 23,8$ dan stop eindals | |
| 11 | $t = t + dt$ | |



4p 5 Voer de volgende opdrachten uit:

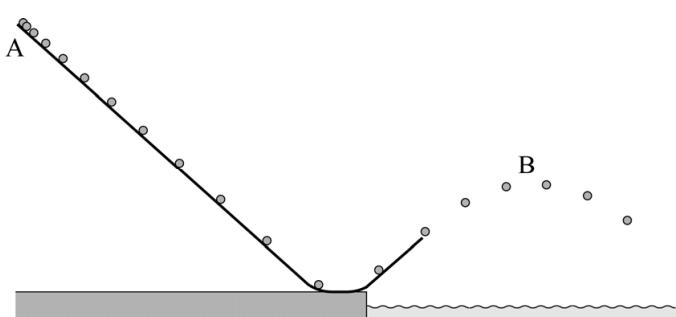
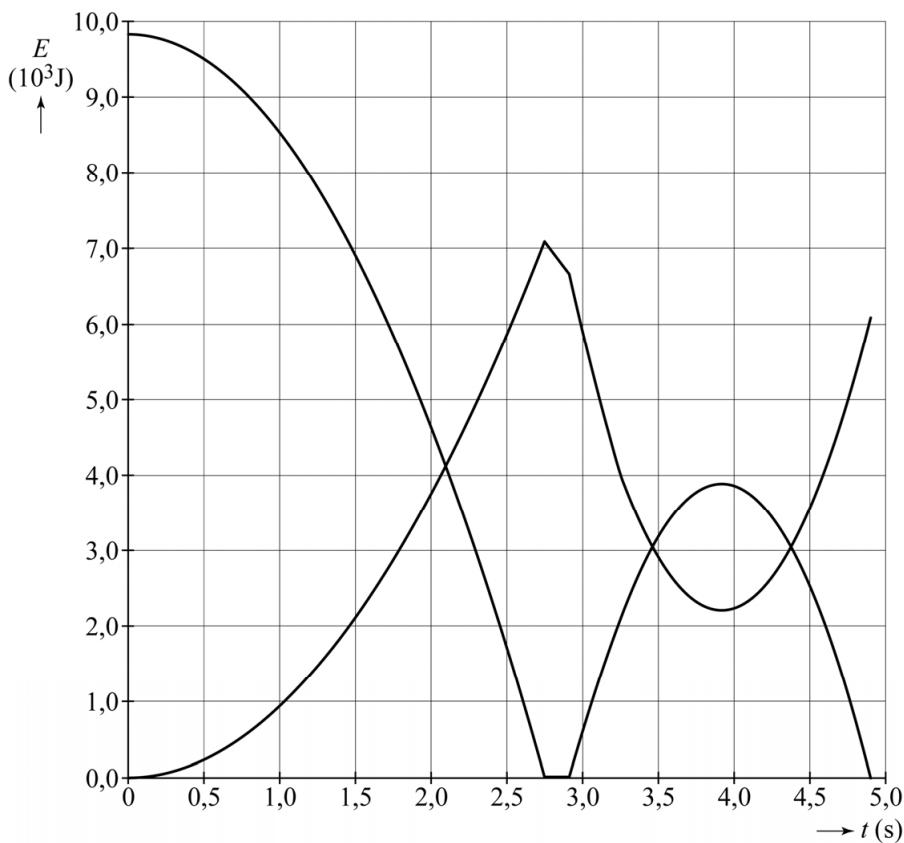
- Geef de formule voor F_n die in het model gebruikt moet worden.
- Geef de formule voor v die in het model gebruikt moet worden.
- Leg uit of in de startwaarden $g = 9,81$ ($m s^{-2}$) of $g = -9,81$ ($m s^{-2}$) moet staan.

Casper breidt zijn model uit met de beweging door de lucht. Hierbij verwaarloost hij de wrijvingskracht in de lucht. Met het model berekent Casper om de $0,25$ s de positie van (het zwaartepunt van) zijn kayak. Zie figuur 7.

Het hoogste punt B van de baan door de lucht ligt duidelijk lager dan het startpunt A. Volgens Casper komt dat doordat de kajak op de baan een behoorlijke wrijvingskracht ondervindt. Lisa stelt dat punt B, ook al zou er helemaal geen wrijvingskracht zijn, toch altijd lager dan punt A moet liggen.

- 2p 6 Leg uit of Lisa gelijk heeft.

Het model wordt uitgebreid zodat ook de zwaarte-energie en de kinetische energie van de kajak berekend worden. Zie figuur 8.

figuur 7**figuur 8**

Op $t = 2,75\text{s}$ bereikt de kajak het horizontale gedeelte van de baan. Op $t = 3,25\text{s}$ komt de kajak los van de baan.

- 4p 7 Voer de volgende opdrachten uit:

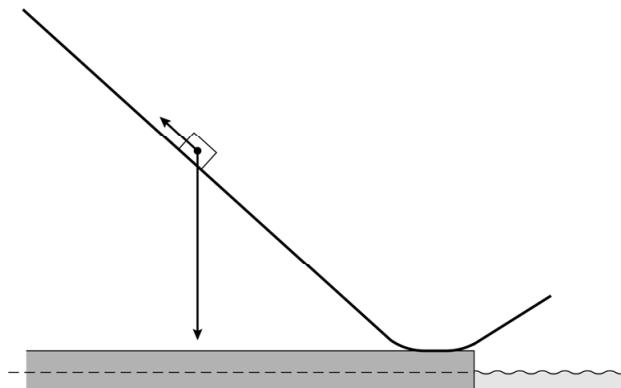
- Bepaal behulp van figuur 8 de arbeid die door de wrijvingskracht is verricht tijdens de afvaling langs het schuine gedeelte van de baan.
- Leg uit hoe uit figuur 8 blijkt dat de luchtweerstand in het model verwaarloosd wordt.

uitwerkbijlage

Naam kandidaat _____

Kandidaatnummer _____

3



Opgave 5 Kogelstoten

Bij kogelstoten is het de bedoeling dat de kogel zo ver mogelijk van de kogelstoter de grond raakt. Het op gang brengen van de kogel wordt 'stoten' genoemd.

In deze opgave verlaat de kogel de hand op een hoogte van 2,50 m met een snelheid van 12 m s^{-1} .

De luchtweerstand op de kogel wordt verwaarloosd in deze opgave.

Hoe ver van de kogelstoter de kogel de grond raakt, hangt af van de stoothoek: de hoek met de horizontaal waarmee de kogel de hand verlaat.

- 3p 22 Bereken hoe ver de kogel komt als hij van die hoogte horizontaal wordt weggestoten.

Men onderzoekt mogelijke kogelbanen met behulp van een model. Als eerste neemt men een stoothoek van 45° .

Dit levert de kogelbaan van figuur 2 op. Figuur 2 staat vergroot op de uitwerkbijlage.

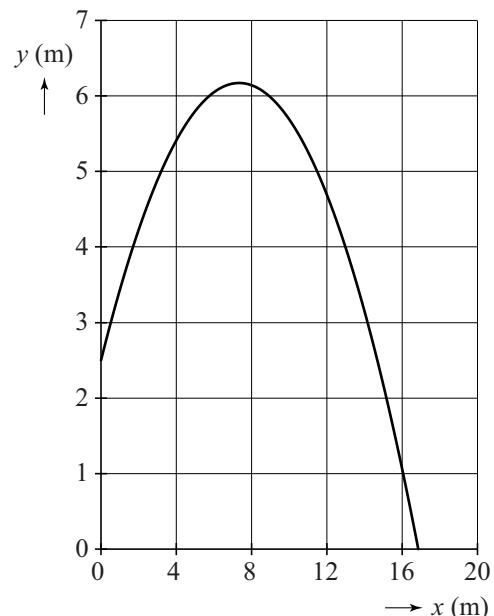
- 3p 23 Toon met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage aan dat de stoothoek inderdaad 45° is.

Het model is weergegeven in figuur 3. Je mag naar keuze werken met het grafische of het tekstuele model.

figuur 1

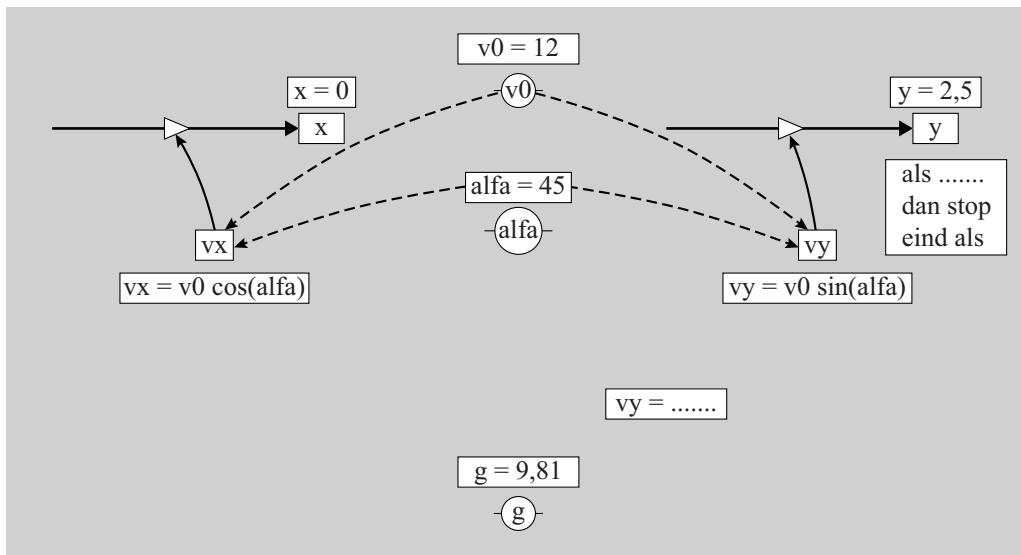


figuur 2



figuur 3

| model | startwaarden eenheden in SI hoeken in graden |
|--|--|
| $x = x + vx*dt$ $y = y + vy*dt$ $vy = \dots$ $t = t + dt$ Als Dan stop eindals | $dt = 0,01$ $x = 0$ $y = 2,5$ $g = 9,81$ $\alpha = 45$ $v_0 = 12$ $vx = v_0 * \cos(\alpha)$ $vy = v_0 * \sin(\alpha)$ |



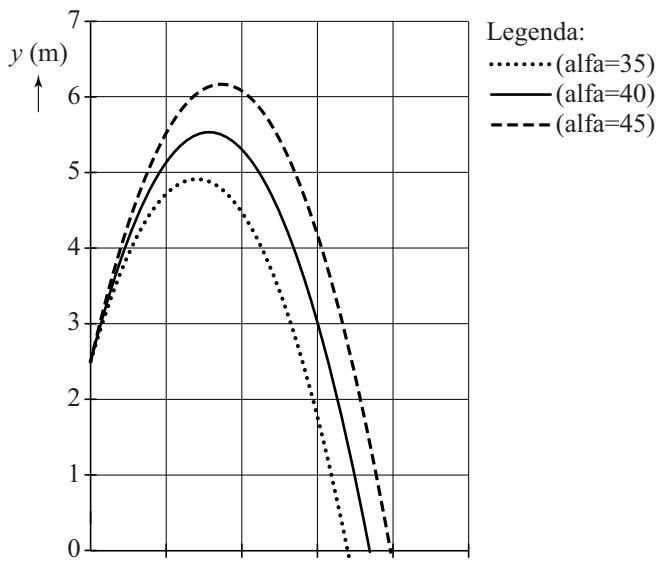
eenheden in SI
hoeken in graden

3p 24 Voer de volgende opdrachten uit:

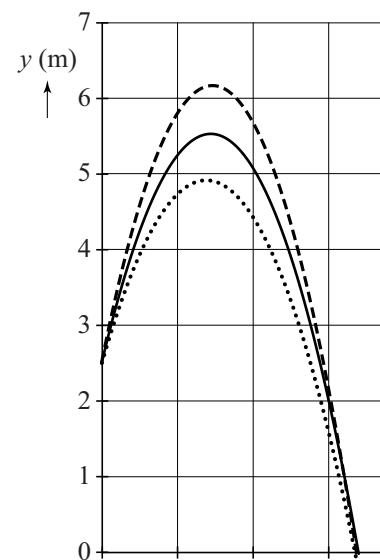
- Geef aan waarom er geen modelregel voor v_x is.
- Vul de modelregel voor v_y aan.
- Vul de stopvoorwaarde aan.

Uit het model volgen verschillende diagrammen voor de beweging van de kogel bij stoochoeken van 35° , 40° en 45° . In figuur 4a en 4b is y als functie van x en als functie van t weergegeven.

figuur 4a



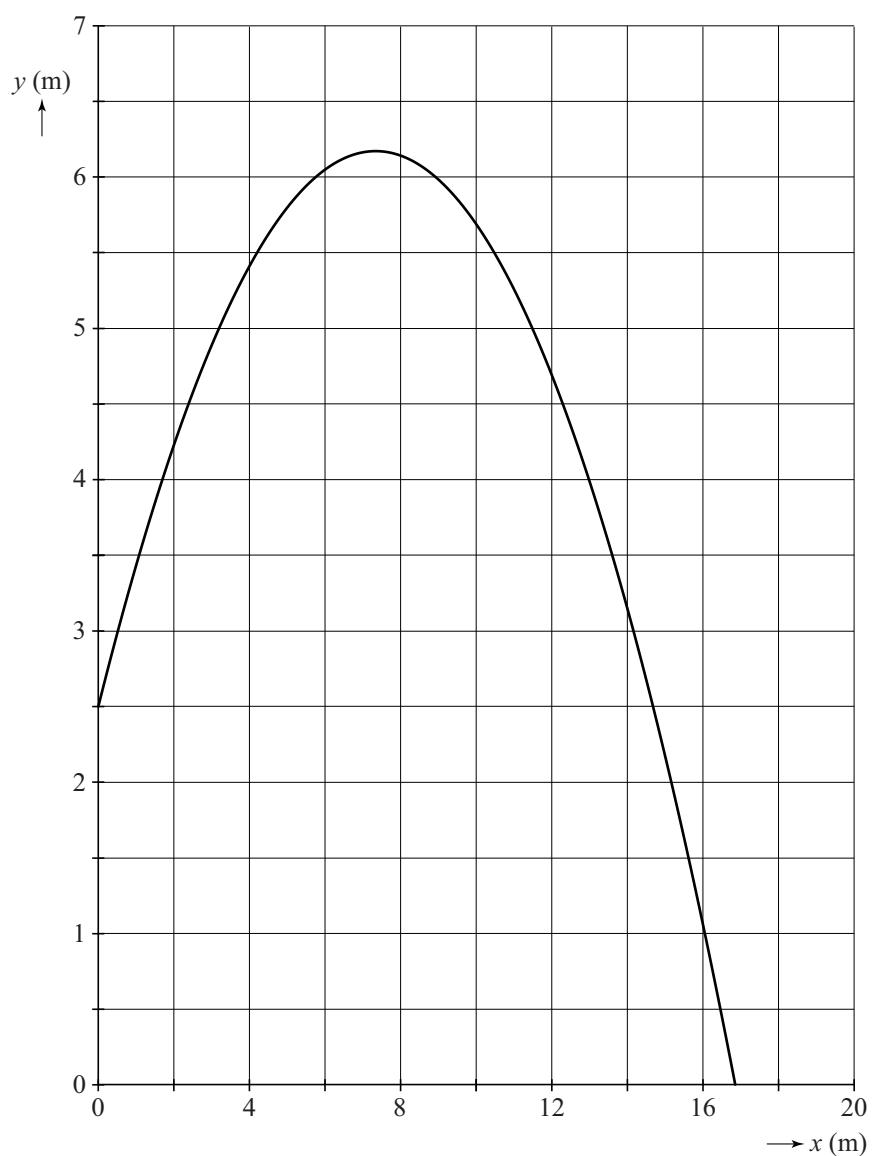
figuur 4b



2p 25 Beredeneer in welke figuur t op de horizontale as staat.

BIJLAGE

23

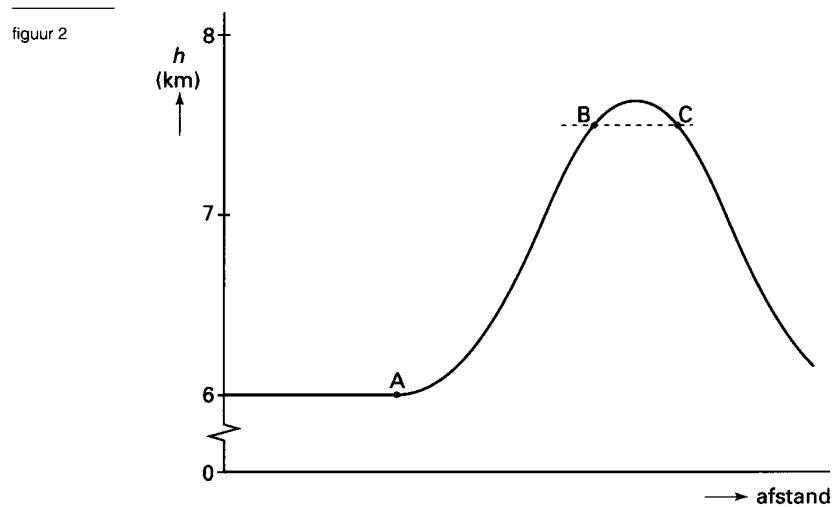


VERGEET NIET DEZE UITWERKBIJLAGE IN TE LEVEREN

OPGAVEN

Opgave 2 Paraboolvlucht

De ESA (European Space Agency) organiseert een aantal vluchten met het vliegtuig de 'Caravelle' waarbij wetenschappers experimenteren met gewichtloosheid uitvoeren. In figuur 2 is een deel van de baan van zo'n vlucht weergegeven.



Het vliegtuig heeft een massa van $62,3 \cdot 10^3$ kg en vliegt eerst op een hoogte van 6,00 km horizontaal met een constante snelheid van 675 kmh^{-1} . Dan begint het (vanaf punt A) te stijgen. Op 7,50 km hoogte (in punt B) heeft het een snelheid van 465 kmh^{-1} . In deze opgave moet de afname van de valversnelling ten gevolge van de hoogte worden verwaarloosd.

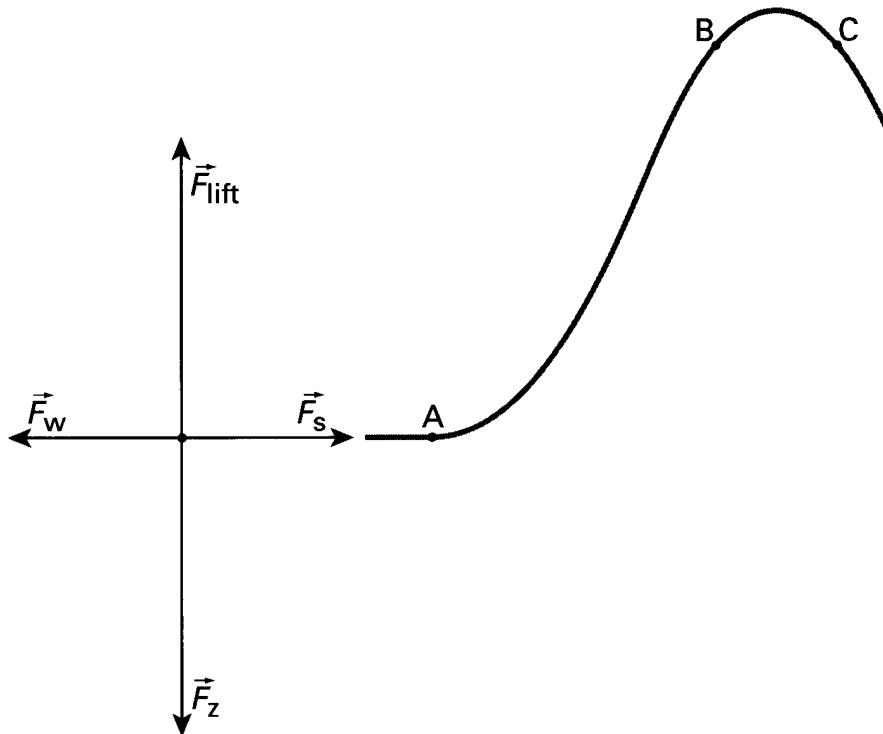
3p 5 □ Toon aan dat de stuwwerkt van de motoren tussen A en B arbeid moet verrichten.

Tijdens de vlucht met constante snelheid (vóór het punt A) werken er vier krachten op het vliegtuig:

- de zwaartekracht F_z ;
- de stuwwerkt F_s ;
- de wrijvingskracht F_w , die evenredig is met het kwadraat van de snelheid van het vliegtuig, dus $F_w = kv^2$, met k constant;
- de liftkracht F_{lift} , die alleen werkt wanneer de kleppen aan de vleugels van het vliegtuig in een bepaalde stand staan.

In figuur 3 zijn deze vier krachten in de juiste verhouding tot elkaar getekend.

figuur 3



Vlak voordat het vliegtuig in punt B is aangekomen, worden de kleppen aan de vleugels in een zodanige stand gezet dat er geen liftkracht meer werkt. In punt B begint dan een periode van gewichtloosheid. De resulterende versnelling die het vliegtuig in deze periode ondervindt, is gelijk aan de valversnelling. Omdat ook de voorwerpen in het vliegtuig deze versnelling ondervinden, oefenen ze geen kracht (gewicht of gewichtskracht) uit op hun omgeving: ze zijn dus gewichtloos.

Figuur 3 is ook op de bijlage weergegeven.

- 5p 6 □ Teken in de figuur op de bijlage alle krachten die in punt B op het vliegtuig werken op dezelfde schaal als de al getekende krachten. (Hint: Bereken eerst de lengte van de vector F_w in punt B. Neem daarbij aan dat k niet is veranderd.)

De Caravelle beschrijft tijdens de gewichtloze periode een parabolbaan totdat hij is aangekomen in punt C. Dit punt bevindt zich op gelijke hoogte als punt B. Zie nogmaals figuur 2. In punt B maakt de baan een hoek van $50,0^\circ$ met het horizontale vlak.

- 4p 7 □ Bereken de tijdsduur van de gewichtloze periode. Bereken daartoe eerst de verticale component van de snelheid van het vliegtuig in punt B.

Een automatisch besturingssysteem in de Caravelle zorgt ervoor dat de lengte-as van het vliegtuig steeds de richting heeft van de raaklijn aan de parabolbaan. De neus van het vliegtuig kan hiertoe omhoog of omlaag worden gestuurd. Om dit systeem goed te laten werken, is het vliegtuig voorzien van een hoeksensor. Deze hoeksensor meet voortdurend de hoek tussen de lengte-as van het vliegtuig en het horizontale vlak. De ijkgrafiek van de sensor is lineair. Het bereik ligt tussen $-90,0^\circ$ en $+90,0^\circ$. Het uitgangssignaal wordt toegevoerd aan een 8-bits AD-omzetter. De maximale uitgangsspanning van de hoeksensor en het bereik van de AD-omzetter zijn beide 5,00 V.

De sensor meet in punt B een hoek van $+50^\circ$.

- 4p 8 □ Bepaal de binaire waarde van de uitgang van de AD-omzetter als het vliegtuig zich in punt B bevindt.

Met een eenvoudig computermodel berekent men steeds de plaats van het vliegtuig en de hoek die de raaklijn aan de parabolbaan met het horizontale vlak maakt. In het model wordt deze hoek aangeduid met de variabele HBAAN. Het model gaat ervan uit dat het vliegtuig op het gehele traject tussen de punten B en C in gewichtloze toestand verkeert, zodat de versnelling in grootte en richting steeds

gelijk is aan de valversnelling. Hieronder is een deel van het model weergegeven. De notatie in het model voor v_x , v_y en a_y is achtereenvolgens vx , vy en ay . Aan het model worden startwaarden meegegeven voor t , dt , x , vx , y , vy en ay . Deze waarden zijn hier niet vermeld.

| MODEL |
|------------------------------|
| (1) $t = t + dt$ |
| (2) $x = x + vx * dt$ |
| (3) $vy = \dots$ |
| (4) $y = y + vy * dt$ |
| (5) $HBAAN = ARCTAN (\dots)$ |

(Opmerking: $ARCTAN = BGTAN = TAN^{-1} = INV TAN$)

MODEL

- (1) $t = t + dt$
- (2) $x = x + vx * dt$
- (3) $vy = \dots$
- (4) $y = y + vy * dt$
- (5) $HBAAN = ARCTAN (\dots)$

(Opmerking: $ARCTAN = BGTAN = TAN^{-1} = INV TAN$)

Twee regels van dit model zijn nog niet volledig.

2p 9 □

Schrijf de regels (3) en (5) van het model volledig op.

In de praktijk blijkt volledige gewichtloosheid moeilijk realiseerbaar te zijn. Tijdens de experimenten ondervindt het vliegtuig in werkelijkheid tussen de punten B en C een versnelling van 0,99 maal de valversnelling. De voorwerpen in het vliegtuig ondervinden ten opzichte van het vliegtuig dus nog een versnelling van 0,01 maal de valversnelling.

Een natuurkundestudente die deelneemt aan één van de vluchten voert experimenten uit met een massa-veer-systeem en een slinger.

Het massa-veer-systeem bestaat uit een veer met daaraan een blok met een massa van 0,94 kg. De veerconstante van de veer is gelijk aan $9,5 \text{ Nm}^{-1}$. De slinger bestaat uit eenzelfde blok aan een draad met verwaarloosbare massa. De studente heeft een zodanige slingerlengte gekozen, dat de trillingstijd van het massa-veer-systeem en de slingertijd van de slinger op de grond precies gelijk zijn aan elkaar.

4p 10 □

Bereken de slingerlengte die zij heeft gekozen.

In het vliegtuig bevestigt ze het massa-veer-systeem en de slinger aan het plafond van de cabine.

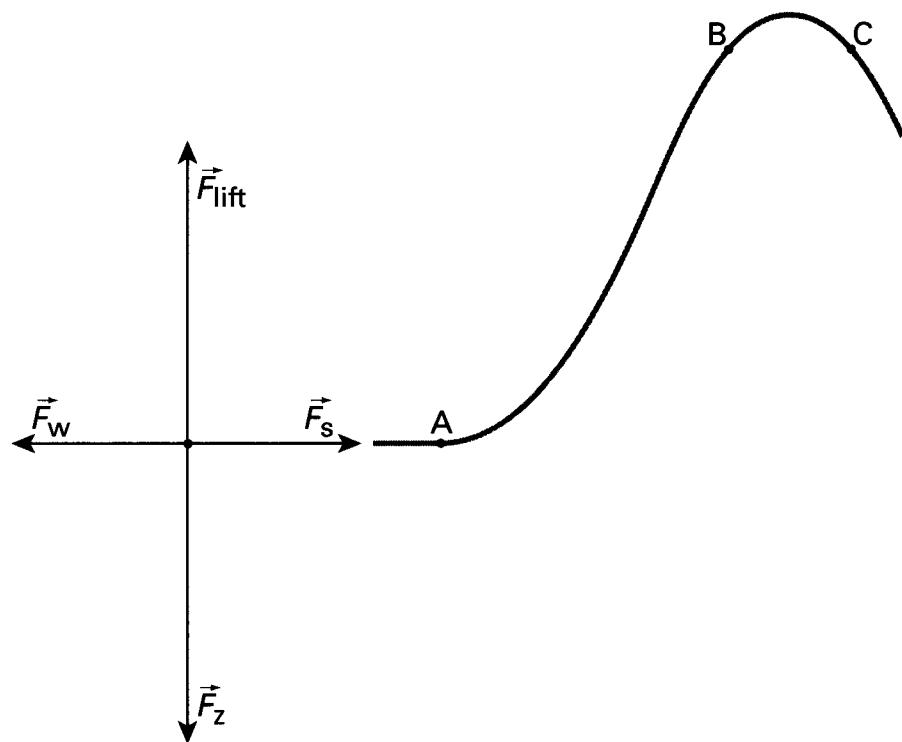
Tussen de punten B en C van de vlucht meet ze de periodetijden van beide systemen.

4p 11 □

Beredeneer hoe de slingertijd van de slinger en de trillingstijd van het massa-veer-systeem zich bij deze meting verhouden.



Bijlage:



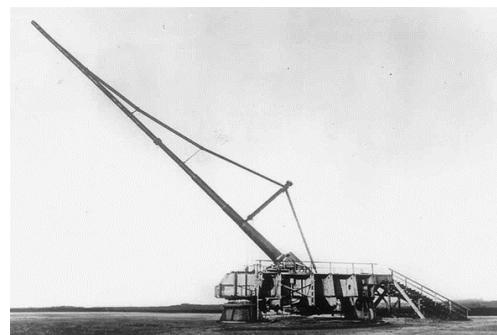
Pariser Kanone

Tegen het einde van de Eerste Wereldoorlog introduceerde het Duitse leger een nieuw ontwerp kanon, het ‘Pariser Kanone’ (het Parijse Kanon). Zie figuur 1. Dit kanon kon Parijs beschieten van achter de frontlinie, een afstand van 120 km. Een granaat bereikte hierbij een hoogte van wel 40 km waarbij hij door zeer ijle lucht vloog. Tussen maart en augustus 1918 schoot het Duitse leger ongeveer 350 granaten af richting Parijs.

Gegevens van het Pariser Kanone

| | |
|--------------------|-------------------------|
| diameter granaat | 20 cm |
| massa granaat | 106 kg |
| buskruit per schot | 180 kg |
| uittree-snelheid | 1640 m s^{-1} |
| afstand | >120 km |
| hoogte | >40 km |

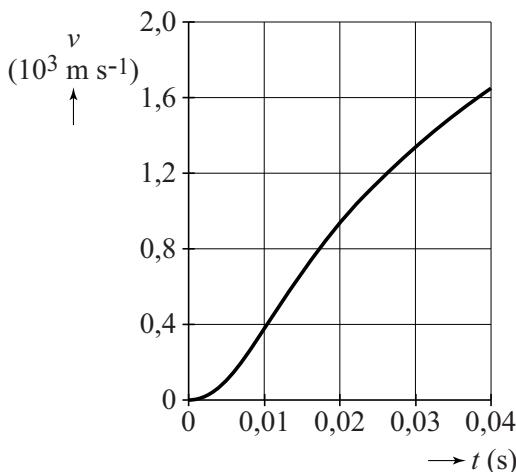
figuur 1



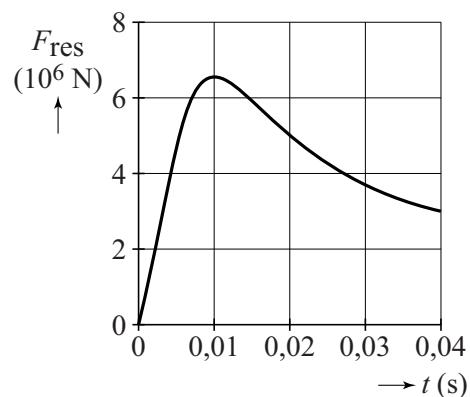
De loop was extra lang gemaakt, zodat de granaten een voldoende hoge snelheid kregen om de afstand te overbruggen.

In figuur 2a en 2b zijn het (v, t)-diagram en het (F_{res}, t)-diagram van een granaat weergegeven tijdens het afschieten. Op $t = 0,04 \text{ s}$ verlaat de granaat de loop. Deze figuren staan vergroot op de uitwerkbijlage.

figuur 2a



figuur 2b



- 3p 1 Bepaal met behulp van figuur 2a op de uitwerkbijlage de lengte van de loop van het kanon.

De granaat bereikt zijn maximale versnelling op $t = 0,01 \text{ s}$.

- 5p 2 Bepaal met behulp van de figuren 2a en 2b op de uitwerkbijlage de massa van een granaat, en laat zien of deze massa ligt binnen een marge van 10% van de waarde uit de tabel.

- Er komt 3,0 MJ aan energie vrij per kilogram buskruit.
- 4p 3 Bereken het rendement van het afschieten (tot $t = 0,04$ s) van het kanon. Verwaarloos hierbij de toename van de zwaarte-energie.

Fabian wil met behulp van een model de baan simuleren van een granaat nadat die door het kanon afgeschoten is. Hij beschouwt de baan als een combinatie van een beweging in de x -richting en een beweging in de y -richting. Zie figuur 3 voor het model.

figuur 3

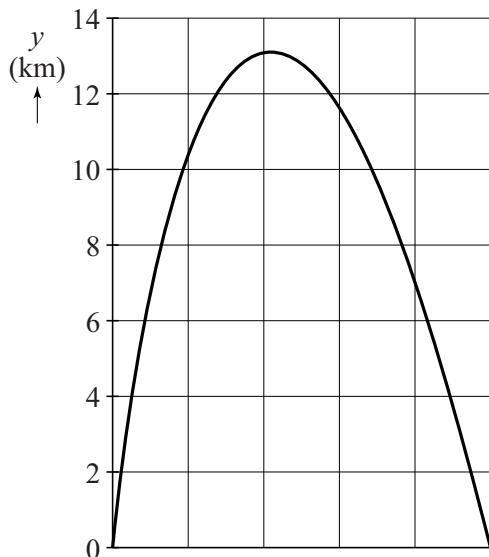
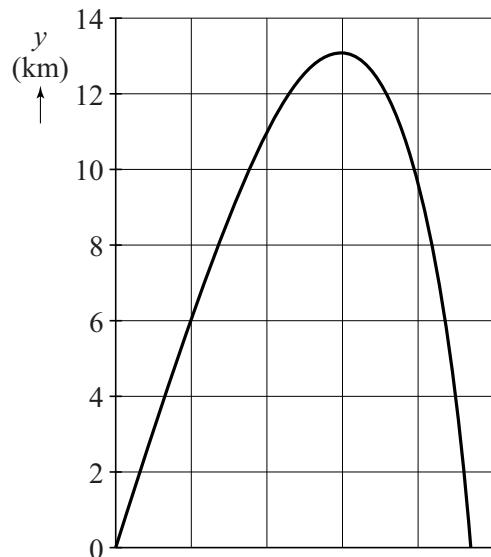
| model | startwaarden in SI-eenheden |
|---|--|
| <p>'luchtwrijving:'</p> $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ $F_w = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot c_w \cdot v^2$ <p>'beweging in de x-richting:'</p> $F_{wx} = F_w \left(\frac{v_x}{v} \right)$ $F_x = -F_{wx}$ $a_x = \frac{F_x}{m}$ $v_x = v_x + a_x \cdot dt$ $x = x + v_x \cdot dt$ <p>'beweging in de y-richting:'</p> $F_{wy} = F_w \left(\frac{v_y}{v} \right)$ $F_y = \dots - F_{wy}$ $a_y = \frac{F_y}{m}$ $v_y = v_y + a_y \cdot dt$ $y = y + v_y \cdot dt$ $t = t + dt$ <p>'stopconditie:.....'</p> | $t = 0$ $dt = 0,1$ $g = 9,81$ $m = 106$ $F_z = m \cdot g$ $\rho = 1,28$ $v = 1640$ $hoek = 33$ 'in graden' $x = 0$ $y = 19$ $v_x = v \cdot \cos(hoek)$ $v_y = v \cdot \sin(hoek)$ $c_w = 0,18$ $A = \dots$ |

De stopconditie bepaalt wanneer het model moet stoppen.

- 4p 4 Voer de volgende opdrachten uit:
- Beschrijf wat de stopconditie in dit model moet zijn.
 - Geef aan wat op de stippellijn moet komen in de regel: $F_y = \dots - F_{wy}$
 - Bereken de juiste waarde van A .



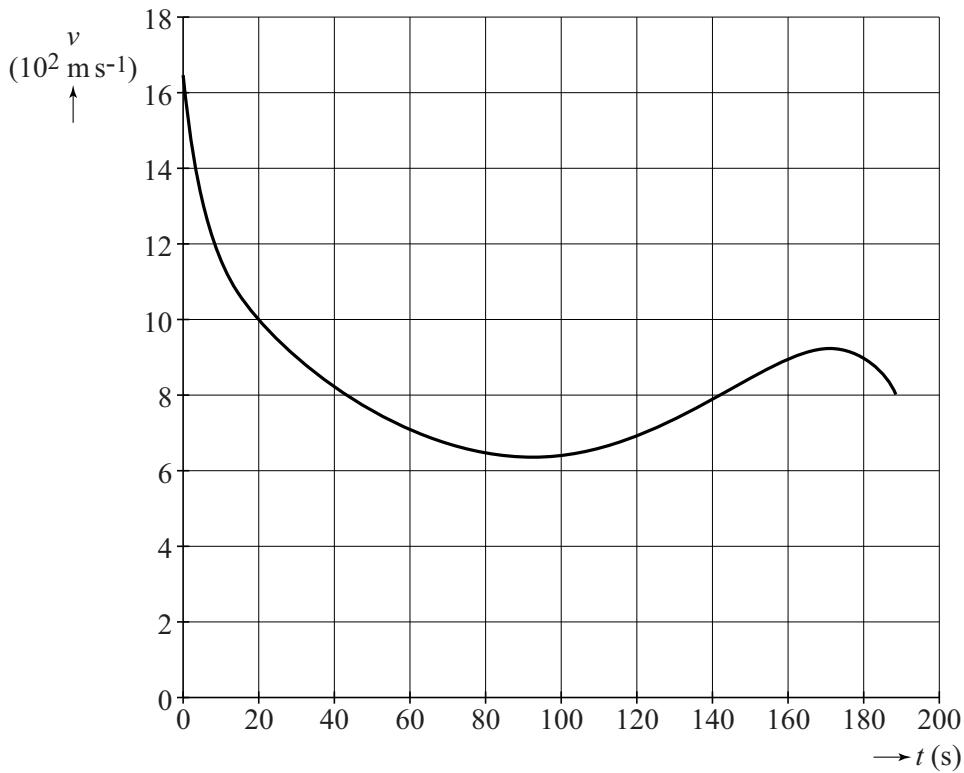
Met behulp van het model maakt Fabian een (y, t) -diagram en een (y, x) -diagram van de baan van een granaat. Zie figuur 4a en 4b.

figuur 4a**figuur 4b**

- 2p 5 Leg uit welk diagram (figuur 4a of figuur 4b) het (y, t) -diagram van de granaat weergeeft.

Fabian merkt op dat zijn model niet kan verklaren hoe een granaat met een beginsnelheid van 1640 m s^{-1} een afstand van 120 km kan afleggen. Emily merkt op dat de luchtdichtheid van de atmosfeer afneemt als de hoogte boven zeeniveau toeneemt.

Fabian breidt zijn model uit met een variabele luchtdichtheid en met dit model simuleert hij de beweging van de granaat. Dit levert het (v, t) -diagram van figuur 5. Na 190 s slaat de granaat in.

figuur 5

3p **6** Voer de volgende opdrachten uit:

- Geef aan waarom de minimale snelheid van de granaat niet gelijk is aan 0.
- Leg uit waarom de snelheid van de granaat aan het eind van de beweging afneemt.

Fabian wil nagaan of hij met dit model de vlucht van de granaat van het kanon realistisch heeft gesimuleerd en of de granaat inderdaad 120 km verderop inslaat. In figuur 5 bepaalt hij daarvoor de oppervlakte onder de grafieklijn, tussen $t = 0$ en $t = 190$ s.

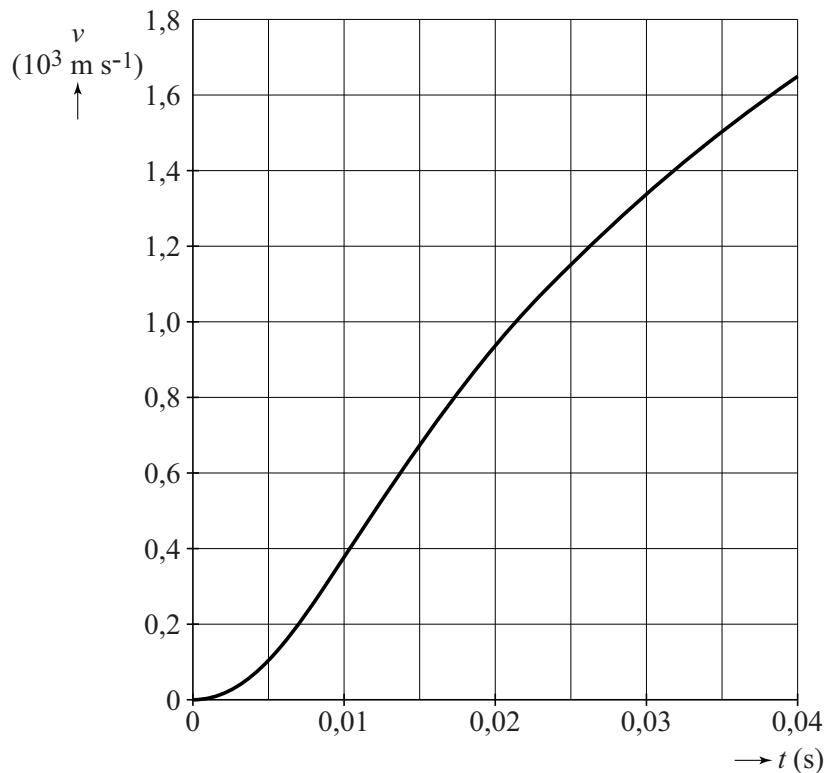
Emily merkt op dat Fabian nu een fout maakt.

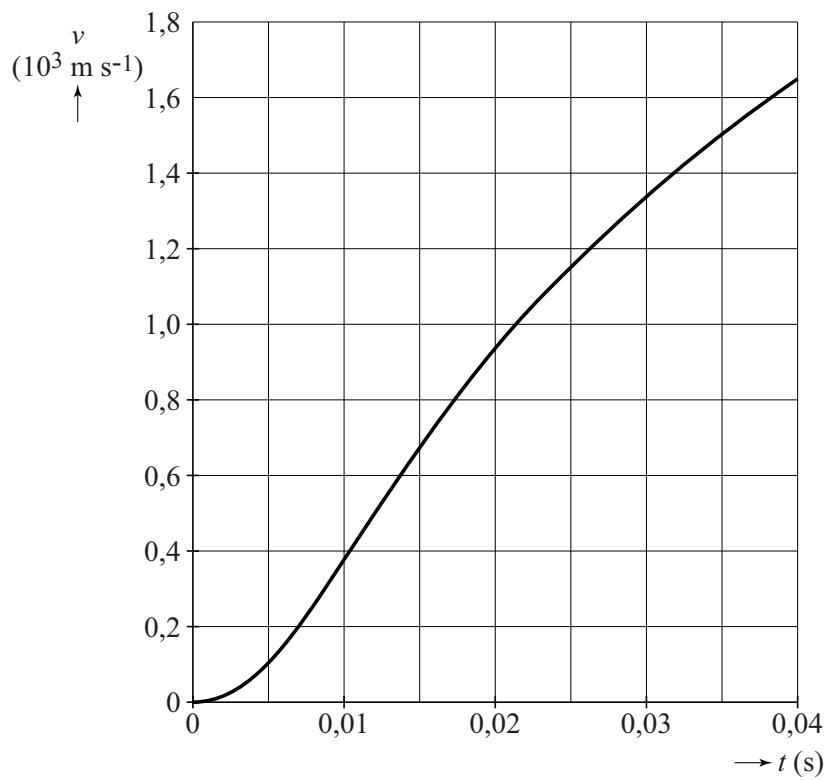
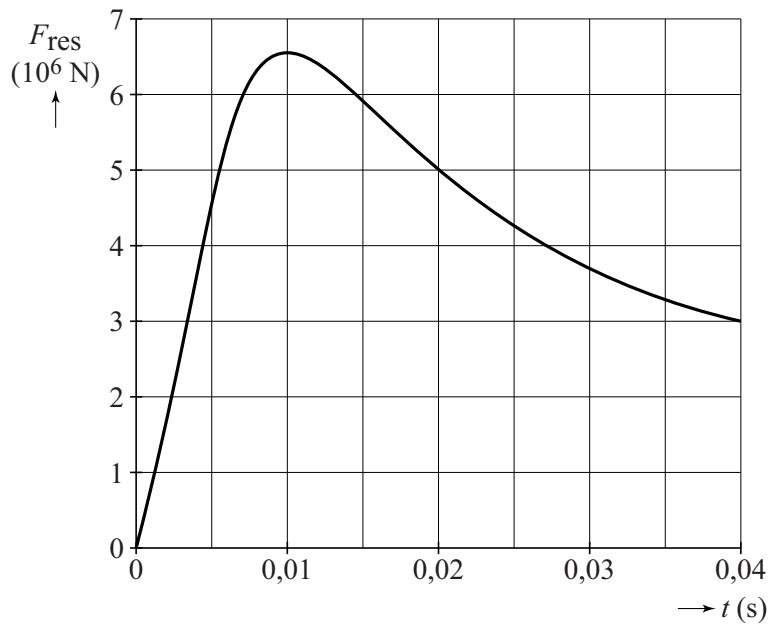
3p **7** Voer de volgende opdrachten uit:

- Leg uit waarom Fabian de afstand tussen het kanon en de inslag van de granaat niet op correcte wijze heeft bepaald.
- Geef aan of de afstand die Fabian heeft gevonden te groot of te klein is.

uitwerkbijlage

Naam kandidaat _____ Kandidaatnummer _____

1 figuur 2a

2 figuur 2a**figuur 2b**

Ruimtelift?

Lees onderstaand artikel.

Ruimtelift?

Wetenschappers van de TU-Delft en ESA (European Space Agency) in Noordwijk hebben modelstudies uitgevoerd naar de haalbaarheid van een zogenaamde Ruimtelift naar geostationaire satellieten.

Geostationaire satellieten bevinden zich namelijk op een vaste plaats boven de evenaar vanaf de aarde gezien. Een kabel tussen de aarde en een geostationaire satelliet kan niet, omdat de satelliet dan door de kabel naar beneden getrokken wordt. Maar zou een langere kabel met een contragewicht wel kunnen?

Hierover gaat de haalbaarheidsstudie naar de ‘ruimtelift’: langs een lange kabel duizenden kilometers omhoog klimmen. Wat je nodig hebt is een strakke kabel en een slimme manier van klimmen.



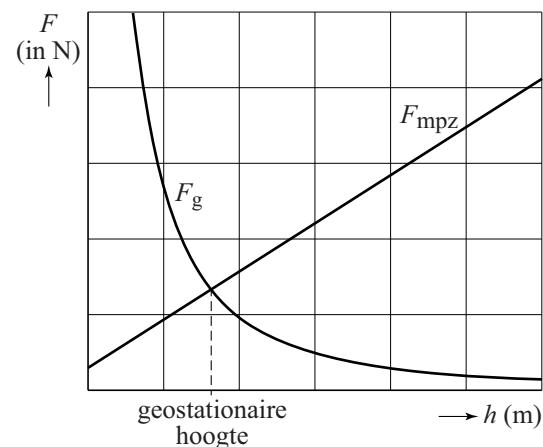
kabel

In figuur 1 is de gravitatiekracht op een voorwerp als functie van de hoogte boven het aardoppervlak weergegeven. Ook is de middelpuntzoekende kracht weergegeven die nodig is voor dat voorwerp als het beweegt met dezelfde omlooptijd als de aarde.

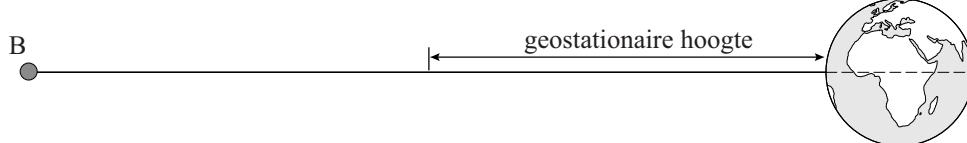
- 4p 5 Bereken de geostationaire hoogte.

De modelstudie gaat uit van een kabel, die veel langer is dan de geostationaire hoogte, met daaraan een grote massa B die met de aarde meedraait. Zie figuur 2.

figuur 1



figuur 2



In dat geval staat de kabel strak gespannen.

- 3p 6 Leg dat uit met behulp van figuur 1 en figuur 2.

klimmen

Vervolgens hebben de wetenschappers een modelstudie gedaan naar de lift die langs de kabel naar boven zal gaan.

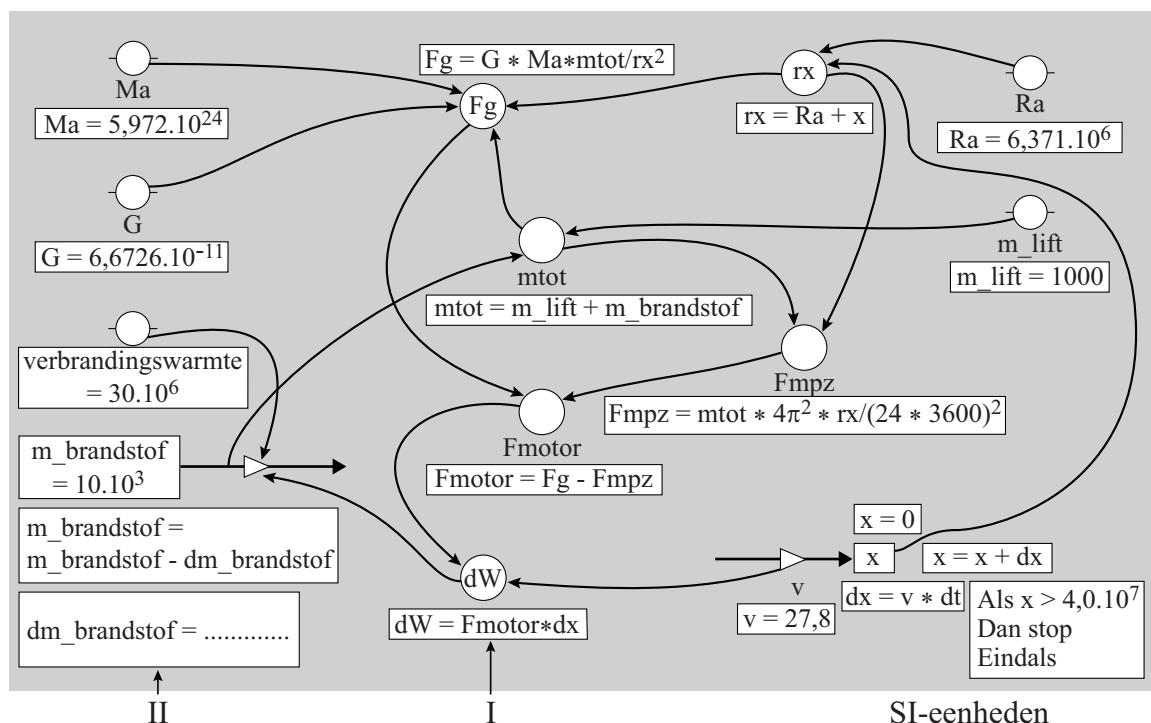
Hierbij is de lift voorzien van een brandstofmotor.

Het model berekent de massa van de aanwezige brandstof als functie van de hoogte, als de lift met **constante snelheid** omhoog beweegt.

Het model staat als tekstmodel en als grafisch model weergegeven in figuur 3 en op de uitwerkbijlage. Je kunt zelf kiezen welke je gebruikt.

figuur 3

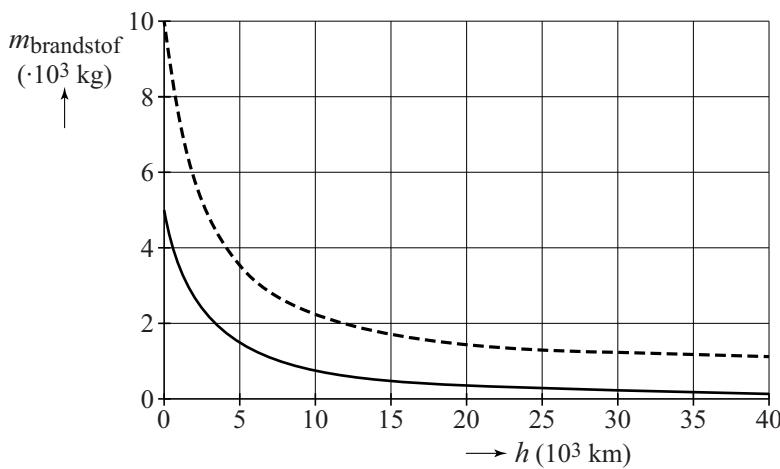
| MODELREGELS | | STARTWAARDEN in SI-eenheden |
|--------------------|---|--|
| 1 | $rx = Ra + x!$ | $t = 0 !$ |
| 2 | $mtot = m_lift + m_brandstof!$ | $dt = 10 !$ |
| 3 | $Fg = G * Ma * mtot / rx^2!$ | $Ra = 6,371E6 !$ |
| 4 | $Fmpz = mtot * 4\pi^2 * rx / (24 * 3600)^2 !$ | $Ma = 5,972E24 !$ |
| 5 | $Fmotor = Fg - Fmpz !$ | $G = 6,6726E-11 !$ |
| 6 | $dx = v * dt !$ | $m_lift = 1000 !$ |
| 7 | $x = x + dx$ | $m_brandstof = 10000$ |
| 8 | $dW = Fmotor * dx$ | $verbrandingswarmte = 30E6$ |
| 9 | $dm_brandstof = \dots$ | $x = 0$ |
| 10 | $m_brandstof = m_brandstof - dm_brandstof$ | $v = 27,8$ |
| 11 | als $x > 4,0E7$ Dan stop Eindals | |
| 12 | $t = t + dt$ | |



- 3p 7 Voer de volgende opdrachten uit:
- Omschrijf wat wordt berekend in modelregel 8 (tekstmodel) / in formule I (grafisch model).
 - Vul modelregel 9 / formule II aan op de uitwerkbijlage.
 - Geef aan hoe je kunt zien aan de modelregels / formules dat de snelheid v niet verandert.

De resultaten van het model staan weergegeven in figuur 4 als de lift begint met $10 \cdot 10^3$ kg brandstof (gestippelde lijn) en met $5,0 \cdot 10^3$ kg brandstof (getrokken lijn). Je ziet dat bij de lift die begint met $10 \cdot 10^3$ kg brandstof op het eind $1,2 \cdot 10^3$ kg brandstof over is en dus $8,8 \cdot 10^3$ kg verbruikt is.

figuur 4



Een lift die start met minder dan $8,8 \cdot 10^3$ kg (bijvoorbeeld $5,0 \cdot 10^3$ kg) komt ook boven en heeft zelfs brandstof over.

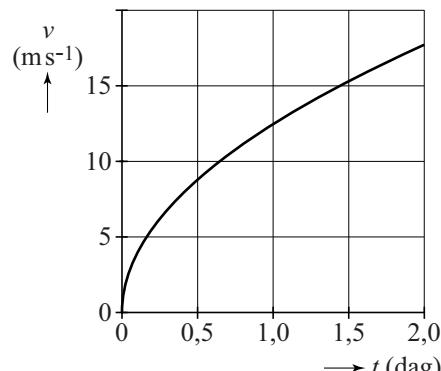
- 3p 8 Leg uit dat de lift dan boven komt. Gebruik daarbij modelregels (tekstmodel) of formules (grafisch model).

Het model gaat uit van een lift met constante snelheid. In werkelijkheid kan dat niet.

Volgens een ander model start de lift met voldoende brandstof vanuit stilstand en neemt de snelheid toe zoals weergegeven in figuur 5. Na 1,0 dag is de massa van de lift met brandstof gelijk aan $6,0 \cdot 10^3$ kg.

Figuur 5 staat vergroot weergegeven op de uitwerkbijlage.

figuur 5



- 4p 9 Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage de resulterende kracht op de lift op $t = 1,0$ dag.

- 3p 10 Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage de hoogte van de lift boven de aarde op $t = 1,0$ dag.

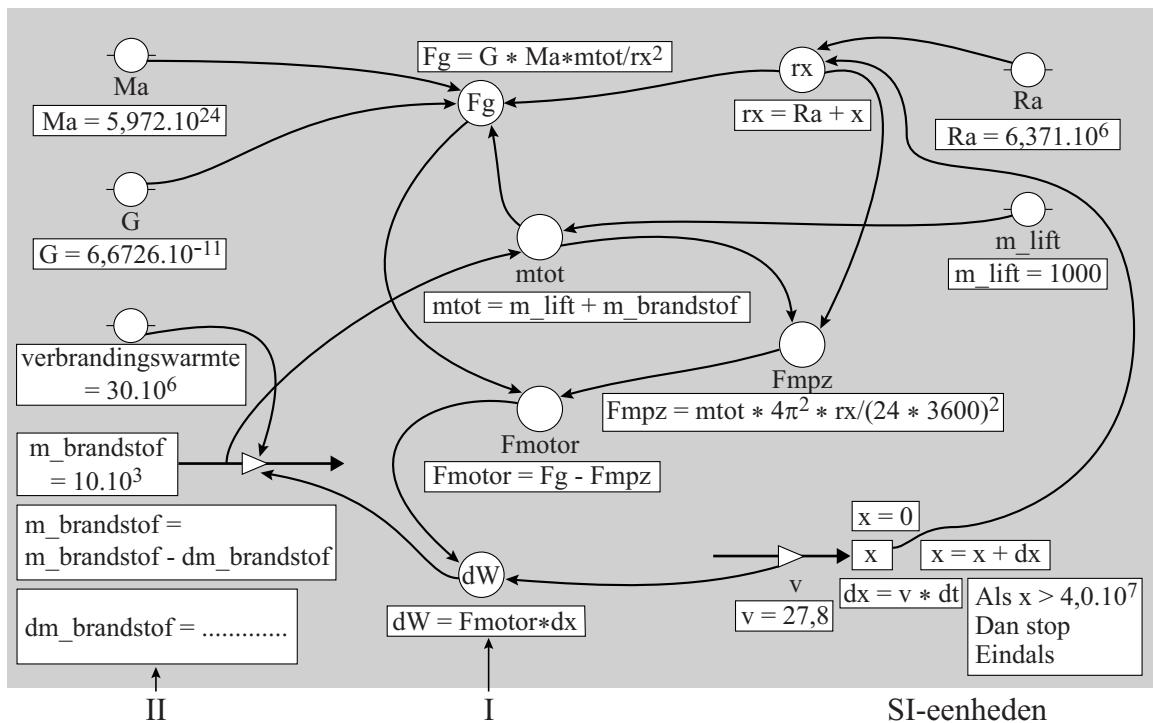
uitwerkbijlage

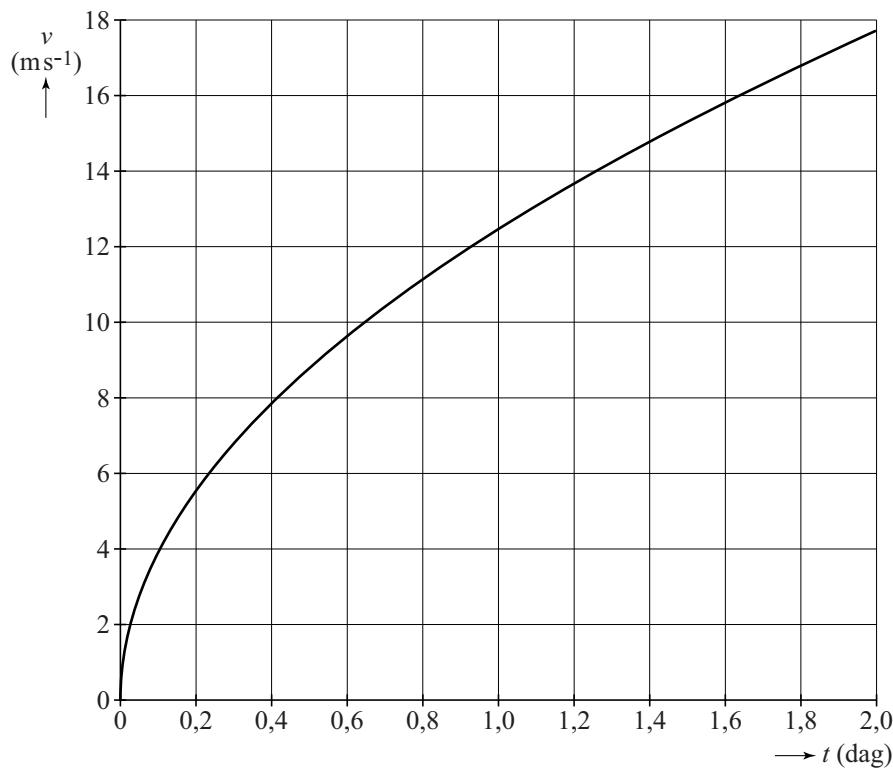
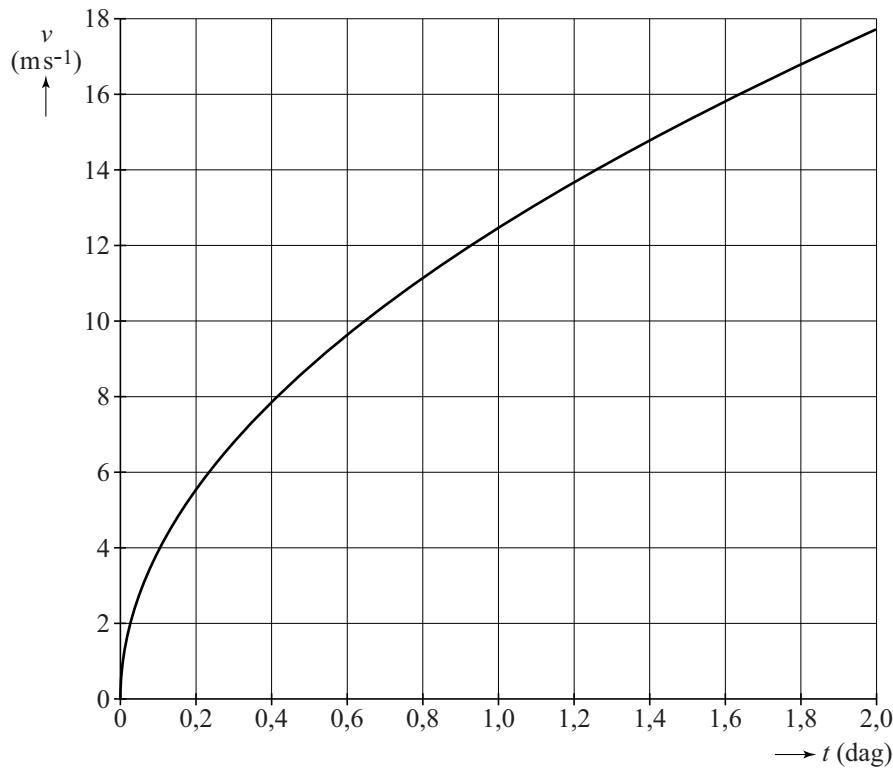
Naam kandidaat _____

Kandidaatnummer _____

7

| MODELREGELS | | STARTWAARDEN in SI-eenheden |
|-------------|--|--------------------------------|
| 1 | $rx = Ra + x$ | $t = 0$ |
| 2 | $mtot = m_{lift} + m_{brandstof}$ | $dt = 10$ |
| 3 | $Fg = G * Ma * mtot / rx^2$ | $Ra = 6,371E6$ |
| 4 | $Fmpz = mtot * 4\pi^2 * rx / (24 * 3600)^2$ | $Ma = 5,972E24$ |
| 5 | $Fmotor = Fg - Fmpz$ | $G = 6,6726E-11$ |
| 6 | $dx = v * dt$ | $m_{lift} = 1000$ |
| 7 | $x = x + dx$ | $m_{brandstof} = 10000$ |
| 8 | $dW = Fmotor * dx$ | $verbrandingswarmte = 30E6$ |
| 9 | $dm_{brandstof} =$ | $x = 0$ |
| 10 | $m_{brandstof} = m_{brandstof} - dm_{brandstof}$ | $v = 27,8$ |
| 11 | als $x > 4,0E7$ Dan stop Eindals | |
| 12 | $t = t + dt$ | |



9**10**

Opgave 2 Sojoez

In april 2004 werd de Sojoez gelanceerd met de Nederlandse astronaut André Kuipers aan boord. De Sojoez bestaat uit een drietrapsraket en een personencapsule. De eerste trap wordt afgestoten na 120 seconde. De snelheid is dan 1250 m s^{-1} . Neem bij de volgende berekening aan dat de Sojoez tot dat moment eenparig versneld verticaal omhoog beweegt.

- 3p 6 Bereken de hoogte die de Sojoez na 120 s heeft.

Onderstaand computermodel simuleert de verticale beweging van de Sojoez gedurende de eerste 120 s. Alle grootheden in het model zijn uitgedrukt in standaardeenheden.

| | Model | Startwaarden | |
|----|-------------------------------------|---------------------|-------------------------|
| 1 | $dm = k * dt$ | $k = 2125$ | 'brandstofverbruik' |
| 2 | $mb = mb - dm$ | $mb = 255000$ | 'massa brandstof' |
| 3 | ALS $mb \leq 0$ DAN stop EINDALS | $mr = 170000$ | 'massa raket' |
| 4 | $m = mr + mc + mb$ | $mc = 7500$ | 'massa capsule' |
| 5 | $Fz = m * g$ | $g = 9,81$ | 'gravitatieversnelling' |
| 6 | $Fstuw = c * k$ | $c = 3000$ | 'stuwfactor' |
| 7 | $Fres = Fstuw - Fz$ | $v = 0$ | |
| 8 | $a = Fres / m$ | $dt = 0,1$ | |
| 9 | $v = v + a * dt$ | $t = 0$ | |
| 10 | $t = t + dt$ | | |

- 4p 7 Beredeneer aan de hand van de modelregels of de versnelling van de Sojoez volgens dit model gedurende de eerste 120 s toeneemt, afneemt of gelijk blijft.

Na 120 s verandert de richting van de Sojoez zodanig dat hij steeds meer evenwijdig aan het aardoppervlak gaat bewegen.

Op een gegeven moment is de snelheid van de Sojoez $1,5 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$.

In verticale richting neemt de hoogte dan elke seconde met 1,30 km toe.

- 2p 8 Bereken de hoek die de Sojoez op dat moment maakt met het aardoppervlak.

Na verloop van tijd heeft de Sojoez zijn drie trappen afgestoten en nadert de capsule het ruimtestation. Het ruimtestation cirkelt in een stationaire baan op 400 km boven het aardoppervlak.

- 4p 9 Bereken de snelheid van het ruimtestation.

De capsule heeft een massa van $7,5 \cdot 10^3 \text{ kg}$. De relatieve snelheid van de capsule ten opzichte van het ruimtestation bedraagt $2,0 \text{ m s}^{-1}$. Om een koppeling tot stand te brengen wordt deze snelheid teruggebracht tot $0,18 \text{ m s}^{-1}$. Veronderstel dat hiertoe op één bepaald moment 50 kg verbrandingsgassen moet worden uitgestoten.

- 4p 10 Bereken de snelheid waarmee deze gassen ten opzichte van het ruimtestation worden uitgestoten.

Opgave 2 Een sprong bij volleybal

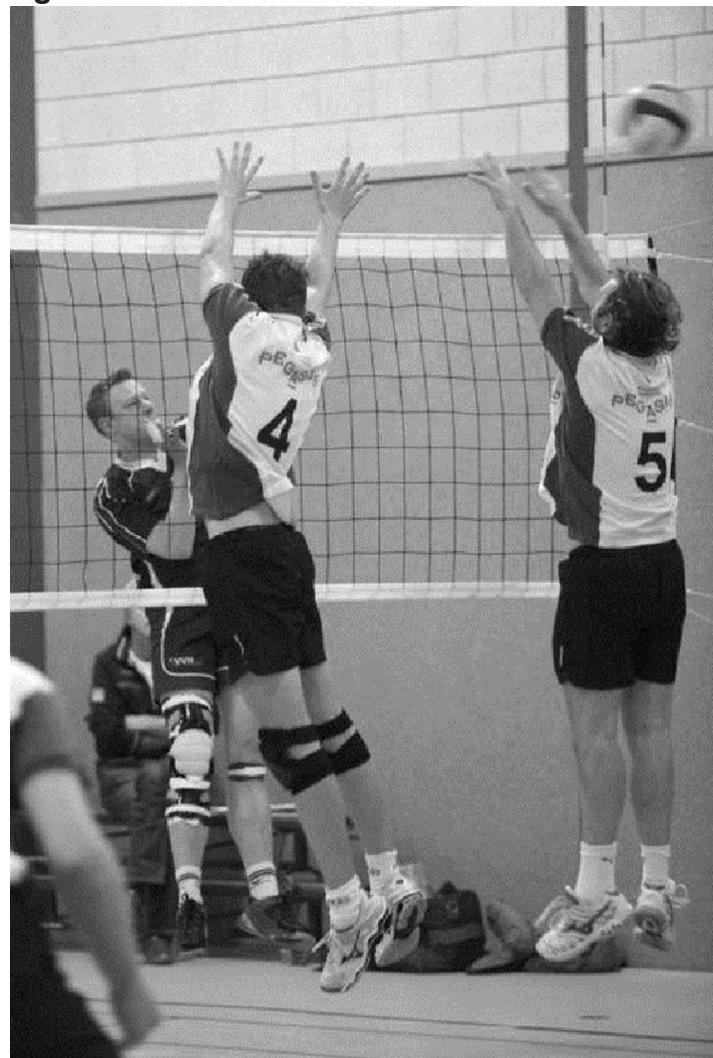
Bij volleybal springt een speler vaak uit stand recht omhoog. Zie figuur 1.

De verticale snelheid van het zwaartepunt van een volleyballer tijdens de afzet en de daaropvolgende beweging los van de grond is weergegeven in figuur 2.

Tijdens de sprong zijn de 'afzetkracht' en de zwaartekracht van belang. De afzetkracht is de kracht van de grond op de volleyballer tijdens de afzet.

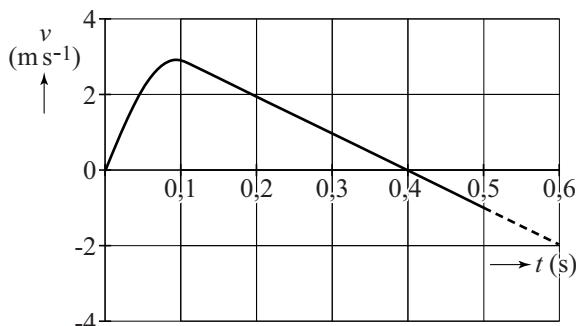
We verwaarlozen in deze opgave de luchtweerstand. De volleyballer heeft een massa van 75 kg. Figuur 2 staat vergroot op de uitwerkbijlage.

figuur 1



- 4p **6** Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage de maximale afzetkracht op de volleyballer.
- 3p **7** Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage het hoogteverschil van het zwaartepunt van de volleyballer tussen het begin van de afzet en het hoogste punt.

figuur 2

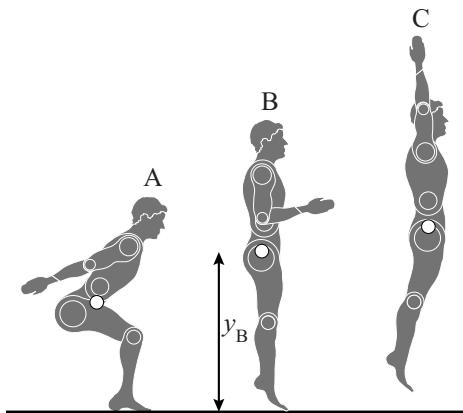


Bij de studie bewegingswetenschappen wordt zo'n verticale sprong bestudeerd. Daarbij wordt een computermodel gebruikt van een **andere** sprong dan de sprong van figuur 2.

Een sprong bestaat uit een afzet en een beweging los van de grond. Drie momenten van een sprong staan in figuur 3 weergegeven.

Figuur 3 is niet op schaal

figuur 3



- In positie A is de springer maximaal door zijn knieën gezakt. Dit noemen we het begin van de sprong.
- In positie B komt de springer los van de grond.
- In positie C bevindt de springer zich in het hoogste punt.

Het afzetten wordt vergeleken met het ontspannen van een gespannen veer. Daarbij geldt voor de grootte van de afzetkracht:

$$F_{\text{afzet}} = Cu = C(y_B - y).$$

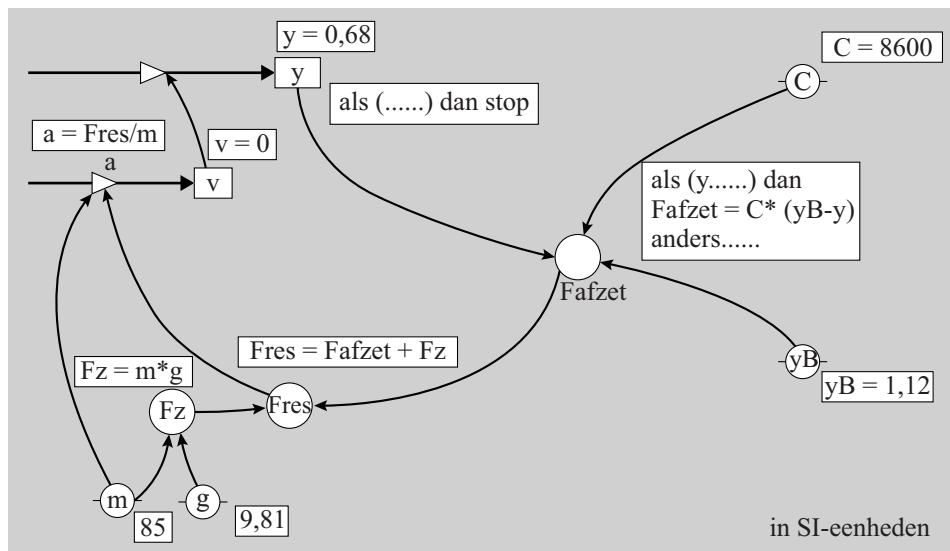
Hierin is:

- C de veerconstante,
- u de uitwijking vanaf de evenwichtsstand,
- y de hoogte van het zwaartepunt boven de grond,
- y_B de hoogte van het zwaartepunt op het moment dat de springer loskomt van de grond.

Het computermodel is op twee manieren weergegeven in de figuren 4a en 4b. Je kunt één van de twee manieren kiezen. In elk model zijn drie regels opengelaten.

figuur 4a

| model | startwaarden (in SI-eenheden) |
|--|--|
| $F_z = -m * g$ als ($y.....$) dan $F_{\text{afzet}} = C * (y_B - y)$ anders eindals | $t = 0$ $dt = 0,001$ $y = 0,68$ $v = 0$ $m = 85$ $g = 9,81$ $C = 8600$ $y_B = 1,12$ |
| $F_{\text{res}} = F_{\text{afzet}} + F_z$ | |
| $a = F_{\text{res}} / m$ | |
| $v = v + a * dt$ | |
| $y = y + v * dt$ | |
| $t = t + dt$ | |
| als (...) dan stop eindals | |

figuur 4b

Het model moet aan de volgende eisen voldoen:

- De afzetkracht wordt voor alle waarden van y correct beschreven.
- Op het hoogste punt (positie C in figuur 3) stopt het model.

Figuur 4a en figuur 4b staan ook op de uitwerkbijlage.

- 3p **8** Vul in de figuur op de uitwerkbijlage het model zo aan dat aan bovenstaande eisen wordt voldaan. (Kies één van de twee manieren.)

Een wetenschapper wil het model uitbreiden om ook de energieën van een springer tijdens zijn sprong te beschrijven. Hierbij wordt de beschikbare energie tijdens de afzet, afzetenergie E_{afzet} , vergeleken met de energie in een gespannen veer.

- 2p **9** Welke formule voor de afzetenergie E_{afzet} moet de wetenschapper hiervoor aan het model toevoegen? Gebruik hiervoor de grootheden uit het model.

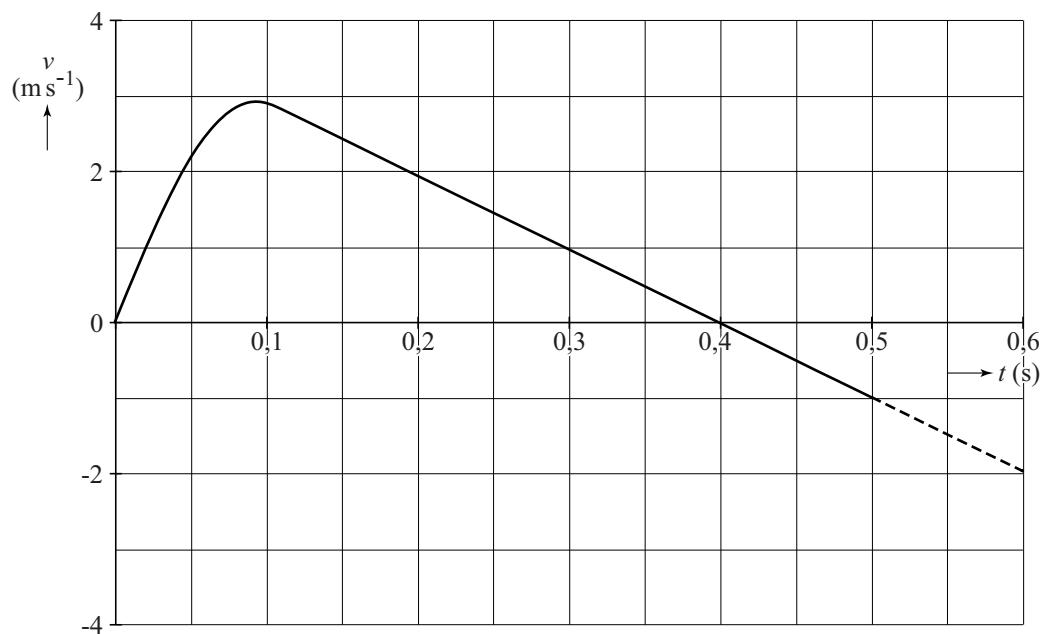
Op de uitwerkbijlage staat een diagram met de resultaten van het uitgebreide model van de afzetenergie tegen de tijd weergegeven.

- 2p **10** Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage op welk tijdstip het vermogen van de springer maximaal is.

Op de uitwerkbijlage staan in een diagram de zwaarte-energie en de afzetenergie van de springer weergegeven.

- 4p **11** Voer de volgende opdrachten uit:
 - Bepaal in de figuur op de uitwerkbijlage de grootte van de kinetische energie op $t = 0,18$ s.
 - Teken in de figuur op de uitwerkbijlage het verloop van de kinetische energie tegen de tijd.

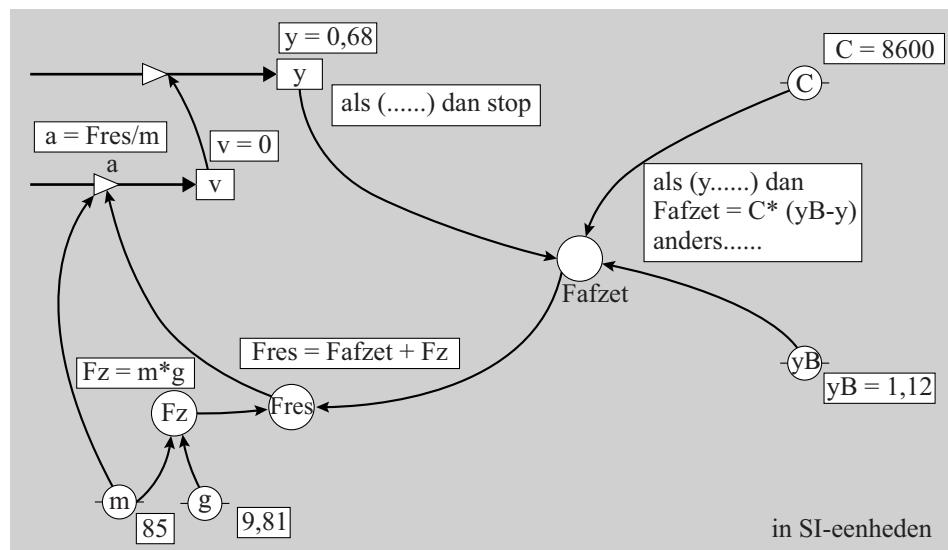
6,7



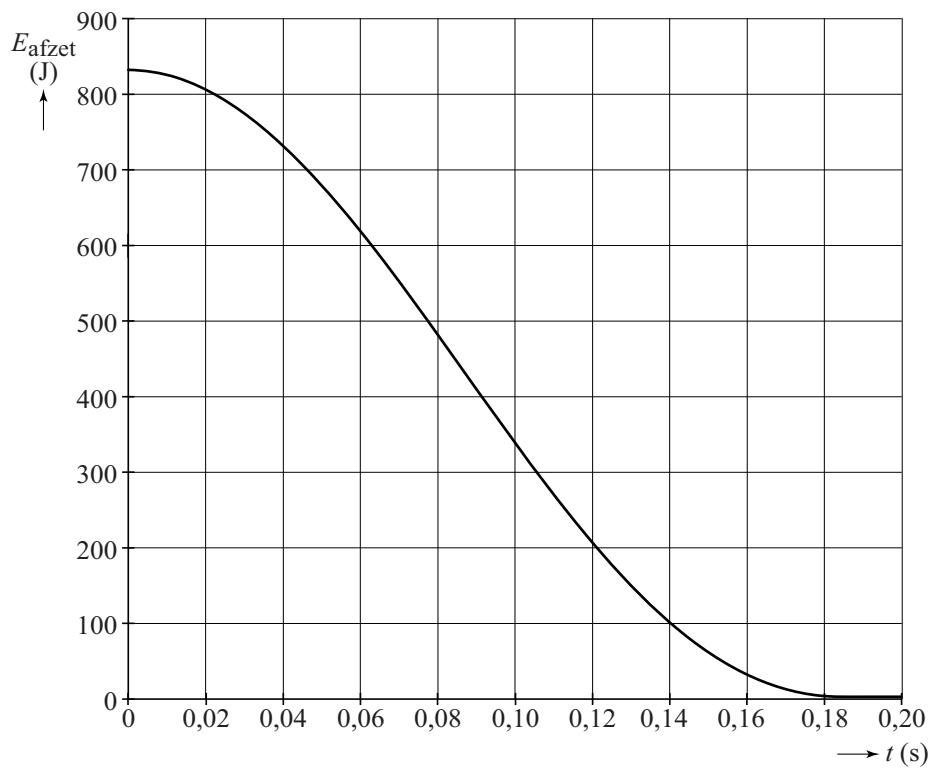
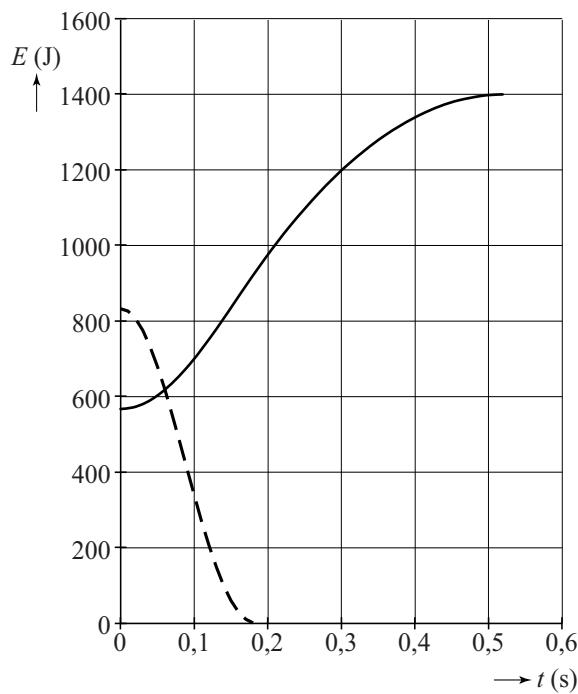
Vul het model zó aan dat aan bovenstaande eisen wordt voldaan.
(Kies één van de twee manieren.)

| model | startwaarden (in SI-eenheden) |
|---|--|
| $F_z = -m * g$ als ($y \dots$) dan $Fafzet = C * (y_B - y)$ anders eindals $F_{res} = Fafzet + F_z$ $a = F_{res} / m$ $v = v + a * dt$ $y = y + v * dt$ $t = t + dt$ als (\dots) dan stop eindals | $t = 0$ $dt = 0,001$ $y = 0,68$ $v = 0$ $m = 85$ $g = 9,81$ $C = 8600$ $y_B = 1,12$ |

of



in SI-eenheden

10**11**

Opgave 4 Trekkertrek

Bij trekkertrek (ook wel **tractor pulling** genoemd) moet een tractor een sleepwagen voorttrekken die opzettelijk een grote wrijvingskracht ondervindt: de voorkant van de wagen heeft geen wielen, maar sleept over de grond.

Tijdens het rijden schuift een zwaar ballastblok op de sleepwagen naar voren. Zo neemt de wrijvingskracht toe, waardoor de tractor met sleepwagen afgeremd wordt en tot stilstand komt. Het doel van trekkertrek is om een zo groot mogelijke afstand af te leggen. Als deze afstand 100 meter of meer is, is er sprake van een 'full pull'.

Figuur 2 toont het (v, t)-diagram van een deelnemer.

Figuur 2 staat vergroot op de uitwerkbijlage.

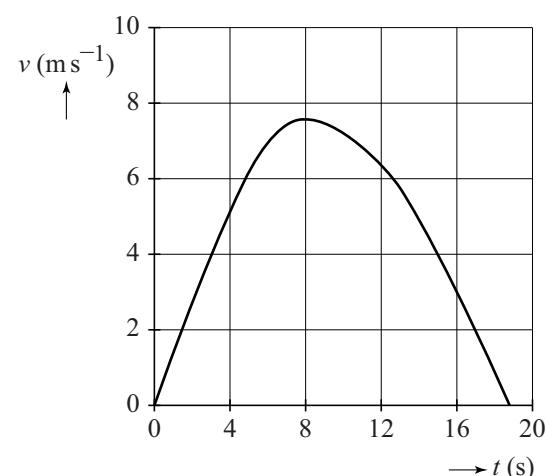
- 3p 14 Ga na met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage of deze poging een 'full pull' opleverde.

De tractor en de sleepwagen zijn schematisch getekend in figuur 3. Daarbij zijn de massa's van de tractor, van de sleepwagen en van het ballastblok vermeld. De massa is uitgedrukt in ton.

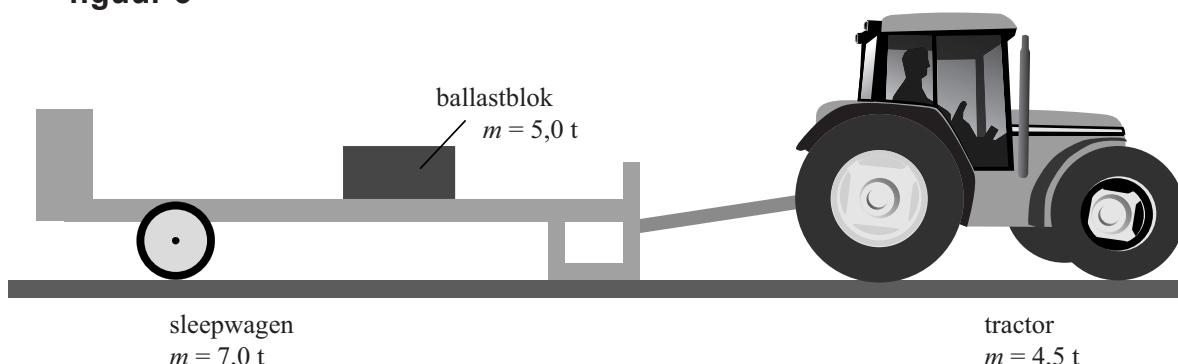
figuur 1



figuur 2



figuur 3



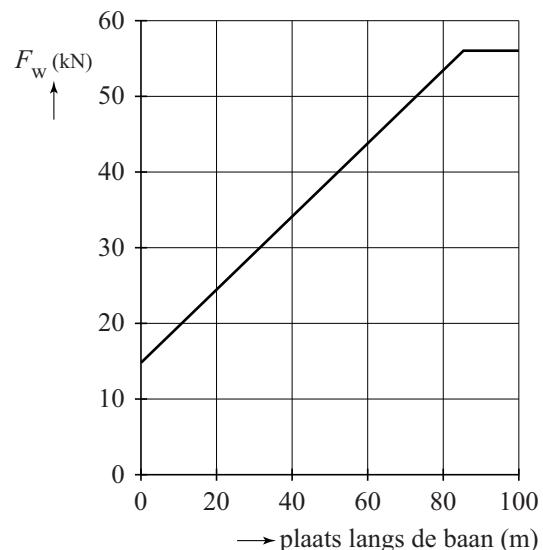
In figuur 4 is in een diagram het verloop van de wrijvingskracht op de sleepwagen weergegeven als de wagen de volledige afstand van 100 m zou afleggen ('full pull').

Figuur 4 staat vergroot op de uitwerkbijlage.

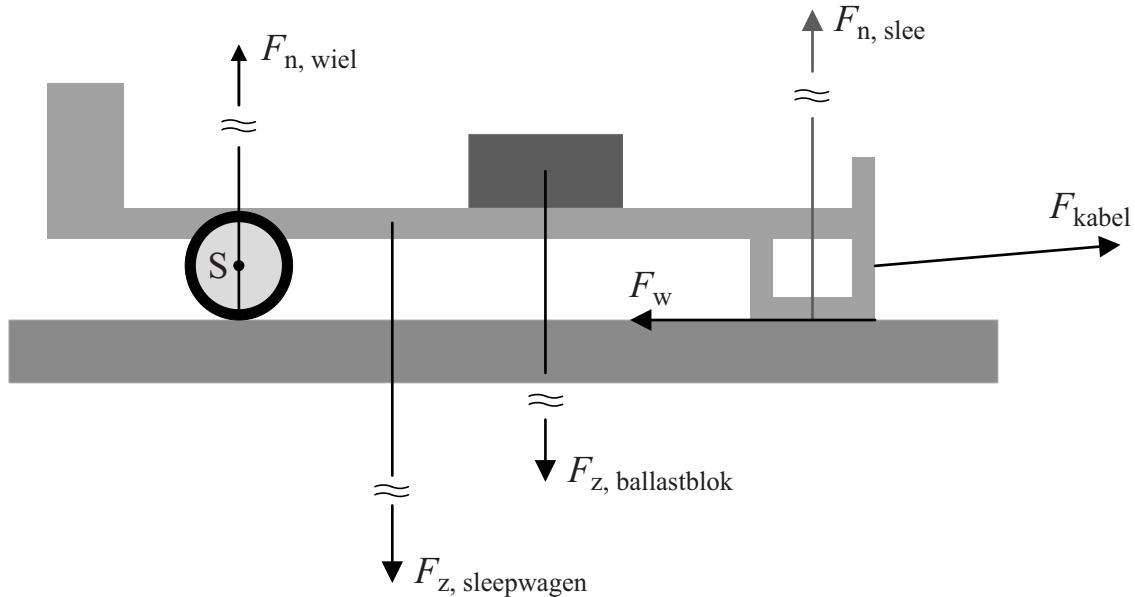
- 5p 15 Bepaal met behulp van de figuren op de uitwerkbijlage de grootte van de aandrijfkracht van de wielen van de tractor bij de start.

Op de as van de achterwielen van de sleepwagen bevindt zich een tandwiel, dat via een ketting het ballastblok naar voren trekt. Het ballastblok schuift dus naar voren als de wagen rijdt. De sleepwagen ondervindt op twee plaatsen een normaalkracht: bij het wiel en bij de slee. In figuur 5 zijn de krachten op de sleepwagen in een bepaalde stand getekend. De tekening is op schaal. De lengte van de krachten is niet op schaal.

figuur 4



figuur 5



Punt S in figuur 5 mag als draaipunt worden opgevat. De verticale krachten zijn in evenwicht.

De momenten van F_w en F_{kabel} samen zijn verwaarloosbaar.

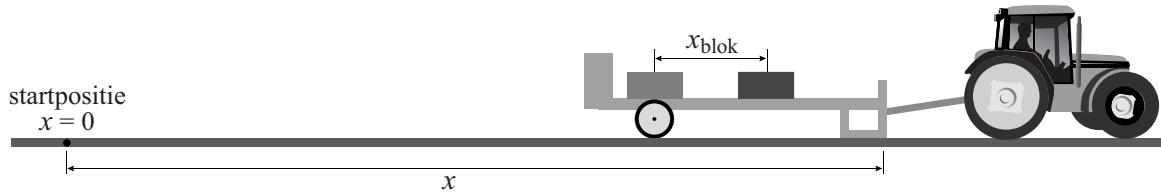
- 3p 16 Bepaal de grootte van $F_{n, \text{slee}}$ (de normaalkracht op de slee).

Op de uitwerkbijlage staat een tabel met daarin vijf krachten.

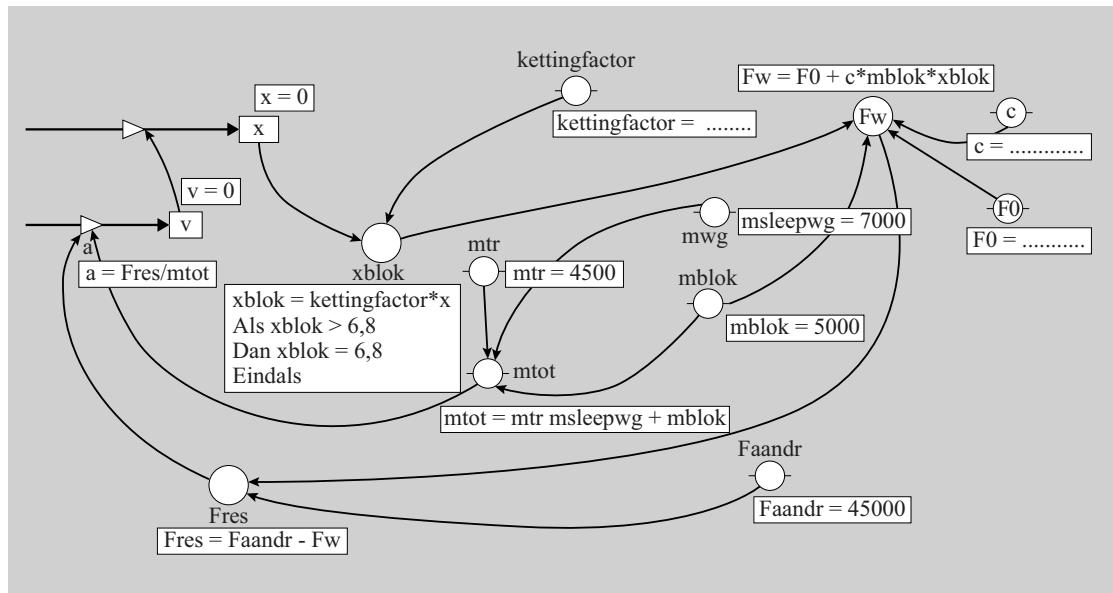
We beschouwen de situatie dat de sleepwagen rijdt en het blok naar voren schuift.

- 3p 17 Kruis op de uitwerkbijlage aan of de betreffende kracht toeneemt, afneemt of gelijk blijft als het blok naar voren schuift.

De beweging bij trekkertrek kan onderzocht worden met behulp van een rekenkundig model. In figuur 6 staat zo'n rekenkundig model, zowel in de tekstvariant als de grafische variant. (Je mag kiezen welke variant je gebruikt.)

figuur 6

| model | startwaarden (in SI eenheden) |
|---|--|
| $x_{\text{blok}} = \text{kettingfactor} * x$ als $x_{\text{blok}} > 6,8$ dan $x_{\text{blok}} = 6,8$ eindals $F_w = F_0 + c * m_{\text{blok}} * x_{\text{blok}}$ $F_{\text{res}} = F_{\text{aand}} - F_w$ $a = F_{\text{res}} / m_{\text{tot}}$ $v = v + a * dt$ $x = x + v * dt$ $t = t + dt$ als $v < 0$ dan stop eindals | $v = 0$ $x = 0$ $t = 0$ $dt = 0,01$ $m_{\text{tr}} = 4500$ $m_{\text{sleepwg}} = 7000$ $m_{\text{blok}} = 5000$ $m_{\text{tot}} = m_{\text{tr}} + m_{\text{sleepwg}} + m_{\text{blok}}$ $F_{\text{aand}} = 45000$ kettingfactor = ... $F_0 = \dots$ $c = \dots$ |



in SI-eenheden

In het model wordt de wrijvingskracht uitgerekend uitgaande van de positie van het ballastblok (x_{blok}) en van de massa van het ballastblok (m_{blok}). De waarde van x_{blok} is recht evenredig met de afstand die de wagen heeft afgelegd totdat het ballastblok vooraan op de sleepwagen is aangekomen. (Het blok is dan 6,8 m naar voren geschoven.)

De startwaarden hebben betrekking op de situatie die in figuur 2 en 4 is weergegeven. (Zie uitwerkbijlage.)

4p 18 Voer de volgende opdrachten uit:

- Bepaal de waarde van de grootheid kettingfactor met behulp van figuur 4.
- Geef de startwaarde F_0 .
- Bepaal de startwaarde c .

Het rekenkundig model stelt de organisatoren van de wedstrijd in staat om de massa en de beweging van het ballastblok aan te passen aan een zwaardere tractor. Een zwaardere tractor heeft meer massa, meer vermogen en kan een grotere trekkracht uitoefenen. De organisatoren hebben twee doelen voor ogen:

- Een ‘full pull’ moet mogelijk zijn.
- Een ‘full pull’ wordt alleen bereikt als de bestuurder (bijna) optimaal gebruikmaakt van de trekkracht van de tractor.

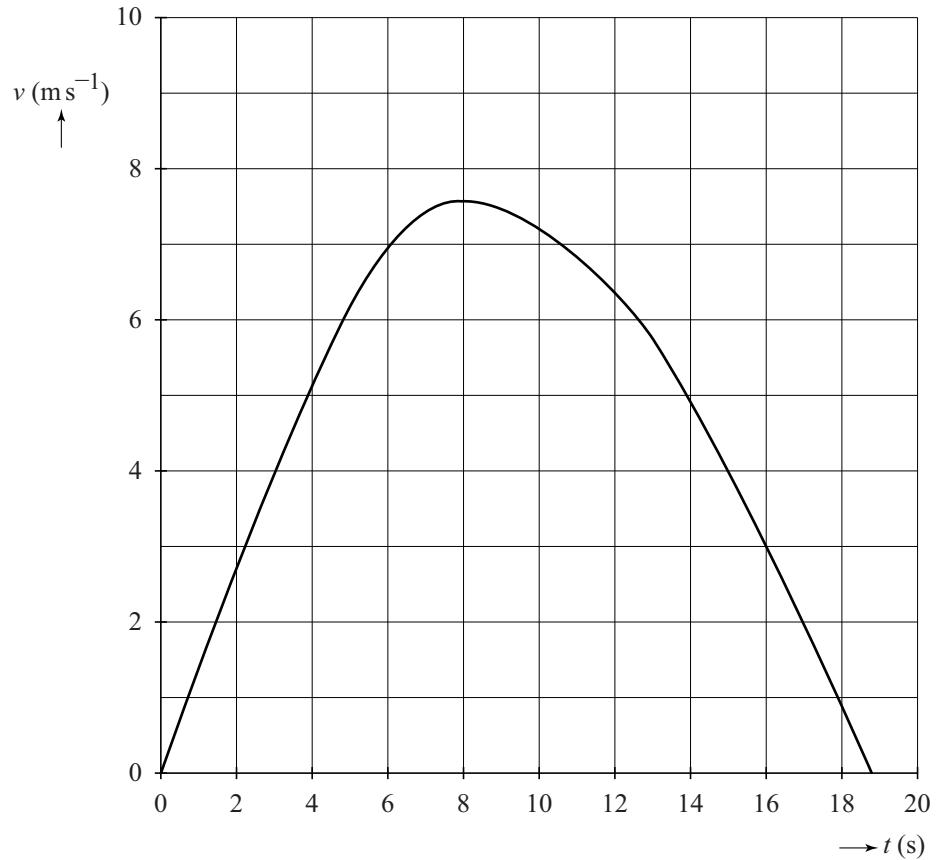
Het model wordt gebruikt voor een zwaardere tractor.

Op de uitwerkbijlage staan twee computerruns van het (x, t) -diagram waarbij m_{blok} en de kettingfactor gevarieerd worden.

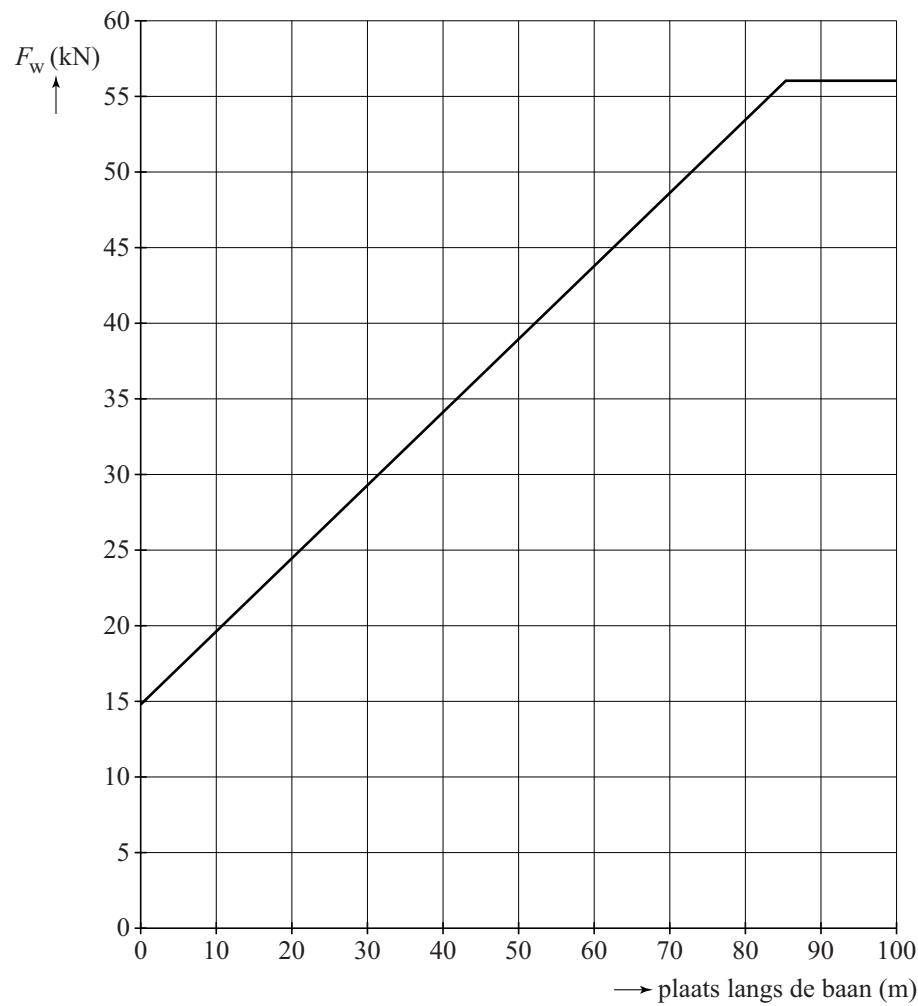
2p 19 Kies voor de twee waarden van m_{blok} de bijpassende kettingfactor.



14 en 15 en 18



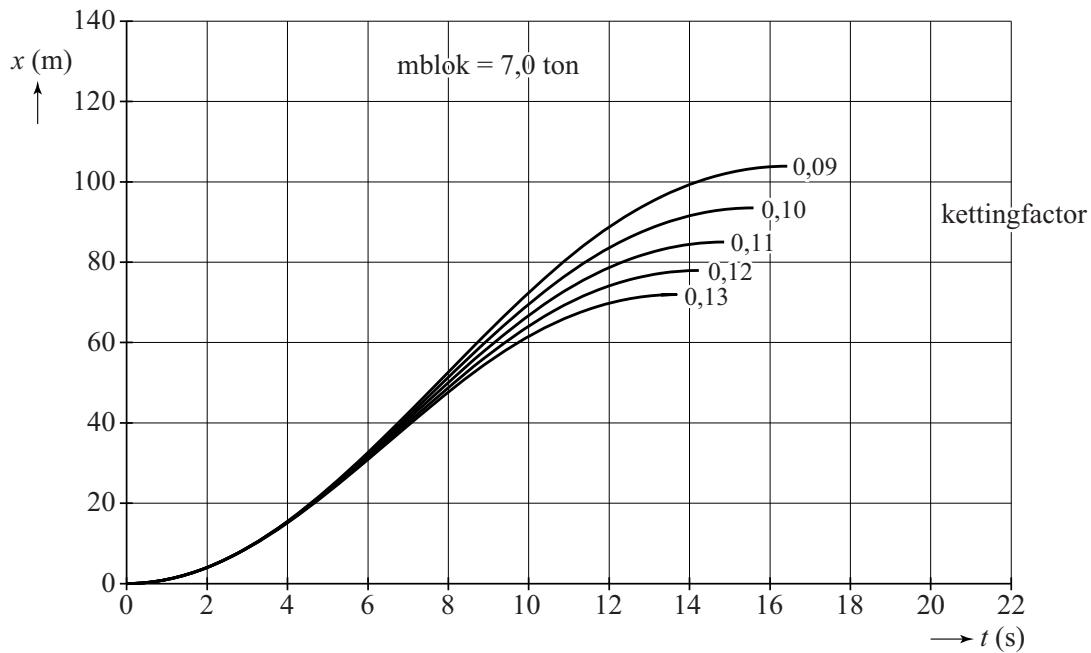
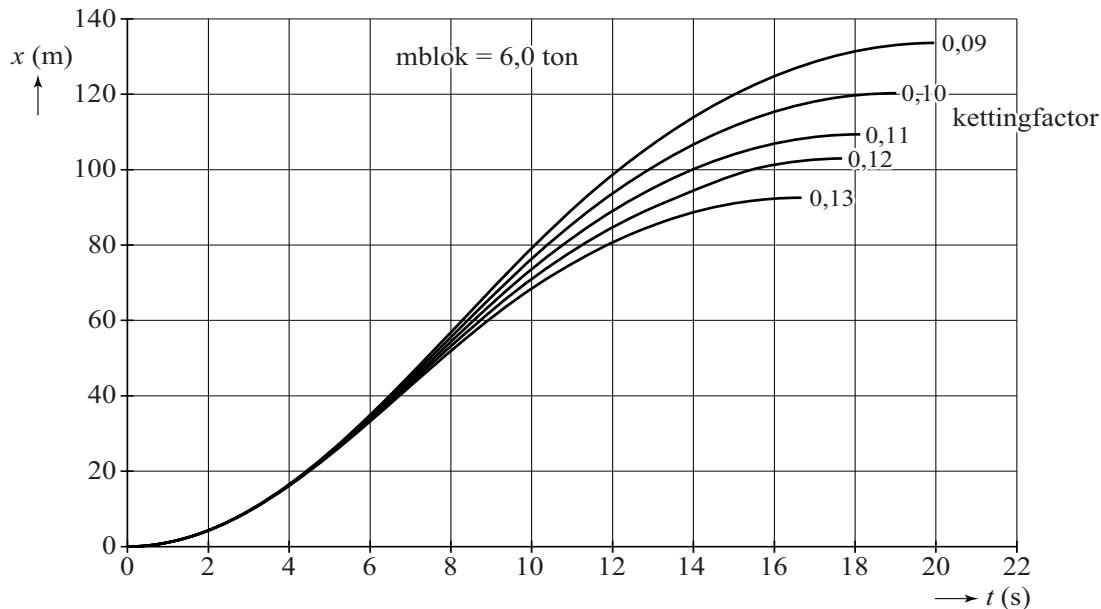
15 en 18



- 17 Het ballastblok schuift naar voren. Zet bij elke kracht een kruisje in het juiste hokje.

| kracht | neemt toe | neemt af | blijft gelijk |
|----------------------------|-----------|----------|---------------|
| normaalkracht wiel | | | |
| zwaartekracht sleepwagen | | | |
| zwaartekracht ballastblok | | | |
| normaalkracht slee | | | |
| wrijvingskracht op de slee | | | |

19



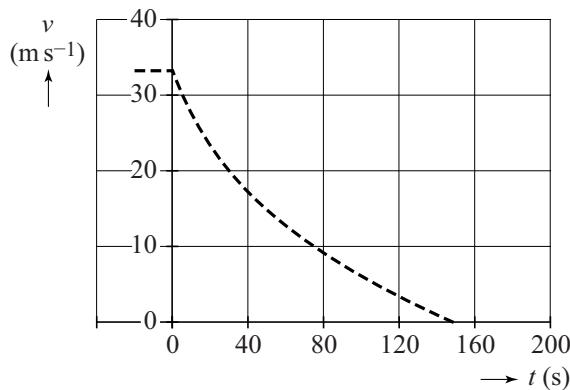
VERGEET NIET DEZE UITWERKBIJLAGE IN TE LEVEREN



Uitrijden van een auto

Een auto ($m = 1520 \text{ kg}$) rijdt met een snelheid van $33,3 \text{ m s}^{-1}$ ($= 120 \text{ km h}^{-1}$) over een vlakke weg bij windstil weer. Op $t = 0 \text{ s}$ trapt de bestuurder het koppelingspedaal in, zodat de motor niet meer met de wielen verbonden is. Nu ‘rijdt de auto uit’ en komt de auto een tijdje later tot stilstand. Het (v, t) -diagram van het uitrijden staat in figuur 1.

figuur 1



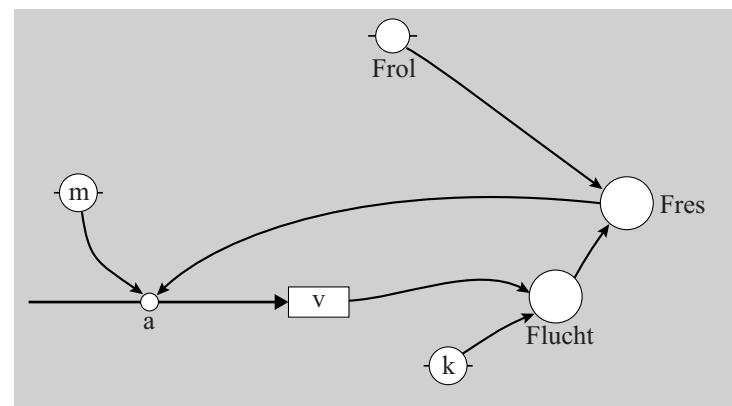
De uitrij-afstand is de afstand die de auto aflegt vanaf het moment dat het uitrijden begint tot het moment dat hij stilstaat. Figuur 1 staat vergroot op de uitwerkbijlage.

- 3p 1 Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage de uitrij-afstand.

Om inzicht te krijgen in de beweging van de auto, is een computermodel gemaakt. Het model is weergegeven in figuur 2.

figuur 2

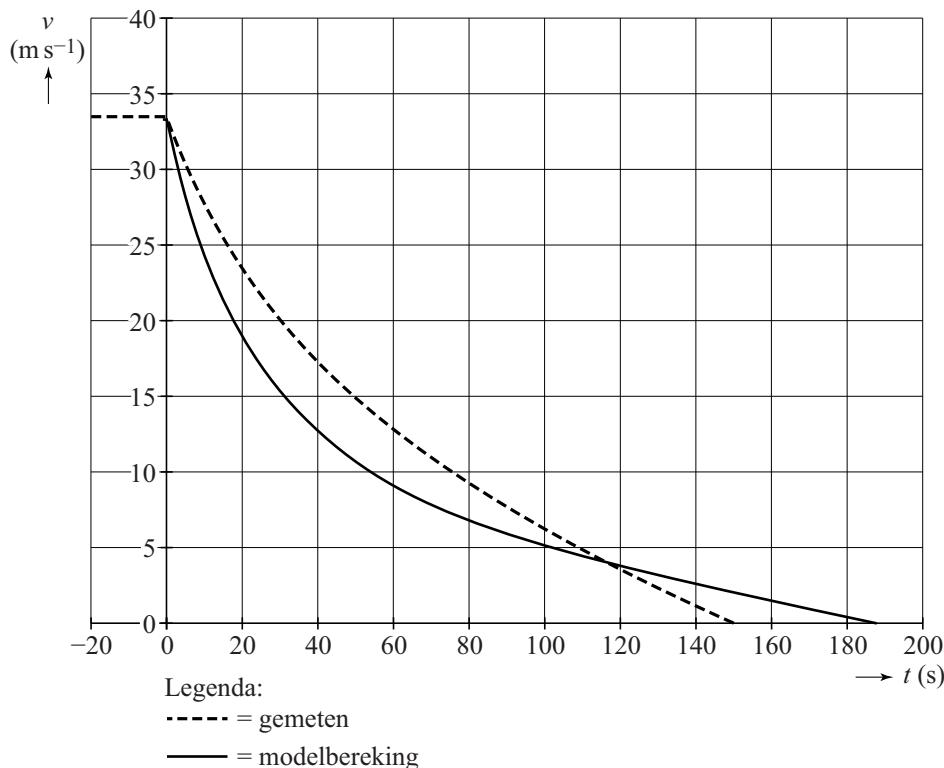
| model | startwaarden (in SI-eenheden) |
|---|----------------------------------|
| $\text{Flucht} = k \cdot v^2$ | $t = 0$ |
| $\text{Fres} = \text{Flucht} + \text{Frol}$ | $dt = 0,01$ |
| $a = -\text{Fres} / m$ | $v = 33,3$ |
| $dv = a \cdot dt$ | $m = 1520$ |
| $v = v + dv$ | $k = 1,62$ |
| $t = t + dt$ | $\text{Frol} = 76$ |



- 2p 2 Leid de eenheid van de evenredigheidsconstante k af in basiseenheden (grondeenheden) van het SI, zoals ze staan in BiNaS-tabel 3A en ScienceData-tabel 1.3a.

De resultaten van dit model zijn weergegeven in figuur 3.
In figuur 3 staat ook de grafiek van figuur 1.

figuur 3



De waarden van de parameters k en Frol zijn nog niet goed gekozen, zodat de grafiek met de resultaten van het model niet goed overeenkomt met de gemeten grafiek van figuur 1.

- 4p 3 Voer de volgende opdrachten uit:
- Leg uit of de startwaarde van k groter of kleiner gekozen moet worden om de waarden wel goed overeen te laten komen.
 - Leg uit of de startwaarde van Frol groter of kleiner gekozen moet worden om de waarden wel goed overeen te laten komen.

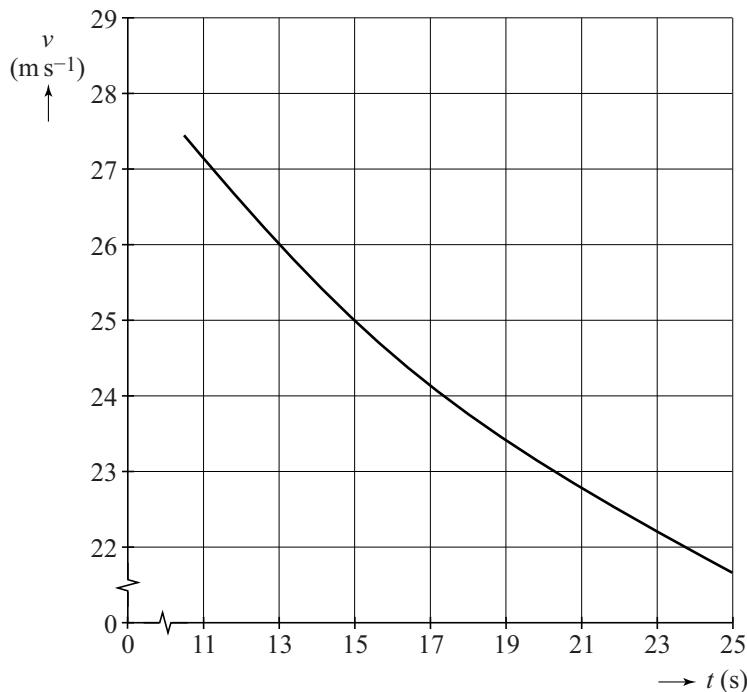
Het model van figuur 2 kan worden uitgebreid om ook de uitrij-afstand te berekenen, waarbij het model stopt als de uitrij-afstand bereikt is.

- 2p 4 Voer de volgende opdrachten uit:
- Beschrijf welke modelregel(s) moet(en) worden toegevoegd.
 - Beschrijf welke stopvoorwaarde moet worden toegevoegd.

Met de nieuwe, aangepaste startwaarden voor k en F_{01} past de uitkomst van het model wel bij de metingen.

Figuur 4 laat een deel van de (v, t) -grafiek zien die het aangepaste model geeft. Figuur 4 staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur 4



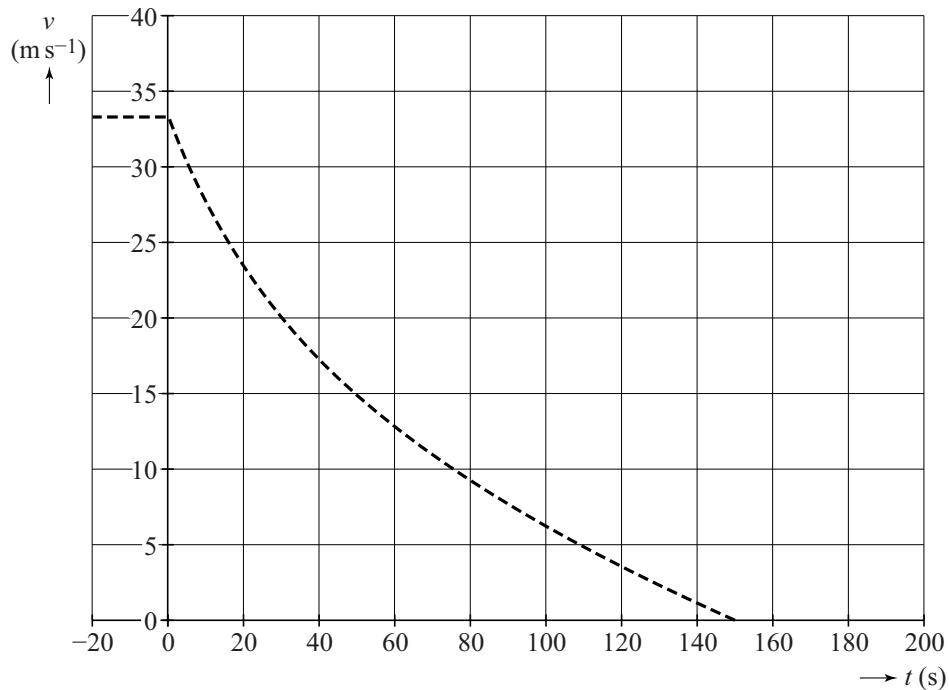
Uit deze figuur is het vermogen te bepalen dat de auto moet leveren om met een bepaalde constante snelheid te rijden.

- 5p **5** Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage het vermogen dat de motor moet leveren bij een constante snelheid van 25 ms^{-1} ($= 90 \text{ km h}^{-1}$).

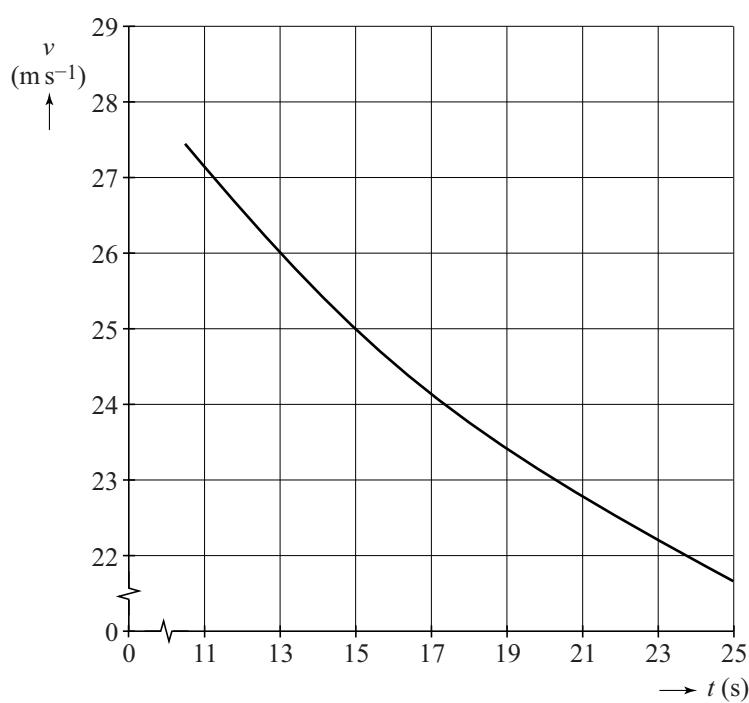
uitwerkbijlage

Naam kandidaat _____

Kandidaatnummer _____

1

5



Vrije worp bij basketbal

figuur 1



figuur 2

basketbal

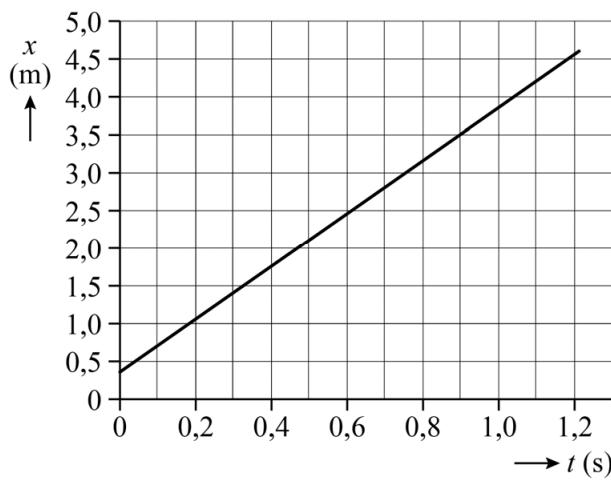
| | |
|--|--------|
| massa bal | 600 g |
| diameter bal | 24 cm |
| hoogte ring | 3,05 m |
| diameter ring | 45 cm |
| horizontale afstand van vrijeworplijn tot midden van de ring | 4,6 m |

Bij basketbal scoor je door de bal van bovenaf door een metalen ring te gooien waaraan een netje bevestigd is. Rens en Dyon onderzoeken de beweging van de bal bij een vrije worp. Bij een vrije worp probeert de speler de bal door de ring te gooien terwijl hij achter de ‘vrijeworplijn’ staat. Zie figuur 1. In figuur 2 staat een tabel met een aantal gegevens over basketbal.

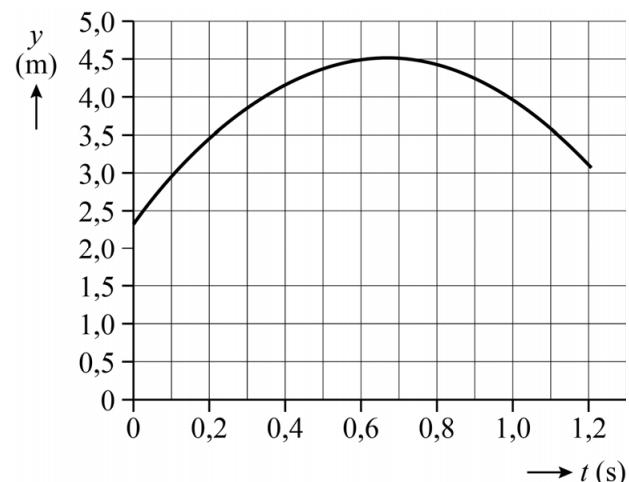
Met behulp van een videometing is de beweging van de bal na de worp geanalyseerd. Je kunt de beweging van de bal beschouwen als een combinatie van een horizontale beweging (in de x -richting) en een verticale beweging (in de y -richting). De videometing levert het (x, t) -diagram en het (y, t) -diagram van de beweging van het middelpunt van de bal. Zie de figuren 3a en 3b. Hierin is x de horizontale afstand vanaf de vrijeworplijn en y de hoogte boven de grond. Op $t = 0$ s verlaat de bal de hand van de speler.

De grootheid snelheid is een vectorgrootheid, net als de grootheid kracht. Je kunt daarom de grootte van de snelheid op dezelfde manier uit haar componenten berekenen als bij kracht.

figuur 3a



figuur 3b



- 4p 1 Figuur 3a en figuur 3b staan vergroot weergegeven op de uitwerkbijlage. Bepaal met behulp van de figuren op de uitwerkbijlage de grootte van de snelheid op het moment dat de bal de hand van de speler verlaat. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.

In figuur 4 zijn foto's te zien van een andere vrije worp. Op de linker foto is het begin van de worp te zien, waarbij de speler extra spierkracht begint uit te oefenen op de bal om hem een snelheid te geven. Op de rechter foto is het einde van de worp te zien, waarbij de bal net is losgekomen van de hand van de speler. Bij deze vrije worp verlaat de bal de hand met een snelheid van $7,1 \text{ m s}^{-1}$. Figuur 4 is vergroot weergegeven op de uitwerkbijlage.

figuur 4

- 4p 2 Voer de volgende opdrachten uit:
- Bepaal met behulp van de foto's op de uitwerkbijlage en figuur 2 de verplaatsing van de bal tijdens de worp. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.
 - Bereken hiermee het gemiddelde van de resulterende kracht op de bal tijdens de worp.

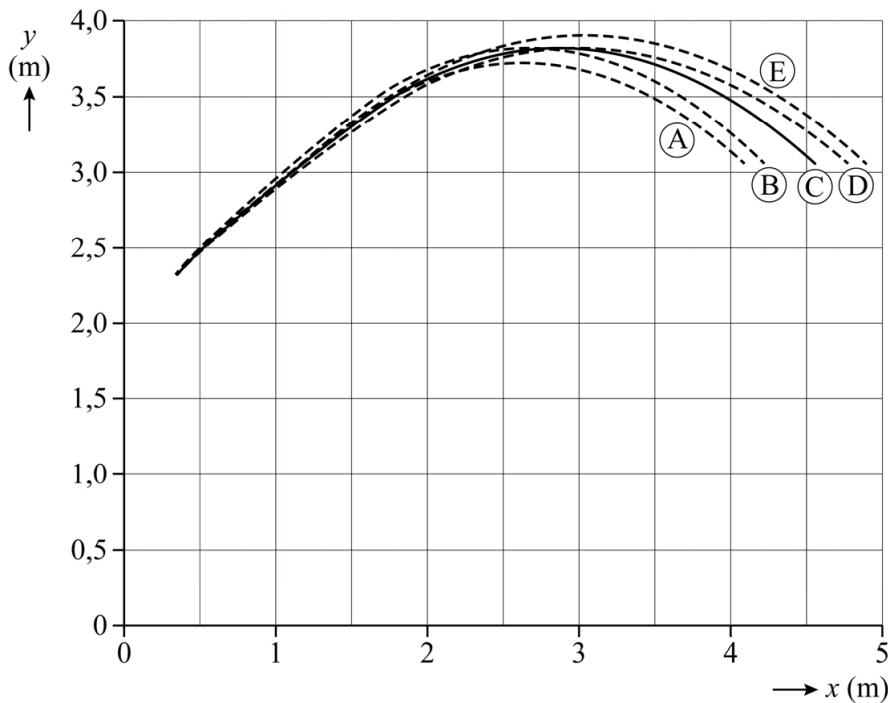
Om een beter inzicht te krijgen in de beweging van de bal na de worp, ontwerpen Rens en Dyon een vereenvoudigd model. Dit model is weergegeven in figuur 5. Ook hier is $t = 0 \text{ s}$ het moment dat de bal de hand van de speler verlaat.

figuur 5

| modelformules | startwaarden |
|-----------------------------------|---------------------------------------|
| $\text{dx} = v_x \cdot \text{dt}$ | $x = 0,35 \text{ (m)}$ |
| $x = x + \text{dx}$ | $y = 2,32 \text{ (m)}$ |
| $\text{dv}_y = g \cdot \text{dt}$ | $v_x = 4,6 \text{ (m s}^{-1}\text{)}$ |
| $v_y = v_y + \text{dv}_y$ | $v_y = 5,4 \text{ (m s}^{-1}\text{)}$ |
| $\text{dy} = v_y \cdot \text{dt}$ | $g = -9,81 \text{ (m s}^{-2}\text{)}$ |
| $y = y + \text{dy}$ | $t = 0 \text{ (s)}$ |
| $t = t + \text{dt}$ | $\text{dt} = 0,0001 \text{ (s)}$ |

Rens en Dyon laten de computer het model een aantal keren doorrekenen. Rens kiest eerst een aantal keren een andere startwaarde voor v_x , zonder die van v_y te veranderen. Vervolgens zet hij de waarde van v_x terug naar de oorspronkelijke startwaarde. Daarna varieert Dyon een aantal keren de startwaarde van v_y , zonder die van v_x te veranderen. De resultaten van vijf berekeningen zijn weergegeven in figuur 6.

figuur 6



In het model is ingebouwd dat de berekeningen stoppen als aan twee voorwaarden is voldaan. Deze voorwaarden worden in de instellingen van het programma ingevoerd.

- 2p 3 Geef de twee voorwaarden zodat het model stopt zoals in figuur 6 is weergegeven.

Bij resultaat C in figuur 6 wordt er gescoord.

- 2p 4 Leg uit hoe dat blijkt uit figuur 6 in combinatie met figuur 2.

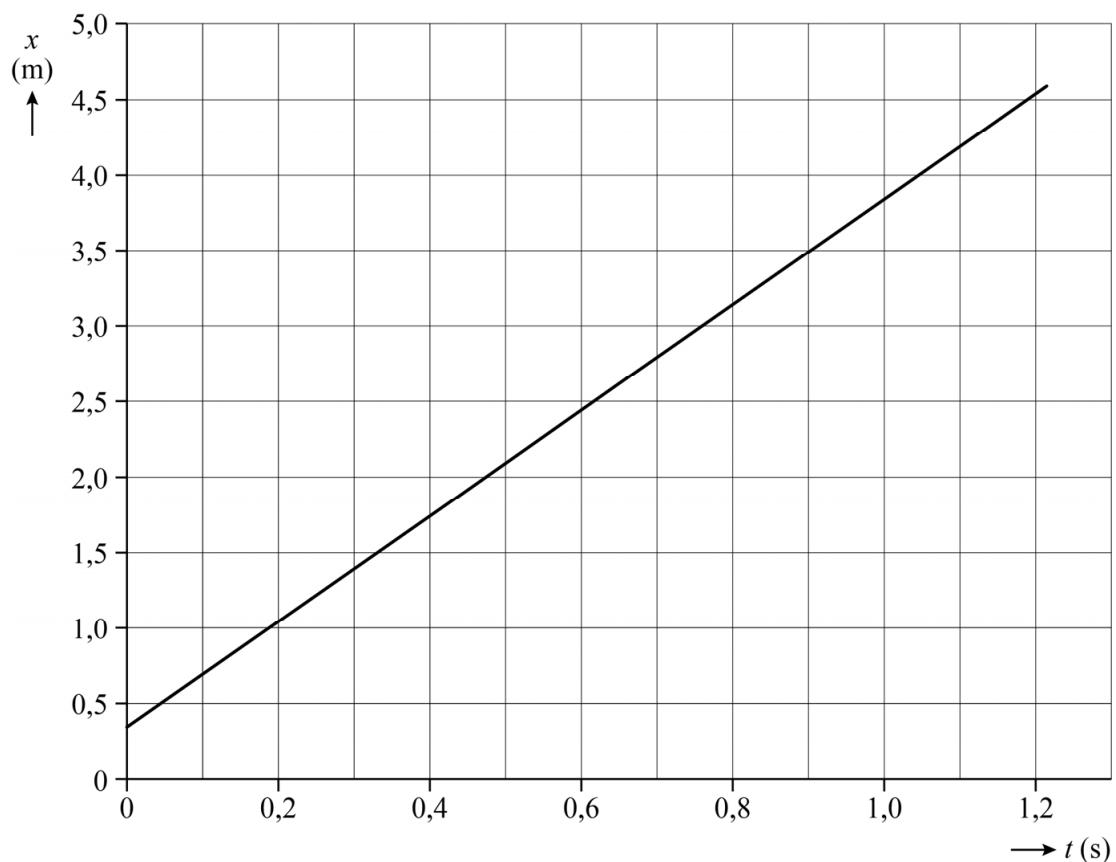
De verschillende resultaten in figuur 6 zijn het gevolg van variaties in de startwaarde van v_x door Rens of van variaties in de startwaarde van v_y door Dyon. Op de uitwerkbijlage staat een tabel.

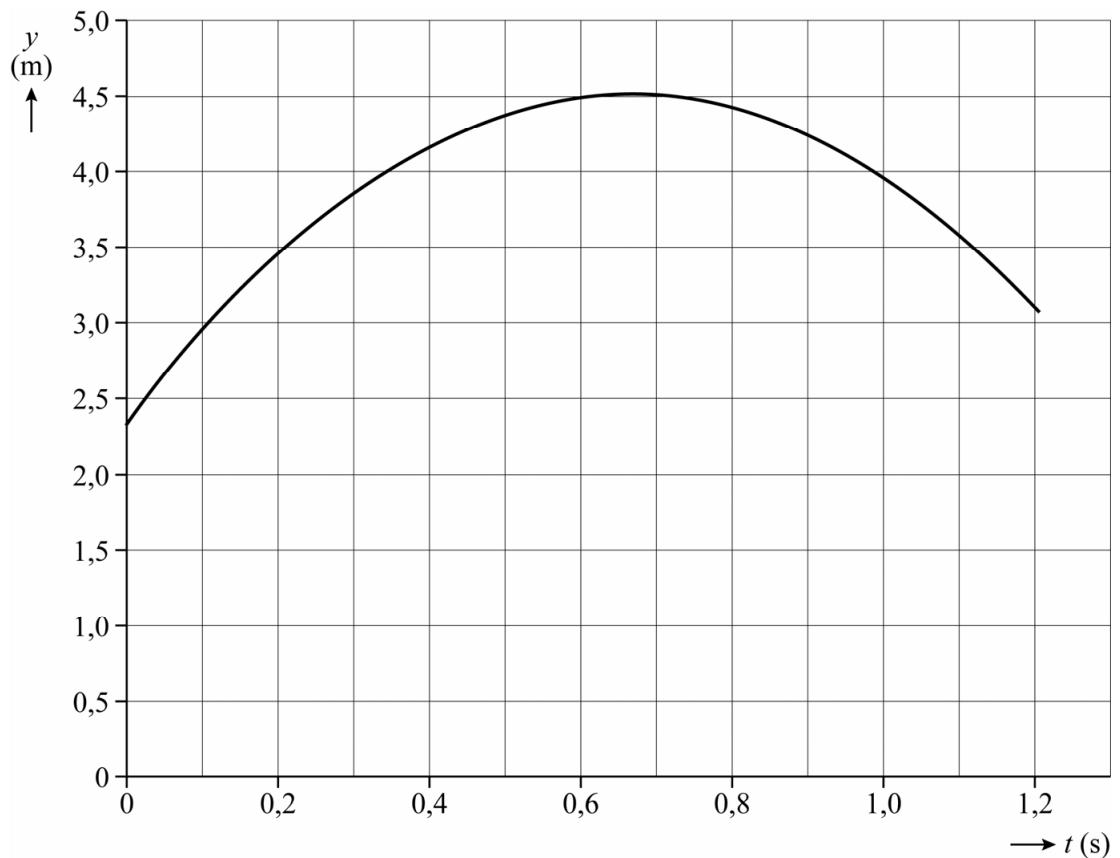
- 3p 5 Geef in de tabel op de uitwerkbijlage aan voor de resultaten A, B, D en E of de verschuiving ten opzichte van resultaat C een gevolg is van een variatie in de startwaarde van v_x of van een variatie in de startwaarde van v_y . Licht je antwoord toe.

uitwerkbijlage

Naam kandidaat _____

Kandidaatnummer _____

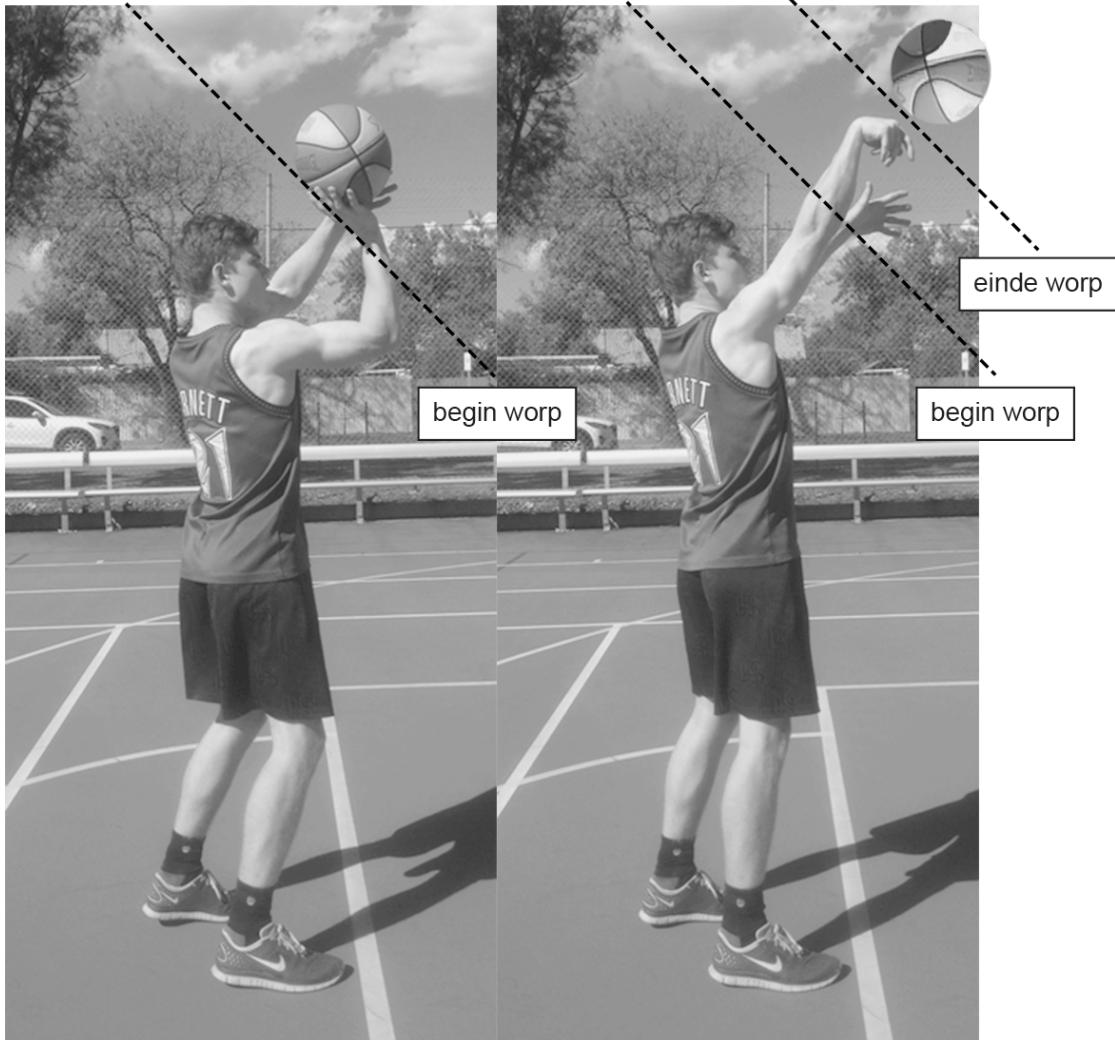
1



Naam kandidaat _____

Kandidaatnummer _____

2



- 5 Is resultaat A, B, D, E een gevolg van een variatie in de startwaarde van v_x of van v_y , vergeleken met resultaat C? Omcirkel steeds het juiste antwoord.

| resultaat | is het gevolg van een variatie in de startwaarde van ... | |
|-----------|--|-------|
| A | v_x | v_y |
| B | v_x | v_y |
| D | v_x | v_y |
| E | v_x | v_y |

Toelichting:

.....

.....

.....



X-stream

In het Tikibad in Wassenaar staat de attractie X-stream. Zie figuur 1.

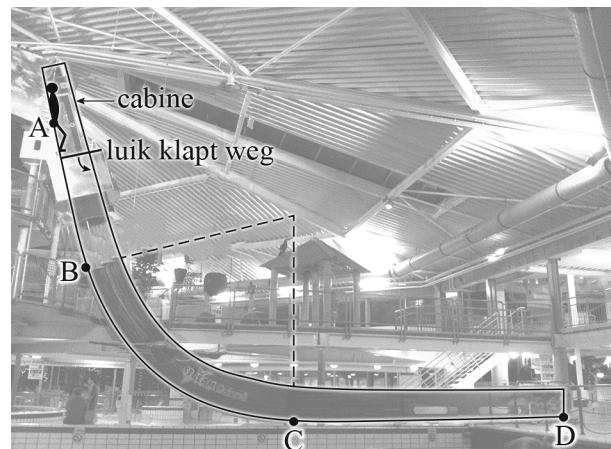
In figuur 2 zijn de voornaamste onderdelen aangegeven.

Op de uitwerkbijlage staat een grotere tekening op schaal van een zijaanzicht van de X-stream.

figuur 1



figuur 2



De X-stream werkt als volgt. Een persoon staat in een cabine op een luik. Het luik klapt weg en de persoon valt naar beneden door een buis die via een bocht in een horizontaal stuk eindigt. De positie van de persoon in de cabine is aangegeven met de letter A. Het begin van het gebogen stuk is aangegeven met de letter B. Bij punt C begint het horizontale stuk. Zie de figuur op de uitwerkbijlage. In de opgave verwaarlozen we de luchtwrijving.

Tijdens de beweging in de buis komt de persoon niet los van de buis.

- 4p 6 Voer de volgende opdrachten uit:

- Geef aan waarom er in buisdeel AB geen sprake is van een vrije val.
- Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage de versnelling die de persoon zal krijgen in buisdeel AB als de wrijvingskrachten worden verwaarloosd.

Bij het ontwerp van de attractie is aan een aantal eisen voldaan.

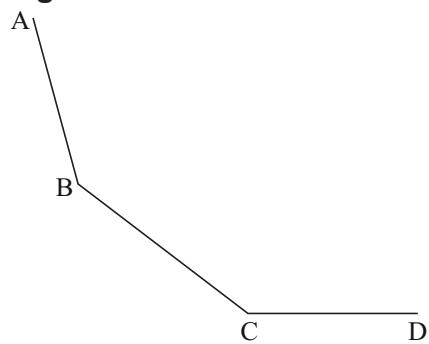
Twee ervan zijn:

- De snelheid van de persoon bij punt C is maximaal 11 m s^{-1} .
- Door de wrijvingskracht ontstaat warmte. Het remmend vermogen van de wrijvingskracht bij punt C mag maximaal $1,5 \cdot 10^3 \text{ W}$ zijn.

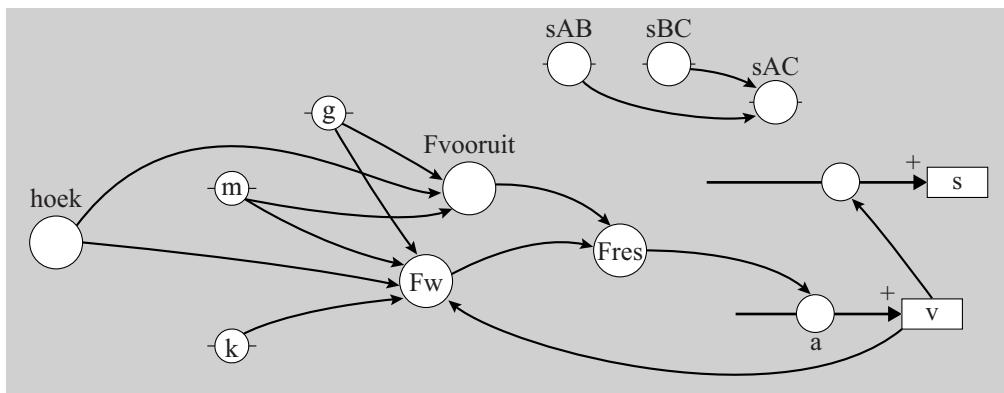
- 2p 7 Bereken de maximale grootte van de wrijvingskracht bij punt C bij een snelheid van 11 m s^{-1} .

De wrijvingskracht die de persoon ondervindt, kan verminderd worden door meer water van bovenaf in de buis te laten stromen.

De snelheid waarmee de persoon in punt C aankomt, hangt onder andere af van de wrijvingskracht en van de afstand AB. Om de invloed hiervan te onderzoeken wordt een sterk vereenvoudigd model gemaakt, waarbij de baan wordt verdeeld in drie gedeelten. Zie figuur 3. In figuur 4 staat het model.

figuur 3**figuur 4**

| Modelregels | Startwaarden in SI-eenheden |
|--|-----------------------------|
| $s_{AC} = s_{AB} + s_{BC}$ | hoek = 75 |
| als $s_{AC} > s > s_{AB}$ dan hoek = 75/2 eind als | $s_{AB} = 2,00$ |
| als $s > s_{AC}$ dan hoek = 0 eind als | $s_{BC} = 7,00$ |
| $F_{vooruit} = m \cdot g \cdot \sin(\text{hoek})$ | $s = 0$ |
| $F_w = k \cdot m \cdot g \cdot \cos(\text{hoek})$ | $v = 0$ |
| $F_{res} = F_{vooruit} - F_w$ | $t = 0$ |
| $a = F_{res} / m$ | $dt = 0,001$ |
| $v = v + a \cdot dt$ | $m = 70$ |
| $s = s + v \cdot dt$ | $g = 9,81$ |
| $t = t + dt$ | $k = 0,21$ |
| als $t > 2,5$ dan stop eind als | |



In het model geldt:

- s is de afgelegde weg langs de baan,
- de toevoegingen AB, BC en AC geven aan tussen welke punten.

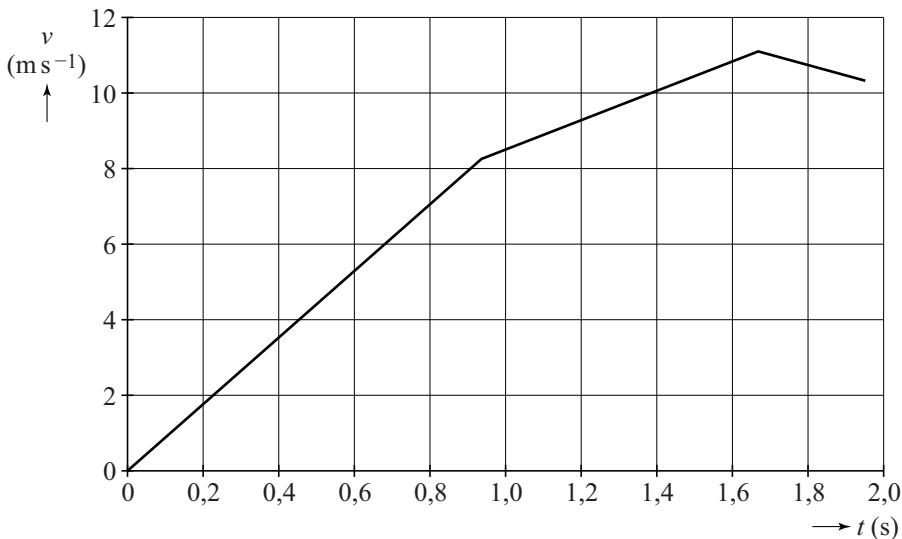
Een andere waarde van k betekent dat er meer of minder water door de buis stroomt.

4p 8 Voer de volgende opdrachten uit:

- Leg uit of een grotere waarde van k betekent dat 'er meer water door de buis stroomt' of dat er 'er minder water door de buis stroomt'.
- Leid de eenheid van k af.

In een simulatie van het model wordt sAB zo gekozen dat de snelheid in C gelijk is aan 11 m s^{-1} . Het (v, t) -diagram dat hiervan het resultaat is, staat in figuur 5. Figuur 5 staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur 5



- 3p **9** Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage de waarde van sAB die bij dit resultaat van het model hoort.

Een derde eis voor de X-stream is dat de persoon op het horizontale stuk (het buisdeel CD) op tijd tot stilstand komt. Dit kan door er voor te zorgen dat in buisdeel CD een diepe laag water staat. De persoon remt dan door dit water. De remkracht kan vergroot worden door het water dieper te maken.

Het model van figuur 4 kan worden uitgebreid voor dit deel van de beweging over buisdeel CD. Dit kan bijvoorbeeld door één of meer modelregels, startwaarden en/of stopvoorwaarden (stopcondities) toe te voegen of aan te passen.

Neem aan dat de extra remkracht evenredig is met het kwadraat van de snelheid. Neem voor de evenredigheidsconstante de waarde 17.

- 3p **10** Leg uit hoe het model uitgebreid moet worden om ook de beweging in buisdeel CD te beschrijven.

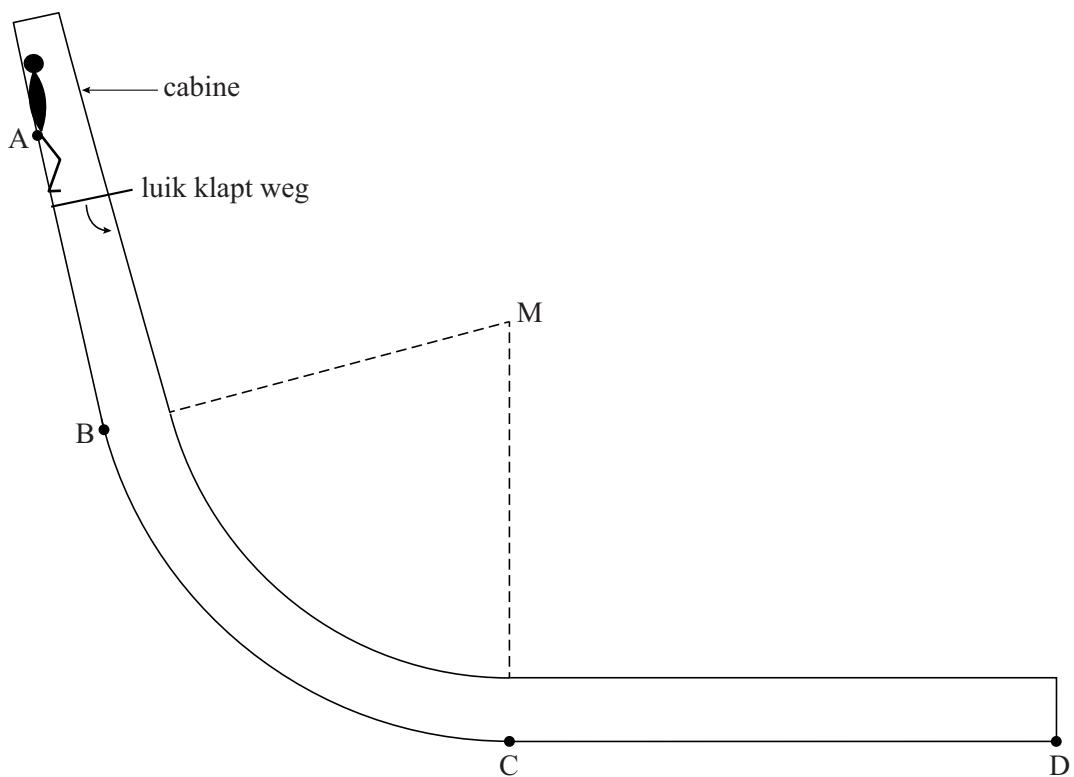
In werkelijkheid is het buisdeel BC niet als een recht stuk ontworpen, maar als een deel van een cirkel.

- 1p **11** Geef hiervoor de natuurkundige reden.

uitwerkbijlage

Naam kandidaat _____

Kandidaatnummer _____

6**9**