21 Een planetoloog wil de valversnelling aan het oppervlak van Mars bepalen. Hij moet dan eerst te weten komen hoe groot de massa en de straal van Mars zijn. Om de massa van Mars te vinden, gebruikt hij de derde wet van Kepler:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M_{\text{Mars}}}{4\pi^2}$$

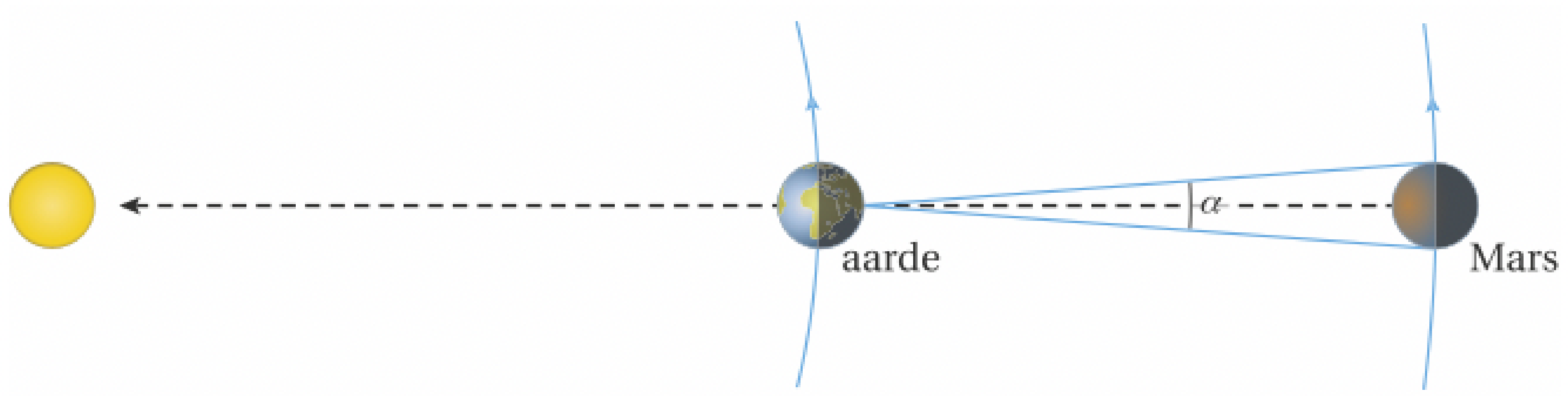
De planetoloog bestudeert met een telescoop de beweging van Deimos, de grootste maan van Mars. Het lukt hem om zowel de baanstraal als de omlooptijd van Deimos te bepalen. Zijn uitkomsten komen overeen met de waarden die in BINAS tabel 31 zijn vermeld.

a Toon aan dat uit die uitkomsten volgt dat Mars een massa van $6{,}47 \cdot 10^{23}$ kg heeft.

Om de straal van Mars te vinden, bepaalt hij de hoek waaronder hij Mars ziet door de telescoop. Dit doet hij als de zon, de aarde en Mars op één lijn staan, met de aarde tussen de zon en Mars in. Zie figuur 11.26. De hoek blijkt $4{,}95 \cdot 10^{-3}$ graden te zijn.

b Toon aan dat de straal van Mars $3{,}39 \cdot 10^6$ m is.

c Bereken de valversnelling aan het oppervlak van Mars.



Figuur 11.26

Opgave 21

a $\dfrac{r^3}{T^2} = G \cdot \dfrac{M_{mars}}{4\pi^2}$

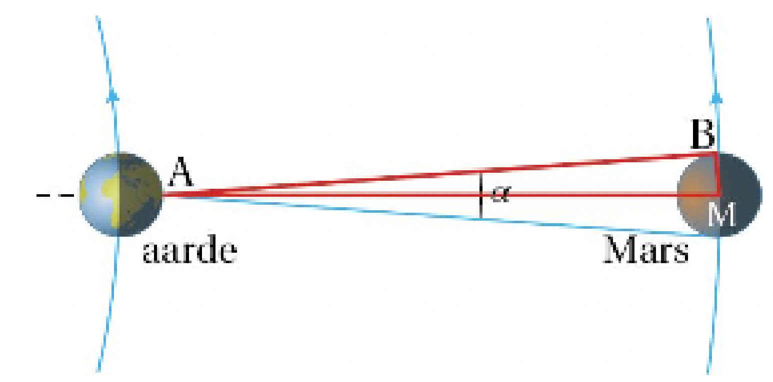
$r = 23{,}5 \cdot 10^6$ m (zie BINAS tabel 31)
$T = 1{,}262$ d $= 1{,}262 \times 24 \times 3600 = 1{,}0903 \cdot 10^5$ s (zie BINAS tabel 31)
$G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} (zie BINAS tabel 7A)

Invullen levert: $\dfrac{(23{,}5 \cdot 10^6)^3}{(1{,}0903 \cdot 10^5)^2} = 6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{M_{mars}}{4\pi^2}$.

$M_{mars} = 6{,}457 \cdot 10^{23}$ kg
Afgerond: $M_{mars} = 6{,}46 \cdot 10^{23}$ kg.

b De straal van Mars bepaal je met een goniometrische formule.

Zie figuur 11.5.



Figuur 11.5

Driehoek AMB is een rechthoekige driehoek, want de straal van een cirkel staat altijd loodrecht op de raaklijn aan de cirkel.

$\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \dfrac{\text{BM}}{\text{AM}} = \dfrac{r_{\text{Mars}}}{R_{\text{Mars-aarde}}}$

$\alpha = 4{,}95 \cdot 10^{-3}\ ^\circ$
$R_{\text{Mars-aarde}} = R_{\text{zon-Mars}} - R_{\text{zon-aarde}} - r_{\text{aarde}}$
$R_{\text{zon-Mars}} = 0{,}228 \cdot 10^{12}$ m (zie BINAS tabel 31)
$R_{\text{zon-aarde}} = 0{,}1496 \cdot 10^{12}$ m (zie BINAS tabel 31)
$r_{\text{aarde}} = 6{,}371 \cdot 10^6$ m
$R_{\text{Mars-aarde}} = 0{,}228 \cdot 10^{12} - 0{,}1496 \cdot 10^{12} - 6{,}371 \cdot 10^6 = 7{,}839 \cdot 10^{10}$ m

Invullen levert: $\sin\left(\frac{1}{2} \times 4{,}95 \cdot 10^{-3}\right) = \dfrac{r_{\text{Mars}}}{7{,}839 \cdot 10^{10}}$.

$r_{\text{Mars}} = 3{,}386 \cdot 10^6$ m
Afgerond: $r_{\text{Mars}} = 3{,}39 \cdot 10^6$ m.

c De valversnelling op het oppervlak van Mars bereken je met de formules voor de gravitatiekracht en de zwaartekracht.

$F_{zw} = F_g$

$m \cdot g = G \cdot \dfrac{m \cdot M_{\text{Mars}}}{r_{\text{Mars}}^2}$

$g = G \cdot \dfrac{M_{\text{Mars}}}{r_{\text{Mars}}^2}$

$M_{\text{Mars}} = 6{,}47\ 10^{23}$ kg
$r_{\text{Mars}} = 3{,}39 \cdot 10^6$ m
$G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} (zie BINAS tabel 7A)

Invullen levert: $g = 6{,}67384 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{6{,}47 \cdot 10^{23}}{\left(3{,}39 \cdot 10^6\right)^2}$.

$g = 3{,}757$ m s^{-2}
Afgerond: $g = 3{,}76$ m s^{-1}.