20 Bij de eenparige cirkelbeweging van een satelliet rond de aarde is de gravitatiekracht de middelpuntzoekende kracht.

a Leid met behulp van formules in BINAS af dat voor de beweging van satellieten rond de aarde geldt:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M_{\text{aarde}}}{4\pi^2}$$

- r is de afstand tussen de zwaartepunten in m.
- T is de omlooptijd in s.
- G is de gravitatieconstante in $\text{N m}^2\,\text{kg}^{-2}$.
- M_{aarde} is de massa van de aarde in kg.

Deze formule staat bekend als de derde wet van Kepler.

b Toon aan dat $\frac{r^3}{T^2}$ gelijk is aan $1{,}010 \cdot 10^{13}\ \text{m}^3\,\text{s}^{-2}$.

c Bereken de hoogte waarop een geostationaire satelliet rond de aarde beweegt.

Opgave 20

a De formule leid je af met de formule voor middelpuntzoekende kracht, de formule voor de gravitatiekracht en de formule voor de baansnelheid.

$F_{\text{mpz}} = F_{\text{g}}$

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{r^2}$$

$$v^2 = G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \text{ dus } v^2 = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

Invullen levert: $\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r}$.

$$\frac{r^3}{T^2} = G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{4\pi^2}$$

b $G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}\ \text{N m}^2\,\text{kg}^{-2}$ (BINAS tabel 7A)

$M_{\text{aarde}} = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg (BINAS tabel 31)

$$\frac{r^3}{T^2} = 6{,}6784 \cdot 10^{11} \cdot \frac{5{,}972 \cdot 10^{24}}{4\pi^2} = 1{,}010 \cdot 10^{13}\ \text{m}^3\,\text{s}^{-2}$$

c De hoogte waarop een geostationaire satelliet beweegt, bereken je met de straal van de baan van de satelliet en de straal van de aarde.
De straal van de baan van de satelliet bereken je met de derde wet van Kepler.

$$\frac{r^3}{T^2} = 1{,}010 \cdot 10^{13}\ \text{m}^3\,\text{s}^{-2}$$

$T = 24$ uur $= 24 \times 3600 = 8{,}64 \cdot 10^4$ s

Invullen levert: $\frac{r^3}{(8{,}64 \cdot 10^4)^2} = 1{,}010 \cdot 10^{13}$.

$r = 4{,}22 \cdot 10^7$ m

$h = r - r_{\text{aarde}}$

$r_{\text{aarde}} = 6{,}371 \cdot 10^6$ m

$4{,}22 \cdot 10^7 - 6{,}371 \cdot 10^6 = 3{,}58 \cdot 10^7$ m

Afgerond: $r = 3{,}6 \cdot 10^7$ m.