

36 Een communicatiesatelliet wordt met behulp van een raket in een geostationaire baan rond de aarde gebracht. De satelliet bevindt zich dan op  $35,8 \cdot 10^3$  km boven het aardoppervlak. De massa van de satelliet is  $3,90 \cdot 10^3$  kg. Tijdens het vervoer van de satelliet naar de geostationaire baan verricht de gravitatiekracht arbeid.

a Toon aan dat die arbeid gelijk is aan  $-2,07 \cdot 10^{11}$  J.

Om satellieten in de ruimte te brengen, maak je gebruik van de draaiing van de aarde. Ten opzichte van de ruimte heeft een satelliet dan al een bepaalde snelheid. De European Space Agency (ESA) lanceert raketten om satellieten naar een geostationaire baan te brengen. Dat doet zij vlak bij de evenaar in Frans-Guyana.

- b Toon aan dat de kinetische energie van de satelliet in de geostationaire baan met  $1,79 \cdot 10^{10}$  J is toegenomen als de lancering in Frans-Guyana heeft plaatsgevonden.
- c Bereken de arbeid die de motorkracht van de raket minstens heeft verricht als de satelliet in zijn geostationaire baan is gebracht.

De NASA lanceert haar raketten vanaf Cape Canaveral in Florida. Deze lanceerbasis ligt verder van de evenaar af.

- d Leg uit of de motorkracht dan meer, minder of evenveel arbeid verricht om de satelliet in de geostationaire baan te brengen.

Opgave 36

- a De arbeid die de gravitatiekracht verricht, bereken je uit de gravitatie-energie van de satelliet op de aarde en de gravitatie-energie op  $35,8 \cdot 10^3$  km hoogte.  
De gravitatie-energie bereken je met de formule voor gravitatie-energie.  
De baanstraal in de geostationaire baan bereken je met de straal van de aarde en de hoogte boven het aardoppervlak.

In de geostationaire baan:

$$\begin{aligned}r &= R_{\text{aarde}} + h \\R_{\text{aarde}} &= 6,371 \cdot 10^6 \text{ m} \quad (\text{zie BINAS tabel 31}) \\h &= 35,8 \cdot 10^3 \text{ km} = 35,8 \cdot 10^6 \text{ m} \\r &= 6,371 \cdot 10^6 + 35,8 \cdot 10^6 = 4,2171 \cdot 10^7 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_g &= -G \cdot \frac{m_{\text{satelliet}} \cdot M_{\text{aarde}}}{r} \\G &= 6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \quad (\text{zie BINAS tabel 7}) \\m_{\text{satelliet}} &= 3,90 \cdot 10^3 \text{ kg} \\M_{\text{aarde}} &= 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad (\text{zie BINAS tabel 31}) \\r &= 4,2171 \cdot 10^7 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_{\text{g,geo}} &= -6,67384 \cdot 10^{-11} \times \frac{3,90 \cdot 10^3 \times 5,972 \cdot 10^{24}}{4,2171 \cdot 10^7} \\E_{\text{g,geo}} &= -3,6859 \cdot 10^{10} \text{ J}\end{aligned}$$

Op aarde:  
 $r = R_{\text{aarde}} = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$\begin{aligned}E_{\text{g,aarde}} &= -6,67384 \cdot 10^{-11} \times \frac{3,90 \cdot 10^3 \times 5,972 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^6} \\E_{\text{g,aarde}} &= -2,4397 \cdot 10^{11} \text{ J}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta E_g &= E_{\text{geo}} - E_{\text{aarde}} \\ \Delta E_g &= -3,6859 \cdot 10^{10} - (-2,4397 \cdot 10^{11}) \\ \Delta E_g &= 2,0712 \cdot 10^{11} \text{ J}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}W_g &= -\Delta E_g \quad (\text{Positieve arbeid leidt tot afname van de erbij behorende energie.}) \\ W_g &= -2,07 \cdot 10^{11} \text{ J}\end{aligned}$$

- b De toename van de kinetische energie bereken je met de kinetische energie van de raket op de aarde en in de geostationaire baan.  
De kinetische energie bereken je met de formule voor kinetische energie.  
De baansnelheid bereken je met de formule voor baansnelheid.

$$v_{\text{baan}} = \frac{2\pi r}{T}$$

Op aarde:  
 $r = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$   
 $T = 24 \times 3600 = 86400 \text{ s}$

$$\begin{aligned}v_{\text{baan,aarde}} &= \frac{2\pi \times 6,371 \cdot 10^6}{86400} \\ v_{\text{baan,aarde}} &= 4,6331 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}\end{aligned}$$

In de geostationaire baan:  
 $r = 6,371 \cdot 10^6 + 35,8 \cdot 10^6 = 42,171 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$\begin{aligned}v_{\text{baan,geostationair}} &= \frac{2\pi \times 42,171 \cdot 10^6}{86400} \\ v_{\text{baan,geostationair}} &= 3,0667 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ m &= 3,90 \cdot 10^3 \text{ kg}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Op aarde:} \\ E_{\text{k,aarde}} &= \frac{1}{2} \times 3,90 \cdot 10^3 \times (4,6331 \cdot 10^2)^2 \\ E_{\text{k,aarde}} &= 4,1857 \cdot 10^8 \text{ J}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{In de geostationaire baan:} \\ E_{\text{k,geo}} &= \frac{1}{2} \times 3,90 \cdot 10^3 \times (3,0667 \cdot 10^3)^2 \\ E_{\text{k,geo}} &= 1,8339 \cdot 10^{10} \text{ J}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta E_k &= E_{\text{k,geo}} - E_{\text{k,aarde}} \\ \Delta E_k &= 1,8339 \cdot 10^{10} - 4,1857 \cdot 10^8 \\ \Delta E_k &= 1,79 \cdot 10^{10} \text{ J}\end{aligned}$$

- c De arbeid die de motorkracht heeft verricht, bereken je met de wet van arbeid en kinetische energie.

$$\begin{aligned}\sum W &= \Delta E_k \\ W_m + W_G &= \Delta E_k \\ W_G &= -2,07 \cdot 10^{11} \text{ J} \\ \Delta E_k &= 1,79 \cdot 10^{10} \text{ J} \\ \text{Invullen levert: } W_m - 2,07 \cdot 10^{11} &= 1,79 \cdot 10^{10} \\ W_m &= 2,249 \cdot 10^{11} \text{ J} \\ \text{Afgerond: } W_m &= 2,25 \cdot 10^{11} \text{ J.}\end{aligned}$$

- d De arbeid die de motorkracht verricht, leg je uit met de wet van arbeid en kinetische energie.