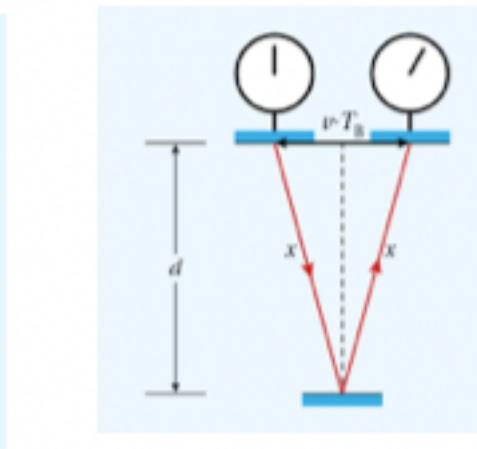
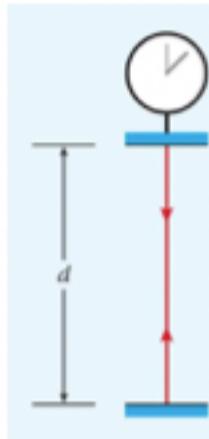


- 7 De afstand tussen de spiegels van de lichtklok op pagina 12 is d , de periode in het stelsel van Alina is T_A en de periode in het stelsel van Bruce is T_B .
- Toon aan dat de lichtklok in het stelsel van Alina een periode heeft van $T_A = \frac{2d}{c}$.
 - Toon aan dat de lichtklok in het stelsel van Bruce een periode heeft van $T_B = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}}$.
 - Leid uit de formules voor T_A en T_B af dat geldt $T_B = \gamma \cdot T_A$.

Opgave 7

- a De afstand s is de afstand die hoort bij de heen- en weergaande beweging.
Alina bevindt zich in het ruststelsel van de klok.
Daarbij hoort figuur 2.
Alina ziet dat het foton de afstand $2d$ aflegt.

Er geldt:
 $s = v \cdot t$
 $s = 2d$
 $v = c$
 $t = T_A$
 $2d = c \cdot T_A$
 $T_A = \frac{2d}{c}$



Figuur 2

Figuur 3

- b De afstand s is de afstand die hoort bij de heen- en weergaande beweging.
Bruce ziet de beweging van het licht als in figuur 3.
Bruce ziet dat het foton de afstand $2x$ aflegt.

Tegelijkertijd verplaatst de klok zich met de treinsnelheid v in de tijd T_B die Bruce meet.

Dus de klok legt de afstand $v \cdot T_B$ af.

Volgens de stelling van Pythagoras geldt:
 $x^2 = d^2 + (\frac{1}{2}v \cdot T_B)^2$
 Het foton legt de afstand $2x$ af:
 $(2x)^2 = (2d)^2 + (v \cdot T_B)^2$
 $2x = \sqrt{4d^2 + v^2 \cdot T_B^2}$

Er geldt:

$$\begin{aligned} s &= v \cdot t \\ s &= 2x = \sqrt{4d^2 + v^2 \cdot T_B^2} \\ v &= c \\ t &= T_B \\ \sqrt{4d^2 + v^2 \cdot T_B^2} &= c \cdot T_B \\ 4d^2 + v^2 \cdot T_B^2 &= c^2 \cdot T_B^2 \\ 4d^2 = c^2 \cdot T_B^2 - v^2 \cdot T_B^2 &= (c^2 - v^2) \cdot T_B^2 \\ T_B^2 &= \frac{4d^2}{c^2 - v^2} \\ T_B &= \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}} \end{aligned}$$

- c Door de formules $T_A = \frac{2d}{c}$ en $T_B = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}}$ te combineren werk je de variabele d weg.

Uit $T_A = \frac{2d}{c}$ volgt $2d = c \cdot T_A$

Invullen in $T_B = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}}$ levert $T_B = \frac{c \cdot T_A}{\sqrt{c^2 - v^2}}$

$$\sqrt{(c^2 - v^2)} \cdot T_B = c \cdot T_A$$

$$(c^2 - v^2) \cdot T_B^2 = c^2 \cdot T_A^2$$

Links en rechts delen door c^2 levert:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \cdot T_B^2 = T_A^2$$

$$\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} \cdot T_B = T_A$$

$$T_B = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}} \cdot T_A$$

Dat is gelijk aan $T_B = \gamma \cdot T_A$.