

- 33 In BINAS vind je alleen de kubieke uitzettingscoëfficiënt van vloeistoffen. Julia wil de formule voor de kubieke uitzettingscoëfficiënt van vaste stoffen $\gamma = 3\alpha$ afleiden. Ze neemt daarvoor een ijzeren kubus met een ribbe van 1,0 m. Ze bepaalt in elke richting de lengte na een temperatuurstijging van 1 °C. Hiermee bepaalt ze het nieuwe volume.
- a Laat zien dat voor de volumetoename geldt: $\Delta V = (3\alpha + 3\alpha^2 + \alpha^3) \cdot V_0$
- b Leg uit waarom je toch mag zeggen dat $\gamma = 3\alpha$.
Voor een gas geldt: $\gamma = \frac{1}{T}$. Dit leid je af met de formule voor de kubieke uitzettingscoëfficiënt van vloeistoffen en de algemene gaswet.
- c Laat dat zien.
 De temperatuur van een gas en een metaal neemt met 10 °C toe. Het volume van het gas is gelijk aan dat van het metaal. De volumetoename van het gas is veel groter dan die van het metaal.
- d Bepaal de orde van grootte van de verhouding van de volumetoenames.
- e Geef een verklaring voor het grote verschil met behulp van het molecuulmodel.

Opgave 33

- a Voor het oude volume geldt: $V_0 = \ell_0 \cdot b_0 \cdot h_0$
 Voor het nieuwe volume geldt: $V = \ell \cdot b \cdot h$
 Voor de volumetoename geldt: $\Delta V = V - V_0$

Omdat $\Delta T = 1$ K, kun je $\ell = \ell_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$ vereenvoudigen tot $\ell = \ell_0 \cdot (1 + \alpha)$. Een vergelijkbare formule geldt voor de breedte en de hoogte.

$$\begin{aligned}\ell &= \ell_0 \cdot (1 + \alpha) \\ b &= b_0 \cdot (1 + \alpha) \\ h &= h_0 \cdot (1 + \alpha)\end{aligned}$$

Invullen in $V = \ell \cdot b \cdot h$ levert:

$$\begin{aligned}V &= \ell_0 \cdot (1 + \alpha) \cdot b_0 \cdot (1 + \alpha) \cdot h_0 \cdot (1 + \alpha) \\ V &= \ell_0 \cdot b_0 \cdot h_0 \cdot (1 + \alpha)^3 \\ V &= V_0 \cdot (1 + \alpha)^3 \\ V &= V_0 \cdot (1 + \alpha) \cdot (1 + \alpha)^2 \\ V &= V_0 \cdot (1 + \alpha) \cdot (1 + 2\alpha + \alpha^2) \\ V &= V_0 \cdot (1 + 2\alpha + \alpha^2 + \alpha + 2\alpha^2 + \alpha^3) \\ V &= V_0 \cdot (1 + 3\alpha + 3\alpha^2 + \alpha^3) \\ V &= V_0 + V_0 \cdot (3\alpha + 3\alpha^2 + \alpha^3) \\ V - V_0 &= V_0 \cdot (3\alpha + 3\alpha^2 + \alpha^3) \\ \Delta V &= (3\alpha + 3\alpha^2 + \alpha^3) \cdot V_0\end{aligned}$$

- b De waarde van α is veel kleiner dan 1.
 De som $3\alpha^2 + \alpha^3$ is dan zo klein dat deze te verwaarlozen is ten opzichte van 3α .
 $\Delta V = 3\alpha \cdot V_0$
 $\Delta V = \gamma \cdot V_0$
 Dus $\gamma = 3\alpha$.

- c Voor de kubieke uitzettingscoëfficiënt voor gassen geldt: $\frac{\Delta V}{V_0} = \gamma \cdot \Delta T$

De volumeverandering bepaal je met behulp van de algemene gaswet: $\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R$

Herschrijven van de formule levert: $V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p}$

De hoeveelheid gas en de druk veranderen niet, alleen de temperatuur.

Voor het beginvolume bij temperatuur T_0 kun je dan schrijven: $V_0 = \frac{n \cdot R \cdot T_0}{p}$

Voor het volume bij temperatuur T geldt dan: $V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p}$

$$V - V_0 = \frac{n \cdot R \cdot T}{p} - \frac{n \cdot R \cdot T_0}{p}$$

$$V - V_0 = \frac{n \cdot R}{p} (T - T_0)$$

$$\Delta V = \frac{n \cdot R}{p} \cdot \Delta T$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\frac{n \cdot R}{p} \cdot \Delta T}{\frac{n \cdot R \cdot T_0}{p}}$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{n \cdot R \cdot \Delta T}{p} \times \frac{p}{n \cdot R \cdot T_0}$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\Delta T}{T_0}$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{1}{T_0} \cdot \Delta T$$

Omdat $\frac{\Delta V}{V_0} = \gamma \cdot \Delta T$ geldt dus: $\gamma = \frac{1}{T}$

- d Voor gassen geldt: $\frac{(\Delta V)_{\text{gas}}}{V_0} = \gamma \cdot \Delta T$

Hieruit volgt: $(\Delta V)_{\text{gas}} = \gamma \cdot \Delta T \cdot V_0$

Voor vaste stoffen geldt: $(\Delta V)_{\text{vast}} = 3\alpha \cdot V_0$

Voor de verhouding tussen de volumetoenames geldt dan:

$$\frac{(\Delta V)_{\text{gas}}}{(\Delta V)_{\text{vast}}} = \frac{\gamma \cdot \Delta T \cdot V_0}{3\alpha \cdot V_0} = \frac{\gamma \cdot \Delta T}{3\alpha}$$

Dus als de temperatuur stijgt met 10 °C is $\Delta T = 10$ K.

Voor gas geldt: $\gamma = \frac{1}{T}$.

Onder normale omstandigheden is T rond 300 K. Dan is $\gamma = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Volgens BINAS tabel 8 is de lineaire uitzettingscoëfficiënt van metalen $2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

$$\text{Dus } \frac{(\Delta V)_{\text{gas}}}{(\Delta V)_{\text{vast}}} = \frac{3,3 \cdot 10^{-3} \times 10}{3 \times 2 \cdot 10^{-5}} = 5,5 \cdot 10^2$$

De orde van grootte is 10^3 .

- e Een vaste stof wordt door bindingskrachten bij elkaar gehouden, terwijl die in een (ideaal) gas (nagenoeg) volledig ontbreken.
 Een gas zet zover uit als de druk van buitenaf dat toelaat.
 Bij een vaste stof speelt de buitendruk nauwelijks een rol, de stof houdt zichzelf bij elkaar.