

30 Een kreeft is koudbloedig. Dat wil zeggen dat dit dier zijn lichaamstemperatuur aanpast aan de omgeving. Een kreeft beweegt zich in water van 10 °C. Bij een kreeft geldt voor de doorlaatbaarheid voor kaliumionen en natriumionen $P_K : P_{Na} = 100 : 1$. De invloed van de overige ionen wordt buiten beschouwing gelaten. In tabel 7 staan de concentraties binnen en buiten de cel.

Ion	In de cel (mmol L ⁻¹)	Buiten de cel (mmol L ⁻¹)
K ⁺	150	2,0
Na ⁺	15	150

Tabel 7

a Bereken de membraanspanning.
In het instituut voor kunstmatige intelligentie in San Diego hebben onderzoekers zenuwcellen bij een kreeft vervangen door neuro-implantaten. De eigenschappen van deze implantaten komen overeen met de gegevens van een kreeftenaxon met een lengte van 8,0 nm. Zie tabel 8.

De grootheid C/A is de membraancapaciteit per oppervlakte-eenheid.

Axon straal (μm)	ρ _a (Ω m)	C/A (F m ⁻²)	ρ _m (MΩ m)	Dikte membraan (nm)
37,5	0,54	1,2·10 ⁻²	22,6	8,0

Tabel 8

- b Toon aan dat de membraanweerstand gelijk is aan $9,6 \cdot 10^{10} \Omega$.
- c Beredeneer of de axiale weerstand R_a groter of kleiner is dan de membraanweerstand R_m .
- d Toon aan dat de tijdconstante gelijk is aan 2,2 ms.
- e Bereken de relatieve permittiviteit van de membraan.
- f Bereken de geleidingssnelheid.

Opgave 30

a
$$U = \frac{RT}{F} \ln \left(\frac{P_K [K^+]_{\text{buiten}} + P_{Na} [Na^+]_{\text{buiten}}}{P_K [K^+]_{\text{binnen}} + P_{Na} [Na^+]_{\text{binnen}}} \right)$$

 $P_K : P_{Na} = 100 : 1$
 $[K^+]_{\text{binnen}} = 150 \text{ mmol L}^{-1}$
 $[K^+]_{\text{buiten}} = 2,0 \text{ mmol L}^{-1}$
 $[Na^+]_{\text{binnen}} = 15 \text{ mmol L}^{-1}$
 $[Na^+]_{\text{buiten}} = 150 \text{ mmol L}^{-1}$
 $R = 8,31446 \text{ J mol K}^{-1}$
 $T = 10 \text{ }^\circ\text{C} = 10 + 273 = 283 \text{ K}$
 $F = 9,6485 \cdot 10^4 \text{ C mol}^{-1}$
$$U = \frac{8,31446 \times 283}{9,6485 \cdot 10^4} \ln \left(\frac{100 \times 2 + 150 \times 1}{100 \times 150 + 15 \times 1} \right) = -9,1668 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

Afgerond: $U = -92 \text{ mV}$.

- b De membraanweerstand bereken je met de formule voor membraanweerstand.

$$R_m = \frac{\rho_m \cdot d_m}{2\pi \cdot a \cdot \ell}$$

$\rho_m = 22,6 \text{ M}\Omega \text{ m} = 22,6 \cdot 10^6 \Omega \text{ m}$
 $d_m = 8,0 \text{ nm} = 8,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}$
 $a = 37,5 \text{ }\mu\text{m} = 37,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$
 $\ell = 8,0 \text{ nm} = 8,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}$
$$R_m = \frac{22,6 \cdot 10^6 \times 8,0 \cdot 10^{-9}}{2\pi \times 37,5 \cdot 10^{-6} \times 8,0 \cdot 10^{-9}} = 9,6 \cdot 10^{10} \Omega$$

- c Voor de axiale weerstand geldt: $R_a = \frac{\rho_a \cdot \ell}{\pi \cdot a^2}$

$\rho_a < \rho_m$
 $\ell = d_m$
 $a > \ell$
Dus R_a is kleiner dan R_m .

d De tijdconstante bereken je met de membraanweerstand en de membraancapaciteit. De membraancapaciteit bereken je met de oppervlakte van de membraan en de membraancapaciteit per oppervlakte-eenheid.

De capaciteit van $1,0 \text{ m}^2$ membraan is $1,2 \cdot 10^{-4} \text{ F}$
De oppervlakte die je bekijkt is gelijk aan:
 $2\pi \cdot a \cdot \ell = 2\pi \times 37,5 \cdot 10^{-6} \times 8,0 \cdot 10^{-9} = 1,884 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$
De capaciteit van deze oppervlakte is gelijk aan $1,884 \cdot 10^{-12} \times 1,2 \cdot 10^{-2} = 2,260 \cdot 10^{-14} \text{ F}$.

$\tau = R_m \cdot C_m$
 $R_m = 9,6 \cdot 10^{10} \Omega$
 $\tau = R_m \cdot C_m = 9,6 \cdot 10^{10} \times 2,260 \cdot 10^{-14} = 2,169 \cdot 10^{-3} \text{ s}$
Afgerond: $\tau = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

- e De relatieve permeabiliteit bereken je met de formule voor tijdconstante. De formule tijdconstante volgt uit de formule voor de membraanweerstand en de formule voor de membraancapaciteit.

$$\tau = R_m \cdot C_m = \frac{\rho_m \cdot d_m}{2\pi \cdot a \cdot \ell} \times \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot 2\pi \cdot a \cdot \ell}{d_m} = \rho_m \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$$

$\tau = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$
 $\rho_m = 22,6 \cdot 10^6 \Omega \text{ m}$
 $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F m}$

$2,2 \cdot 10^{-3} = 22,6 \cdot 10^6 \times 8,854 \cdot 10^{-12} \times \epsilon_r$
 $\epsilon_r = 10,99$
Afgerond: $\epsilon_r = 11$.

- f De geleidingssnelheid bereken je met de lengteconstante en de tijdconstante. De lengteconstante bereken je met de formule voor de membraanweertand en de formule voor de axiale weerstand.

$$r_m = \frac{\rho_m \cdot d_m}{2\pi \cdot a}$$

$\rho_m = 22,6 \text{ M}\Omega \text{ m} = 22,6 \cdot 10^6 \Omega \text{ m}$
 $d_m = 8,0 \text{ nm} = 8,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}$
 $a = 37,5 \text{ }\mu\text{m} = 37,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$
$$r_m = \frac{22,6 \cdot 10^6 \times 8,0 \cdot 10^{-9}}{2\pi \times 37,5 \cdot 10^{-6}} = 7,67 \cdot 10^2 \Omega \text{ m}$$

$$r_a = \frac{\rho_a}{\pi \cdot a^2}$$

$\rho_a = 0,54 \Omega \text{ m}$
$$r_a = \frac{0,54}{\pi \times (37,5 \cdot 10^{-6})^2} = 1,22 \cdot 10^8 \Omega \text{ m}^{-1}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{r_m}{r_a}}$$
$$\lambda = \sqrt{\frac{7,67 \cdot 10^2}{1,22 \cdot 10^8}} = 2,507 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$v = \frac{\lambda}{\tau}$
 $\tau = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$
$$v = \frac{2,507 \cdot 10^{-3}}{2,2 \cdot 10^{-3}} = 1,1395 \text{ m s}^{-1}$$

Afgerond: $v = 1,1 \text{ m s}^{-1}$.