14 De golflengte van De Broglie kun je voor een bewegend deeltje herschrijven tot $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2m \cdot E_k}}$. Hierin is E_k de bewegingsenergie van het deeltje.

a Leidt deze formule af.

Voor bewegende deeltjes in een stof geldt dat de gemiddelde kinetische energie recht evenredig is met de absolute temperatuur. Voor de beschrijving van elektronen is de quantumtheorie zelfs al nodig bij kamertemperatuur, 293 K. Voor zwaardere deeltjes zoals protonen geldt een andere temperatuur.

b Bereken bij welke temperatuur de debrogliegolflengte van een proton even groot is als die van een elektron bij kamertemperatuur.

Opgave 14

a De formule leid je af met de formule voor de debrogliegolflengte en de formule voor de kinetische energie.

Voor de debrogliegolflengte geldt $\lambda = \dfrac{h}{m \cdot v}$.

Voor de kinetische energie geldt $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$.

Links en rechts vermenigvuldigen met $2m$ levert: $2m \cdot E_k = m^2 \cdot v^2$

Hieruit volgt: $\sqrt{2m \cdot E_k} = m \cdot v$

Invullen in de formule voor de debrogliegolflengte levert: $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2m \cdot E_k}}$

b De temperatuur T_p bereken je met de temperatuur $T_e = 293$ en de verhouding van de kinetische energieën.

De verhouding van de kinetische energieën bereken je uit de verhouding van de massa's.

Uit de gegeven formule volgt dat als voor een proton en een elektron de debrogliegolflengte λ hetzelfde is, ook $2m \cdot E_k$ hetzelfde is.

$$\frac{m_p}{m_e} = \frac{1{,}007276}{5{,}485799 \cdot 10^{-4}} = 1836 \quad \text{(zie BINAS tabel 7b)}$$

Voor het proton is de massa m 1836 keer zo groot, dus is bij dezelfde λ de waarde van E_k 1836 keer zo klein. Omdat de kinetische energie recht evenredig is met de temperatuur, is de temperatuur dus ook 1836 keer zo klein.

$$\frac{T_p}{T_e} = 1836$$

$T_e = 293$

$$T_p = \frac{293}{1836} = 0{,}1595 \text{K}$$

Afgerond: $T_p = 0{,}160$ K.