

37 Een satelliet met massa  $m$  draait met constante snelheid in een cirkelbaan om de aarde, op hoogte  $h$  boven het aardoppervlak. De energie van de satelliet kun je dan

schrijven als:  $E_{\text{tot}} = -G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{2(R_{\text{aarde}} + h)}$

a Toon dit aan.

De energie van de satelliet is negatief.

b Leg uit waarom de energie van een satelliet niet positief kan zijn.

De baansnelheid van de satelliet is kleiner dan de ontsnappingsnelheid, de snelheid die nodig is om vanaf deze hoogte de ruimte in te vliegen.

c Bereken de verhouding van baansnelheid en ontsnappingsnelheid.

#### Opgave 37

- a De totale energie van de satelliet leid je af met de formule voor de kinetische energie en de gravitatie-energie.  
De formule voor de kinetische energie herschrijf je met de formule voor de middelpuntzoekende kracht.

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \left( -G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{r} \right)$$

Als de satelliet met constante snelheid in een cirkelbaan om de aarde draait, levert de gravitatiekracht de middelpuntzoekende kracht.

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{r^2}$$

$$\text{Hieruit volgt: } m \cdot v^2 = G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{r}$$

Invullen in de formule voor de totale energie levert:

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{r} + \left( -G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{r} \right)$$

$$E_{\text{tot}} = -\frac{1}{2} G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{r} \text{ met } r = R_{\text{aarde}} + h$$

$$E_{\text{tot}} = -G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{2(R_{\text{aarde}} + h)}$$

- b De totale energie van een satelliet beredeneer je met de som van de kinetische energie en de gravitatie-energie.

$$E_{\text{tot}} = E_k + E_g$$

$E_k$  is positief en  $E_g$  is altijd negatief (behalve in het oneindige).

Op het moment dat de snelheid gelijk is aan de ontsnappingsnelheid, is de kinetische energie gelijk aan de gravitatie-energie.

Een satelliet blijft in de buurt van de aarde. Dus is zijn snelheid kleiner dan de ontsnappingsnelheid. De totale energie van een satelliet is dus negatief.

- c De verhouding tussen de baansnelheid en de ontsnappingsnelheid leid je af uit de formule voor de baansnelheid en de formule voor de ontsnappingsnelheid.  
De formule voor de baansnelheid leid je af met de formules voor de middelpuntzoekende kracht en de gravitatiekracht.

Als de satelliet met constante snelheid in een cirkelbaan om de aarde draait, levert de gravitatiekracht de middelpuntzoekende kracht.

$$\frac{m \cdot v_{\text{baan}}^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M_{\text{aarde}}}{r^2}$$

$$v_{\text{baan}}^2 = G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r}$$

$$v_{\text{baan}} = \sqrt{G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r}}$$

$$v_{\text{ontsnapping}} = \sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r}}$$

$$\text{De verhouding van de twee formules levert } \frac{v_{\text{baan}}}{v_{\text{ontsnapping}}} = \frac{\sqrt{G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r}}}{\sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{M_{\text{aarde}}}{r}}}$$

$$\frac{v_{\text{baan}}}{v_{\text{ontsnapping}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$