

- 19 Een kogel met een massa m slingert aan een touw met lengte ℓ . Is de uitwijking u , dan is het zwaartepunt Δh hoger. Zie figuur 9.37.

a Laat met de stelling van Pythagoras zien dat $u^2 = 2 \cdot \ell \cdot \Delta h - (\Delta h)^2$.

De kogel slingert harmonisch als in het omkeerpunt Δh veel kleiner is dan ℓ . Dan geldt $u^2 = 2 \cdot \ell \cdot \Delta h$.

b Leg dit uit.

In een omkeerpunt is de trillingsenergie van de kogel gelijk aan de zwaarte-energie van de kogel.

c Laat zien dat voor de krachtconstante geldt:

$$C = \frac{m \cdot g}{\ell}$$

Voor de slinger als massa-veersysteem geldt:

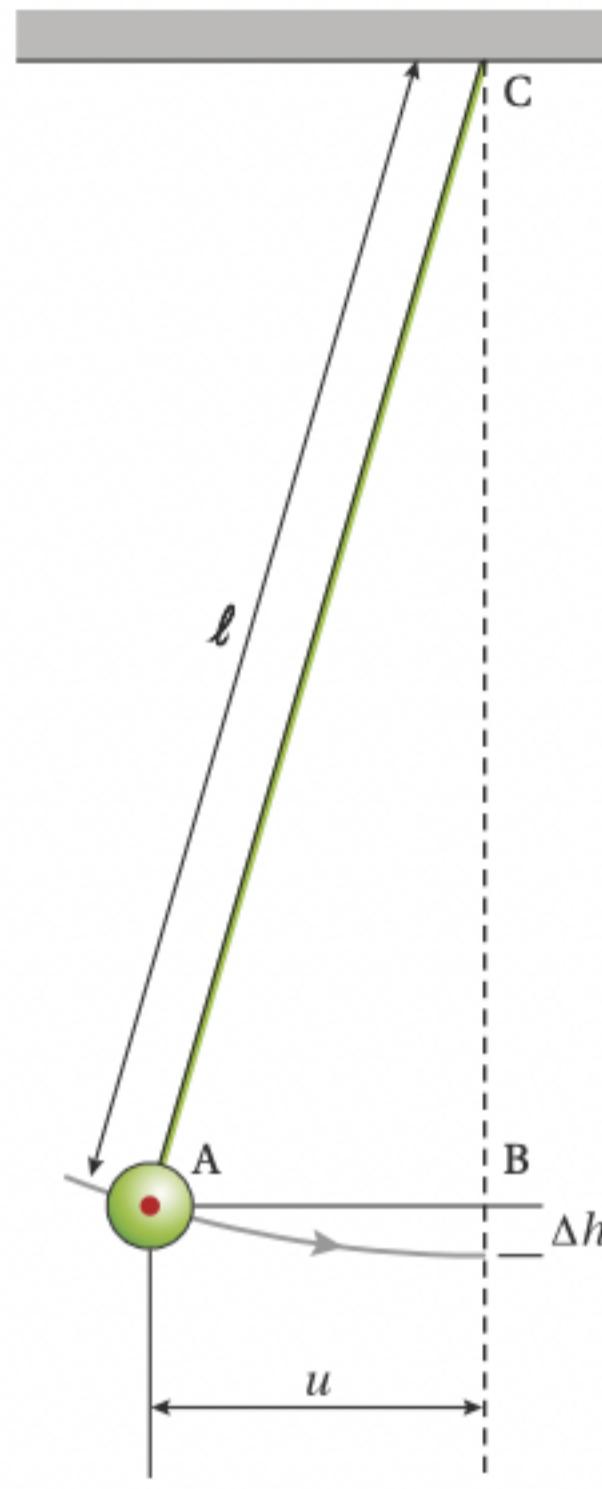
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

Hoewel in de formule voor de trillingstijd het symbool voor massa voorkomt, heeft bij een slinger de massa toch geen invloed op de trillingstijd.

d Leg dat uit.

Elin zit op een schommel. Haar zwaartepunt bevindt zich op 1,80 m van het ophangpunt. Elin wil zo hard mogelijk schommelen en gaat met de benen en het lichaam heen en weer.

e Bereken de periode waarmee Elin dan die beweging moet uitvoeren.



Figuur 9.37

Opgave 18

a Methode 1

De maximale snelheid van de kogel bereken je met de formule voor de maximale snelheid van de harmonische trilling van de kogel en het blokje.
De trillingstijd bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

$$m = 10 + 50 = 60 \text{ g} = 0,060 \text{ kg}$$

$$C = 50 \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{Invullen levert } T = 2\pi \sqrt{\frac{0,060}{50}}.$$

$$T = 0,2176 \text{ s}$$

$$v_{\max} = \frac{2\pi A}{T}$$

$$A = 7,0 \text{ cm} = 0,070 \text{ m}$$

$$\text{Invullen levert } v_{\max} = \frac{2\pi \cdot 0,070}{0,2176}.$$

$$v_{\max} = 2,02 \text{ ms}^{-1}$$

Afgerond: $v_{\max} = 2,0 \text{ ms}^{-1}$.

Methode 2

De snelheid waarmee de spin en het insect door de evenwichtsstand gaan, bereken je met de trillingsenergie in een omkeerpunt en de trillingsenergie in de evenwichtsstand.

$$\frac{1}{2} C \cdot A^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_{\max}^2$$

$$C = 50 \text{ N m}^{-1}$$

$$A = 7,0 \text{ cm} = 0,070 \text{ m}$$

$$m = 10 + 50 = 60 \text{ g} = 0,060 \text{ kg}$$

$$\frac{1}{2} \times 50 \times 0,070^2 = \frac{1}{2} \times 0,060 \cdot v_{\max}^2$$

$$v_{\max} = 2,02 \text{ ms}^{-1}$$

Afgerond: $v_{\max} = 2,0 \text{ ms}^{-1}$.

b

De amplitude waarmee het blokje trilt, bereken je met de formule voor de trillingsenergie in een omkeerpunt en de formule voor de trillingsenergie in de evenwichtsstand.

$$\frac{1}{2} C \cdot A^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_{\max}^2$$

$$C = 50 \text{ N m}^{-1}$$

$$m = 10 \text{ g} = 0,010 \text{ kg}$$

$v_{\max} = 2,0 \text{ ms}^{-1}$ (De snelheid van de kogel is gelijk aan de snelheid van het blokje.)

$$\frac{1}{2} \times 50 \times A^2 = \frac{1}{2} \times 0,010 \times 2,0^2.$$

$$A = 2,828 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Afgerond: $A = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.