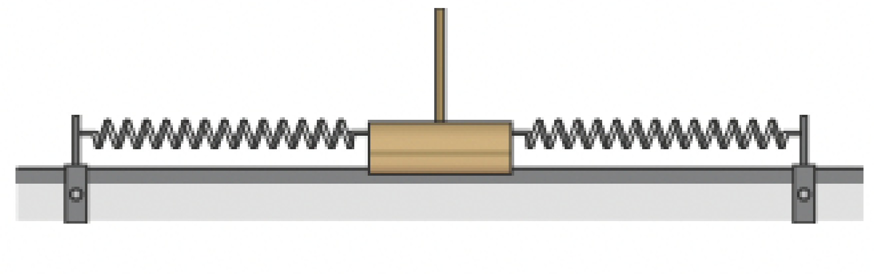
13 Als een blokje trilt aan een veer, geldt: $T^2 = \frac{4\pi^2}{C} \cdot m$.

a Leid deze formule af.

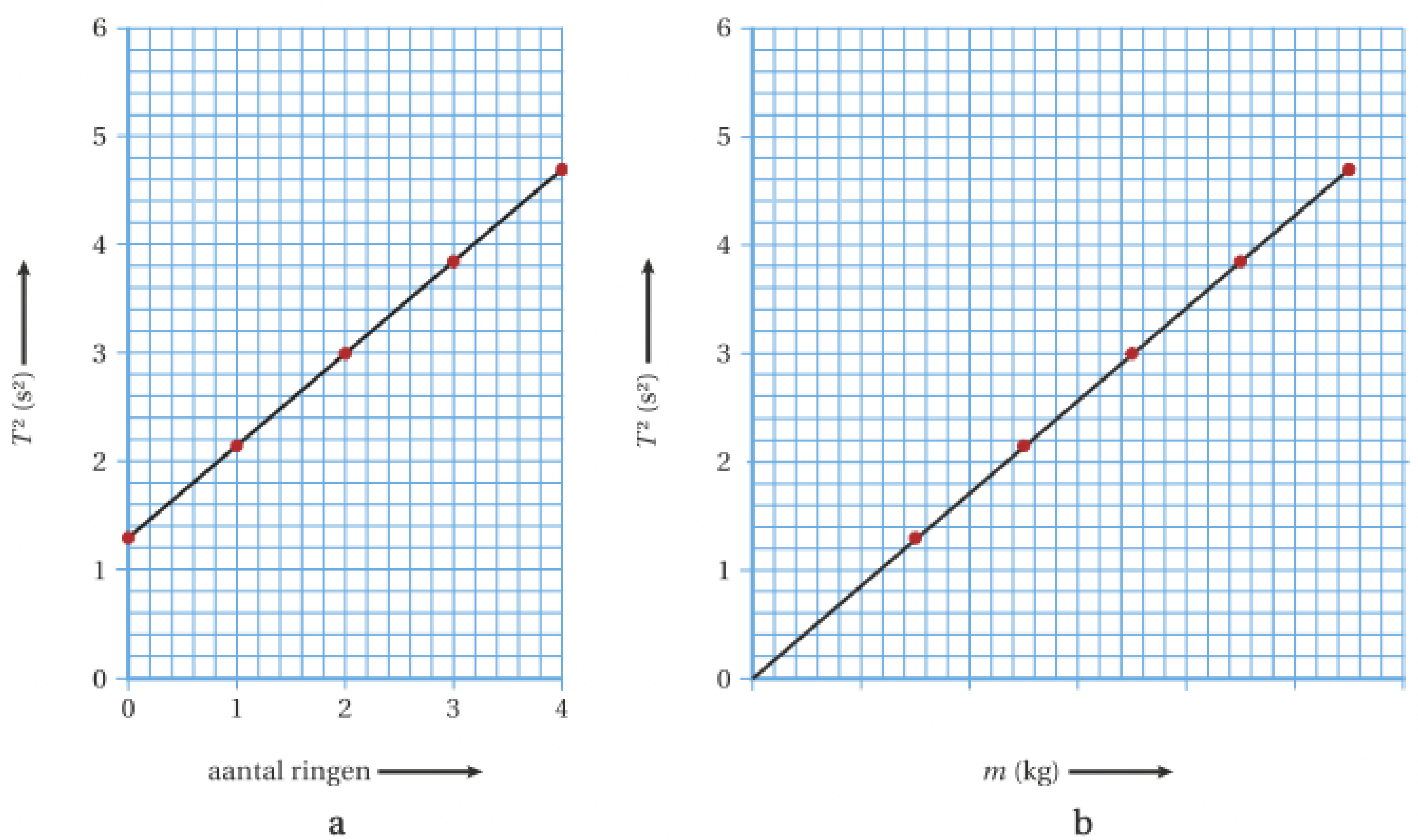
Deze formule voor de trillingstijd geldt ook voor de situatie in figuur 9.28.

Een ruiter is met twee veren verbonden aan twee staanders. Deze staanders zijn vastgemaakt aan een rail. Door de ruiter uit de evenwichtsstand te halen en los te laten gaat hij een trilling uitvoeren, met verwaarloosbare wrijving over de rail.



Figuur 9.28

Nabil doet een proef waarbij hij de opstelling uit figuur 9.28 gebruikt. Hij wil onderzoeken hoe de trillingstijd afhangt van de massa van het trillende systeem. Hij heeft de beschikking over vier ringen met elk een massa van 0,20 kg. Hij legt steeds een ander aantal ringen op de ruiter en meet daarbij de trillingstijd. In figuur 9.29a staan de meetresultaten van Nabil.



Figuur 9.29

De meetpunten liggen op een rechte lijn. Als de formule boven vraag a juist is, moet de grafiek in een (T^2,m)-diagram door de oorsprong gaan. Nabil maakt daarom een ander diagram, zodat de grafieklijn wel door de oorsprong gaat. Zie figuur 9.29b. In plaats van het aantal ringen moet langs de horizontale as een schaalverdeling voor massa worden uitgezet.

b Toon aan dat de schaalverdeling van de horizontale as 1 cm ≙ 0,20 kg is.

c Bepaal de massa van de ruiter.

d Toon aan dat de steilheid van de rechte gelijk is aan 4,3 s² kg⁻¹.

e Bereken de krachtconstante van het trillende systeem.

Opgave 13

a De formule leid je af met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

Beide zijden van deze vergelijking kwadrateren levert $T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{C}$.

Dit komt overeen met $T^2 = \frac{4\pi^2}{C} \cdot m$.

b In figuur 9.29a liggen de meetpunten van Nabil horizontaal steeds 1,0 cm uit elkaar. Ook in figuur 9.29b is dat zo. De meetpunten verschillen steeds met de massa van 1 schijf, en deze is steeds 0,20 kg. Dus 1 cm komt overeen met 0,20 kg.

c De massa van de ruiter bepaal je met de massa van het systeem als er geen ringen op de ruiter liggen.

Het eerste meetpunt in de figuren 9.29a en b hoort bij 0 ringen op de ruiter.
In figuur 9.29b lees je dan dat de massa 0,30 kg is.

d De steilheid = $\frac{\Delta T^2}{\Delta m} = \frac{4{,}70 - 0{,}0}{1{,}100 - 0{,}0} = 4{,}272 \frac{s^2}{kg}$.

Afgerond is de steilheid is dus 4,3 $s^2 kg^{-1}$.

e De krachtconstante bereken je met de steilheid.
De steilheid in formulevorm volgt uit de gegeven formule.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{C} \cdot m$$

In het (T^2,m)-diagram is de steilheid dus gelijk aan $\frac{4\pi^2}{C}$.

$$\frac{4\pi^2}{C} = 4{,}3$$

$C = 9{,}181$ kg s⁻²
Afgerond: $C = 9{,}2$ kg s⁻².

of
De krachtconstante bereken je met de gegeven formule.
Gebruik een punt op de grafieklijn (zo groot mogelijke getallen i.v.m. de nauwkeurigheid).

De coördinaten van het punt met 4 ringen zijn (1,1; 4,7).

$$4{,}7 = \frac{4\pi^2}{C} \cdot 1{,}1$$

$C = 9{,}23$ kg s⁻²
Afgerond: $C = 9{,}2$ kg s⁻².

Opmerking
De vreemde eenheid kg s⁻² is hetzelfde als N m⁻¹:

$$Nm^{-1} = \frac{N}{m} = \frac{kg \cdot m \cdot s^{-2}}{m} = \frac{kg}{s^2} = kg\,s^{-2}$$