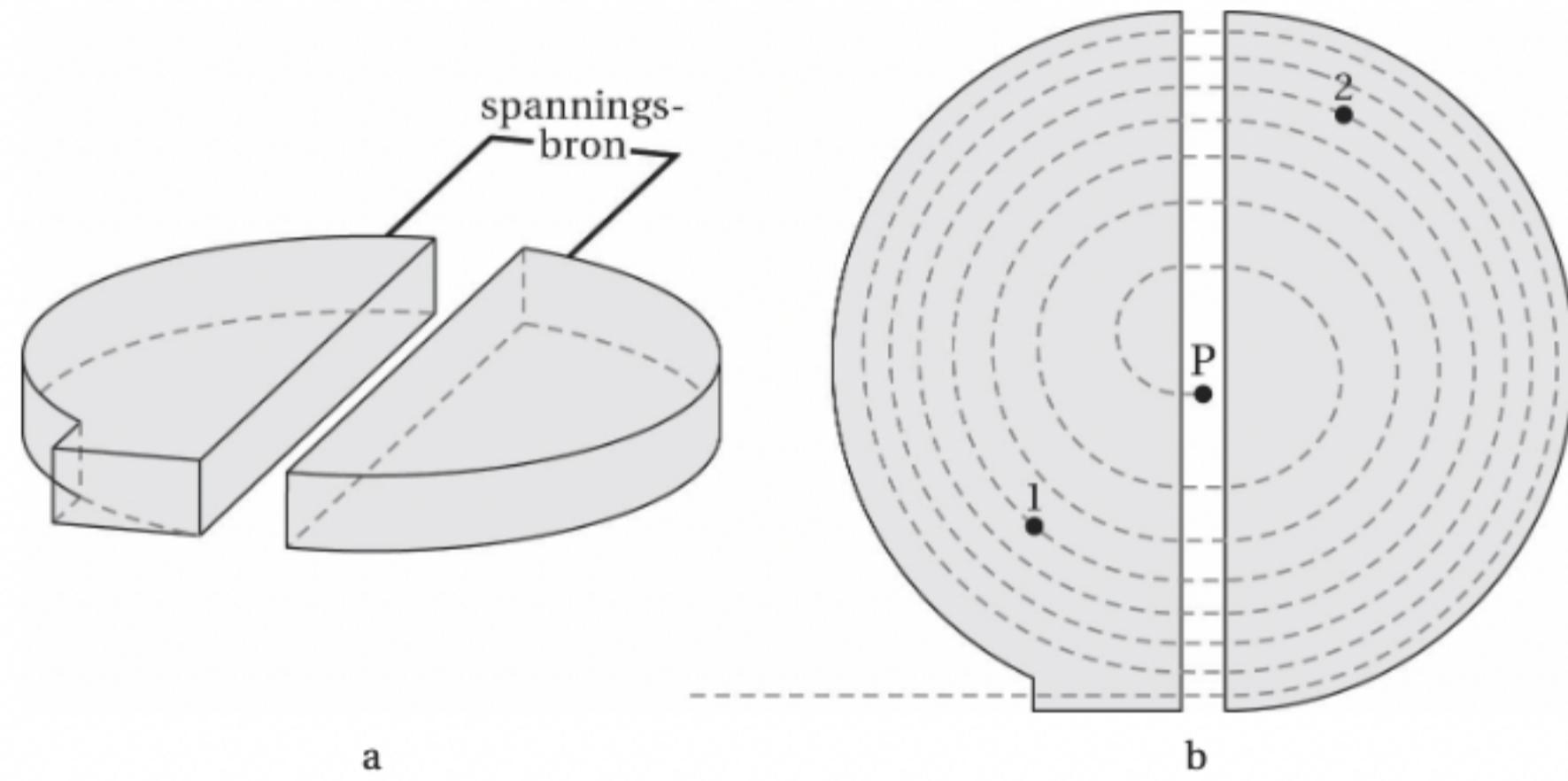


30 In ziekenhuizen maakt men met een cyclotron radioactieve isotopen die gebruikt worden voor diagnostiek. Een cyclotron is een apparaat dat bestaat uit twee holle D-vormige koperen trommels die op een kleine afstand van elkaar staan, zoals schematisch is weergegeven in figuur 10.74. Deze figuren zijn niet op schaal.



Figuur 10.74

Het geheel bevindt zich in een vacuüm. In de ruimte tussen de twee trommels bevindt zich een elektrisch veld. Doordat de trommels zijn aangesloten op een blokspanningsbron wisselt dit veld telkens van richting. In het midden bevindt zich een protonenbron P. Zie figuur 10.74b. De protonen worden in het elektrisch veld versneld en komen terecht in een van de trommels. Loodrecht op beide trommels staat een homogeen magnetisch veld waardoor de protonen onder invloed van de lorentzkracht met constante snelheid een halve cirkelbaan doorlopen. De protonen worden alleen tussen de trommels versneld: binnen de trommels is de snelheid constant.

De baan van een proton is weergegeven met een stippellijn. In die baan zijn twee punten aangegeven: 1 en 2.

a Leg uit in welk punt de lorentzkracht het grootst is.

In een trommel doorloopt een proton een halve cirkelbaan. Voor de tijd t die nodig is om zo'n halve cirkelbaan te doorlopen geldt de formule:

$$t = \frac{\pi \cdot m}{B \cdot q}$$

- t is de tijd in s.
- m is de massa van het proton in kg.
- B is de sterkte van het magnetisch veld in T.
- q is de lading van het proton in C.

b Leid de formule af met behulp van formules uit BINAS.

Elke keer dat een proton na een halve cirkel in de ruimte tussen de twee trommels komt, is de richting van het elektrisch veld omgekeerd, zodat het in de goede richting staat en het proton er dezelfde hoeveelheid bewegingsenergie bij krijgt. De snelheid van het proton als functie van de tijd die hieruit volgt is geschatst in figuur 10.75.

Opgave 30

- a De grootte van de lorentzkracht leg je uit met de veranderingen van de grootheden in de formule voor de lorentzkracht.

$$F_L = B \cdot q \cdot v$$

Het magnetisch veld is homogeen, dus $B_1 = B_2$.

De lading van het proton verandert niet tijdens de beweging.

Als het proton in punt 2 is aangekomen, zijn er meer oversteken geweest. Dus de snelheid is in punt 2 groter dan in punt 1.

De lorentzkracht is in punt 2 groter dan in punt 1.

- b De formule leid je af met de formules voor de middelpuntzoekende kracht, de lorentzkracht op een bewegend geladen deeltje en de baansnelheid.

De middelpuntzoekende kracht is gelijk aan de lorentzkracht.

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = B \cdot q \cdot v$$

Dus $m \cdot v = B \cdot q \cdot r$.

$$\text{Voor de baansnelheid geldt } v = \frac{2\pi r}{T}.$$

$$\text{Invullen levert: } m \cdot \frac{2\pi r}{T} = B \cdot q \cdot r.$$

$$\text{Hieruit volgt: } T = \frac{2\pi \cdot m}{B \cdot q}.$$

Hierin is T de tijd voor een hele cirkelbaan. Dus $T = 2t$.

$$\text{Hieruit volgt: } t = \frac{\pi \cdot m}{B \cdot q}.$$

- c Beide eigenschappen leg je uit met de gegeven formule, de formule voor de kinetische energie en de verandering van de kinetische energie en de elektrische energie.

Uit de formule bij vraag b volgt dat de tijdsduur voor een halve cirkelbaan steeds dezelfde is.

Voor de snelheid geldt $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$.

$$\text{Dus } v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}. \text{ Omdat de massa niet verandert, is } v \propto \sqrt{E_k}.$$

$$\Delta E_k = q \cdot U$$

De kinetische energie neemt toe, dus is de verandering in kinetische energie positief. Omdat q en U niet veranderen, is die toename steeds hetzelfde.

De kinetische energie neemt dus linear toe. Omdat in de formule van de kinetische energie de snelheid in het kwadraat staat, is er een wortelverband tussen de snelheid en de kinetische energie. Hierdoor wordt de toename van de snelheid steeds kleiner.