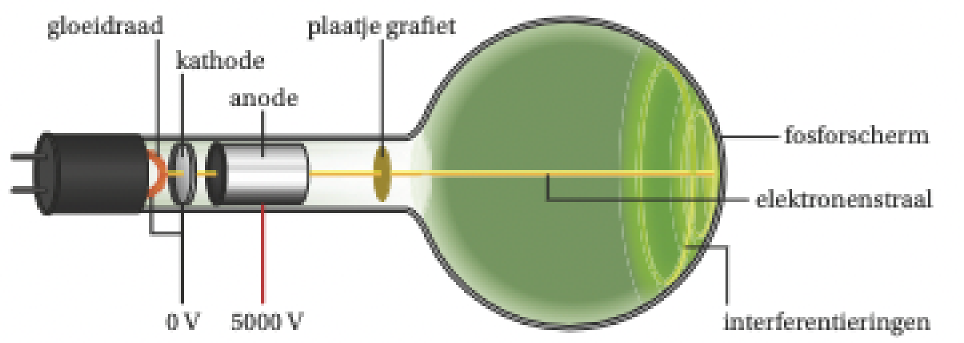
18 Bob en Marly willen de afstanden tussen de atomen in grafiet bepalen. Zij gebruiken de opstelling van figuur 13.29.



Figuur 13.29

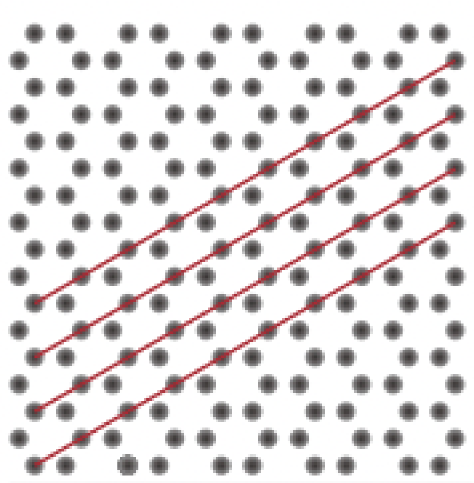
De gloeikathode levert elektronen. Deze elektronen hebben een verwaarloosbare snelheid. De elektronen doorlopen een versnelspanning die variabel is tot 10 kV.
De elektronen gaan door het plaatje grafiet, waarna ze op een fosforscherm een interferentiepatroon geven. Dit interferentiepatroon kan worden verklaard doordat de elektronen een golfkarakter vertonen.
Voor de debrogliegolflengte van de elektronen geldt:

$\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2e \cdot m \cdot U}}$

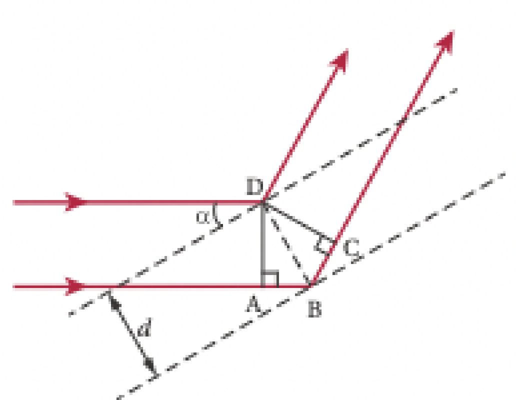
- λ is de debrogliegolflengte in m.
- h is de constante van Planck in J s.
- e is de lading van het elektron in C.
- m is de massa van het elektron in kg.
- U is de versnelspanning in V.

a Leid de formule af.
b Bereken de debrogliegolflengte van de elektronen nadat ze een versnelspanning van 5,0 kV hebben doorlopen.

In grafiet liggen de koolstofatomen in lagen op elkaar. In de afzonderlijke lagen liggen de koolstofatomen in regelmatige zeshoeken. In figuur 13.30 is één zo'n laag weergegeven.
In een laag liggen de atomen in evenwijdige lijnen. Aan deze roosterlijnen vindt reflectie plaats, de zogenaamde braggreflectie. De elektronengolven die terugkaatsen van de verschillende roosterlijnen hebben een verschil in weglengte waardoor ze interfereren. Dit is schematisch weergegeven in figuur 13.31.



Figuur 13.30



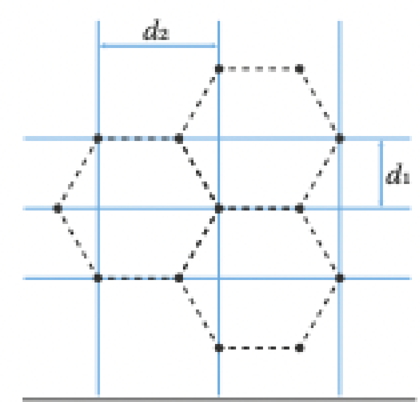
Figuur 13.31

Er treedt constructieve interferentie op als:
$2d \cdot \sin(\alpha) = n \cdot \lambda$

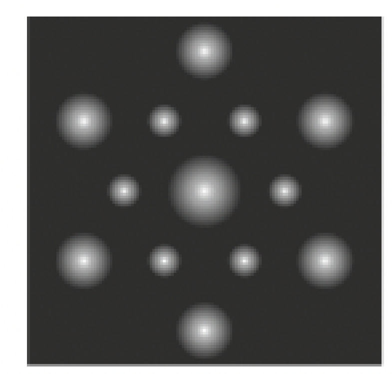
- d is de afstand tussen de roosterlijnen in m.
- α is de hoek waaronder de elektronenbundel de roosterlijn treft in graden.
- n is een geheel getal (1, 2, 3, ...).
- λ is de debrogliegolflengte van de elektronen in m.

c Voer de volgende opdrachten uit:
  – Geef in figuur 13.31 het verschil in weglengte aan tussen de twee stralen.
  – Leid hiermee af waarom in de formule de factor 2 staat, in tegenstelling tot in de formule voor de maxima van een tralie.

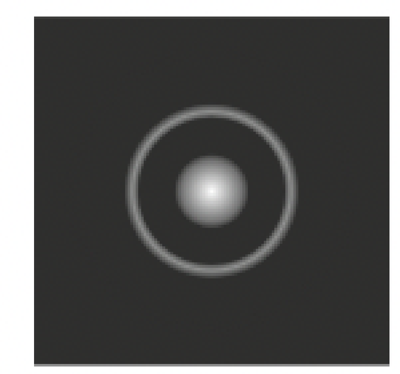
In figuur 13.32 zijn verschillende lijnen te zien waaraan reflectie plaats kan vinden. De afstanden tussen verschillende lijnen zijn aangegeven met d_1 en d_2.
Bij interferentie aan een monokristallijne laag grafiet (dat wil zeggen: een laag die uit één kristal grafiet bestaat) ontstaat het patroon van figuur 13.33 op het scherm van de elektronendiffractiebuis.



Figuur 13.32



Figuur 13.33



Figuur 13.34

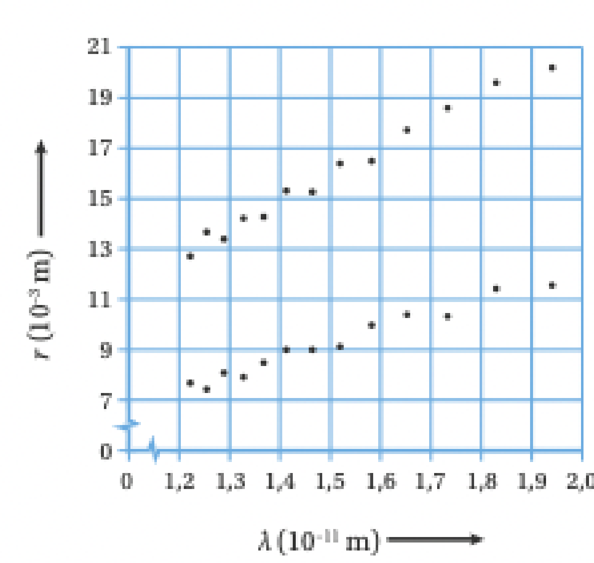
Als in de buis geen monokristallijne laag grafiet zit, maar een polykristallijne laag (dat wil zeggen dat er vele kristallen kriskras door elkaar zitten), ziet het interferentiepatroon eruit als in figuur 13.34.

d Leg uit of de buitenste ring ontstaat door interferentie aan lijnen met afstand d_1 of d_2.

Bob en Marly meten bij verschillende versnelspanningen de straal van de ringen op het scherm. Bij lage versnelspanningen verschijnen geen ringen op het scherm. Dan is alleen de stip in het midden op het scherm te zien.

e Leg uit waarom bij lage versnelspanningen geen ringen verschijnen op het scherm.

Van de metingen maken Bob en Marly een grafiek waarin ze de straal van beide ringen uitzetten tegen de debrogliegolflengte van de elektronen. Zie figuur 13.35.



Figuur 13.35

Voor kleine afbuigingshoeken geldt bij benadering:
$r = \dfrac{2R}{d} \cdot n \cdot \lambda$

- r is de straal van de ring op het scherm in m.
- R is de straal van de bol van de buis in m.
- d is de afstand tussen de roostervlakken in m.
- λ is de debrogliegolflengte in m.
- $n = 1$.

De straal van de bol van de buis is 65 mm.

f Bepaal met behulp van figuur 13.35 zo nauwkeurig mogelijk de grootte van d voor de buitenste ring.

Opgave 18

a De formule leid je af met de formule voor de debrogliegolflengte en de formule voor de toename van de kinetische energie in een elektrische veld.

Voor de debrogliegolflengte geldt $\lambda = \dfrac{h}{m \cdot v}$.

Voor de toename van kinetische energie in een elektrisch veld geldt $\Delta E_k = -q \cdot U$.

Omdat de beginsnelheid 0 is en $q = -e$ ontstaat hieruit $\frac{1}{2} m \cdot v^2 = e \cdot U$.

De snelheid v vrijmaken levert: $v = \sqrt{\dfrac{2e \cdot U}{m}}$.

Combineren met de formule voor de debrogliegolflengte levert:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot \sqrt{\dfrac{2e \cdot U}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{\dfrac{2e \cdot U \cdot m^2}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2e \cdot U \cdot m}}$$

b De debrogliegolflengte bereken je met de gegeven formule.

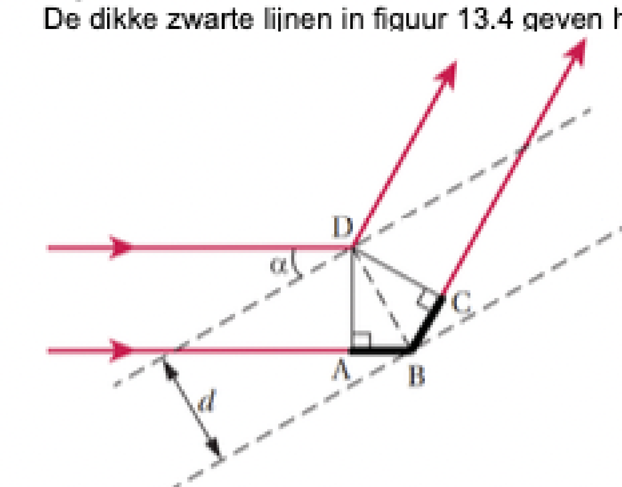
$\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2e \cdot U \cdot m}}$

$h = 6{,}6260 \cdot 10^{-34}$ (zie BINAS tabel 7A)
$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C (zie BINAS tabel 7A)
$U = 5{,}0$ kV $= 5{,}0 \cdot 10^3$ V
$m = m_e = 9{,}10938 \cdot 10^{-31}$ kg (zie BINAS tabel 7B)

Invullen levert: $\lambda = \dfrac{6{,}6260 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 1{,}602 \cdot 10^{-19} \times 5{,}0 \cdot 10^3 \times 9{,}10938 \cdot 10^{-31}}}$

$\lambda = 1{,}73 \cdot 10^{-11}$ m
Afgerond: $1{,}7 \cdot 10^{-11}$ m.

c De dikke zwarte lijnen in figuur 13.4 geven het verschil in weglengte aan.



Figuur 13.4

Het weglengteverschil Δx tussen de twee stralen is in figuur 13.4 aangegeven met dikke zwarte lijnen. Dus $\Delta x = AB + BC$ waarbij $AB = BC$.
In rechthoekige driehoek ABD is de tophoek gelijk aan hoek α.

Er geldt dus $\sin(\alpha) = \dfrac{AB}{BD} = \dfrac{AB}{d}$. Hieruit volgt $d \cdot \sin(\alpha) = AB$.

Dus het weglengteverschil $\Delta x = AB + BC = 2d \cdot \sin(\alpha)$.
Versterking treedt op als het faseverschil een geheel getal is oftewel $\Delta\varphi = n$.

Voor het faseverschil geldt $\Delta\varphi = \dfrac{\Delta x}{\lambda}$. Dus $n = \dfrac{\Delta x}{\lambda}$ met $\Delta x = 2d \cdot \sin(\alpha)$.

Hieruit volgt $2d \cdot \sin(\alpha) = n \cdot \lambda$.

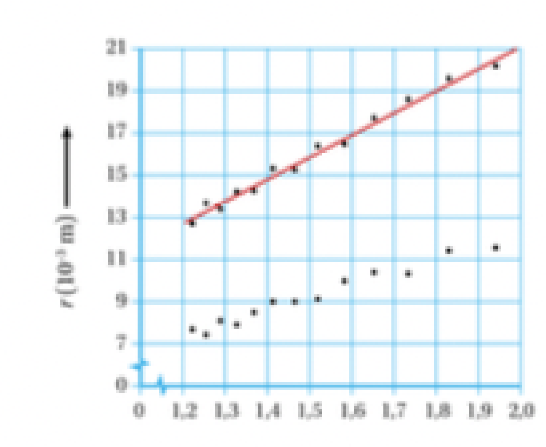
d Ook elke ring geldt $2d \cdot \sin(\alpha) = n \cdot \lambda$.
Voor de buitenste ring geldt dat hoek α het grootst is.
Bij gellijkblijvende n en λ is de afstand tussen de lijnen dan het kleinst.
Dus hoort d_1 bij de buitenste ring.

e Bij lage versnelspanningen hoort volgens de gegeven formule een kleinere debrogliegolflengte. Bij een bepaalde versnelspanning (en $n = 1$) kan het gebeuren dat $\lambda > 2d$.
Uit $2d \cdot \sin(\alpha) = n \cdot \lambda$ volgt dan dat $\sin(\alpha) > 1$.
Dat betekent dat er geen interferentie mogelijk is.

f De grootte van d bereken je met de waarde van $\dfrac{2R}{d}$.

De waarde van $\dfrac{2R}{d}$ bepaal je met de steilheid van de lijn die je tekent in figuur 13.35.

Voor de buitenste ring is dat de bovenste set meetpunten. Zie figuur 13.5.



Figuur 13.5

Voor de steilheid geldt:

$$\frac{\Delta r}{\Delta \lambda} = \frac{(21-13) \cdot 10^{-3}}{(1{,}98-1{,}22) \cdot 10^{-11}} = 1{,}05 \cdot 10^9$$

$$\frac{2R}{d} = 1{,}05 \cdot 10^9$$

Met $R = 65$ mm $= 65 \cdot 10^{-3}$ m levert dit $d = 1{,}235 \cdot 10^{-10}$ m.
Afgerond: $d = 1{,}2 \cdot 10^{-10}$ m.

ystalline
X-ray