26 Een sterrenstelsel laat een roodverschuiving zien. De lijn bij 656 nm wordt waargenomen bij 662 nm.

a Bereken de radiale snelheid van dit sterrenstelsel.

De grootte van de rood- of blauwverschuiving wordt vaak uitgedrukt in de waarde z. Hiervoor geldt:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \quad \text{met} \quad \Delta\lambda = \lambda_{\text{waargenomen}} - \lambda_{\text{uitgezonden}}$$

- z is de relatieve verandering van de golflengte.
- $\Delta\lambda$ is het verschil in golflengte in m.
- λ is de oorspronkelijke uitgezonden golflengte in m.

b Leg uit dat z zowel positief als negatief kan zijn.

De Andromedanevel bevindt zich op een afstand van 2,5 miljoen lichtjaar van de aarde en heeft een waarde $z = -0{,}00042$.

c Toon aan dat de Andromedanevel naar de aarde toe beweegt met een snelheid van 126 km s⁻¹.

d Bereken over hoeveel jaar de Andromedanevel de aarde heeft bereikt.

Een quasar is een actief centrum van een sterrenstelsel met een zeer hoge helderheid. Het gaat om een superzwaar zwart gat in het centrum van een sterrenstelsel, waarvan de omringende schijf met materie licht en straling uitzendt wanneer deze naar het zwarte gat wordt getrokken. Quasars staan op enorme afstanden van de aarde (tot 13 miljard lichtjaar) en bewegen daardoor met grote snelheden van ons af. Eén van de quasars die zeer ver van ons afstaat, heeft een roodverschuiving van $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 6{,}4$. Gebruik je de formule $v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$ dan zou de snelheid van de quasar 6,4 maal de lichtsnelheid c zijn en dat is volgens Einstein onmogelijk. Bij snelheden in de buurt van de lichtsnelheid volgt uit Einsteins relativiteitstheorie de volgende dopplerformule:

$$v = c \cdot \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}$$

e Bereken met de formule van Einstein de snelheid van de quasar.

f Laat zien dat voor kleine snelheden deze formule weer geschreven kan worden als: $v = z \cdot c$. Tip: gebruik de wetenschap dat als $v < c$ dan is $\Delta\lambda < \lambda$.

Opgave 26

a De radiale snelheid bereken je met de formule voor de dopplerverschuiving.

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$$

$\Delta\lambda = 662 - 656 = 6$ nm $= 6 \cdot 10^{-9}$ m
$c = 2{,}9979 \cdot 10^{8}$ m s^{-1} (zie BINAS tabel 7)
$\lambda = 656$ nm $= 656 \cdot 10^{-9}$ m

Invullen levert: $v = \frac{6 \cdot 10^{-9}}{656 \cdot 10^{-9}} \times 2{,}9979 \cdot 10^{8}$

$v = 2{,}74 \cdot 10^{6}$ m s^{-1}
Afgerond: $v = 3 \cdot 10^{6}$ m s^{-1}.

b Bij roodverschuiving geldt: $\lambda_{\text{waargenomen}} > \lambda_{\text{uitgezonden}}$ dan is $\Delta\lambda > 0$. Er volgt dan een positieve waarde voor z.
Bij blauwverschuiving geldt: $\lambda_{\text{waargenomen}} < \lambda_{\text{uitgezonden}}$ en dus $\Delta\lambda < 0$. Er volgt dan een negatieve waarde voor z.

c De radiale snelheid bereken je met de formule voor de dopplerverschuiving.
Hierin is de relatieve verandering van de golflengte gelijk aan z.

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$$

$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = z = -0{,}00042$
$c = 2{,}9979 \cdot 10^{8}$ m s^{-1}
Invullen levert: $v = -0{,}00042 \times 2{,}9979 \cdot 10^{8}$
$v = -1{,}259 \cdot 10^{2}$ m s^{-1}
Afgerond: $v = 126$ m s^{-1}.

d Over hoeveel jaar de Andromedanevel de aarde heeft bereikt bereken je met de formule voor de dopplerverschuiving.
De verhouding tussen de snelheid en de lichtsnelheid volgt uit de relatieve verandering z.

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$$

De verhouding tussen de snelheid en de lichtsnelheid is gelijk aan de factor $z = 0{,}00042$.
Het licht doet er 2,5 miljoen jaar over om de afstand af te leggen; het sterrenstelsel doet hier dus een factor $\frac{1}{z}$ keer zo lang over.

$$t = 2{,}5 \cdot 10^{6} \times \frac{1}{0{,}00042} = 5{,}952 \cdot 10^{9} \text{ jaar}$$

De Andromedanevel bereikt de aarde over afgerond $6{,}0 \cdot 10^{9}$ miljard jaar.

e $v = c \cdot \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}$

$c = 2{,}9979 \cdot 10^{8}$ m s^{-1}
$z = 6{,}4$

Invullen levert: $v = 2{,}9979 \cdot 10^{8} \cdot \frac{(6{,}4+1)^2 - 1}{(6{,}4+1)^2 + 1}$

$v = 2{,}890 \cdot 10^{8}$ m s^{-1}
Afgerond: $v = 2{,}9 \cdot 10^{8}$ m s^{-1}.

f $v = c \cdot \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}$

$$v = c \cdot \frac{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1\right)^2 - 1}{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1\right)^2 + 1}$$

$$v = c \cdot \frac{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + 2\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1 - 1}{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + 2\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1 + 1}$$

$$v = c \cdot \frac{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + 2\frac{\Delta\lambda}{\lambda}}{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + 2\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 2}$$

Als v □ c dan is $\Delta\lambda$ □ λ.

Dat betekent dat $\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2$ verwaarloosbaar is in vergelijking met $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ en dat $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ verwaarloosbaar is ten opzichte van 2.

$v = c \cdot \frac{2\frac{\Delta\lambda}{\lambda}}{\ldots}$