

36 Evelien en Gert bouwen samen een raket. Evelien is 27 jaar en Gert is 19 jaar. Evelien reist met de raket naar de ster Altair en keert direct terug naar aarde. Neem aan dat de raket een constante snelheid heeft van $0,60c$. Gert blijft achter op de aarde.

- a Toon aan met behulp van BINAS tabel 32B dat de afstand tot Altair 16,7 lichtjaar is.
b Toon aan dat de leeftijd van Gert 75 jaar is wanneer Evelien terugkeert.

Vanwege tijdrek duurde de reis van Evelien voor Gert langer dan voor Evelien zelf.

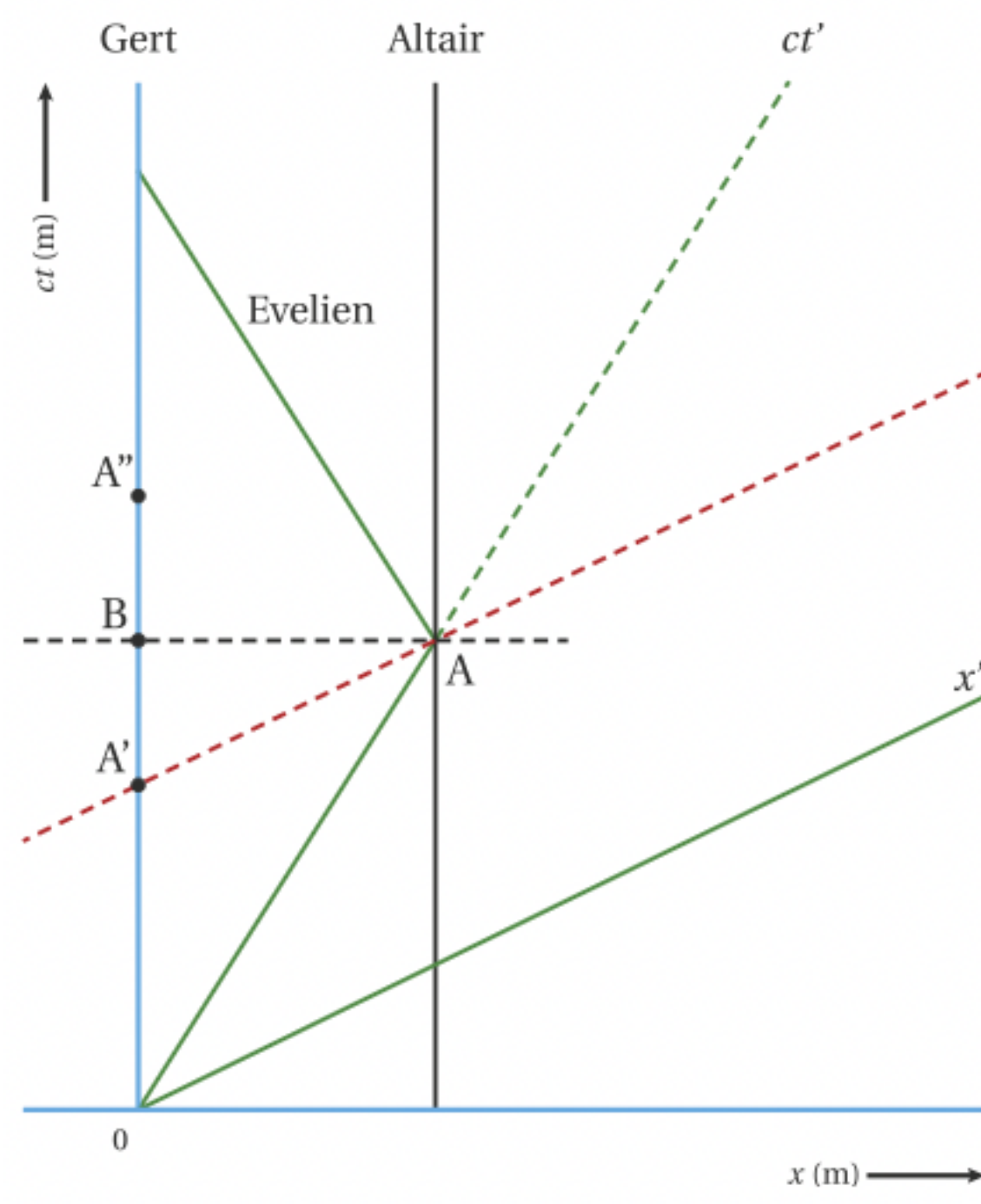
- c Bereken of Evelien bij terugkomst op aarde jonger is dan haar broer.

Dit verschil in tijd volgt uit het ruimtetijd-diagram van het referentiestelsel van Gert. In figuur 61 zie je het ruimtetijd-diagram van Gert met daarin de heen- en terugreis van Evelien.

Gebeurtenis A is het omkeren van Evelien bij de ster Altair. Vlak voordat Evelien aankomt bij Altair, zijn in het referentiestelsel van Evelien de gebeurtenissen A en A' gelijktijdig. Vlak nadat Evelien is omgekeerd, zijn in haar referentiestelsel gebeurtenissen A en A'' gelijktijdig.

- d Leg uit waarom na het omkeren de gebeurtenissen A en A'' gelijktijdig zijn in het stelsel van Evelien. Construeer daartoe de ct'' -as die overeenkomt met de terugreis van Evelien.

- e Geef op de ct -as van figuur 61 het verschil in reistijd aan dat Gert en Evelien waarnemen.



Figuur 61

Opgave 36

- a Een lichtjaar is de afstand die licht aflegt in een jaar. Een lichtjaar is dus gelijk aan $365,25 \times 24 \times 3600 \times 2,9979 \cdot 10^8 = 9,461 \cdot 10^{15}$ m. Volgens BINAS tabel 32B is de afstand tot Altair gelijk aan $15,8 \cdot 10^{16}$ m.

Dat is gelijk aan $\frac{15,8 \cdot 10^{16}}{9,461 \cdot 10^{15}} = 16,7$ lichtjaar.

- b De tijd die Evelien onderweg is in het stelsel van Gert, bereken je met de formule voor de snelheid.

Druk je de afstand uit in lichtjaar en de snelheid in delen van lichtsnelheid, dan is de tijd in jaar.

$$x = v \cdot t$$

$$x = 2 \times 16,7 \text{ lichtjaar} = 33,4 \text{ lichtjaar} \quad (\text{Raket gaat heen en weer})$$

$$v = 0,60$$

$$33,4 = 0,60 \cdot t$$

$$t = 55,66 \text{ jaar}$$

Gert is dus $19 + 55,66 = 74,66$ jaar wanneer Evelien terugkomt.

Afgerond: 75 jaar.

- c In het referentiestelsel van Evelien verloopt de tijd langzamer dan in het referentiestelsel van Gert vanwege tijdrek.

De tijdrek bereken je met de formule voor de tijdrek.

De tijd van Evelien bereken je met de formule voor de tijdrek.

De gammafactor bereken je met de formule voor de gammafactor.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v = 0,60c$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,60c)^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = 1,25$$

$$\Delta t_b = \gamma \cdot \Delta t_e$$

De reis van Gert heeft $75 - 19 = 56$ jaar geduurd. Dus $\Delta t_b = 56$ jaar

$$56 = 1,25 \cdot \Delta t_e$$

$$\Delta t_e = 44,8 \text{ jaar}$$

Evelien is dus $27 + 44,8 = 71,8$ jaar wanneer ze terugkomt.

Ze is dus jonger dan Gert.

- d Zie figuur 23a.

De ct'' -as van Evelien valt samen met de lijn met bijschrift Evelien.

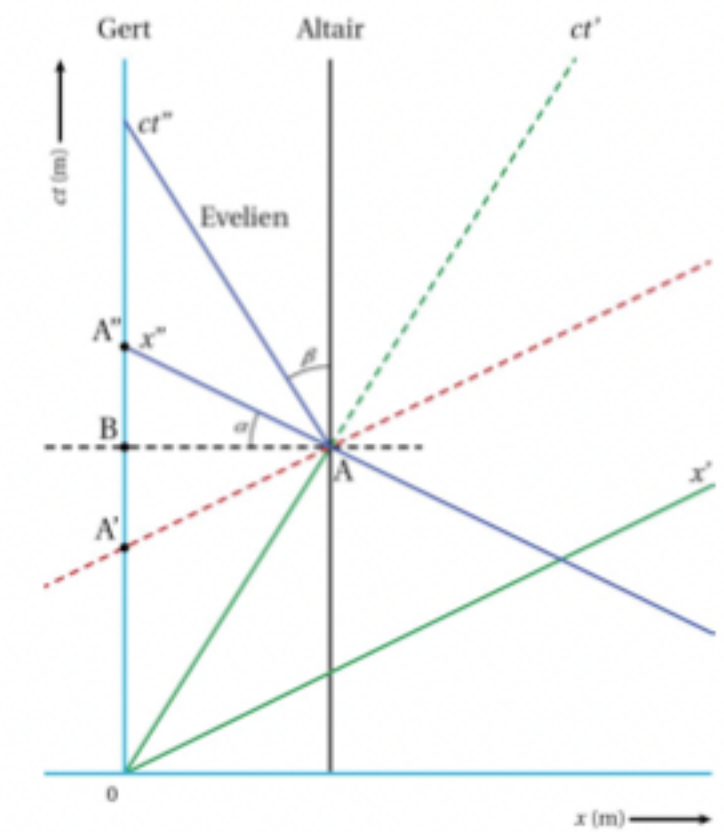
In het stelsel van Evelien moet de hoek tussen x'' -as van Evelien en de x -as van Gert even groot zijn als de hoek tussen de ct' -as van Evelien en de ct -as van Gert.

De hoek tussen de ct' -as van Evelien en de ct -as van Gert komt overeen met hoek β .

De lijn door de punten A en A'' maakt een hoek α met de x -as van Gert.

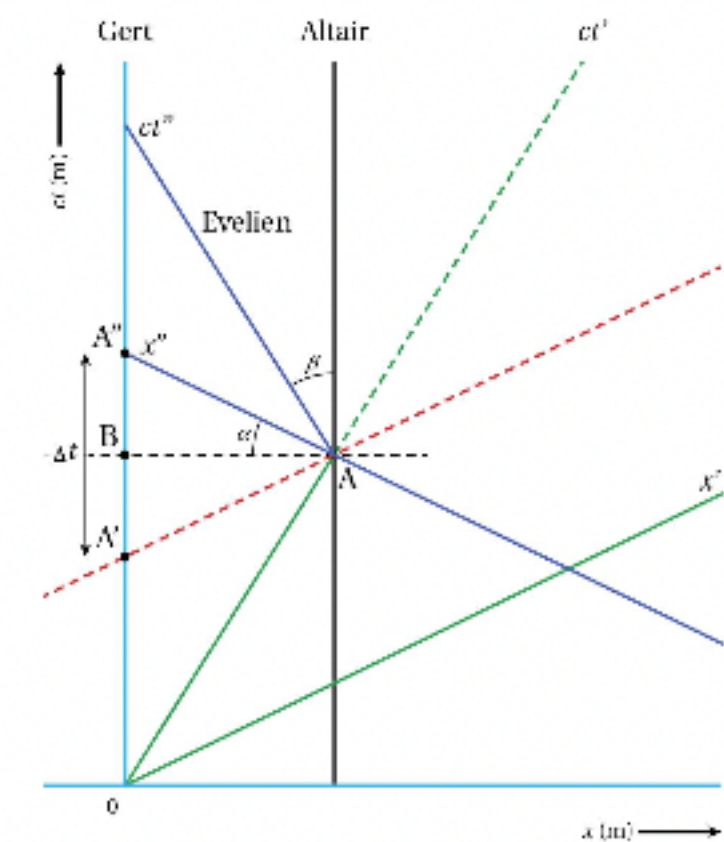
Hoek α is gelijk aan hoek β . Dus de lijn door A en A'' is de x'' -as van Evelien.

De gebeurtenissen A en A'' zijn dus gelijktijdig in het stelsel van Evelien.



Figuur 23a

- e Zie figuur 23b. Het verschil in reistijd Δt volgt uit de afstand van A' tot A''.



Figuur 23b