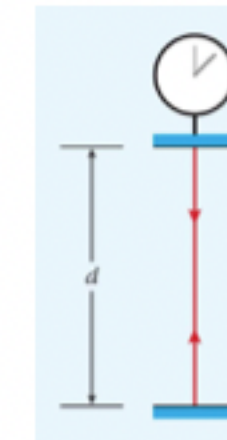


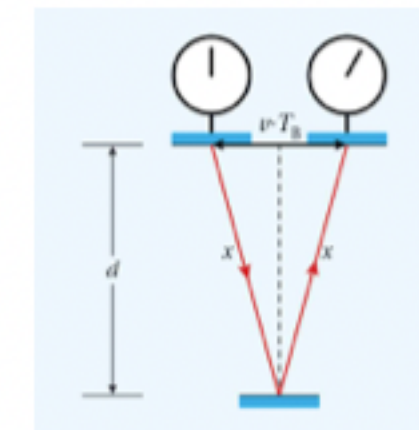
- 7 De afstand tussen de spiegels van de lichtklok op pagina 12 is d , de periode in het stelsel van Alina is T_A en de periode in het stelsel van Bruce is T_B .
- a Toon aan dat de lichtklok in het stelsel van Alina een periode heeft van $T_A = \frac{2d}{c}$.
- b Toon aan dat de lichtklok in het stelsel van Bruce een periode heeft van $T_B = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}}$.
- c Leid uit de formules voor T_A en T_B af dat geldt $T_B = \gamma \cdot T_A$.

Opgave 7

- a De afstand s is de afstand die hoort bij de heen- en weergaande beweging. Alina bevindt zich in het ruststelsel van de klok. Daarbij hoort figuur 2. Alina ziet dat het foton de afstand $2d$ aflegt. Er geldt:
 $s = v \cdot t$
 $s = 2d$
 $v = c$
 $t = T_A$
 $2d = c \cdot T_A$
 $T_A = \frac{2d}{c}$



Figuur 2



Figuur 3

- b De afstand s is de afstand die hoort bij de heen- en weergaande beweging. Bruce ziet de beweging van het licht als in figuur 3. Bruce ziet dat het foton de afstand $2x$ aflegt. Tegelijkertijd verplaatst de klok zich met de trainsnelheid v in de tijd T_B die Bruce meet.

Dus de klok legt de afstand $v \cdot T_B$ af.

Volgens de stelling van Pythagoras geldt:

$$x^2 = d^2 + (\frac{1}{2}v \cdot T_B)^2$$

Het foton legt de afstand $2x$ af:

$$(2x)^2 = (2d)^2 + (v \cdot T_B)^2$$

$$2x = \sqrt{4d^2 + v^2 \cdot T_B^2}$$

Er geldt:

$$s = v \cdot t$$

$$s = 2x = \sqrt{4d^2 + v^2 \cdot T_B^2}$$

$$v = c$$

$$t = T_B$$

$$\sqrt{4d^2 + v^2 \cdot T_B^2} = c \cdot T_B$$

$$4d^2 + v^2 \cdot T_B^2 = c^2 \cdot T_B^2$$

$$4d^2 = c^2 \cdot T_B^2 - v^2 \cdot T_B^2 = (c^2 - v^2) \cdot T_B^2$$

$$T_B^2 = \frac{4d^2}{c^2 - v^2}$$

$$T_B = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

- c Door de formules $T_A = \frac{2d}{c}$ en $T_B = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}}$ te combineren werk je de variabele d weg.

$$\text{Uit } T_A = \frac{2d}{c} \text{ volgt } 2d = c \cdot T_A$$

$$\text{Invullen in } T_B = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}} \text{ levert } T_B = \frac{c \cdot T_A}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

$$\sqrt{(c^2 - v^2)} \cdot T_B = c \cdot T_A$$

$$(c^2 - v^2) \cdot T_B^2 = c^2 \cdot T_A^2$$

Links en rechts delen door c^2 levert:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \cdot T_B^2 = T_A^2$$

$$\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} \cdot T_B = T_A$$

$$T_B = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}} \cdot T_A$$

Dat is gelijk aan $T_B = \gamma \cdot T_A$.