30 Een pogo-stick is een verende stok waarop je sprongen kunt maken. Zie figuur 8.37.
Bij het neerkomen wordt veerenergie in de stok opgeslagen, die je bij het omhoog gaan weer kunt gebruiken.
Een fabrikant heeft een pogo-stick ontworpen waarmee je extreem hoog kan springen. Hierin zit een gasveer, waarvan je de veerconstante verandert door lucht in te pompen of uit te laten. De instelling van de veerconstante hangt af van de massa van de springer.

a Leg uit dat je de veerconstante niet heel klein, maar ook niet heel groot moet maken.

Nick heeft een massa van 75 kg en een pogo-stick van 6,8 kg. Met deze stick wil hij over een muur van 3,0 m kijken. Nick stelt de veerconstante in op 20 kN m^{-1}.
Tijdens het neerkomen drukt hij de verende gascilinder 50,0 cm in. Verwaarloos weerstandskrachten in deze opgave.

b Kan Nick over de muur kijken? Licht je antwoord toe.

Bij het omhooggaan werkt zowel veerkracht als zwaartekracht op Nick. Hij bereikt zijn maximale snelheid op het moment dat zwaartekracht en veerkracht gelijk zijn aan elkaar.

c Leg dit uit.

d Bereken de maximale snelheid.

Figuur 8.37

Opgave 30

a Je gebruikt veerenergie om hoger te springen. Die veerenergie hangt af van de veerconstante en de indrukking: $E_v = \frac{1}{2}C \cdot u^2$.
De indrukking hangt af van de kracht die op de veer wordt uitgeoefend: $F_v = C \cdot u$.
Er geldt dus: $E_v = \frac{1}{2}C \cdot u^2 = \frac{1}{2}F_v \cdot u$.

De maximale indrukking ligt vast door de afmetingen van de pogostick. Bij een kleine C wordt de maximale indrukking bereikt volgens $F_v = C \cdot u$.
Dus geeft de maximale u volgens $E_v = \frac{1}{2}C \cdot u^2 = \frac{1}{2}F_v \cdot u$ de beperking aan de veerenergie.
Om een zo groot mogelijke hoeveelheid energie op te kunnen slaan, moet je C zo groot mogelijk maken.

Bij een grote C hoort volgens $F_v = C \cdot u$ een kleine indrukking. Is de indrukking erg klein, dan wordt volgens $E_v = \frac{1}{2}C \cdot u^2 = \frac{1}{2}F_v \cdot u$ maar een kleine hoeveelheid veerenergie opgeslagen.
Dus moet C niet te groot zijn.

Opmerking
Hoe ver een veer wordt ingedrukt door een springer, hangt af van diens massa.
In de evenwichtssituatie geldt: $F_v = F_{zw}$ en dus $C \cdot u = m \cdot g$.
Door zich af te zetten drukt een springer de veer verder in.

b Of Nick over de muur van 3,0 m kan kijken, volgt uit de afstand van zijn ogen tot de grond.
Die afstand hangt af van de toename van de hoogte van zijn zwaartepunt door ontspannen van de gasveer en de hoogte van zijn zwaartepunt ten opzichte van de grond op het moment van omhoog gaan.
De toename van de hoogte van zijn zwaartepunt bereken je met de zwaarte-energie.
De zwaarte-energie bereken je met de wet van behoud van energie.

Bij de wet van behoud van energie bepaal je eerst de energievormen die van belang zijn.

A (veer maximaal ingedrukt)
De snelheid is 0 m s^{-1}.
De hoogte van zijn zwaartepunt stel je dan op 0 m.
De veer is ingedrukt: er is dus veerenergie.
De zwaarte-energie en kinetische energie zijn niet van belang.

B (Nick in het hoogste punt)
De veer is niet meer ingedrukt.
De snelheid is dan weer 0 m s^{-1}.
Het zwaartepunt van Nick bevindt zich dan in het hoogste punt.
Er ontstaat geen warmte, want de weerstandskrachten mag je verwaarlozen.
Dus alleen de zwaarte-energie is van belang.

$\sum E_{in,A} = \sum E_{uit,B}$

$E_{veer,A} = E_{zw,B}$
$\frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2 = m \cdot g \cdot h_B$
$C = 20$ kN m^{-1} = $20 \cdot 10^3$ N m^{-1}
$u = 50{,}0$ cm = $50{,}0 \cdot 10^{-2}$ m
$m = 75 + 6{,}8 = 81{,}8$ kg, $g = 9{,}81$ m s^{-2}.
Invullen levert: $\frac{1}{2} \times 20 \cdot 10^3 \times (50{,}0 \cdot 10^{-2})^2 = 81{,}8 \times 9{,}81 \cdot h_B$.
$h_B = 3{,}11$ m
De stick zorgt voor een toename van de hoogte van 3,11 m. Daar komt eigenlijk nog de afstand van het zwaartepunt van zijn lichaam tot de grond aan het begin bij. Dus Nick kan over de muur kijken.

c Als Nick omhoog gaat, versnelt hij zolang de veerkracht groter is dan de zwaartekracht.
Als de veerkracht kleiner is dan de zwaartekracht, vertraagt Nick.
Dus de maximale snelheid van Nick wordt bereikt als $F_{zw} = F_v$.

d De maximale snelheid bereken je met de kinetische energie.
De kinetische energie bereken je met de wet van behoud van energie.
In het laagste punt is de veerenergie maximaal. Tijdens het omhooggaan wordt veerenergie omgezet in zwaarte-energie en kinetische energie.
De maximale snelheid wordt bereikt als de zwaartekracht gelijk is aan de veerkracht. Hieruit volgen de hoogte en de indrukking van de veer op dat moment.

$F_{zw} = F_v$
$m \cdot g = C \cdot u$
$m = 75 + 6{,}8 = 81{,}8$ kg
$g = 9{,}81$ m s^{-2}
$C = 20$ kN m^{-1} = $20 \cdot 10^3$ N m^{-1}
Invullen levert: $81{,}8 \times 9{,}81 = 20 \cdot 10^3 \cdot u$.
$u = 4{,}01 \cdot 10^{-2}$ m = 4,01 cm

De maximale indrukking is 0,500 m. Dan is $h = 0$ m.
Als de veer nog maar 4,01 cm is ingedrukt, is $h = 50{,}0 \cdot 10^{-2} - 4{,}01 \cdot 10^{-2} = 45{,}99 \cdot 10^{-2}$ m.

$\sum E_{in,A} = \sum E_{uit,B}$
$\frac{1}{2} \cdot C \cdot u_A^2 = m \cdot g \cdot h_B + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_B^2$
$C = 20$ kN m^{-1} = $20 \cdot 10^3$ N m^{-1}
$u_A = 50{,}0 \cdot 10^{-2}$ m
$m = 75 + 6{,}8 = 81{,}8$ kg
$g = 9{,}81$ m s^{-2}
$h_B = 45{,}99 \cdot 10^{-2}$ m
$u_B = 4{,}01 \cdot 10^{-2}$ m
Invullen levert:
$\frac{1}{2} \times 20 \cdot 10^3 \times (50{,}0 \cdot 10^{-2})^2 = 81{,}8 \times 9{,}81 \times 45{,}99 \cdot 10^{-2} + \frac{1}{2} \times 20 \cdot 10^3 \times (4{,}01 \cdot 10^{-2})^2 + \frac{1}{2} \times 81{,}8 \cdot v_B^2$
$v_B = 7{,}19$ m s^{-1}
Afgerond: $v_B = 7{,}2$ m s^{-1}.