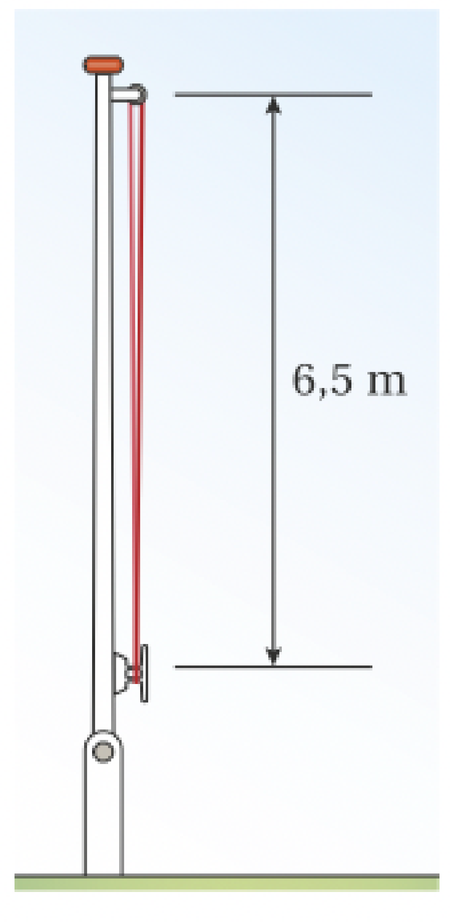
33 Aan de bovenkant van een vlaggenmast is een katrol bevestigd. Hierdoor loopt de vlaggenlijn waaraan je de vlag omhoog kunt hijsen. De beide uiteinden van het touw zijn aan de onderkant vastgemaakt aan een klamp. De afstand van de katrol tot de klamp is 6,5 m. Zie figuur 9.72.
Door de wind slaat de strakgespannen vlaggenlijn in een regelmatig tempo tegen de mast. De beide touwdelen tussen de katrol en de klamp voeren dan als één geheel een eigentrilling uit. De middens van beide delen slaan tegen de mast als ze zich in een van de uiterste standen bevinden.
Tessa meet de trillingstijd die bij de beweging hoort door een stopwatch te starten op het moment dat de touwdelen tegen de mast slaan. Tien klappen later stopt ze de tijdmeting. De gemeten tijd is 6,5 s.



Figuur 9.72

a Bereken hoe groot de voortplantingssnelheid van de trillingen in de vlaggenlijn is.

Voor de voortplantingssnelheid van de trilling in deze vlaggenlijn geldt:

$$v = \sqrt{\frac{F}{m_{\text{meter}}}}$$

- v is de voortplantingssnelheid in m s^{-1}.
- F is de spankracht in de lijn in N.
- m_{meter} is de massa per lengte-eenheid in kg m^{-1}.

Tessa spant de lijn strakker. Neem aan dat de massa per lengte-eenheid hierbij niet verandert. De klappen van de vlaggenlijn volgen elkaar nu sneller op.

b Leg aan de hand van bovenstaande formule uit dat het aantal klappen per seconde toeneemt.

Tessa meet de trillingstijd bij verschillende waarden van de spankracht in de vlaggenlijn. Hieruit berekent ze, zoals bij vraag a, de voortplantingssnelheid van de trillingen. In tabel 9.4 staan haar resultaten.

c Bepaal grafisch de massa van 1 m vlaggenlijn.

F (N)	20	24	28	32	36	40
v (m s^{-1})	23	24	27	29	30	33

Tabel 9.4

9.6 Muziekinstrumenten

Opgave 33

a De voortplantingssnelheid bereken je met de formule voor de golfsnelheid.
De trillingstijd volgt uit de metingen van Tessa.
De golflengte bereken je met de formule voor de voorwaarde voor een staande golf met twee vaste uiteinden.
De waarde van n volgt uit de tekst.

De middens van de touwdelen slaan tegen de mast. Er is dan een staande golf met één buik.
Dit is dus de grondtoon en $n = 1$.

$\ell = n \cdot \frac{1}{2}\lambda$
$\ell = 6{,}5$ m
Invullen levert $6{,}5 = 1 \cdot \frac{1}{2}\lambda$.
$\lambda = 13$ m

Uit de metingen van Tessa volgt $10T = 6{,}5$ s. Dus $T = 0{,}65$ s.

$v = \frac{\lambda}{T}$

Invullen levert $v = \frac{13}{0{,}65}$.

$v = 20\ \text{m s}^{-1}$

b Of het aantal klappen per seconde toeneemt of afneemt, leg je uit met het begrip frequentie.
De frequentie beredeneer je met de formule voor de golfsnelheid.
De golfsnelheid beredeneer je met de gegeven formule.

$v = \sqrt{\frac{F}{m_{\text{meter}}}}$

Doordat Tessa de lijn strakker spant, wordt de spankracht F groter. Omdat de massa per lengte-eenheid m_{meter} niet verandert, wordt de voortplantingssnelheid dus groter.

$v = f \cdot \lambda$
De golflengte λ is constant omdat de lengte van de vlaggenlijn niet verandert. Als de voortplantingssnelheid groter is, dan is de frequentie dus ook groter.
De frequentie is vergelijkbaar met het aantal klappen per seconde.
Het aantal klappen per seconde neemt dus toe.

c De massa van één meter vlaggenlijn bepaal je grafisch.

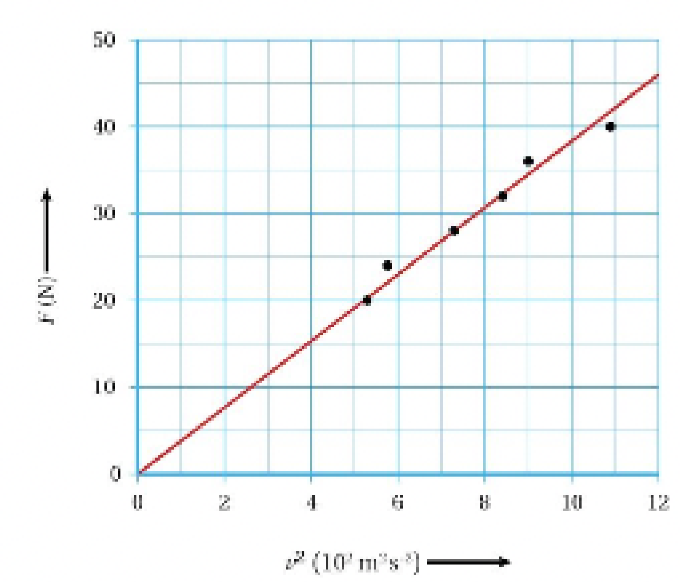
Uit de formule $v = \sqrt{\frac{F}{m_{\text{meter}}}}$ volgt dat het verband tussen F en v geen rechte lijn is.

Kwadrateer je de linker- en rechterkant van de formule, dan ontstaat $v^2 = \frac{F}{m_{\text{meter}}}$.

Hieruit volgt $m_{\text{meter}} \cdot v^2 = F$.
Zet je op de verticale as F uit en op de horizontale as v^2, dan is de grafiek een rechte lijn door de oorsprong met richtingscoëfficiënt m_{meter}.
Dus tabel 9.4 van het boek breid je uit met een rij voor v^2.
Zie tabel 9.3 en het erbij horende diagram van figuur 9.15.

F (N)	20	24	28	32	36	40
v (m s^{-1})	23	24	27	29	30	33
v^2 ($\text{m}^2\,\text{s}^{-2}$)	529	576	729	841	900	1089

Tabel 9.3



Figuur 9.15

De steilheid van de grafieklijn is $\frac{46{,}0 - 0{,}0}{12 \cdot 10^2 - 0{,}0} = 3{,}83\ \text{kg m}^{-1}$.
Afgerond: $m_{\text{meter}} = 3{,}8 \cdot 10^{-2}\ \text{kg m}^{-1}$.