25 Voor gassen geldt voor de gemiddelde energie van een vrij bewegend deeltje:

$E_{gem} = \frac{3}{2} k_B \cdot T$

- k_B is de constante van Boltzmann in J K^{-1}.
- T is de temperatuur in K.

De waarde van k_B vind je in BINAS tabel 7.

Je kunt deze formule gebruiken voor een vrij bewegend elektron of de atoomkern.

In ijzer is de afstand tussen de atomen bij kamertemperatuur ongeveer 0,23 nm.

a Toon aan dat de debrogliegolflengte van een vrij bewegend elektron bij kamertemperatuur (293 K) gelijk is aan 6,3 nm.

b Toon aan dat de debrogliegolflengte van de kern van ijzer-56 bij kamertemperatuur (293 K) gelijk is aan 20 pm.

Voor de beschrijving van het gedrag van de elektronen in ijzer moet je quantumtheorie gebruiken. Het gedrag van de atoomkernen kun je beschrijven met klassieke theorie.

c Leg dit uit.

Opgave 25

a De debrogliegolflengte bereken je met de formule voor de debrogliegolflengte.
De snelheid bereken je met de formule voor kinetische energie.
De kinetische energie volgt uit de gemiddelde energie.
De gemiddelde energie bereken je met de gegeven formule.

$E_{gem} = \frac{3}{2} k_B \cdot T$

$k_B = 1{,}380649 \cdot 10^{-23}$ J K^{-1}

$T = 293$ K

$E_{gem} = \frac{3}{2} \times 1{,}380649 \cdot 10^{-23} \times 293$

$E_{gem} = 6{,}06795 \cdot 10^{-21}$ J

$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

$E_k = E_{gem} = 6{,}06795 \cdot 10^{-21}$

$m = m_e = 9{,}10938 \cdot 10^{-31}$ kg (zie BINAS tabel 7B)

$6{,}06795 \cdot 10^{-21} = \frac{1}{2} \times 9{,}10938 \cdot 10^{-31} \cdot v^2$

$v = 1{,}1542 \cdot 10^5$ m s^{-1}

$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

$h = 6{,}6260 \cdot 10^{-34}$ (zie BINAS tabel 7A)

Invullen levert: $\lambda = \frac{6{,}6260 \cdot 10^{-34}}{9{,}10938 \cdot 10^{-31} \times 1{,}1542 \cdot 10^5}$

$\lambda = 6{,}30189 \cdot 10^{-9}$ m

Afgerond: $\lambda = 6{,}3$ nm.

b Voor een kern van Fe-56 is de gemiddelde energie bij kamertemperatuur dezelfde.

$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

$E_k = E_{gem} = 6{,}06795 \cdot 10^{-21}$ J (zie vraag 25a)

$m_{Fe\text{-}56} = 55{,}9349$ u

Dit is $55{,}9349 \times 1{,}6605 \cdot 10^{-27}$ kg $= 9{,}28799 \cdot 10^{-26}$ kg (zie BINAS tabellen 25 en 7B)

Dit is de massa van een atoom Fe-56. De kern heeft 56 elektronen minder.

De kern heeft dan een massa van $9{,}28799 \cdot 10^{-26} - 56 \times 9{,}10938 \cdot 10^{-31} = 9{,}2828 \cdot 10^{-26}$ kg.

$6{,}06795 \cdot 10^{-21} = \frac{1}{2} \times 9{,}2828 \cdot 10^{-26} \cdot v^2$

$v = 3{,}6157 \cdot 10^2$ m s^{-1}

$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

$h = 6{,}6260 \cdot 10^{-34}$ (zie BINAS tabel 7A)

Invullen levert: $\lambda = \frac{6{,}6260 \cdot 10^{-34}}{9{,}2828 \cdot 10^{-26} \times 3{,}6157 \cdot 10^2}$

$\lambda = 1{,}97 \cdot 10^{-11}$ m

Afgerond: $\lambda = 20$ pm.

c De golflengte van een elektron (0,63 nm) is groter dan de afstand tussen de atomen (0,23 nm). De golffunctie van een elektron overlapt dus met de golffuncties van meerdere atomen. Er zijn dus quantumeffecten te verwachten.
De golflengte van een kern Fe-56 is kleiner dan de afstand tussen de atomen. De golffunctie van een kern Fe-56 heeft geen overlap met de golffuncties van andere kernen. Daardoor zijn er geen quantumeffecten te verwachten.