

# Voorbeeldexamenopgaven VWO

**Quantumwereld   Natuurkunde**



## Laserpulsen

Bij het onderzoek naar oppervlakteverschijnselen aan metalen maken natuurkundige onderzoekers gebruik van gepulste lasers. Dat wil zeggen dat er geen continue stroom fotonen is, maar dat de fotonen in pakketjes komen. Zie figuur 1.

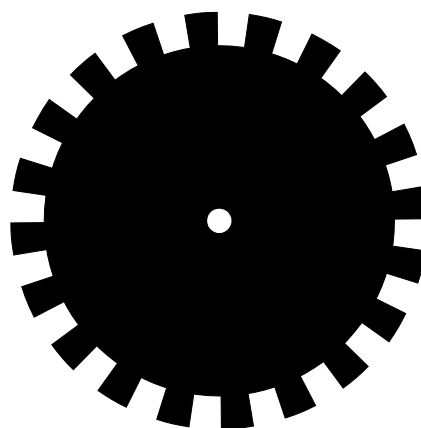
**figuur 1**



Voor het onderzoek is het belangrijk dat de pulsduur en de herhalingstijd zeer kort zijn en dat de fotonen één bepaalde energie hebben. Maar bij dit streven lopen de wetenschappers op tegen de beperkingen die de quantumfysica ze daarbij oplegt.

Eén manier om een gepulste laser te maken is een continue laser te 'choppen' met een 'chopper wheel', een ronddraaiende schijf met afwisselend openingen en dichte stukken. Zie figuur 2.

**figuur 2**



De omlooptijd van een 'chopper wheel' is begrensd omdat anders de krachten op het wheel te groot worden en het wheel uit elkaar vliegt.

Voor een goede werking van een 'chopper wheel' moet de breedte van zowel een opening als van een dicht stuk minstens gelijk zijn aan de diameter van de laserstraal.

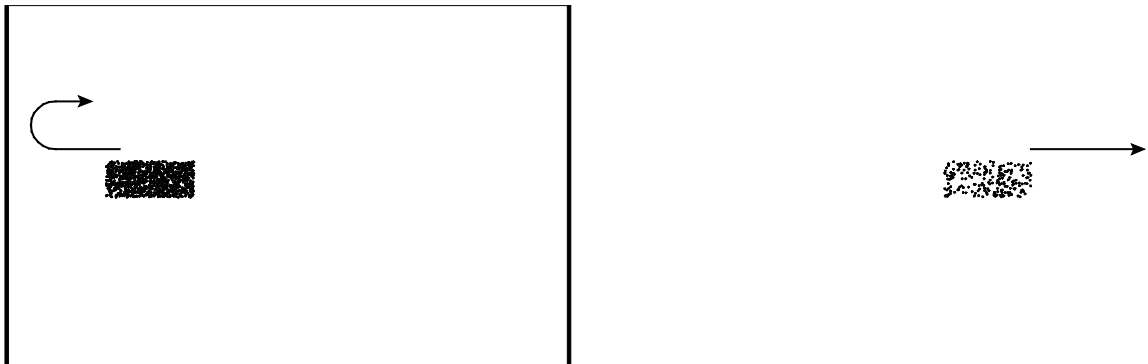
Wetenschappers ontwierpen een 'chopper wheel' met een diameter van 14 cm met zoveel mogelijk openingen dat draait met een maximaal toelaatbare draaifrequentie van 1,0 kHz (duizend omwentelingen per seconde). De laserbundel heeft een dikte van 1,0 mm.

- 3p    **1**    Bereken de minimale pulsduur die met behulp van dit 'chopper wheel' kan worden bereikt.
- 3p    **2**    Bereken de grootte van de middelpuntzoekende versnelling op de rand van het 'chopper wheel'.

Een pulsduur kleiner dan een microseconde blijkt in de praktijk niet haalbaar met een 'chopper wheel'.

Een pulsduur die véél kleiner, is realiseert men met een ander principe. Daarbij laat men binnen de laser fotonen groepsgewijs tussen twee spiegels heen en weer gaan. Zie figuur 3.

**figuur 3**



De linker spiegel reflecteert alle fotonen, de rechter spiegel laat elke keer een klein deel door en reflecteert de rest. De doorgelaten fotonen vormen de laserpuls die naar buiten komt.

De horizontale afmetingen van de opstelling in figuur 3 (dat wil zeggen de afstand tussen de spiegels, de positie van het blok fotonen en de lengte van het blok fotonen) zijn op schaal getekend.

4p

**3** Voer met behulp van figuur 3 de volgende opdrachten uit:

- Bepaal de verhouding van de pulsduur en de herhalingsstijd.
- Bepaal de afstand tussen de spiegels als de pulsduur van de uittredende laserstraal 20 femtoseconde bedraagt.

We beschouwen de uittredende gepulste laserbundel.

Omdat elk foton zich in een pakketje bevindt, is de onbepaaldheid in de plaats waar hij zich bevindt gelijk aan de lengte van het pakketje.

Dit is in figuur 4 weergegeven met  $\Delta x$ .

**figuur 4**



De eerste Heisenbergrelatie luidt:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \quad (1)$$

Hieruit kan worden afgeleid dat de fotonen in het pakketje niet meer allemaal dezelfde golflengte hebben.

2p

**4** Laat dat zien.

In de praktijk is het onmogelijk om de lengte van het pakketje fotonen te meten. Wel kan de tijdsduur van het pakketje worden bepaald. Om die reden gebruikt men in dit soort situaties vaak de zogenaamde tweede Heisenbergrelatie:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{4\pi} \quad (2)$$

Hierin is  $\Delta E$  de onbepaaldheid in de energie van het foton en  $\Delta t$  de onbepaaldheid in de tijd.

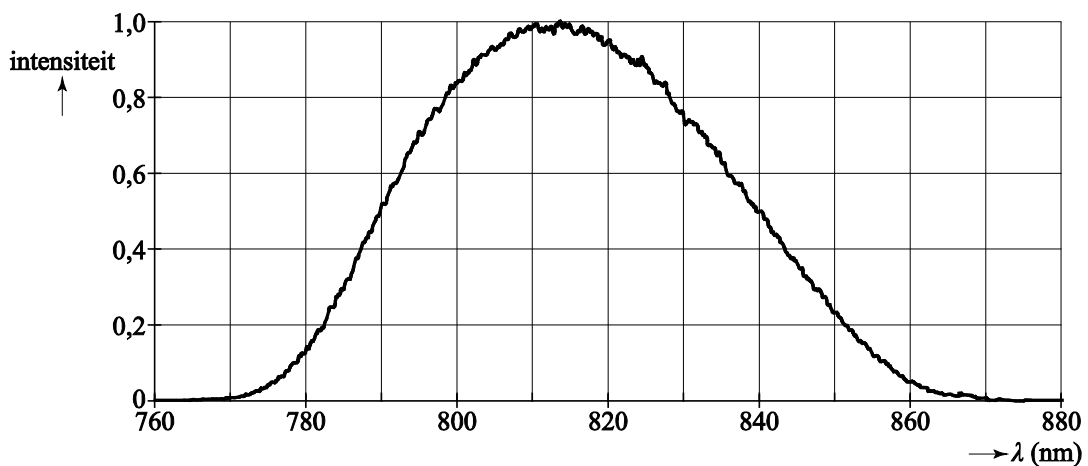
Voor fotonen kan de tweede Heisenbergrelatie (2) afgeleid worden uit de eerste Heisenbergrelatie (1).

3p **5** Geef deze afleiding.

Metingen van de golflengtes die in een gechopte laserstraal voorkomen zijn weergegeven in figuur 5.

Daarbij is de pulsduur gelijk aan 20 femtoseconde.

**figuur 5**




3p **6** Ga na met een bepaling of de uit figuur 5 af te leiden onbepaaldheid in de energie in overeenstemming is met de tweede Heisenbergrelatie. Aanwijzing: gebruik voor  $\Delta E$  het verschil van de maximale en minimale fotonenergie; neem voor  $\Delta t$  de pulsduur.

## Davisson - Germer experiment

In 1923 deed Louis de Broglie de veronderstelling dat deeltjes een golfkarakter vertonen en dus een golflengte bezitten. In 1927 toonden Clinton Davisson en Lester Germer (zie figuur 1) experimenteel aan dat de veronderstelling van De Broglie juist was.

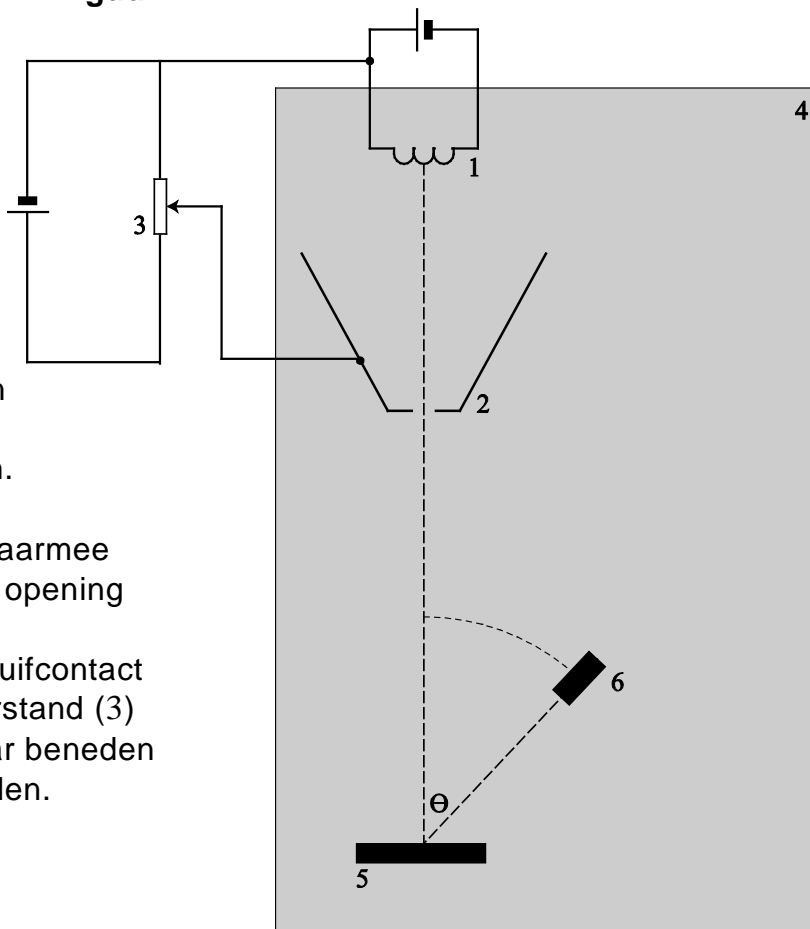
Davisson en Germer gebruikten de opstelling zoals schematisch weergegeven in figuur 2. In de opstelling wordt gebruik gemaakt van een elektronenversneller. Hierin worden elektronen via thermische emissie losgemaakt uit een gloeidraad (1). Daarna worden de elektronen versneld tussen de gloeidraad en de anode (2) en gaan verder door de opening in de anode. Deze anode is via een regelbare weerstand (3) verbonden met een spanningsbron.



**figuur 1**



De elektronen komen met een verwaarloosbaar kleine snelheid uit de gloeidraad (1) en worden versneld met een spanning van 54 V.

**figuur 2**

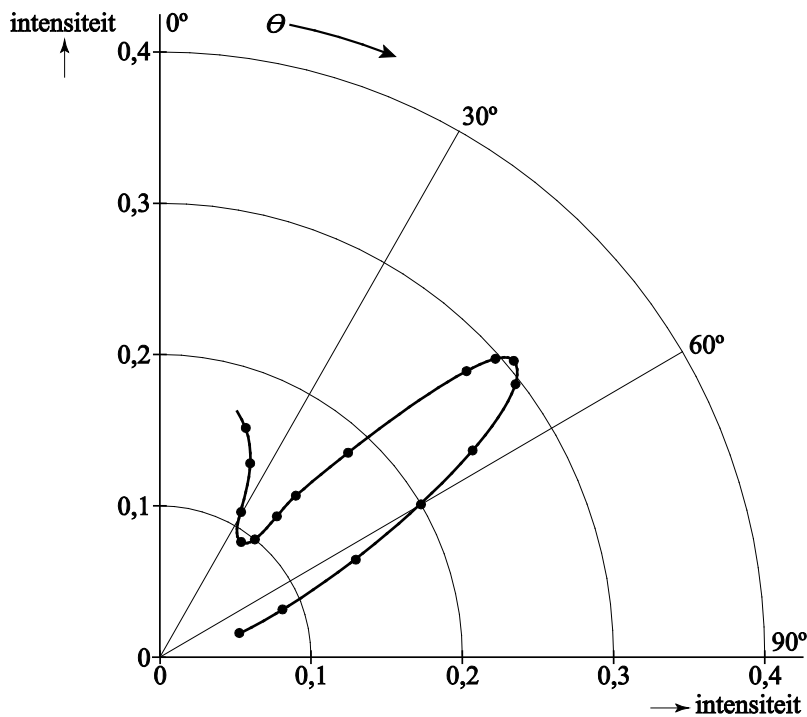
- 3p **7** Bereken met welke snelheid de elektronen door de opening in de anode (2) bewegen.

- Men wil de snelheid waarmee de elektronen door de opening bewegen, verhogen.
- 2p **8** Beredeneer of het schuifcontact van de regelbare weerstand (3) dan naar boven of naar beneden verschoven moet worden.

Het geheel is in een vacuüm ruimte (4) geplaatst.  
 De elektronenbundel komt op een nikkelplaatje (5) terecht.  
 Elektronen die terugkomen van het plaatje kunnen worden opgevangen door een detector (6). Deze kan verdraaid worden rondom het nikkelplaatje. De afstand tussen (het midden van) het plaatje en de detector blijft daarbij gelijk. De detector vangt de elektronen op die terugkomen met een hoek  $\theta$  ten opzichte van de invallende bundel.

In figuur 3 staan de meetresultaten van Davisson en Germer bij een versnelling van 54 V uitgezet bij verschillende hoeken.

**figuur 3**

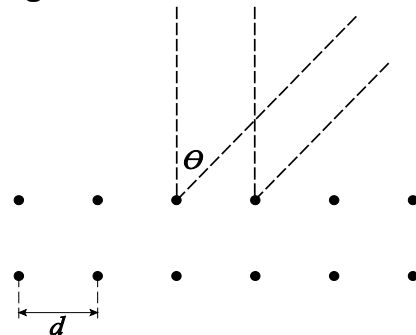


- 2p 9 Leg, aan de hand van figuur 3, uit dat elektronen zich hier gedragen als golven.

In figuur 4 staat schematisch het principe weergegeven van het terugkomen van de elektronengolven van het nikkel.

In figuur 4 is een invallende bundel met twee stralen en een bundel die terugkomt weergegeven. De punten geven de nikkelatomen weer. De afstand  $d$  is de afstand tussen de atomen.

**figuur 4**



De meetresultaten van Davisson en Germer kunnen worden beschreven met:

$$n\lambda = d \sin \theta$$

Hierin is:

- $\lambda$  de golflengte van de straling (in m),
- $d$  de afstand tussen de atomen (in m);
- $\theta$  de hoek tussen invallende en de terugkomende bundel.

2p **10** Leg uit dat  $n$  een geheel getal is als er sprake is van een maximum.

Vanuit de situatie in de opstelling van figuur 2 kan de de Broglie-golflengte van de elektronen berekend worden met de formule:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$$

4p **11** Leid deze formule af uit formules in BiNaS.

Uit de meetresultaten van Davisson en Germer (weergegeven in figuur 3 voor een versnelspanning van 54 V) is de afstand  $d$  te bepalen.

4p **12** Bepaal afstand  $d$ .





## Onderzoek naar metaalmoeheid

Lees onderstaand artikel.

Vleugels van vliegtuigen trillen tijdens het vliegen ten gevolge van de grote krachten die ze ondervinden. Daardoor kan het metaal zijn sterkte verliezen en de vleugel kan afbreken. We spreken dan van metaalmoeheid. Wetenschappers onderzoeken de oorzaak van metaalmoeheid. Hun kennis wordt toegepast om veilige constructies te maken.



In het reactorinstituut van de TU-Delft doet men onderzoek naar metaalmoeheid. Men beschiet het metaal met positronen. Een positron is een deeltje met massa gelijk aan die van een elektron, maar met een positieve lading. Als positronenbron gebruikt men Na-22.

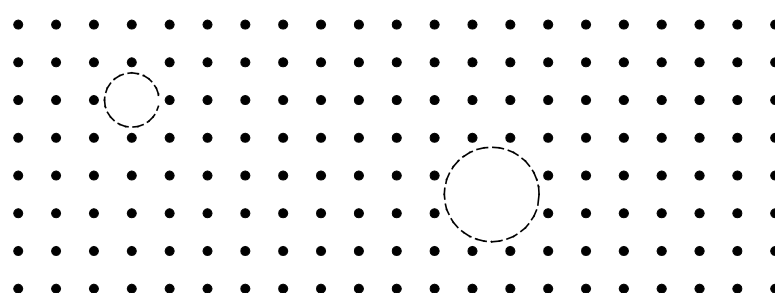
3p 13 Geef de vervalvergelijking van Na-22.

Bij aanschaf had de Na-22 bron een activiteit 1,1 MBq. Op een bepaald moment is de activiteit van de bron gedaald naar 0,17 MBq en is deze niet meer bruikbaar voor het experiment.

3p 14 Berekenen na hoeveel tijd dat is.

Metaalmoeheid heeft te maken met roostergaten in het metaal. Er is sprake van een roostergat als er één of meer atomen in het metaalrooster ontbreken.

figuur 1

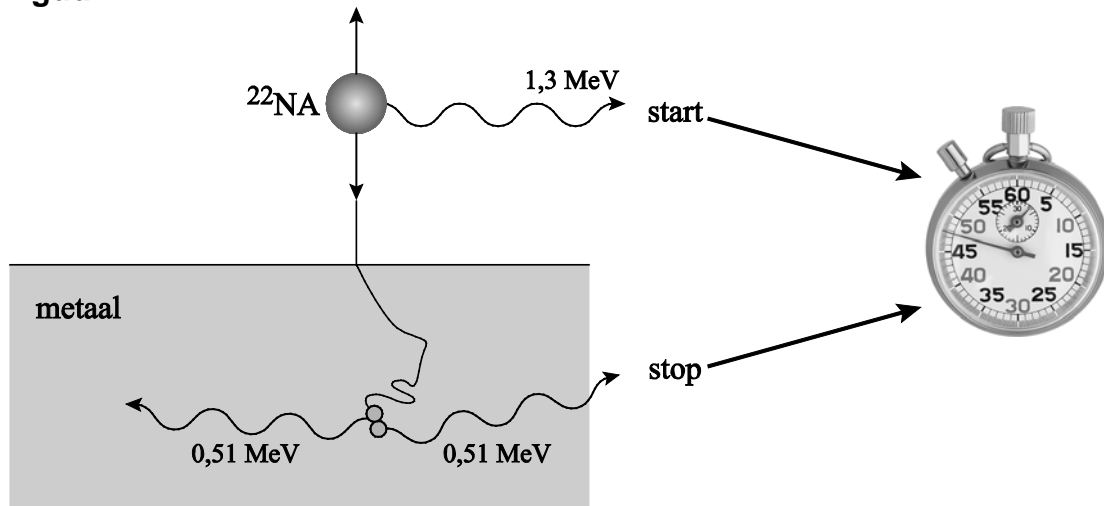


In figuur 1 is schematisch een metaalrooster getekend met een klein en een groot roostergat. Met name grote roostergaten zorgen voor metaalmoeheid.

Eén positronen kan (net als bij een PET-scan) annihilieren met één elektron in het metaal. Dat wil zeggen dat de massa van de twee deeltjes omgezet wordt in de energie van de twee gamma-fotonen, elk met een energie van 0,51 MeV.

De levensduur van het positron wordt bepaald met behulp van twee verschillende fotonen. Het eerste foton start een klok. Dit is het gamma-foton dat tegelijk met het positron uit de Na-22-bron vrijkomt en een energie heeft van 1,3 MeV. Het tweede foton stopt de klok. Dit is een gamma-foton met een energie van 0,51 MeV dat vrijkomt bij de annihilatie. De tijdmeting is symbolisch weergegeven in figuur 2.

**figuur 2**



Om er zeker van te zijn dat twee gedetecteerde fotonen bij elkaar horen, gebruikt men in ieder geval de volgende gegevens:

- Het feit dat ze verschillende energieën hebben.
- De tijd tussen de twee detecties.

2p 15 Leg het gebruik van beide gegevens uit.

In het experiment worden positronen op Aluminium geschoten, waar ze onmiddellijk door het metaalrooster afgeremd worden tot een (thermische) energie van 0,040 eV. Als er geen roostergaten zouden zijn, bewegen de positronen met deze energie vrij door het rooster. De roosterafstand (de afstand tussen de atomen in het metaalrooster) van Aluminium is 0,41 nm.

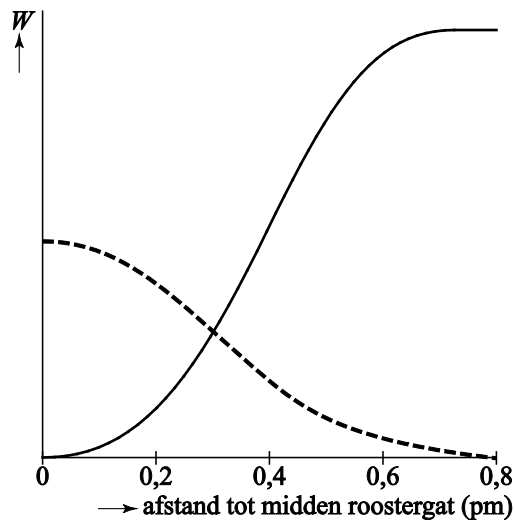
4p 16 Voer de volgende opdrachten uit:

- Bereken de de Broglie-golflengte van deze vrije positronen.
- Bereken met hoeveel roosterafstanden deze golflengte overeen komt

In een roostergat ontbreekt positieve lading.

In figuur 3 zijn de waarschijnlijkheidsverdeling  $W$  van een elektron en een positron bij een roostergat weergegeven als functie van de afstand tot het midden van het roostergat. De breedte van het roostergat is 0,8 nm.

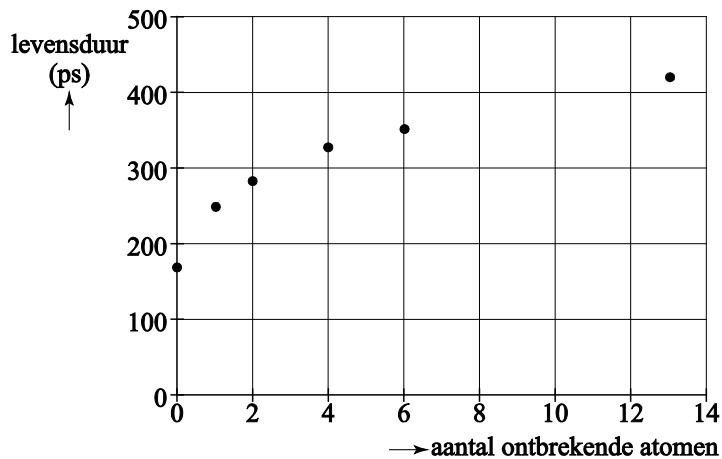
**figuur 3**



- 3p 17 Voer de volgende opdrachten uit:
- Leg uit dat de getrokken waarschijnlijkheidsverdeling bij een elektron hoort en de gestippelde bij een positron.
  - Leg uit aan de hand van figuur 3 waarom de levensduur van een positron verlengd wordt als hij in een roostergat komt.

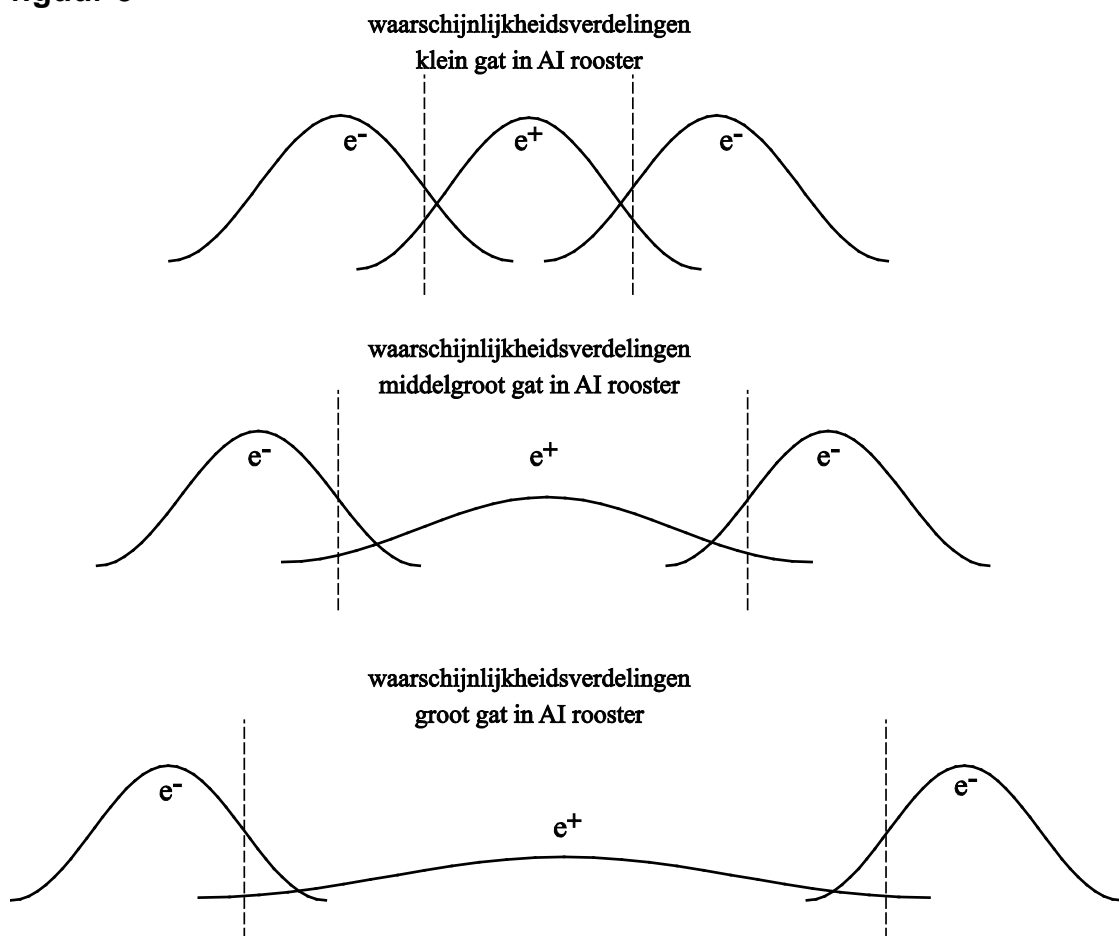
Bij roostergaten ontbreken er vaak niet één, maar meerdere atomen. In figuur 4 is de levensduur van een positron in het metaal weergegeven bij verschillende groottes van het roostergat.

**figuur 4**



In de grafiek is te zien dat de levensduur toeneemt met het aantal ontbrekende atomen in het roostergat. In figuur 5 staan drie tekeningen met waarschijnlijkheidsverdelingen van een (geleidings)elektron en een positron rond een roostergat: voor een klein gat, voor een middelgroot gat en voor een groot gat.

**figuur 5**

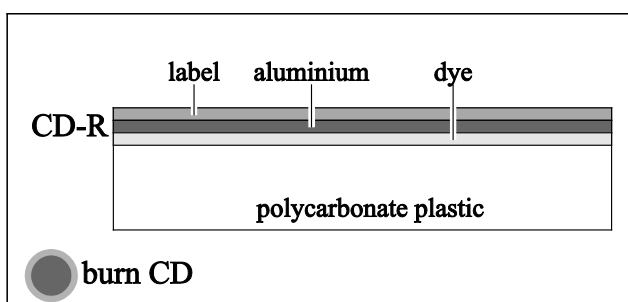


- 3p **18** Gebruik de tekeningen van figuur 5 om het verloop van figuur 4 te verklaren.

## Kleurstof in een CD-R

Lees onderstaand artikel.

In CD's zit de informatie vastgelegd met putjes in het glanzende metaaloppervlak. Bij een CD-R, (R van Recordable) een beschrijfbare CD is het anders. Daar is de laag glad en bevat een bepaalde kleurstof. Bij een onbeschreven CD-R is deze kleurstoflaag doorzichtig. Als je op één plaats de laag verhit, met een korte laserpuls, wordt de kleurstof op die plaats ondoorzichtig zodat er geen licht meer door kan.



Door korte pulsen van de schrijflaser kan informatie zo worden weggeschreven in de vorm van doorzichtige en ondoorzichtige 'spots'.

Om een 'spot' te branden is een hoeveelheid energie nodig van  $1,5 \cdot 10^{-9}$  J. Deze wordt in de vorm van een korte lichtpuls door een brandlaser geleverd. Neem aan dat het rendement van deze energieoverdracht honderd procent is. De tijdsduur van een laserpuls is gelijk aan de tijdsduur tussen twee laserpulsen. De laser heeft een vermogen van 75 mW.

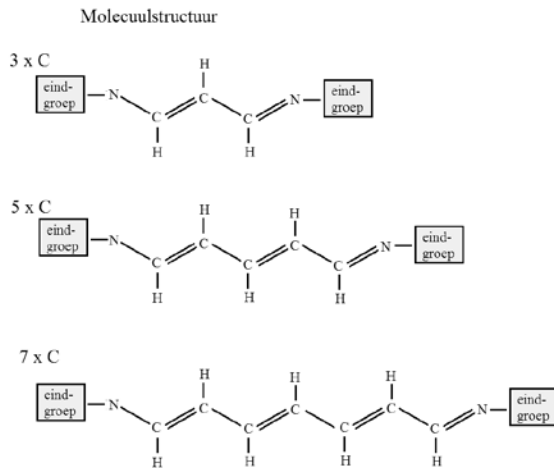
- 3p 19 Bereken het maximum aantal 'spots' dat de laser per seconde kan branden.

Het rendement kan zeer hoog zijn als de spot een kleurstof bevat die in staat is licht te absorberen van dezelfde frequentie als dat van de laser. Voor dit doel worden cyanine-kleurstoffen gebruikt.

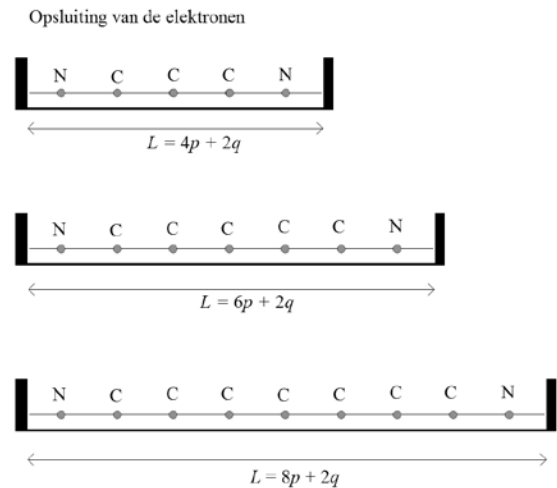
Figuur 1 laat een aantal van deze moleculen zien.

In zo'n molecuul is steeds een aantal vrije elektronen aanwezig. Deze elektronen zitten opgesloten tussen de eindgroepen. Deze opsluiting is te beschrijven als deeltjes in een eendimensionale energieput met lengte  $L$ . Zie figuur 2.

figuur 1



figuur 2



De onderlinge afstand tussen de C-atomen en de C- en N-atomen is steeds  $p$ ; de afstand tussen de N-atomen en de eindgroep is steeds  $q$ .

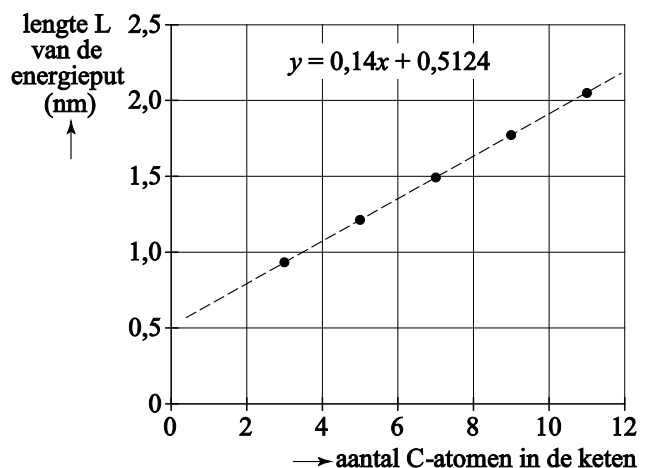
In figuur 3 is lengte  $L$  uitgezet tegen het aantal C-atomen in de keten. De stippellijn is de trendlijn door de punten, de vergelijking van de trendlijn staat ook gegeven.

3p 20 Bepaal de waarde van  $p$  en van  $q$ .

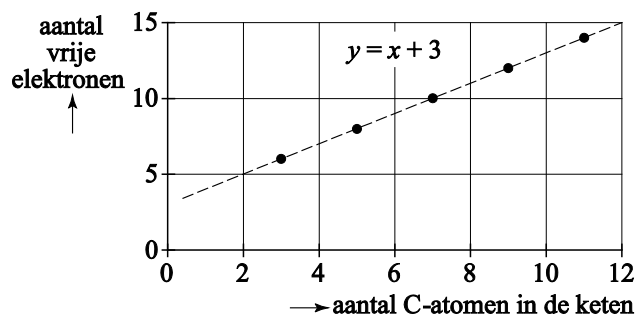
Het aantal vrije elektronen dat tussen de eindgroepen beweegt, hangt ook af van het aantal C-atomen in de keten. Dit is in figuur 4 weergegeven.

2p 21 Beredeneer of het aantal elektronen per lengte-eenheid toeneemt, afneemt of gelijk blijft als de keten langer wordt.

figuur 3



figuur 4

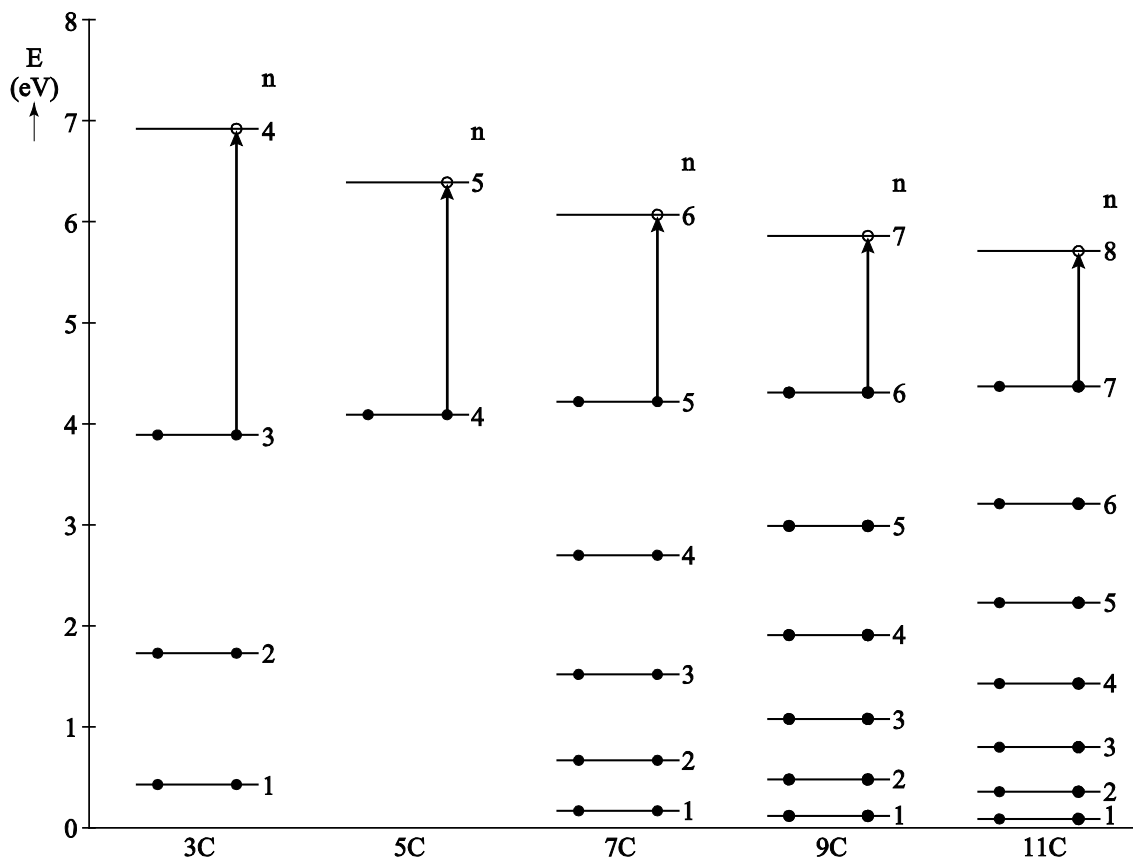


Voor de energieniveaus van de elektronen gelden de volgende regels:

- De energiewaarden van de niveaus kunnen berekend worden met het model ‘deeltje in een eendimensionale energieput’.
- Er zitten maximaal twee elektronen in hetzelfde energieniveau.
- De niveaus worden van onderaf opgevuld.

In figuur 4 zijn de energieniveaus van de elektronen bij vijf verschillende ketenlengtes weergegeven. Figuur 4 staat vergroot op de uitwerkbijlage.

**figuur 4**



Bij een ketenlengte met 5 C-atomen zijn de niveaus 1, 2 en 3 weggelaten.

4p 22 Voer de volgende opdrachten uit:

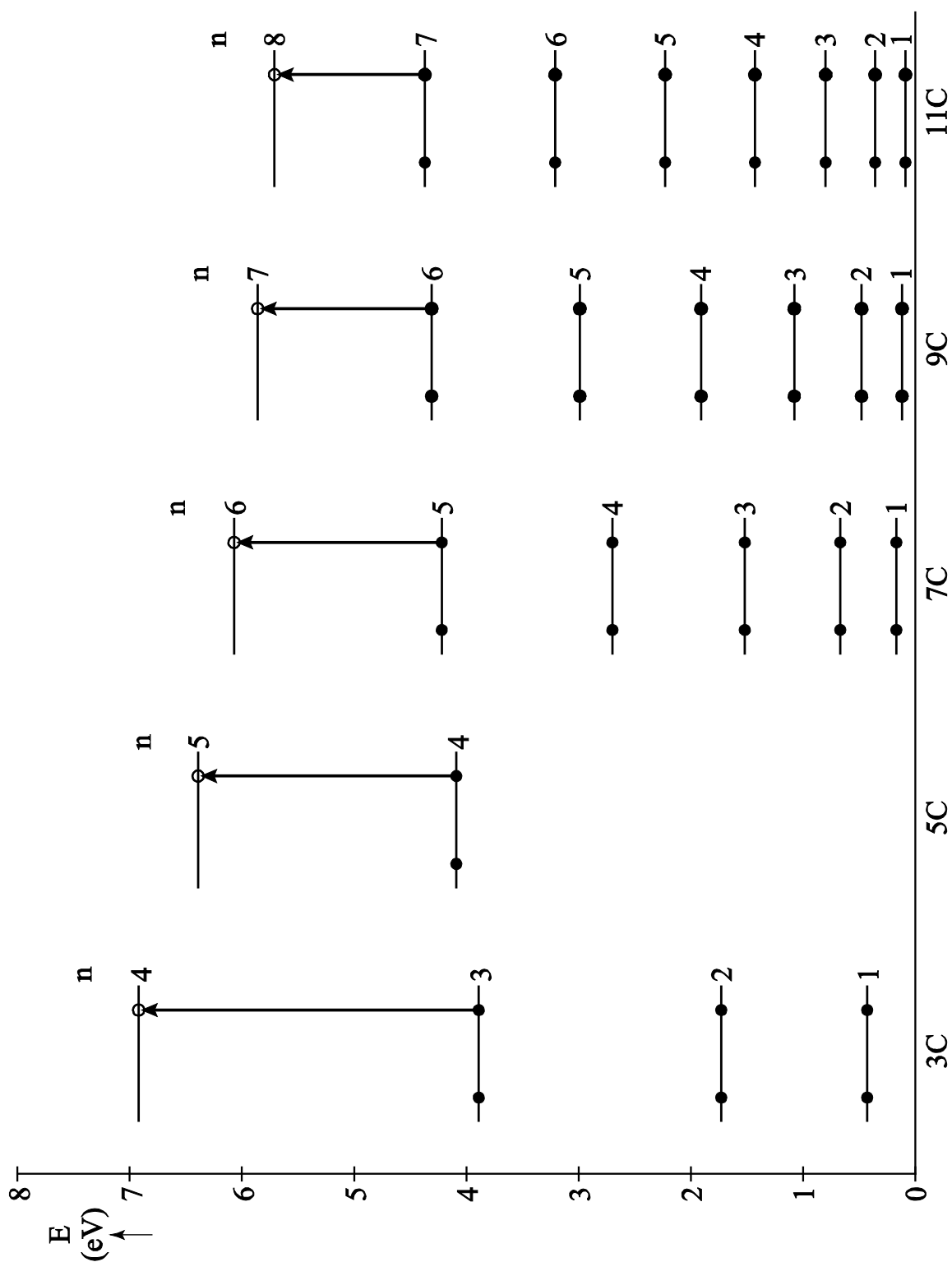
- Bereken de hoogte van de energie van de niveaus 1, 2 en 3 bij een ketenlengte van 5 C-atomen.
- Teken de energieniveaus in de figuur op de uitwerkbijlage.

Absorptie van licht vindt plaats als een elektron in het hoogste gevulde niveau naar een niveau hoger springt. In figuur 4 is dit steeds met een pijl weergegeven.

De CD-R heeft een brand-laser met een golflengte van 800 nm.

3p 23 Bepaal met behulp van figuur 4 welk van deze moleculen daarbij het beste als kleurstof kan worden gebruikt. Licht je antwoord toe met een berekening.





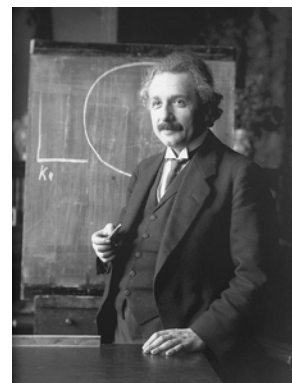
## Opbrengst van het foto-elektrisch effect

Lees onderstaand artikel.

**Om de straling van zwarte stralers te verklaren stelde Max Planck in 1900 de hypothese dat de stralingsenergie van zwarte stralers opgedeeld is in pakketjes met een energie  $E = hf$ . In 1905 stelde Einstein in zijn theorie van het foto-elektrisch effect dat het inderdaad om meetbare losse deeltjes gaat. Deze deeltjes kregen later de naam fotonen.**

Het deeltjeskarakter van licht werd pas na veel weerstand door de natuurkundige wereld geaccepteerd. Zo heeft Millikan tot 1916 geprobeerd deze theorie te weerleggen. Einstein ontving voor zijn idee in 1921 de Nobelprijs. Het tijdperk van de quantumfysica was definitief aangebroken.

Het heeft echter tot 1960 geduurd voordat men begreep dat het foto-elektrisch effect geen puur oppervlakteverschijnsel was, maar binnen in het metaal plaatsvindt.



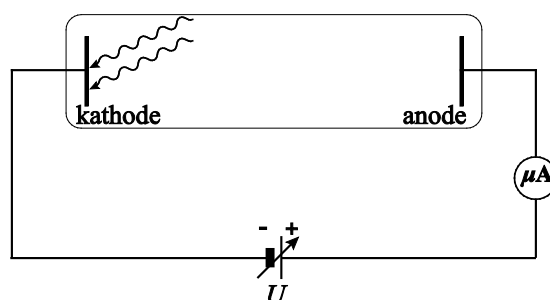
Het foto-elektrisch effect wordt vaak aangetoond in een experiment zoals weergegeven in figuur 1.

In zo'n experiment wordt de kathode in een vacuümbuis beschienen door een laser met een golflengte  $\lambda = 410 \text{ nm}$  en een vermogen van  $P = 3,0 \text{ mW}$ .

Op de kathode komen dan elektronen vrij die naar de anode bewegen.

De stroomsterkte  $I$  in de kring wordt uitgezet tegen de spanning  $U$ . Zie figuur 2.

figuur 1

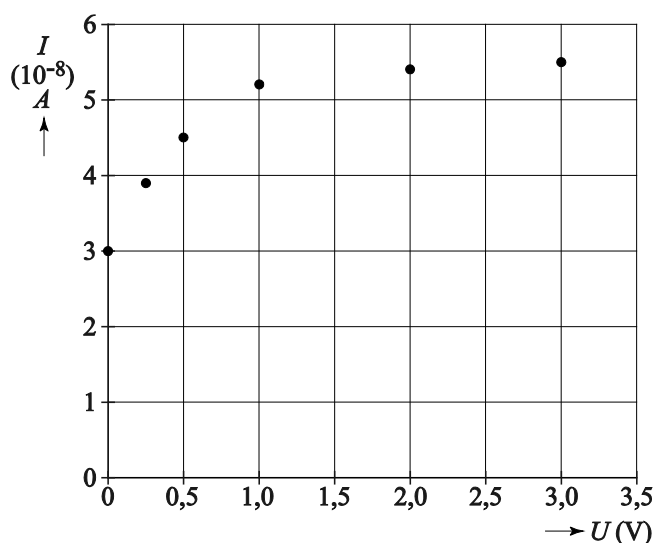


figuur 2

Als de spanning hoger is dan  $U = 2,0 \text{ V}$ , bereiken alle vrijgemaakte elektronen de anode.

2p 24 Beantwoord de volgende vragen:

- Hoe is dit te zien in figuur 2?
- Waarom bereiken bij een lagere spanning niet alle vrijgemaakte elektronen de anode?



Niet elk foton dat op de kathode valt, maakt een elektron vrij. Daarom spreekt men over het quantumrendement  $\eta_Q$  van een fotokathode

Voor het quantumrendement geldt:  $\eta_Q = \frac{n_e}{n_f}$ . (1)

Hierin is:

- $n_f$  het aantal fotonen dat per seconde het kathodeoppervlak treft;
- $n_e$  het aantal elektronen dat per seconde de kathode verlaat.

Voor de maximale stroomsterkte  $I$  geldt:  $I = \frac{\eta_Q e}{E_f} P_{\text{licht}}$ . (2)

Hierin is:

- $e$  elementair ladingsquantum;
- $P_{\text{licht}}$  het vermogen van het opvallende licht;
- $E_f$  de energie van een foton.

3p **25** Leid formule (2) af met behulp van formule (1) en formules in BiNaS.

3p **26** Bepaal het quantumrendement  $\eta_Q$  van deze fotokathode.

Er zijn duizenden fotonen nodig voor het vrijmaken van één elektron. Toch vormt het foto-elektrisch effect een bewijs voor het individuele deeltjeskarakter van fotonen.

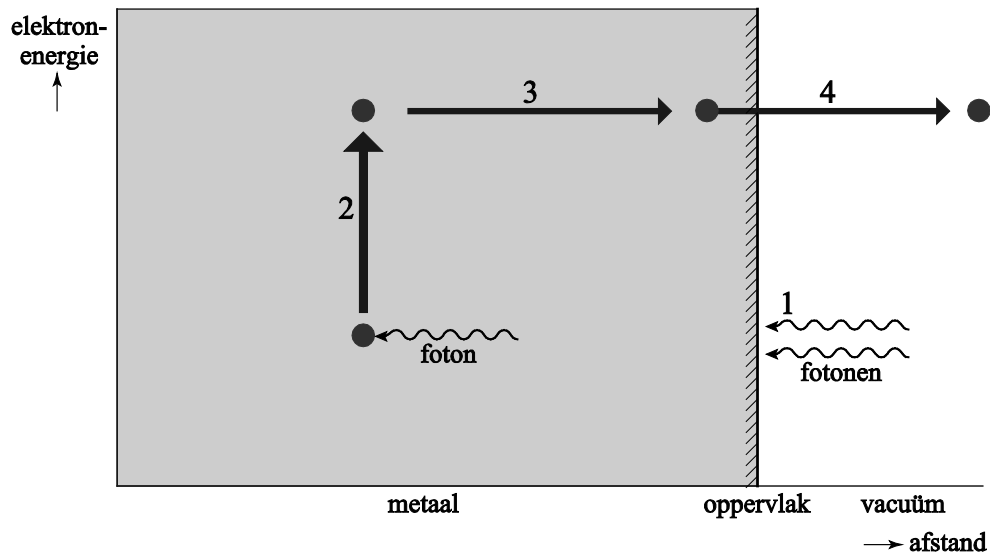
2p **27** Leg uit waarom.

Chris wil weten hoe het komt dat het foto-elektrisch effect bij metalen zo'n laag quantumrendement  $\eta_Q$  heeft. Hij gebruikt hiervoor het model voor het foto-elektrisch effect dat in 1958 ontwikkeld is door de natuurkundige Spicer. Hierbij wordt het proces van het foto-elektrisch effect in de volgende vier stappen verdeeld:

- 1 terugkaatsing van een foton aan het buitenoppervlak van het metaal
- 2 absorptie van een foton door een elektron
- 3 transport van het elektron naar het oppervlak
- 4 ontsnappen van het elektron aan het oppervlak

Het proces is schematisch weergegeven in figuur 3.

**figuur 3**



In tabel 1 zijn karakteristieke waarden gegeven die Chris heeft gevonden voor de foto-elektrische deelprocessen van een fotokathode van koper, bestraald met fotonen van 4,8 eV.

**tabel 1**

stap	percentage
1	40% van de fotonen wordt gereflecteerd
2	83% van de fotonen wordt door elektronen geabsorbeerd
3	80% van de aangeslagen elektronen wordt verstrooid door botsingen
4a	4% van de aangeslagen elektronen hebben voldoende energie om te ontsnappen
4b	99% van de aangeslagen elektronen met voldoende energie treffen het oppervlak onder een zodanige hoek dat ze worden teruggekaatst

- 3p **28** Bereken met behulp van tabel 1 het quantumrendement  $\eta_Q$  van de fotokathode.

Als de fotonenergie toeneemt, stijgt het energieoverschot ( $E_f - W_u$ ). Hierdoor wordt de opbrengst zowel bij stap 4a als bij stap 4b groter. Dit leidt tot de regel van Fowler:

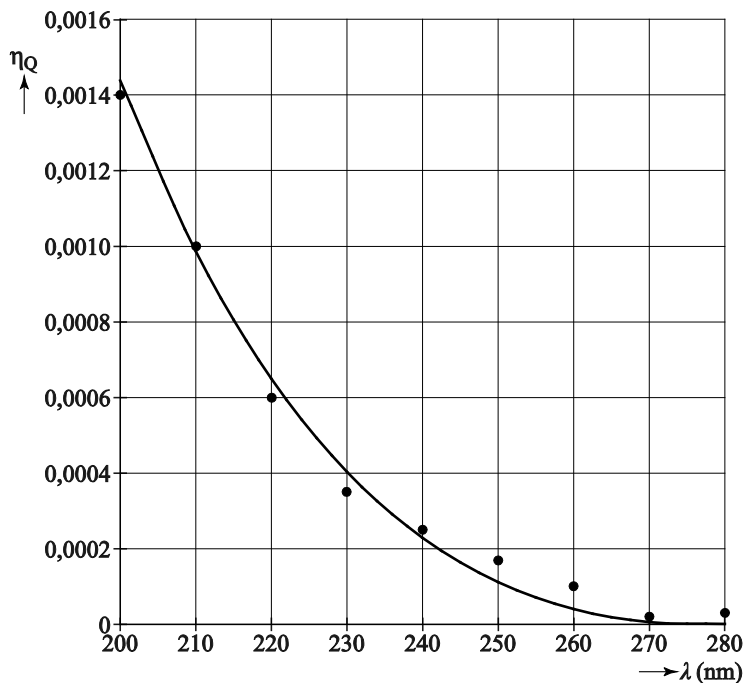
$$\eta_Q = k(E_f - W_u)^2$$

Hierin is:

- $k$  een materiaalconstante;
- $(E_f - W_u)$  het energieoverschot uitgedrukt in eV.

Chris vindt in de literatuur een diagram waarin het quantumrendement  $\eta_Q$  van een bepaalde fotokathode uitgezet is tegen de golflengte van het opvallende licht. Zie figuur 4.

**figuur 4**



- 4p 29 Voer de volgende opdrachten uit:
- Toon aan dat de fotokathode van koper is. Gebruik hierbij BiNaS.
  - Bepaal de waarde van de constante  $k$ .

## Scanning tunneling microscoop (STM)

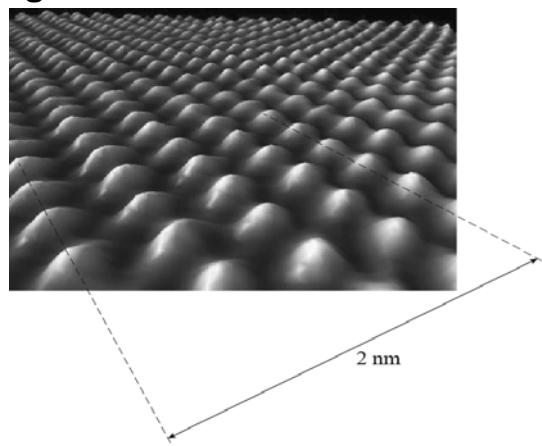
Lees onderstaand artikel

Scanning tunneling microscopie (STM) is een techniek waarmee men op atomaire schaal een hoogtekaart van een metaaloppervlak kan maken. Men gebruikt een geleidende, scherpe naald waarvan de punt uit slechts enkele atomen bestaat. Tussen de naald en het metaaloppervlak legt men een kleine spanning aan.

Als de naald dicht genoeg bij het oppervlak komt, worden er met het quantum-tunneleffect voldoende elektronen uit het metaal ‘gezogen’ om een stroomsterkte te kunnen meten. Anders dan bij een grammofoonplaat raakt de naald het oppervlak dus niet, maar tast het oppervlak af. Het door de STM waargenomen hoogtereliëf in figuur 1 is in werkelijkheid niet groter dan 0,025 nm.

De STM is rond 1980 ontwikkeld door Gerd Binnig en Heinrich Rohrer van de IBM-onderzoekslaboratoria in Zurich, die daar in 1986 de Nobelprijs voor kregen. Door de directe blik op de buitenste atoomlagen van metalen en andere materialen heeft de STM de ontwikkeling van de nanotechnologie enorm versneld.

figuur 1



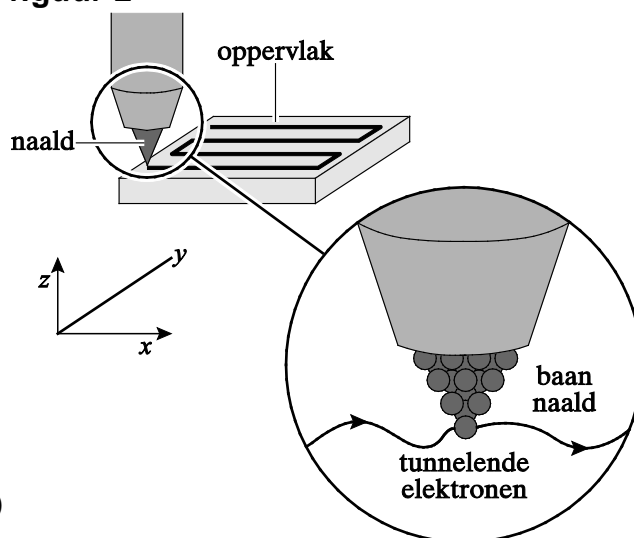
De afstand  $d$  tussen de STM-naald en het te scannen oppervlak is heel klein, in de orde van 1 nm.

Het oppervlak wordt gescand in de  $x$ - en  $y$ -richting. Het hoogtereliëf staat in de  $z$ -richting. Zie figuur 2. Dit levert STM-beelden op als in figuur 1.

Het beeld in figuur 1 is in de  $z$ -richting met een factor vergroot ten opzichte van de  $x$ - en  $y$ -richting. Hieronder staan vier ordes van grootte van die factor.

a 0,01    b 0,1    c 10    d 100

figuur 2



- 3p    **30**    Bepaal welke van de bovenstaande waarden de orde van grootte van de factor is.

De tunnelstroom  $I_t$  is zeer gevoelig voor de afstand  $d$  tussen de naald en het oppervlak. Hiervoor geldt de volgende vuistregel:

*Als  $d$  met 0,1 nm toeneemt, wordt  $I_t$  een factor 10 kleiner.*

De tunnelstroom wordt  $I_t$  constant gehouden. Dit gebeurt door de afstand  $d$  aan te passen. Zie figuur 2. Hierdoor kan de naald op en neer gaan tijdens het scannen.

De naald beweegt van een plaats tussen twee atomen in, naar een plaats recht boven een atoom.

2p 31 Leg uit wat er dan gebeurt met de afstand  $d$ .

Bij een afstand  $d = 1,0$  nm meet men:  $I_t = 2,0$  nA.

2p 32 Bereken  $I_t$  bij  $d = 1,5$  nm.

1p 33 Waarom moet de STM volledig trillingsvrij worden opgesteld?

Het tunneleffect is het gevolg van het golfkarakter van de elektronen, zoals uitgedrukt in de de Broglie-golflengte  $\lambda_B$ .

Bij een temperatuur  $T$  (in K) geldt:  $\lambda_B = \frac{7,45 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{T}}$ .

2p 34 Beantwoord de volgende vragen:

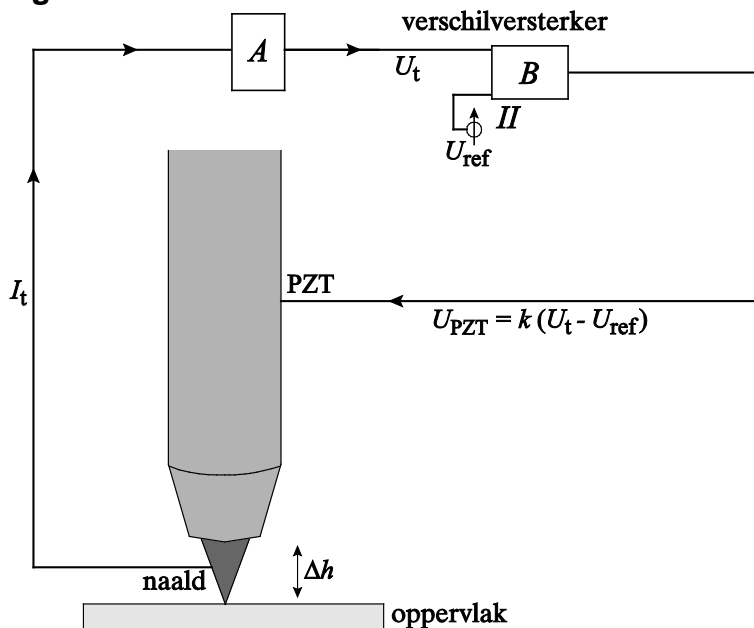
- Bereken  $\lambda_B$  van de geleidingselektronen in het metaal bij kamertemperatuur.
- Leg uit waarom er geen tunneleffect optreedt als  $d$  veel groter is dan  $\lambda_B$ .

Om de tunnelstroom  $I_t$  tussen de naald en het oppervlak constant te houden, gebruikt men een elektrische schakeling waarmee men  $d$  continu kan aanpassen. Hiervoor gebruikt men een piëzo-elektrisch kristal (PZT). Dit is een kristal dat onder invloed van een elektrische spanning langer of korter kan worden.

De tunnelstroom  $I_t$  (in de orde van nA) wordt eerst door versterker  $A$  omgezet in een spanning  $U_t$  (recht evenredig met  $I_t$ ).

In de verschilversterker  $B$  wordt van  $U_t$  een referentiespanning  $U_{\text{ref}}$  afgetrokken, waarna het verschil wordt vermenigvuldigd met een factor  $k$  en gebruikt om het PZT-element aan te sturen. Zie figuur 3.

**figuur 3**



- 3p **35** Voer de volgende opdrachten uit:
- Leg uit wat de functie van de referentiespanning is.
  - Leg uit of het PZT-element bij een positieve waarde van  $U_{\text{PZT}}$  langer of korter wordt.
  - Leg uit waarom na de hoogtecorrectie weer moet gelden dat  $U_{\text{PZT}} = 0$ .

Onder normale omstandigheden zitten de elektronen opgesloten in het metaal: ze moeten een energie-barrière ter hoogte van de uittree-energie  $W_u$  overwinnen om te ontsnappen.

Het tunnelen wordt bevorderd door een kleine spanning tussen de naald en het oppervlak aan te brengen.

- 3p **36** Voer de volgende opdrachten uit:
- Leg uit of de spanning tussen de naald en het oppervlak een positieve of een negatieve waarde moet hebben.
  - Geef de reden waarom hierdoor het tunnelen wordt bevorderd.





## TEM, Transmissie Elektronen Microscop

Lees onderstaand artikel.

**Waarom is er een apparaat van 1100 kg nodig om een bacterie van 0,125 picogram te bekijken?**

**De transmissie elektronenmicroscop QU-ANT-EM in Antwerpen kan twee punten die op een afstand van  $5 \cdot 10^{-11}$  m van elkaar liggen (de straal van een waterstofatoom) nog van elkaar onderscheiden.**

Wil een voorwerp waarneembaar zijn, dan moeten de afmetingen groter zijn dan de (halve) golflengte van het gebruikte licht. Kleinere voorwerpen zijn dus niet 'zichtbaar' met zichtbaar licht. Net als licht gedragen elektronen zich als golven. Als elektronen een voldoende hoge snelheid hebben in vacuüm, kunnen ze gebruikt worden om voorwerpen te 'zien' en af te beelden. Met dit idee bouwde Ernst Ruska in 1931 de eerste elektronenmicroscop en ontwikkelde deze verder tot hij in 1934 kleinere details kon onderscheiden dan een lichtmicroscop. Hij ontving daarvoor in 1986 de Nobelprijs.



Marjolein kijkt naar het fluorescerend scherm van een Tem

In de elektronenbron worden elektronen versneld met de versnellingsspanning  $U$ .

Zie figuur 1.

Voor de de de broglie-golflengte van de elektronen geldt:  $\lambda_B = \frac{1,226}{\sqrt{U}}$ .

Hierin is:

- $\lambda_B$  de golflengte van de elektronen in nm.
- $U$  de versnellingsspanning in V.

In deze relatie is de golf-deeltjedualiteit te herkennen.

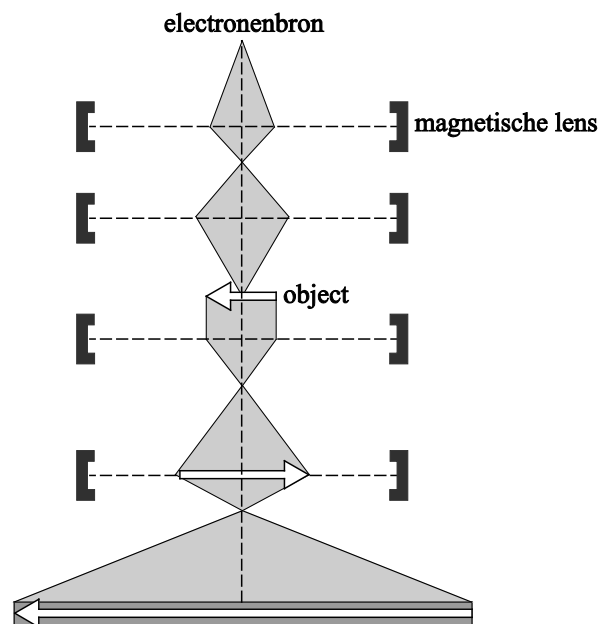
2p 37 Leg uit hoe.

Voor de kleinste afstand  $d$  waarop twee punten met een microscop nog gescheiden te zien zijn, geldt het criterium van de Duitse natuurkundige Ernst Abbe:  $d \geq \frac{\lambda}{2}$ .

Hierin geldt:  $d = 2\pi\Delta x$  waarin  $\Delta x$  de onbepaaldheid van de positie is uit de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg.

3p 38 Leid hieruit het criterium van Abbe af.

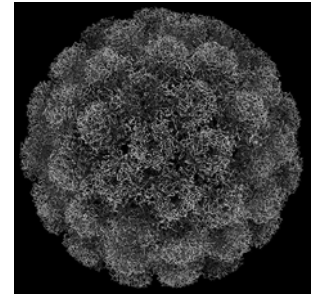
figuur 1



De kleinste afmetingen van een virus zijn ongeveer 20 nm. Zie figuur 3.

Om daarvan in de praktijk ook de structuren te kunnen herkennen, moeten de afmetingen van het object minstens 50 keer groter zijn dan de theoretische ondergrens van het criterium van Abbe.

**figuur 3**

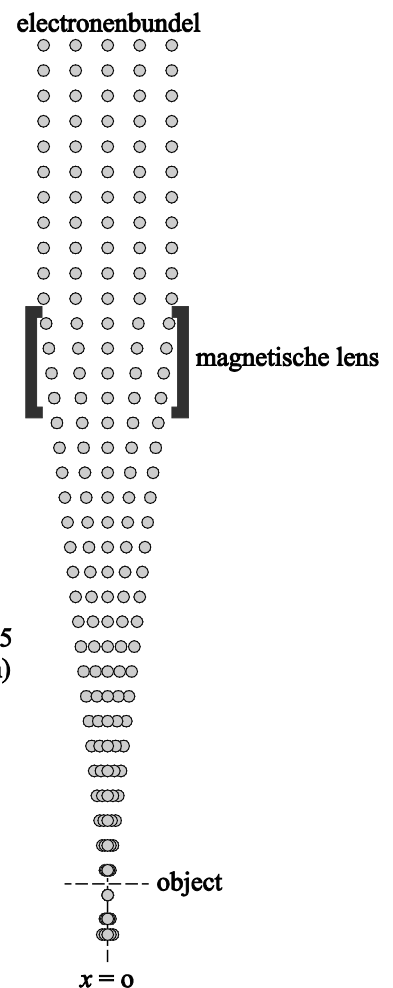


3p **39** Voer de volgende opdrachten uit:

- Leg uit dat de details van een virus niet met een gewone lichtmicroscop te zien zijn.
- Bereken de minimale versnelspanning die een elektronenmicroscop moet hebben om details van een virus te kunnen waarnemen.

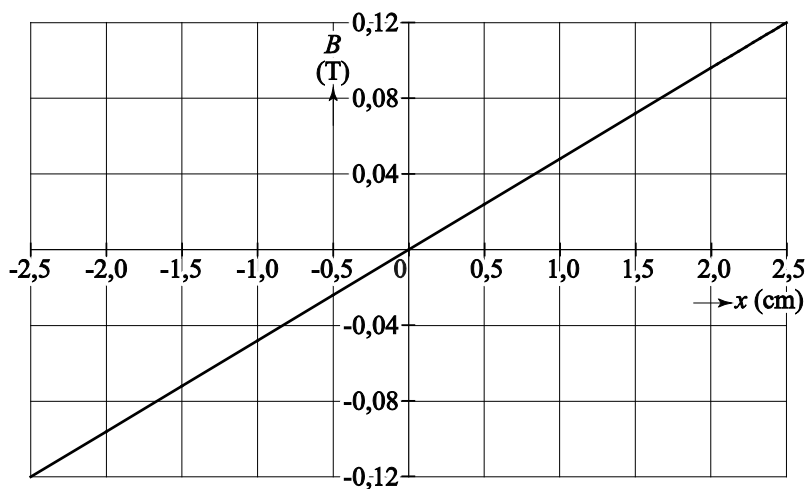
De elektronenbundel van een elektronenmicroscop wordt met een 'magnetische lens' geconcentreerd op het te onderzoeken object. Zie figuur 4 voor een zijaanzicht.

**figuur 4**



In deze magnetische lens varieert de sterkte van het magneetveld in horizontale richting van links naar rechts zoals weergegeven in figuur 5.

**figuur 5**



3p **40** Voer de volgende opdrachten uit:

- Leg uit wat de richting van het magneetveld  $B$  is bij negatieve waarden van  $B$ .
- Verklaar waarom de grootte van het magneetveld  $B$  in de magnetische lens van de as naar de rand moet toenemen.

De elektronen komen de magnetische lens binnen met een snelheid van  $v = 9,2 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}$ . In de lens worden de elektronen afgebogen (behalve de elektronen die precies door het midden gaan).

- 3p 41 Bereken de grootste versnelling die de elektronen binnen de magnetische lens ondervinden.

Bij een transmissie elektronenmicroscoop wordt het beeld van een voorwerp (het object) gevormd door de doorgelaten straling op te vangen. Doordat sommige delen van het object de elektronen wel en andere delen de elektronen niet doorlaten, ontstaat een beeld.

Bij een TEM wordt het object eerst in uiterst dunne plakjes (coupes  $< 100 \text{ nm}$ ) gesneden en daarna behandeld met zware metalen die zich hechten aan bepaalde kenmerkende structuren zoals membranen, eiwitten en DNA.

Eigenschappen van het object zijn te vinden in tabel 1. Deze tabel staat ook op de uitwerkbijlage.

**tabel 1**

eigenschappen object	weinig doorlating	veel doorlating
zeer dun plakje		
aangehecht metaal		

Afhankelijk van de eigenschappen van het object worden de elektronen door het object meer of minder doorgelaten.

- 1p 42 Geef dit aan in de tabel op de uitwerkbijlage.

De elektronen, die door het object gaan, worden daarna nog door een stelsel van magnetische lenzen geleid. Zie figuur 1. Daarna vallen ze op een fluorescerend scherm dat de energie van de elektronen omzet in licht.

- 2p 43 Leg uit wat de functie van dit stelsel van magnetische lenzen is.

## uitwerkbijlage

42 tabel 1

eigenschappen object	weinig doorlating	veel doorlating
zeer dun plakje		
aangehecht metaal		

## Alfaverval: hoe ontsnapt een $\alpha$ -deeltje uit de kern?

Lees onderstaand artikel.

Een van de eerste ontdekkingen van de kernfysica was dat bijna elke kern, die zwaarder is dan lood-208 alfaverval vertoont.

- Het alfaverval van zware kernen zoals uranium is de bron van alle helium op aarde en zorgt ervoor dat het inwendige van de aarde vloeibaar blijft.
- Het alfaverval van radon ( $^{222}_{86}\text{Rn}$ )

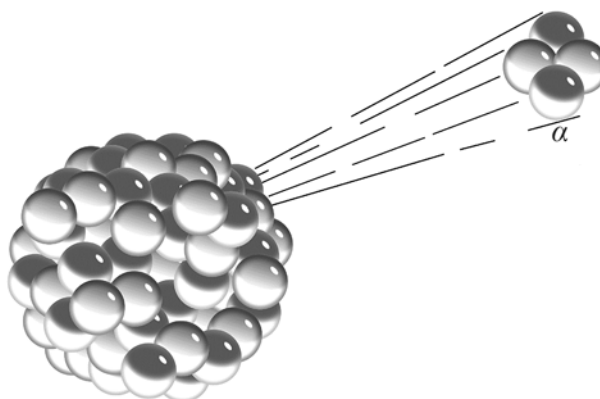
is een belangrijke bron van achtergrondstraling.

Voor de klassieke fysica vormde alfaverval een groot dilemma:

- Enerzijds: als alfadeeltjes voldoende energie hebben om uit de kern te ontsnappen, zouden er helemaal geen zware kernen meer bestaan en zou de wereld doordrenkt zijn van alfadeeltjes.
- Anderzijds: als alfadeeltjes te weinig energie hebben om de kern te verlaten, zou men (klassiek bekeken) nooit alfastraling meten!

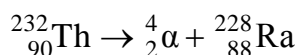
Ook het feit dat de levensduren van de verschillende isotopen zeer sterk uiteenlopen, terwijl de kernen en de energie van de uitgezonden  $\alpha$ -deeltjes maar weinig van elkaar verschillen, is in de klassieke fysica slecht te begrijpen.

Het begrijpen van Alfa-verval markeert de, soms moeilijke, overgang tussen de klassieke fysica en de quantumfysica!

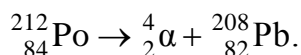


In figuur 1 is de halveringstijd van een aantal isotopen uitgezet tegen de energie van de uitgezonden  $\alpha$ -deeltjes. De uiterste halveringstijden schelen een factor  $10^{20}$  met elkaar.

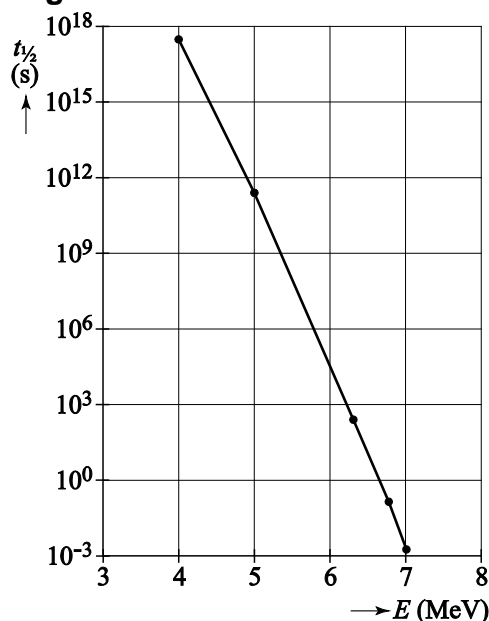
Natuurkundigen zijn lang bezig geweest met het probleem waarom de halveringstijd van de reactie



zoveel groter is dan die van



figuur 1



### klassiek?

In de twintiger jaren van de vorige eeuw stelden natuurkundigen een model op waarbij een  $\alpha$ -deeltje in een zware kern heen en weer beweegt met constante snelheid.

Het  $\alpha$ -deeltje is in dit model opgesloten in een door de kern gevormde energieput en heeft klassiek onvoldoende energie om te ontsnappen.

Volgens de quantumfysica kan het echter naar buiten tunnelen.

In dit model stellen we dat het bewegende  $\alpha$ -deeltje **in** de kern dezelfde kinetische energie heeft als **buiten** de kern.

Als je het  $\alpha$ -deeltje in de kern als een klassiek deeltje beschouwt, is de snelheid ervan met dit model te berekenen.

- 4p 44 Bereken hoeveel procent van de lichtsnelheid de snelheid van het  $\alpha$ -deeltje is.

Voor dit model nemen we aan dat voor de straal  $R$  van een kern geldt:

$$R = R_0 A^{\frac{1}{3}}.$$

Hierin is:

- $R_0 = 1,2 \cdot 10^{-15}$  m de protonstraal;
- $A$  het massagetal van de dochterkern.

Uit dit model volgt dat elke kern dezelfde dichtheid heeft als een proton.

- 2p 45 Toon dat aan.

Onder de ontsnappingskans  $K$  verstaan we:

$$K = \frac{\text{aantal deeltjes dat per seconde ontsnapt}}{\text{aantal deeltjes dat per seconde de wand raakt}}.$$

Om de ontsnappingskans  $K$  te bepalen wordt de volgende redenering opgesteld:

- $\frac{v_\alpha}{2R}$  is gelijk aan het aantal keer per seconde dat het  $\alpha$ -deeltje de kern-wand treft.
- $\frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}$  is gelijk aan het aantal  $\alpha$ -deeltjes dat elke seconde aan de kern ontsnapt.
- $K = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{2R}{v_\alpha}$  is gelijk aan de kans dat een  $\alpha$ -deeltje dat de kern-wand treft, aan de kern ontsnapt.

- 3p 46 Leid deze drie formules af.

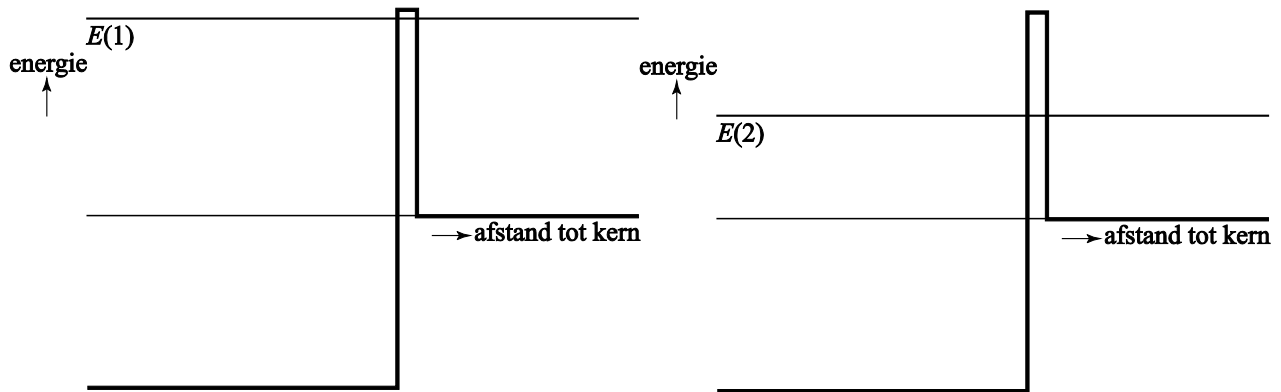
In Polonium-212 heeft het  $\alpha$ -deeltje een snelheid van  $v_\alpha = 0,069c$ .

- 3p 47 Bereken de kans  $K$  die een  $\alpha$ -deeltje heeft om aan een Polonium-212 kern te ontsnappen.

### quantum!

Een eenvoudig quantumfysisch model van een  $\alpha$ -deeltje in een zware kern is een energieput met de kern-wand als rechthoekige energiebarrière. Zie figuur 2. Twee verschillende kernen met een  $\alpha$ -deeltje worden hier vergeleken. De energieën van die twee  $\alpha$ -deeltjes zijn weergegeven. Deze energieën verschillen een factor 2 ten opzichte van het nulniveau.

figuur 2



De tunnelkansen van de  $\alpha$ -deeltjes in de twee kernen worden  $K_1$  en  $K_2$  genoemd.

Hieronder staan vijf uitspraken over de tunnelkansen  $K_1$  en  $K_2$ :

- a  $K_1$  is veel groter dan  $2K_2$ ;
- b  $K_1$  is iets groter dan  $2K_2$ ;
- c  $K_1$  is gelijk aan  $2K_2$ ;
- d  $K_1$  is iets kleiner dan  $2K_2$ ;
- e  $K_1$  is veel kleiner dan  $2K_2$ .

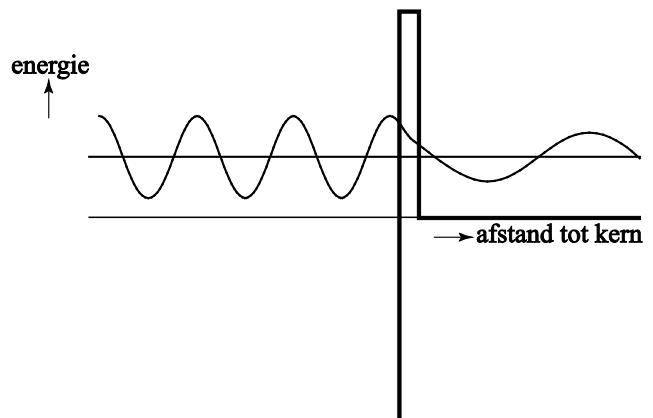
3p 48 Leg uit welke uitspraak juist is. Gebruik de figuren 1 en 2.

In dit model wordt het  $\alpha$ -deeltje beschouwd als een golf met de de Broglie-golflengte  $\lambda_B$ . Een momentopname daarvan voor Polonium-212 is weergegeven in figuur 3.

De de Broglie-golflengte  $\lambda_B$  van het vrije deeltje is aan de rechterkant in figuur 3 weergegeven.

4p 49 Bereken de de Broglie-golflengte  $\lambda_B$  voor een  $\alpha$ -deeltje dat vrijkomt bij het verval van Polonium-212, gebruik makend van gegevens in BiNaS.

figuur 3

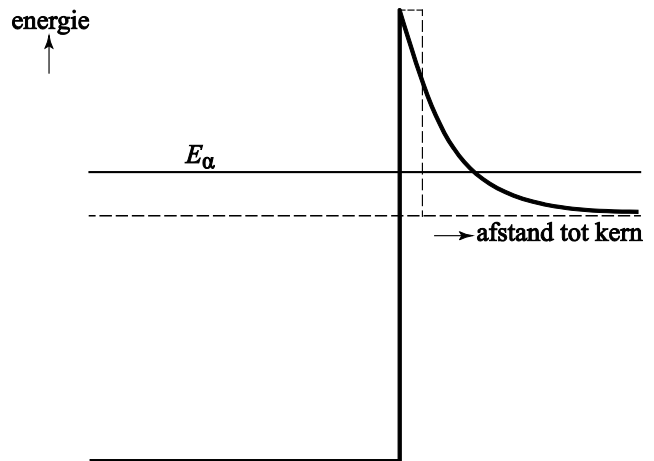




In werkelijkheid is de energie-barrière niet rechthoekig, zoals weergegeven in figuur 2, maar een dalende functie van de afstand vanwege het elektrische veld van de dochterkern. Zie figuur 4.

In deze figuur wordt de energie  $E_\alpha$  van het  $\alpha$ -deeltje weergegeven met een stippellijn.

**figuur 4**



- 2p **50** Leg uit dat de energie-barrière zoals weergegeven in figuur 4 de gegevens uit figuur 1 meer ondersteunt, dan de energie-barrière uit figuur 2.

## Waterstofatoom

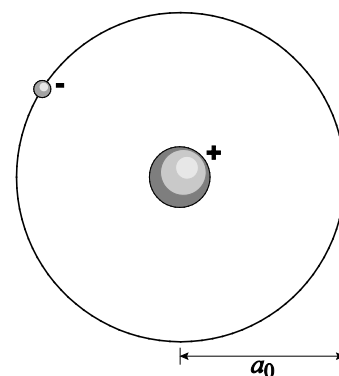
Ongeveer 380.000 jaar na de oerknal was de temperatuur van het heelal zo ver gedaald dat de protonen elektronen konden ‘vangen’ en vasthouden: hierdoor werden voor het eerst stabiele waterstofatomen gevormd. Driekwart van de zichtbare materie van het heelal bestaat uit het element waterstof, de grondstof van de energieproductie van alle sterren.

Zonder quantumfysica valt het bestaan van stabiel waterstof echter niet te begrijpen!

### klassiek

Het klassieke beeld van het waterstof atoom is dat van een micro-zonnestelsel, waarin het elektron als een puntlading op een afstand  $a_0$  (BiNaS tabel 7) in een cirkelbaan om de kern draait. Zie figuur 1. Het elektron ondergaat een middelpuntzoekende versnelling als gevolg van de aantrekkingskracht van de kern. Dit proces kan worden beschreven in een model. Volgens de theorie van het elektromagnetisme zendt een afbuigend elektron straling uit. Hierdoor neemt de energie van het elektron elke seconde af met een

figuur 1



hoeveelheid gelijk aan  $P_{\text{str}} = \frac{c_1}{r^4}$ .

Hierin is:

- $r$  de straal in pm ( $10^{-12}$  m);
- $c_1$  een constante. Zie figuur 2.

figuur 1

model	startwaarden (in SI-eenheden NB: $r$ in pm)	
$P_{\text{str}} = c_1 / r^4$ $E_t = \dots\dots\dots$ $r = c_2 / E_t$ $t = t + dt$ als $r = 0$ dan stop eindals	$t = 0$ $dt = 1\text{E-}17$ $E_t = -2,18\text{E-}18$ $c_1 = 0,366$ $c_2 =$ $r = a_0 = 52,9$	

4p 51 Voer de volgende opdrachten uit:

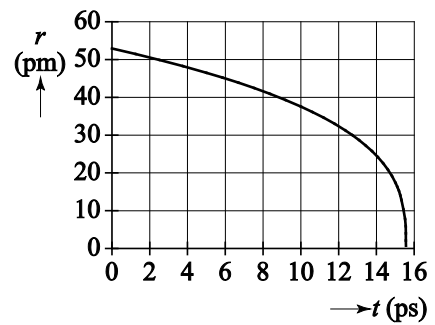
- Vul de modelregel voor  $E_t$  aan.
- Geef aan waarom de startwaarde van  $E_t$  een negatieve waarde heeft.
- Bereken de startwaarde van  $c_2$ .

Uit het model kan men het  $(r,t)$ -diagram afleiden. Zie figuur 3.

2p 52 Voer de volgende opdrachten uit met behulp van figuur 3.

- Beschrijf het verloop van de naar binnen gerichte snelheid.
- Beschrijf wat er gebeurt op  $t = 1,55 \cdot 10^{-11}$  s.

figuur 3



### quantum

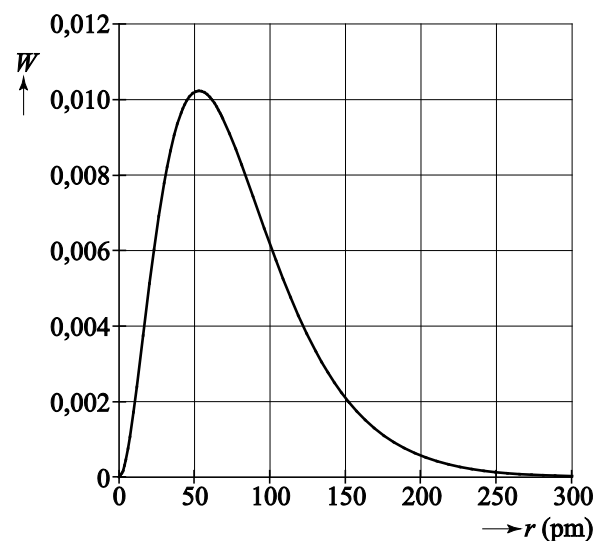
Het is echter in strijd met het onbepaaldheidsprincipe als het elektron op de kern zou stilvallen.

2p 53 Leg dat uit.

Het elektron beweegt dus niet in een cirkelvormige baan met vaste omlooptijd, maar wordt in de quantumfysica beschreven met een waarschijnlijkheidsverdeling  $W$ .

De kans om het waterstof-elektron op een afstand tussen  $r_1$  en  $r_2$  van de kern aan te treffen, wordt gegeven door de overeenkomstige oppervlakte onder de grafiek. Het maximum van  $W$  ligt bij atoomstraal  $a_0$ . Zie figuur 4.

figuur 4



De grafiek van figuur 4 is onderwerp van discussie tussen een aantal leerlingen.

- Myrthe meent dat de oppervlakte nooit gelijk aan 1 kan zijn, omdat de grafiek een asymptoot heeft.
- Jim zegt dat de totale oppervlakte onder de kromme gelijk aan 1 is, omdat dat gelijk is aan de totale kans om het elektron te vinden.
- Johan zegt dat de kans om het elektron binnen een gebiedje  $\Delta r = 10$  pm aan te treffen, het grootst is rondom  $r = a_0$ .
- Volgens Ingrid kun je aan de grafiek zien dat de kans om een elektron tussen  $r = 0$  (de kern) en  $r = a_0$  aan te treffen, ongeveer twee keer zo klein is als voor  $r > a_0$ .
- José zegt dat de kans om een elektron aan te treffen, voor  $r < a_0$  en  $r > a_0$  gelijk moet zijn.

3p 54 Vul op de uitwerkbijlage in of de leerlingen gelijk of ongelijk hebben.

De Broglie stelde de impuls van het elektron in de meest waarschijnlijke baan gelijk aan:  $p = \frac{h}{2\pi r}$ .

De bovenstaande formule van De Broglie is niet in strijd met de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg.

Om dat aan te tonen gaan we ervan uit dat  $\Delta p \leq p$  en  $\Delta r \leq r$ .

- 2p 55 Leg uit dat de formule van De Broglie niet in strijd is met de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg.

De totale energie van het elektron is de som van de kinetische en de potentiële energie:  $E_t = E_k + E_p$ .

Het is handig om zowel  $E_k$  als  $E_p$  uit te drukken in de straal  $r$ .

Er geldt:  $E_k = k_1 r^{-2}$  en  $E_p = k_2 r^{-1}$  met  $k_1 = 6,10 \cdot 10^{-39} \text{ J m}^2$  en  $k_2 = 2,31 \cdot 10^{-28} \text{ J m}$ .

- 3p 56 Toon met een berekening aan dat de waarde  $k_1$  klopt.

In de grondtoestand, bij de meest waarschijnlijke waarde van  $r$ , is de waarde van  $E_t$  minimaal. Er geldt dan dus:  $\frac{dE_t}{dr} = 0$ .

- 3p 57 Voer de volgende opdrachten uit:

- Toon aan dat bij een minimale energie  $E_t$  geldt dat  $r = \frac{2k_1}{k_2}$ .
- Toon aan dat deze meest waarschijnlijke  $r$  gelijk is aan  $a_0$ .

De op deze manier gevonden energie van de grondtoestand komt overeen met de waarde uit de theorie van Bohr:  $E_t = -13,6 \text{ eV}$ .

- 2p 58 Laat dit zien.

## uitwerkbijlage

54

	Myrthe	Jim	Johan	Ingrid	José
gelijk					
ongelijk					