

# Rapport

## Exercice 1 :

Q1) *formuler le problème linéaire:*

$I = \{1, \dots, n\}$  un ensemble de  $n$  villes

$v_i$  la population de la ville  $i$  pour tout  $i \in I$

$k$  unités spéciales de traitement ( $k < n$ ) et  $J \subset I$  l'ensemble des indices de ces villes

$x_{ij}$ ,  $i \in I, j \in J$  (vaut 1 si ville  $i$  est affectée au centre  $j$  et 0 sinon)

$d_{ij}$  (la distance moyenne qui sépare un habitant de la ville  $i$  d'une unité de soin située en  $j$ )

$$\begin{array}{|l} \min \sum \sum v_i d_{ij} x_{ij} \\ \sum x_{1j} = 1 \\ \sum x_{2j} = 1 \\ \vdots \\ \sum x_{nj} = 1 \\ x_{ij} \in \{0,1\}, v_i, d_{ij} \in \mathbb{N} \end{array}$$

Q2)

Non, on ne peut pas résoudre le problème par un algorithme de flot maximum à coût minimum, car on a une contrainte sur l'ensemble des centres de soins.

exemple:

a.1)  $k=3$  et  $\alpha = 0.1$  et  $\text{ens\_centre} \{ \text{toulouse, nice, nantes} \}$

on obtient:

toulouse est affectée au centre de toulouse

nice est affectée au centre de nice

nantes est affectée au centre de nantes

montpellier est affectée au centre de toulouse

strasbourg est affectée au centre de nice

bordeaux est affectée au centre de toulouse

lille est affectée au centre de nantes

rennes est affectée au centre de nantes

reims est affectée au centre de nantes

saint-etienne est affectée au centre de nice

toulon est affectée au centre de nice

le havre est affectée au centre de nantes

grenoble est affectée au centre de nice

dijon est affectée au centre de nantes

angers est affectée au centre de nantes

la somme de la distance totale est: 972210031.0

a.2)  $k=3$  et  $\alpha = 0.2$  et  $\text{ens\_centre} \{ \text{toulouse, nice, nantes} \}$

on obtient: la même solution que l'exemple précédent

b.1)  $k=4$  et  $\alpha = 0.1$  et  $\text{ens\_centre} \{ \text{toulouse, nice, nantes, Lille} \}$

on obtient:

la contrainte gamma n'est pas acceptée donc il n'y a pas de solution

b.2)  $k=4$  et  $\alpha = 0.2$  et  $\text{ens\_centre} \{ \text{nice}, \text{rennes}, \text{reims}, \text{toulon} \}$

on obtient:

toulouse est affectée au centre de toulon

nice est affectée au centre de nice

nantes est affectée au centre de rennes

montpellier est affectée au centre de toulon

strasbourg est affectée au centre de reims

bordeaux est affectée au centre de rennes

lille est affectée au centre de reims

rennes est affectée au centre de rennes

reims est affectée au centre de reims

saint-etienne est affectée au centre de toulon

toulon est affectée au centre de toulon

le havre est affectée au centre de rennes

grenoble est affectée au centre de toulon

dijon est affectée au centre de reims

angers est affectée au centre de rennes

la somme de la distance totale est: 826097113.0

On remarque qu'on a des solutions plus optimales en choisissant 4 villes, mais c'est plus compliqué de trouver ces villes.

## EXERCICE 2:

Q1)

pour répondre à cette nouvelle situation, on modifie le PL précédent en ajoutant des nouvelles contraintes et en modifiant la fonction objectif et donc on obtient le PL suivant:

gamma c'est la formule donnée

$I = \{1, \dots, n\}$  un ensemble de  $n$  villes

$v_i$  la population de la ville  $i$  pour tout  $i \in I$

$k$  unités spéciales de traitement ( $k < n$ ) et  $J \subset I$  l'ensemble des indices de ces villes

$x_{ij}$ ,  $i \in I, j \in J$  (vaut 1 si ville  $i$  est affectée au centre  $j$  et 0 sinon)

$d_{ij}$  (la distance moyenne qui sépare un habitant de la ville  $i$  d'une unité de soin située en  $j$ )

$l_i$  (représente si une ville est un centre ou pas)

$k$  un nombre de centres donné

$$\begin{array}{|l} \min \sum \sum l_i v_i d_{ij} x_{ij} \\ \sum x_{1j} * l_j = 1 \\ \sum x_{2j} * l_j = 1 \\ \vdots \\ \sum x_{nj} * l_j = 1 \\ \sum l_i * v_i \leq \text{gamma} \\ \sum l_i = k \\ l_i, x_{ij} \in \{0,1\} \text{ et } k, v_i, d_{ij} \in \mathbb{N} \end{array}$$

Des Exemples:

$k=3$  et  $\alpha = 0.1$ :

l'ensemble des centre est :

nantes  
montpellier  
reims

toulouse est affectée au centre de montpellier  
nice est affectée au centre de montpellier  
nantes est affectée au centre de nantes  
montpellier est affectée au centre de montpellier  
strasbourg est affectée au centre de reims  
bordeaux est affectée au centre de nantes  
lille est affectée au centre de reims  
rennes est affectée au centre de nantes  
reims est affectée au centre de reims  
saint-etienne est affectée au centre de montpellier  
toulon est affectée au centre de montpellier  
le havre est affectée au centre de reims  
grenoble est affectée au centre de montpellier  
dijon est affectée au centre de reims  
angers est affectée au centre de nantes

la somme de la distance totale est: 743650705.0

$k=3$  et  $\alpha = 0.2$ :

la même solution qu'avant

$k=5$  et  $\alpha = 0.1$ :

y'a pas de solution

$k=5$  et  $\alpha = 0.2$ :

l'ensemble des centre est :

reims  
saint-etienne  
toulon  
le havre  
angers

toulouse est affectée au centre de toulon  
nice est affectée au centre de toulon  
nantes est affectée au centre de angers  
montpellier est affectée au centre de toulon  
strasbourg est affectée au centre de reims  
bordeaux est affectée au centre de angers  
lille est affectée au centre de reims  
rennes est affectée au centre de angers  
reims est affectée au centre de reims  
saint-etienne est affectée au centre de saint-etienne  
toulon est affectée au centre de toulon  
le havre est affectée au centre de le havre  
grenoble est affectée au centre de saint-etienne  
dijon est affectée au centre de saint-etienne  
angers est affectée au centre de angers

la somme de la distance totale est: 705070982.0

$k=4$  et  $\alpha = 0.8$ :

l'ensemble des centre est :

toulouse  
toulon  
dijon  
angers

toulouse est affectée au centre de toulouse  
nice est affectée au centre de toulon  
nantes est affectée au centre de angers  
montpellier est affectée au centre de toulon  
strasbourg est affectée au centre de dijon  
bordeaux est affectée au centre de toulouse  
lille est affectée au centre de dijon  
rennes est affectée au centre de angers  
reims est affectée au centre de dijon  
saint-etienne est affectée au centre de dijon  
toulon est affectée au centre de toulon  
le havre est affectée au centre de angers  
grenoble est affectée au centre de dijon  
dijon est affectée au centre de dijon  
angers est affectée au centre de angers

la somme de la distance totale est: 639930959.0

$k=4$  et  $\alpha = 0.2$ :

l'ensemble des centre est :

toulouse  
rennes  
reims  
toulon

toulouse est affectée au centre de toulouse  
nice est affectée au centre de toulon  
nantes est affectée au centre de rennes  
montpellier est affectée au centre de toulon  
strasbourg est affectée au centre de reims  
bordeaux est affectée au centre de toulouse  
lille est affectée au centre de reims  
rennes est affectée au centre de rennes  
reims est affectée au centre de reims  
saint-etienne est affectée au centre de toulon  
toulon est affectée au centre de toulon  
le havre est affectée au centre de rennes  
grenoble est affectée au centre de toulon  
dijon est affectée au centre de reims  
angers est affectée au centre de rennes

la somme de la distance totale est: 597654421.0000002

\*) La meilleur solution est celle avec  $k=4$  et  $\alpha=0.2$  , et donc augmenter le nombre de centre n'impose pas vraiment un résultat plus optimal.  
et si on implique les résultât obtenue sur le PL1 on obtient la meme chose

### EXERCICE 3:

Q1) on peut présenter le problème suivant comme un problème de transport ou on met la capacité des centres ( $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5$ ) qui est égale à 100 comme l'offre, et la distribution P comme la demande avec un cout qui est égal à la distance entre  $P_i$  et  $C_j$  .  
on peut représenter ça avec la matrice suivante:

	P1	P2	P3	P4	P5	
C1	D(1,1)	D(2,1)	D(3,1)	D(4,1)	D(5,1)	100
C2	D(1,2)	D(2,2)	D(3,2)	D(4,2)	D(5,2)	100
C3	D(1,3)	D(2,3)	D(3,3)	D(4,3)	D(5,3)	100
C4	D(1,4)	D(2,4)	D(3,4)	D(4,4)	D(5,4)	100
C5	D(1,5)	D(2,5)	D(3,5)	D(4,5)	D(5,5)	100

Q2) Pour résoudre le problème on utilise la méthode des moindres coût, ou on commence par les case qui ont le min des couts et on leur rajoute le max {offre, demande} et ainsi de suite.

Exemple: pour  $P=\{80,10,5,15,120\}$  et  $C=\{\text{reims, saint-etienne, toulon, le havre ,anger}\}$   
on obtient:

l'Initialisation:

	P1	P2	P3	P4	P5	
C1	0	546	862	344	429	100
C2	546	0	398	720	574	100
C3	862	398	0	1026	969	100
C4	344	720	1026	0	295	100
C5	429	574	969	295	0	100
	80	10	5	15	120	

itération 1:

	P1	P2	P3	P4	P5	
C1	0	546	862	344	429	100
C2	546	0	398	720	574	100
C3	862	398	0	1026	969	100
C4	344	720	1026	0	295	100
C5	<del>429</del>	<del>574</del>	<del>969</del>	<del>295</del>	100 / 0	0
	80	10	5	15	20	

itération 2:

	P1	P2	P3	P4	P5	
C1	80 / 0	546	862	344	429	20
C2	546	0	398	720	574	100
C3	862	398	0	1026	969	100
C4	344	720	1026	0	295	100
C5	<del>429</del>	<del>574</del>	<del>969</del>	<del>295</del>	100 / 0	0
	0	10	5	15	20	

itération 3:

	P1	P2	P3	P4	P5	
C1	80 / 0	546	862	344	429	20
C2	546	0	398	720	574	100
C3	862	398	0	1026	969	100
C4	344	720	1026	15 / 0	295	85
C5	<del>429</del>	<del>574</del>	<del>969</del>	<del>295</del>	100 / 0	0
	0	10	5	0	20	

itération 4:

	P1	P2	P3	P4	P5	
C1	80 / 0	546	862	344	429	20
C2	546	10 / 0	398	720	574	90
C3	862	398	0	1026	969	100
C4	344	720	1026	15 / 0	295	85
C5	<del>429</del>	<del>574</del>	<del>969</del>	<del>295</del>	100 / 0	0
	0	0	5	0	20	

itération 5:

	P1	P2	P3	P4	P5	
C1	80 / 0	546	862	344	429	20
C2	546	10 / 0	398	720	574	90
C3	862	398	5 / 0	1026	969	95
C4	344	720	1026	15 / 0	295	85
C5	<del>429</del>	<del>574</del>	<del>969</del>	<del>295</del>	100 / 0	0
	0	0	0	0	20	

itération 6 :

	P1	P2	P3	P4	P5	
C1	80 / 0	546	862	344	429	20
C2	546	10 / 0	398	720	574	90
C3	862	398	5 / 0	1026	969	95
C4	344	720	1026	15 / 0	20 / 295	65
C5	<del>429</del>	<del>574</del>	<del>969</del>	<del>295</del>	100 / 0	0
	0	0	0	0	0	

et donc on obtient une solution optimale avec un coût total qui est égal à :

$$\text{coût total} = 80 \cdot 0 + 10 \cdot 0 + 5 \cdot 0 + 15 \cdot 0 + 20 \cdot 295 + 100 \cdot 0 = 5900$$

et donc la solution nous dit qu'on devrait juste envoyer 20 malade du centre de Anger vers le centre de Havre et le reste des malades on les garde