Documentation sur mes codes de CFD

Achraf TOYBOU

2025

Sommaire

Chapitre 1

Introduction

Attention : Ce document n'est pas du tout fini. Il est renseigné au fur et à mesure (quand j'ai le temps) pour donner le plus de précision et de description sur les codes Python que je développe actuellement.

Qui suis-je ?

Je suis Achraf TOYBOU, originaire de l'île de La Réunion. Je suis ingénieur en mécanique des fluides et j'aime bien faire des codes de simulation sur des applications concrètes !

Une idée de mon parcours ici : https://www.linkedin.com/in/achraf-toybou/

Si vous trouvez une erreur ou une coquille, merci de me le notifier en messagerie sur Github pour que je puisse la corriger ou en discuter :)

Chapitre 2

Le radiateur

2025. Période d'hiver à Lyon. On cherche à savoir combien de temps il nous faut pour chauffer entièrement une chambre pour qu'elle soit à 19°C.

2.1 Modéliser la situation

Même si tout le monde n'a pas exactement la même tolérance au chaud et au froid, il est possible de viser une température cible qui sera ressentie comme confortable par une grande majorité de personnes. Cette température idéale a d'ailleurs pu être évaluée très exactement à 19 $°C$ par l'ADEME[1]. L'agence recommande cette température pour toutes les pièces à vivre de la maison ainsi que pour les appartements en copropriété. Suivant les saisons de l'année, il peut être nécessaire de réchauffer les pièces de vie de la maison pour assurer un confort optimale. On utilise généralement un radiateur pour augmenter la température d'une pièce, en utilisant un phénomène de transport thermique appelé la convection naturelle thermique.

La convection naturelle est un phénomène de la mécanique des fluides, qui se produit lorsqu'un gradient induit un mouvement dans le fluide. Le gradient peut concerner différentes grandeurs intensives telles que la température ("convection thermique") ou bien la concentration d'un soluté ("convection solutale")... La masse volumique dépendant de la température, un gradient de température ou de concentration engendre des différences de masse volumique au sein du fluide, d'où résultent des variations latérales de la poussée d'Archimède qui sont à l'origine du mouvement. De tels déplacements s'appellent des mouvements de convection.

Ainsi, le transfert d'énergie depuis le système chaud engendre des variations locales de densité qui se traduisent par des mouvements d'ensemble du fluide, du "chaud" vers le "froid". C'est le plus efficace dans les fluides. Ainsi, le radiateur transmet à l'air de la pièce une source de chaleur. Ce transfert d'énergie est réalisé par deux modes de transfert élémentaire combinés que sont l'advection et la diffusion.

Il est temps de modéliser mathématiquement la convection thermique, on part de l'équation de convection.

2.1.1 Modélisation mathématique du modèle physique

L'opérateur advection correspond au produit scalaire du vecteur vitesse $\vec{u}$ par le vecteur gradient nabla $\vec{\nabla}$. En coordonnées cartésiennes, on a

$$\vec{u} \cdot \vec{\nabla} = \sum_{i=1}^{3} u_i \frac{\partial}{\partial x_i} = u_x \frac{\partial}{\partial x} + u_y \frac{\partial}{\partial y} + u_z \frac{\partial}{\partial z}$$

La forme générale de l'équation différentielle de transfert de chaleur par convection est généralement exprimée comme suit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\vec{\nabla}})\, T = \alpha\, \Delta T$$

où :

[1] Agence de l'environnement et de la maîtrise de l'énergie : autorité administrative française en charge des questions de performance thermique

- T est la température
- $\vec{u}$ est la vitesse du fluide
- α est la diffusivité thermique.

Ainsi, pour trouver une solution à cette équation, il est nécessaire de déterminer le champ de vitesse $\vec{u}$. Pour déterminer le champ de vitesse, on doit normalement résoudre les équations de Navier-Stokes, ce qui est coûteux en termes de temps de calcul. Pour autant, on peut tirer partie du fait que l'expérience se fait dans des conditions spécifiques.

2.1.2 Détermination du champ de vitesse $\vec{u}$

La vitesse de l'air augmente l'évaporation à la surface de la peau ce qui entraîne une sensation désagréable (à un certain seuil).

La vitesse idéale de déplacement de l'air est de $0.13m/s$ (pour les personnes assises). On considère souvent que dans une habitation, la vitesse de déplacement d'air est négligeable s'il ne dépasse pas $0.2m/s$ ($\Longrightarrow$ se promener à 1km/h = déplacement d'air de $0.3m/s$).

Pour calculer la vitesse maximale d'air dans un pièce u, on a $u = \frac{Q}{S}$ où:

- V le volume d'air disponible en m^3, volume qu'on peut obtenir à partir les dimensions de la pièce de vie
- T_r le renouvellement de l'air en h^{-1}:
$$T_r = \frac{\text{Debit d'air neuf } (m^3/h)}{\text{Volume du local } (m^3)}$$
. Exemple: toutes les 20 minutes $\Longrightarrow$ $T_r = 3$
- Q le débit de l'air en m^3/h tel que
$$Q = V \times T_r$$

On considère dans une pièce de vie qu'un humain marche à une vitesse de 2 m/s

2.1.3 Conditions initiales

On considère, lorsqu'on allume le radiateur, que la température de la pièce est uniforme sur toute la pièce. Dans l'énoncé de notre problème, on prend en considération la saison, donc on va prendre la température extérieure moyenne au mois de janvier. On considère aussi que la température extérieur sera égale à la température à l'intérieur de la pièce. Ainsi :
$$\forall x, y \in \mathbb{R}, \quad T(x, y, 0) = T_0(x, y) = 4\,°C$$

2.1.4 Conditions au bord

On a :
$$\forall t \in \mathbb{R}, \quad T(\pm a, \pm b, t) = T_{ext}$$

2.2 Discrétisation de l'équation - Différences finies

2.2.1 Schéma spatiale

On utilise la formule de Taylor-Young pour obtenir :

Suivant les y:
$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{T(x_i, y_j, t_n) - T(x_i, y_{j-1}, t_n)}{\Delta y} = \frac{T^n_{i,j} - T^n_{i,j-1}}{\Delta y}$$
(schéma décentré à gauche, d'ordre 1)
$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T(x_i, y_{j+1}, t_n) - 2\,T(x_i, y_j, t_n) + T(x_i, y_{j-1}, t_n)}{(\Delta y)^2} = \frac{T^n_{i,j+1} - 2\,T^n_{i,j} + T^n_{i,j-1}}{(\Delta y)^2}$$

(centré, d'ordre 2)
Suivant les x:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T(x_i, y_j, t_n) - T(x_{i-1}, y_j, t_n)}{\Delta x} = \frac{T^n_{i,j} - T^n_{i-1,j}}{\Delta x}$$

(schéma décentré à gauche, d'ordre 1)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T(x_{i+1}, y_j, t_n) - 2\,T(x_i, y_j, t_n) + T(x_{i-1}, y_j, t_n)}{(\Delta x)^2} = \frac{T^n_{i+1,j} - 2\,T^n_{i,j} + T^n_{i-1,j}}{(\Delta x)^2}$$

(centré, d'ordre 2)

2.2.2 Schéma temporelle

Pour obtenir la solution au temps t_n, on a :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T(x_i, y_j, t_{n+1}) - T(x_i, y_j, t_n)}{\Delta t} = \frac{T^{n+1}_{i,j} - T^n_{i,j}}{\Delta t}$$

(schéma décentré à droite, d'ordre 1)

2.3 Algorithmique

2.3.1 Analyse de la complexité

2.4 Mise en oeuvre informatique

On fait le choix d'implémenter le code en langage Python. Le code sera mis à disposition dans le dossier Github sous peu et prêt à l'emploi.

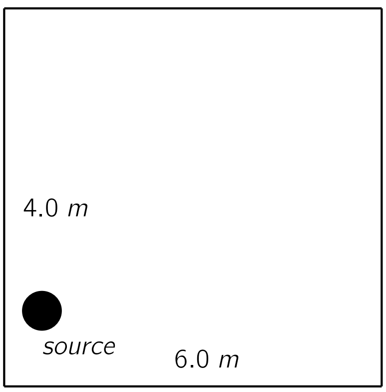
Example

```python
def next_two(x):
    lst=[x+i for i in range(3)]
    return lst
```

Example

```python
def next_two(x):
    lst=[x+i for i in range(3)]
    return lst
```


2.5 Vérification



2.6 Validation

2.7 Conclusion