



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)
دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر

پایان نامه کارشناسی ارشد
گرایش ریاضی

هوش مصنوعی - گزارش ۰۲ - پیاده سازی الگوریتم
های جستجوی محلی روی مسائل مختلف

پایان نامه

نگارش
آترین حجت

استاد راهنما
نام کامل استاد راهنما

استاد مشاور
نام کامل استاد مشاور

فروردین ۱۴۰۰

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

صفحه فرم ارزیابی و تصویب پایان نامه - فرم تأیید اعضاء کمیته دفاع

در این صفحه فرم دفاع یا تأیید و تصویب پایان نامه موسوم به فرم کمیته دفاع - موجود در پرونده آموزشی - را قرار دهید.

نکات مهم:

- نگارش پایان نامه/رساله باید به **زبان فارسی** و بر اساس آخرین نسخه دستورالعمل و راهنمای تدوین پایان نامه های دانشگاه صنعتی امیرکبیر باشد.(دستورالعمل و راهنمای حاضر)
- رنگ جلد پایان نامه/رساله چاپی کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکترا باید به ترتیب مشکی، طوسی و سفید رنگ باشد.
- چاپ و صحافی پایان نامه/رساله بصورت **پشت و رو(دورو)** بلامانع است و انجام آن توصیه می شود.



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

به نام خدا

تعهدنامه اصالت اثر

تاریخ: فروردین ۱۴۰۰

اینجانب **آترین حجت** متعهد می‌شوم که مطالب مندرج در این پایان‌نامه حاصل کار پژوهشی اینجانب تحت نظارت و راهنمایی اساتید دانشگاه صنعتی امیرکبیر بوده و به دستاوردهای دیگران که در این پژوهش از آنها استفاده شده است مطابق مقررات و روال متعارف ارجاع و در فهرست منابع و مآخذ ذکر گردیده است. این پایان‌نامه قبلاً برای احراز هیچ مدرک هم‌سطح یا بالاتر ارائه نگردیده است. در صورت اثبات تخلف در هر زمان، مدرک تحصیلی صادر شده توسط دانشگاه از درجه اعتبار ساقط بوده و دانشگاه حق پیگیری قانونی خواهد داشت.

کلیه نتایج و حقوق حاصل از این پایان‌نامه متعلق به دانشگاه صنعتی امیرکبیر می‌باشد. هرگونه استفاده از نتایج علمی و عملی، واگذاری اطلاعات به دیگران یا چاپ و تکثیر، نسخه‌برداری، ترجمه و اقتباس از این پایان‌نامه بدون موافقت کتبی دانشگاه صنعتی امیرکبیر ممنوع است. نقل مطالب با ذکر مآخذ بلامانع است.

آترین حجت

امضا

فهرست مطالب

صفحه

عنوان

۱	شرح مسئله و روند کار	۱
۱-۱	مقدمه	۲
۲-۱	کدها و خروجی‌های برنامه	۲
۲	توابع ابتدایی	۳
۱-۲	تولید گراف تصادفی	۴
۲-۲	تولید 3-SAT تصادفی	۴
۳-۲	تصویر سازی	۵
۴-۲	نمایش TSP	۵
۳	پیاده‌سازی TSP	۸
۱-۳	جواب بهینه	۹
۲-۳	تخمین ارزش	۹
۳-۳	همسایگی	۹
۴-۳	Local Beam Search	۹
۵-۳	Annealing Search	۱۰
۶-۳	الگوریتم ژنتیکی	۱۰
۱-۶-۳	تولید مثل	۱۰
۲-۶-۳	Mutation	۱۱
۷-۳	خروجی‌های نمونه	۱۵
۸-۳	مقایسه‌ی نتایج	۱۵
۴	پیاده‌سازی 3-SAT	۱۶
۱-۴	تخمین ارزش	۱۷
۲-۴	همسایگی	۱۷
۳-۴	Local Beam Search	۱۷
۴-۴	Annealing Search	۱۷

۱۷	۵-۴ الگوریتم ژنتیکی
۱۸	۱-۵-۴ تولید مثل
۱۸	۲-۵-۴ Mutation
۱۹	منابع و مراجع
۲۰	پیوست

فهرست اشکال

صفحه

شکل

۱۱	Simulated Annealing on $N = 20$	۱-۳
۱۲	Genetic Algorithm on $N = 20$	۲-۳
۱۳	Hill-Climbing Algorithm on $N = 20$	۳-۳
۱۴	Local Beam Search on $N = 20$	۴-۳
۱۵	% Worse than best answer	۵-۳

فهرست جداول

صفحه

جدول

فهرست نمادها

نماد	مفهوم
$n(G)$	تعداد رئوس گراف G
$deg_G(v)$	درجه‌ی راس v در گراف G
$nei(v)$	همسایه‌های راس v در گراف

فصل اول

شرح مسئله و روند کار

۱-۱ مقدمه

در این گزارش عملکرد الگوریتم‌های جستجوی محلی متفاوت (Annealing Search, Hill-Climbing) را روی دو مسئله‌ی فروشنده‌ی دوره‌گرد^۱ (TSP) و مسئله صدق‌پذیری دودویی^۲ (3-sat) بررسی خواهیم کرد. هر دو ی این مسائل NP Complete میباشند و این الگوریتم‌ها صرفاً تخمینی از جواب خواهند بود.

۲-۱ کدها و خروجی‌های برنامه

تمام کدها و خروجی‌ها (از جمله کد latex) در اینجا قابل مشاهده می‌باشد.

^۱Traveling Salesman problem

^۲Boolean Satisfiability Problem

فصل دوم

توابع ابتدایی

۱-۲ تولید گراف تصادفی

برای تولید گراف تصادفی از تابع زیر استفاده شده است.^۱ در این تابع گرافی کامل با n nodes راس تولید شده که هر یال آن عددی بین min_weight و max_weight می‌باشد.

```
def gen_weighted_graph(nodes=30, wei_min=1, wei_max=100):

    graph = [[0 for j in range(nodes)] for i in range(nodes)]

    for i in range(nodes):
        for j in range(i):
            wei = math.floor(random.random() * (wei_max - wei_min)) + wei_min
            graph[i][j] = wei
            graph[j][i] = wei

    return graph
```

۲-۲ تولید 3-SAT تصادفی

تابع `gen_sat` از بین تمام سه‌تای‌های $\{x, \neg x \mid x \in \{x_1, x_2, \dots, x_n\}\}$ هر یک را به احتمال p انتخاب می‌کند.

برای چک کردن همگی این سه‌تای‌ها یک متغیر $x_i \in -1, 1$ نگه می‌داریم که در صورت صفر بودن آن فرض می‌کنیم که در آن ستایی منظور عکس \neg بوده است.

```
def gen_sat(variables=20, p=0.2):
    sat = []

    for i in range(variables):
        for xi in range(-1, 2, 2):
            for j in range(i + 1):
                for xj in range(-1, 2, 2):
```

^۱https://github.com/atrin-hojjat/Uni-AI-Course-Reports/blob/main/Report%2003/code/generators/__init__.py

```

    for k in range(j + 1):
        for xk in range(-1, 2, 2):
            if random.random() < p:
                clause =[xk *(k + 1), xj *(j + 1), xi *(i + 1)]
                sat.append(tuple(clause))

return sat

```

۳-۲ تصویر سازی

برای نمایش دادن نمودارهای برنامه از `matplotlib`^۲ و `seaborn`^۳ و برای گراف‌ها از `networkx`^۴ استفاده شده.^۵

۴-۲ نمایش TSP

برای نمایش TSP از تابع زیر استفاده شده.^۶

```

def visualize_tsp(graph, path=[], name="",
    output=None):
    plt.figure()
    plt.title(name)
    G = nx.Graph()
    color_map = []
    for i in range(len(graph)):
        if i in path:

```

^۲<https://matplotlib.org/>

^۳<https://seaborn.pydata.org/>

^۴<https://networkx.org/documentation/stable/>

^۵<https://github.com/atrin-hojjat/Uni-AI-Course-Reports/tree/main/Report%2003/code/visualizers>

^۶<https://github.com/atrin-hojjat/Uni-AI-Course-Reports/tree/main/Report%2003/code/visualizers/GraphVisualizers.py>

```

        color_map.append("#66CC99")
    else:
        color_map.append("#112233")
G.add_nodes_from([i for i in range(len(graph))])
path_edges =[sorted((path[i -1], path[i])) for i in range(len(path))]
print(path)
print(graph)
print(path_edges)
G.add_edges_from(
    [
        (i, j, {'weight': graph[i][j],
                 'color': '#112233' if (i, j) not in path_edges else
                               '#FC575E'}),
        for i in range(len(graph)) for j in range(len(graph[i])) if (i <
                                                                           j)
    ]
)
G.add_edge(2, 5, weight=3)
for i in range(len(path)):
    G.edges[path[i -1], path[i]]['color'] = 'red'
# G.add_edges_from(
#     [
#         (path[i - 1], path[i], {'weight': graph[path[i - 1]][path[i]]}),
#         for i in range(len(path))
#     ]
#     ,
#     color="#FC575E"
# )
pos =nx.shell_layout(G)
edge_colors =nx.get_edge_attributes(G, 'color').values()
nx.draw_networkx_edges(G, pos, alpha=0.4, edge_color=edge_colors)
nx.draw_networkx_nodes(G, pos, node_color=color_map, node_size=100)

```

```
labels = nx.get_edge_attributes(G, 'weight')
nx.draw_networkx_edge_labels(G, pos, edge_labels=labels)

if output:
    if not os.path.exists(os.path.dirname(os.path.join("./output",
                                                         output, f"{name}.jpg"))):
        try: os.makedirs(os.path.dirname(os.path.join("./output", output,
                                                         f"{name}.jpg")))
        except OSError as exc: # Guard against race condition
            if exc.errno != errno.EEXIST:
                raise

plt.savefig(os.path.join("./output", output, f"{name}.jpg"))
matplotlib.rcParams.update({
    "pgf.texsystem": "pdflatex",
    'font.family': 'mononoki Nerd Font Mono',
    'text.usetex': True,
    'pgf.rcfonts': False,
})

plt.savefig(os.path.join("./output", output, f"{name}.pgf"))
plt.show()
```


فصل سوم

پیاده‌سازی TSP

برای پیاده‌سازی این الگوریتم در فایل `LoadTSP.py` دو تابع `load_samples` و `run_tests` نوشته شده‌است. تابع `load_samples` یک گراف تصادفی درست کرده و خروجی هر چهار الگوریتم را روی آن نمایش می‌دهد و تابع `run_tests` خروجی الگوریتم‌ها را با افزایش N بررسی می‌کند. الگوریتم‌های پیاده شده در اینجا قابل مشاهده هستند.

۱-۳ جواب بهینه

با توجه به سرعت پایین زبان `python` برای پیدا کردن جواب بهینه از `C` استفاده شد. این الگوریتم در زمان $O(n^2 \cdot 2^n)$ و حافظه‌ی $O(n \cdot 2^n)$ اجرا می‌شود.^۱ برای اجرای این کد دستور زیر را اجرا کنید.

```
./build tsp
```

۲-۳ تخمین ارزش

در پیاده‌سازی هر چهار الگوریتم، برای تخمین، نیاز به ماکسیمایز کردن یک تابع داریم. از آنجایی که هدف TSP حداقل سازی طول مسیر است، تابع مورد نظرمان را تفاضل مجموع یال‌ها و طول مسیر قرار دادیم.

۳-۳ همسایگی

دو دور را همسایه می‌گوییم اگر یکی با جابجا کردن دو عضو متوالی به دیگری تبدیل شود.

۴-۳ Local Beam Search

در این تابع تعداد نمونه‌ها 10 و حداکثر تکرارها برای تست‌ها 1000 و برای نمونه‌ها 10000 قرار داده شده.

^۱ شرح الگوریتم
^۲ کد

۵-۳ Annealing Search

در این تابع تغییرات دما به فرم $T_{next} = 0.98T_{now}$ با حداقل دمای 0.000001 و دمای اولیه ۱ ثابت شده‌اند. در تست‌ها حداقل دما 0.001 قرار داده شده.

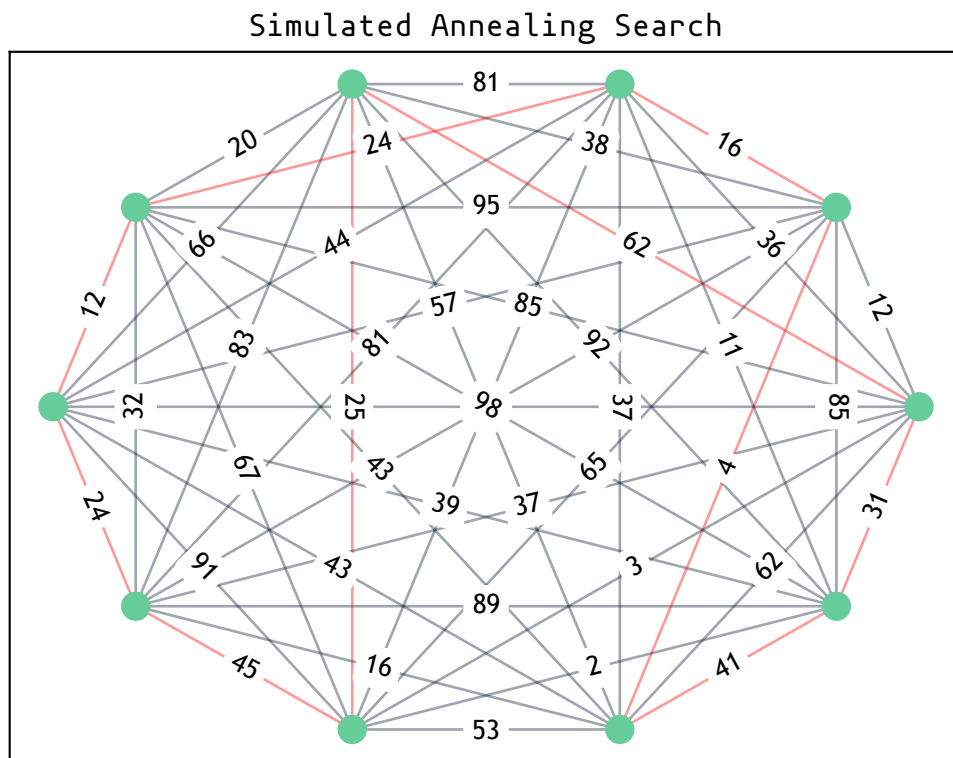
۶-۳ الگوریتم ژنتیکی

در این الگوریتم سائز جمعیت ده و احتمال Mutation برابر 0.05 قرار داده شده. حداکثر تکرارها برای تست‌ها 1000 و برای نمونه‌ها 10000 می‌باشد.

۱-۶-۳ تولید مثل

برای تولید بچه‌ی دو مسیر، یک بازه‌ی متوالی از پدر را انتخاب کرده و رئوسی که نیامده‌اند را به ترتیب حضورشان در مادر قرار می‌دهیم.

```
def crossover(parent0, parent1):
    start, end = random.randrange(len(graph)), random.randrange(len(graph))
    if start > end:
        start, end = end, start
    child = [None] * len(graph)
    for i in range(start, end + 1):
        child[i] = parent0[i]
    ptr = 0
    for i in range(len(graph)):
        if child[i] != None:
            continue
        while parent1[ptr] in child:
            ptr += 1
        child[i] = parent1[ptr]
    return child
```

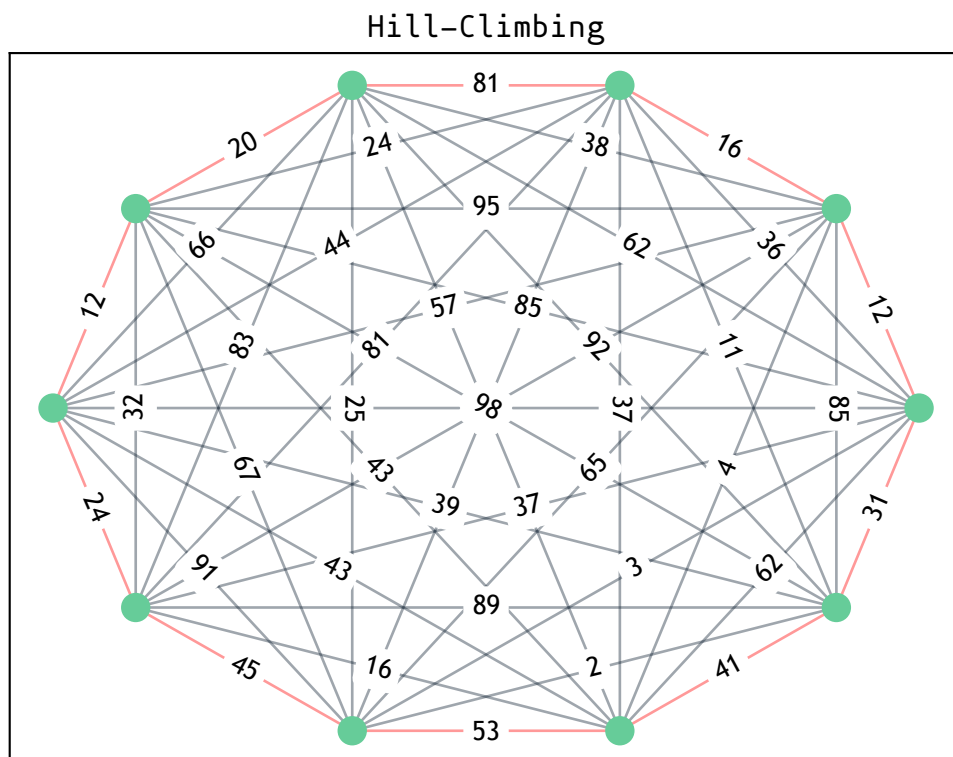


شکل ۳-۱: Simulated Annealing on $N = 20$

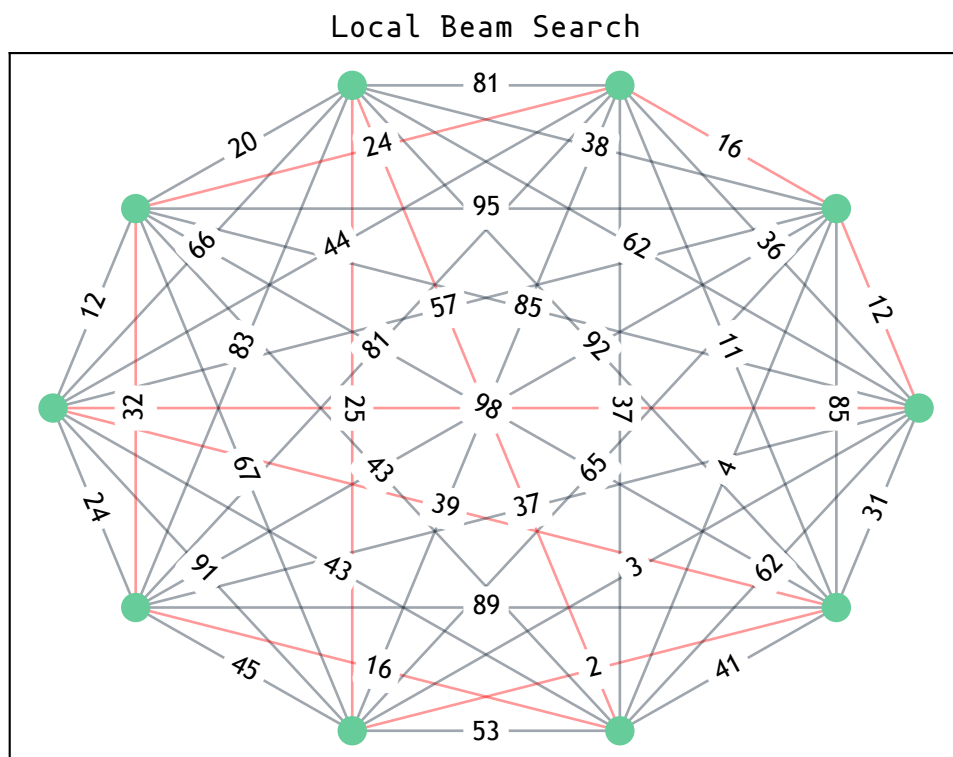
۳-۶-۲ Mutation

Mutation را حاصل جابجای دو عضو متوالی تعریف می‌کنیم.

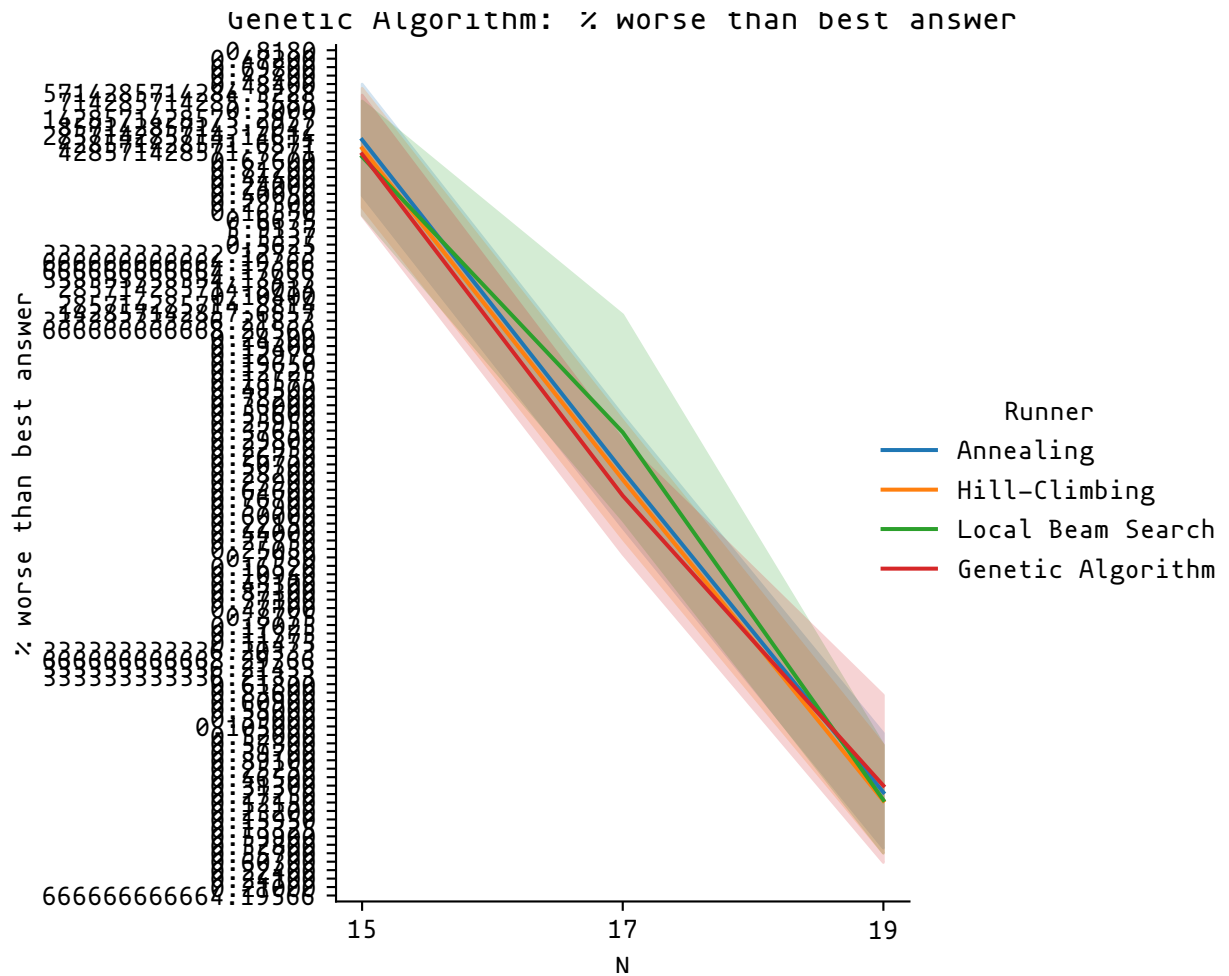
```
def mutate(cell):
    ind = random.randrange(len(graph))
    cell[ind], cell[ind - 1] = cell[ind - 1], cell[ind]
    return cell
```

شکل ۳-۳: Hill-Climbing Algorithm on $N = 20$



شکل ۳-۴: Local Beam Search on $N = 20$



شکل ۳-۵: % Worse than best answer

۷-۳ خروجی‌های نمونه

۸-۳ مقایسه‌ی نتایج

به‌طور میانگین Search Annealing Simulated بهترین نتیجه را داشت ولی در کل تفاوت چندانی بین الگوریتم‌ها نبود. به لحاظ زمان همه تا حداکثر تعداد تکرار ها پیش می‌رفتند.

فصل چهارم

پیاده‌سازی 3-SAT

در اینجا از آنجایی که هر مسئله‌ی SAT می‌تواند به یک SAT-3 تبدیل شود،^۱ صرفاً مسئله‌ی SAT-3 بررسی می‌شود. کد الگوریتم‌های این بخش در **اینجا** قابل دسترسی است. در فایل LoadSAT.py تابع load_samples نوشته شده که خروجی‌های الگوریتم‌ها را برای یک مسئله‌ی SAT تصادفی محاسبه می‌کند.

۱-۴ تخمین ارزش

برای تخمین ارزش یک جواب، در هر چهار الگوریتم، از تعداد جملات صحیح در SAT استفاده شده است.

۲-۴ همسایگی

دو موقعیت همسایه‌اند، اگر تنها یک متغیر در آنها مقدار متفاوتی داشته باشد.

۳-۴ Local Beam Search

در این تابع تعداد نمونه‌ها 10 و حداکثر تکرارها برای تست‌ها 1000 و برای نمونه‌ها 10000 قرار داده شده.

۴-۴ Annealing Search

در این تابع تغییرات دما به فرم $T_{next} = 0.98T_{now}$ با حداقل دمای 0.000001 و دمای اولیه ۱ ثبت شده‌اند. در تست‌ها حداقل دما 0.001 قرار داده شده.

۵-۴ الگوریتم ژنتیکی

در این الگوریتم سائز جمعیت ده و احتمال Mutation برابر 0.05 قرار داده شده. حداکثر تکرارها برای تست‌ها 1000 و برای نمونه‌ها 10000 می‌باشد.

¹https://en.wikipedia.org/wiki/Boolean_satisfiability_problem#3-satisfiability

۴-۵-۱ تولید مثل

در تولید مثل، از یک prefix مادر و suffix معادل آن در پدر استفاده می‌کنیم.

```
def crossover(parent0, parent1):
    start, end = random.randrange(n), random.randrange(n)
    if start > end:
        start, end = end, start
    child = [None] * n
    for i in range(start, end + 1):
        child[i] = parent0[i]
    ptr = 0
    for i in range(start):
        child[i] = parent1[ptr]
    for i in range(end + 1, n):
        child[i] = parent1[ptr]
    return child
```

۴-۵-۲ Mutation

Mutation را حاصل عوض کردن یک متغیر تعریف می‌کنیم.

```
def mutate(cell):
    ncell = list(cell)
    i = random.randrange(n)
    ncell[i] = not ncell[i]
    return ncell
```

۴-۶ مقایسه‌ی نتایج

در اینجا نیز تفاوت چندانی بین روش‌های مختلف چه از نظر زمانی و چی از نظر درستی مشاهده نمیشود.

منابع و مراجع

- [1] Sasireka, A and Kishore, AH Nandhu. Applications of dominating set of a graph in computer networks. *Int. J. Eng. Sci. Res. Technol*, 3(1):170–173, 2014.

پیوست