



警告

《中山大学授予学士学位工作细则》第六条

考试作弊不授予学士学位

计算机科学系 2012 第一学期

《高等数学 I》期末考试试题 (A 卷)

任课教师: 李绿周, 陈伟能 考试形式: 闭卷 考试时间: 2 小时

年级: 12 级 专业: 计算机 1、2、3 班 姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 成绩: \_\_\_\_\_

一、单项选择题 (共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

1. 下列极限等于 1 的是 ( )。

(A)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$  (B)  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}}$  (C)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi - x}$  (D)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x-2)}{x-2}$

2. 设  $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x}, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & x = 1 \\ 1+x, & x > 1 \end{cases}$ , 则在  $x=1$  处 ( )。

- (A) 左连续, 但不右连续 (B) 右连续, 但不左连续  
(C) 不连续, 且 1 为可去间断点 (D) 不连续, 且 1 为跳跃间断点

3. 若  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 9}{x - 3} = A$ , 则有 ( )。

- (A)  $a = -1, A = 6$  (B)  $a = 1, A = 6$   
(C)  $a = -1, A = -6$  (D)  $a = 1, A = -6$

4. 设  $f(x)$  可导, 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+2x) - f(1)}{3x} = 1$ , 则曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线斜率是 ( )。

- (A)  $\frac{2}{3}$  (B) 0 (C)  $\frac{3}{2}$  (D) 1

5. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{2}, & x < 1 \\ \frac{x^2}{3}, & x \geq 1 \end{cases}$ , 则  $f(x)$  在  $x=1$  处 ( )。

- (A) 左导数不存在、右导数存在 (B) 左、右导数存在  
(C) 左导数存在、右导数不存在 (D) 左、右导数都不存在

6. 设  $f(x) = 2^x + 5^x - 2$ ,  $g(x) = 2x$ , 则当  $x \rightarrow 0$  时, 有 ( )。
- (A)  $f(x)$  和  $g(x)$  是等价无穷小  
 (B)  $f(x)$  是比  $g(x)$  更高阶的无穷小  
 (C)  $f(x)$  和  $g(x)$  是同阶但不等价的无穷小  
 (D)  $f(x)$  是比  $g(x)$  更低阶的无穷小
7. 设函数  $y = \int_x^0 f(x)f(t)dt$ , 那么  $y' =$  ( )。
- (A)  $f^2(x)$  (B)  $f'(x)\int_x^0 f(t)dt + f^2(x)$   
 (C)  $-f^2(x)$  (D)  $-\left[f'(x)\int_0^x f(t)dt + f^2(x)\right]$
8. 设  $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ ,  $f'''(x_0) > 0$ , 则有 ( )。
- (A)  $f'(x_0)$  是  $f'(x)$  的极大值 (B)  $f(x_0)$  是  $f(x)$  的极大值  
 (C)  $f(x_0)$  是  $f(x)$  的极小值 (D)  $(x_0, f(x_0))$  是曲线  $y = f(x)$  的拐点
9. 曲线  $y = x^2$  与  $y = x$  所围成的图形绕  $x$  轴旋转而成的旋转体的体积是 ( )。
- (A)  $\pi \int_0^1 (x - x^2)dx$  (B)  $\pi \int_0^1 (x^2 - x^4)^2 dx$   
 (C)  $\pi \int_0^1 (x^2 - x^4)dx$  (D)  $\pi^2 \int_0^1 (x^4 - x^2)^2 dx$
10. 设一阶非齐次线性微分方程  $y' + P(x)y = Q(x)$  有三个不同的解  $y_1(x), y_2(x), y_3(x)$ ,  $C$  为任意常数, 则该方程的通解是 ( )。
- (A)  $y_3(x) + [y_1(x) - y_2(x)]$  (B)  $C[y_1(x) - y_2(x)]$   
 (C)  $y_3(x) + C[y_1(x) - y_2(x)]$  (D)  $Cy_3(x) + [y_1(x) - y_2(x)]$   
 (E) 以上都不正确

## 二、解答与证明题 (共 11 题, 共 80 分)

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\ln(1+x^3)}{\sin x(\sec x - \cos x)}$ 。(5 分)

2. 求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{2+x}\right)^{2x}$ 。(5 分)

3. 已知  $y = e^{\sin \frac{1}{x}} + x^{\sin x}$  ( $x > 0$ ), 求  $\frac{dy}{dx}$ 。(7分)

4. 设  $\begin{cases} e^y + (t+1)y + t^2 = 2 \\ x = \int_1^{-t} e^u du \end{cases}$  确定函数  $y=f(x)$ , 求  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=-1}$ 。(8分)

5. 求不定积分  $\int e^x \cos x dx$ 。(6分)

6. 求定积分  $\int_{-1}^1 \frac{2x^2 + x \cos x}{1 + \sqrt{1-x^2}} dx$ 。(7分)

7. 曲线  $y = x^2$  与直线  $y = x + 2$  围成一平面图形, 解以下问题: (8分)

1) 求该平面图形的面积。

2) 求该图形被  $y$  轴划分所得的右半部分图形绕  $y$  轴旋转所得旋转体的体积。

8. 已知函数  $f(x) = \int_0^{-x} e^{-\frac{1}{4}t^4} dt$ , 试讨论:

1) 该函数的奇偶性

2) 该函数的单调性;

3) 该函数的凹凸性和拐点。(8分)

9. 求微分方程  $(y^2 - 2xy)dx + x^2 dy = 0$  的通解。(8分)

10. 求微分方程  $(2 + x^2)y' + 2xy = x^2$ ,  $y|_{x=0} = 1$  的特解。(8分)

11. 设函数  $f(x)$  在区间  $[0,2]$  上连续, 在  $(0,2)$  上可导, 且  $f(0) = f(2) = 0$ ,  $f(1) = -3$ 。

试证明:

1) 在区间  $(1,2)$  内至少存在一点  $\eta$ , 使得  $f(\eta) = -2\eta$ ;

2) 在区间  $(0,2)$  内至少存在一点  $\xi$ , 使得  $f'(\xi) = -2$ 。(10分)