

特別研究報告書

題 目 準波動光学的手法による
トカマクプラズマ中の電子サイクロトロン波の伝播解析

指導教員 福山 淳

京都大学工学部物理工学科
(原子核工学サブコース)

氏 名 丸山 優一郎

提出年月 平成 22 年 2 月

目 次

第 1 章 序論	1
1.1 核融合	1
1.2 トカマク型磁場配位	1
1.3 電子サイクロトロン加熱・電流駆動	2
1.4 球状トカマク	3
1.5 本研究の目的	4
第 2 章 冷たいプラズマ中の電磁波の伝播	5
2.1 電気伝導率テンソル	5
2.2 誘電率テンソル	6
2.3 波の分散関係	7
2.4 プラズマ中の波の性質	8
2.4.1 遮断と共に鳴	8
2.4.2 正常波・異常波	8
2.5 波の近接性とモード変換	9
2.5.1 強磁場からの X モードの垂直入射	9
2.5.2 弱磁場からの X モードの垂直入射	10
2.5.3 弱磁場からの O モードの斜め入射	10
第 3 章 初期値問題としての準波動光学解析	12
3.1 基礎方程式	12
3.2 これまでの波動光学解析との比較	14
3.3 電気伝導率テンソル	14
3.4 数値計算手法	15
3.5 プラズマが吸収するエネルギー	17
第 4 章 電磁波伝播シミュレーション	19
4.1 入射電磁波の条件	19
4.2 導体壁の条件	21
4.3 数値解析の結果	21
4.3.1 ケース 1 : 真空	22
4.3.2 ケース 2 : 遮断層がある場合	24
4.3.3 ケース 3 : 共鳴層がある場合	28
4.3.4 ケース 4 : トロイダルモード数が存在する場合	30
4.3.5 ケース 5 : LATE において中心密度を変化させた場合	32
4.4 要する計算機資源	34

第 5 章　まとめと今後の課題	36
参考文献	37
謝辞	37

第1章 序論

1.1 核融合

今日の我々の生活は、エネルギーの大量消費によって支えられている。一人当たりのエネルギー消費量と世界の人口はともに増加する見込みであり、人類全体としてのエネルギー消費量は今後とも増え続けていくと予想される。現在主に用いられているエネルギー資源は石油・石炭・ガスなどの化石エネルギーや核分裂を用いた原子力エネルギーであるが、化石エネルギーは埋蔵量に限りがあるためにいつまでも安定に供給出来る保証はない。また、化石エネルギーは埋蔵している場所が偏っているので、エネルギー資源を十分に持つておらず輸入に頼っている日本のような国では、さらにエネルギーの供給は不安定なものとなる。原子力エネルギーは高レベル長寿命放射性廃棄物の処理の問題や核兵器拡散の問題などがあり、より安全・安心なエネルギー源が望まれる。核融合はこれらの問題を解決する可能性があると考えられている。

2つの原子核が十分近づくと、原子核の間に働く引力（核力）がクーロン力に打ち勝って1つに融合し、新しい原子核が生まれることがある。これを核融合反応という。現在最も有力なのは重水素（D）と三重水素（T）を用いた反応であり、これらが核融合反応するとヘリウムと中性子が生じる。その際、重水素と三重水素の質量とヘリウムと中性子の質量の差がエネルギーに代わる。三重水素は中性子とリチウムが反応することで手に入るのでも、重水素とリチウムがあれば核融合反応を用いてエネルギーを取り出すことができるが、両方共に自然界に多量に存在し、また地域偏在もほぼない。さらに、CO₂や長寿命放射性廃棄物ができないので地球環境への影響が少ない。

核融合を起こすためには2つの原子核が十分近づく必要があるが、太陽などのように重力によってその条件を達成するのは地球上では無理である。そこで、温度を上げて原子核同士を接近させる方法が主に考えられており、これを熱核融合と呼ぶ。この方法で核融合反応を起こすためには1億度以上の温度が必要であるが、このような高い温度の下では物質は電子とイオンに別れて運動し、この電離気体はプラズマと呼ばれている。このような超高温のプラズマをある程度の時間、一定の空間に保持する事で核融合反応を起こすことができる。しかし、このような超高温のプラズマを保持するのは通常の容器では不可能である。現在研究の主流となっているのはプラズマが荷電粒子の集まりであることを利用した磁場閉じ込め方式である。

1.2 トカマク型磁場配位

磁場が存在する場合、荷電粒子はローレンツ力によって磁力線に巻付いて運動する。これをサイクロトロン運動という。このままでは荷電粒子は磁力線に沿って逃げることができるので、次の案として磁力線の端と端をつないだドーナツ状の磁場配位が考えられる。こ

れはトーラス形磁場配位と呼ばれる。だが、この磁場配位では磁場不均一によって荷電粒子が緩やかに移動しその結果生じる電界がプラズマを広げてしまうので、やはりプラズマを閉じ込めておくことができない。このような核融合反応を持続させることに対する困難さは核分裂反応（原子力発電）と異なる点であり、逆に言えば暴走する危険のない安心なエネルギー源と言える。

さて、上記の問題点を解決するために、磁場を捻って内側と外側の区別をなくす方法が考えられた。このうち、プラズマ中に流れる電流が作り出す磁場によって磁場を捻る方式は内部電流系と呼ばれ、トカマク形磁場配位がその代表である。トカマク形磁場配位は現時点でも最も進んだ方式であるとされ、国際熱核融合実験炉 ITER でも採用されている。トカマク形磁場配位は軸対称性を持っており、トーラス断面のどこを切っても物理量が同じであるために、実質二次元領域の解析を行うだけで良く、また炉の構造も簡単なものとなる（図 1.1）。そこで、本論文でもトカマク形磁場配位を主に扱うこととする。

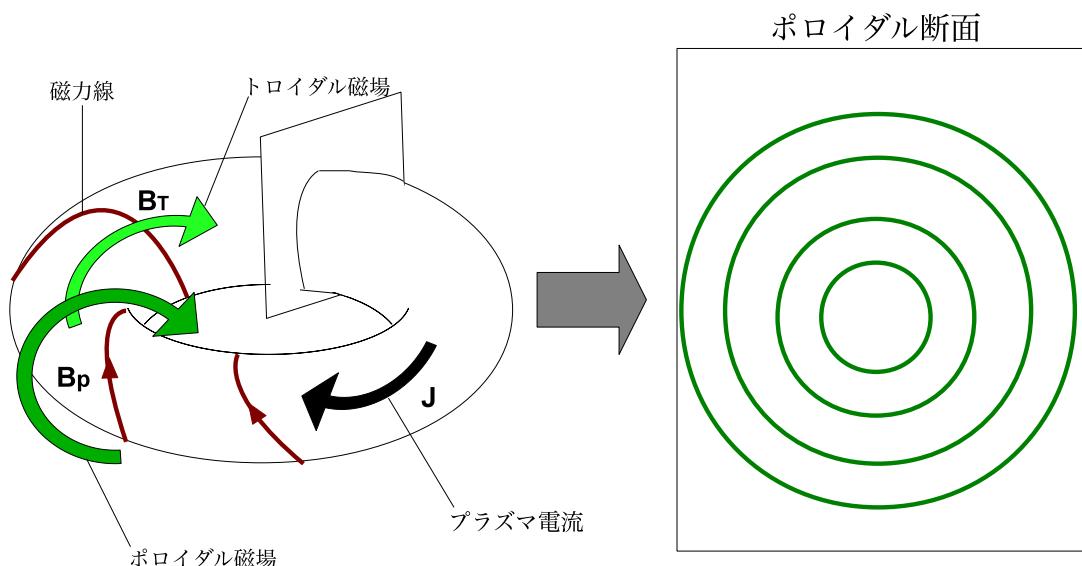


図 1.1: トカマク型磁場配位

1.3 電子サイクロトロン加熱・電流駆動

核融合反応を起こすためにはプラズマを閉じ込めるだけでなく加熱する必要がある。プラズマの加熱の方法にもいくつかあり、ジュール加熱、中性粒子ビーム加熱、高周波加熱

等がある。ジュール加熱は電場によって加速された電子がイオンによって散乱されることに基づく電気抵抗を利用するものであるが、プラズマの温度が高くなると電気抵抗が低下し、高温プラズマではこの加熱方法は有効でなくなる。また中性粒子ビーム加熱は、イオン源から引き出した正イオンを加速してイオンビームとし、それを荷電変換によって中性粒子に変えるが、この変換効率は核融合炉で必要とされる 200keV 程度以上のエネルギーでは極めて低くなってしまう。そのため負イオンを用いる方法が開発されている。

高周波加熱は高い周波数を持った電磁波をプラズマ中に射入する。その際、波の周波数と粒子の運動の周波数またはその高調波が一致して粒子から見て波の作る電場が常に一定であれば、粒子は波と共に相互作用し加速または減速される。用いられる周波数は大きく 3 つの周波数帯に分かれ、イオンのサイクロトロン運動の周波数に合わせたイオンサイクロトロン (IC) 波、電子に合わせた電子サイクロトロン (EC) 波、あるいはその中間の低域混成 (LH) 波がある。このうち EC 波は周波数が最も高く真空中を伝播できるので、アンテナをプラズマから離すことができ、熱や中性子によるアンテナの損傷を比較的抑えられる。また、短波長なのでビーム径が 10cm 程度でも指向性の良い入射ビームが得られ、その口径をほぼ維持しながら加熱目標領域へ到達し、目標領域を正確に加熱することができる。すなわち EC 波は局所加熱を行うのに最適である。さらに、そのように局所的に電子温度分布を変化させられるということは即ちプラズマ中の電流分布を制御することができるということであり、核融合炉の定常運転、初期プラズマ生成、新古典アーリングモードの抑制制御など様々な場面で有用である。以上のような利点から本論文では EC 波を取り扱う。

1.4 球状トカマク

トカマク型核融合炉を実現するためには、定常運転が可能であるだけでなく小型化・高性能化によるコストダウンが必須である。通常のトカマクでは中心にソレノイドコイルを置き、トロイダル方向（ドーナツを周回する方向）に電場を作り、プラズマ電流を流すことと、ポロイダル方向の磁場を作る。しかし、中心にこのような装置を置くことにより装置は大型になり構造は複雑になる。コイルによる電磁誘導を用いることなく、プラズマ電流を立ち上げることができれば、装置サイズは減少し、構造は単純化する。また中心のソレノイドコイルがなければ、安定に流せるプラズマ電流が上昇しエネルギー閉じ込め時間が増大するので高性能になることが明らかになっている。このような中心ソレノイドコイルのないトカマクは球状に近い形をとるので球状トカマクと呼ばれる。誘導起電力を用いないプラズマ電流の立ち上げ方式の主な候補は前節の EC 波である。小型のアンテナをプラズマから離れた場所に設置するだけでよいので炉工学的にも簡単であり、プラズマ電流の立ち上げ、加熱、そして電流分布の制御と放電の全過程において有効に働く。さらに電磁波モードから静電波へのモード変換を用いれば密度が大きいプラズマに対しても加熱することができる。

1.5 本研究の目的

EC 波の利点を生かすためには EC 波がプラズマ中をどのように伝播しどこで吸収が起こるかを知る必要があり、そのために様々なモデリングやシミュレーションが行われている [1]。電子サイクロトロン周波数帯の波動はプラズマの空間不均一の特性長に比べて波長が短い場合が多いことや、他の周波数帯の波動とは異なりアンテナからプラズマ内部まで伝播不能領域が存在しない場合が多いことから、幾何光学近似が広く用いられている。幾何光学近似とは、波長が媒質変化の特性長よりも非常に小さく、波動の口径が十分大きく回折効果が無視出来る場合に波動を光線やビームで近似するというものである。しかし、小型の装置や電磁波のモード変換を含む場合には上記の近似では計算できない場合がある。そこで、マクスウェル方程式を一定振幅の波動電界の式

$$\nabla \times [\nabla \times \mathbf{E}] - \frac{\omega^2}{c^2} \overset{\leftrightarrow}{\epsilon} \cdot \mathbf{E} = i\omega\mu_0 \mathbf{J}_{ext} \quad (1.1)$$

とし、アンテナ電流を与えることで境界値問題として解く手法がある。これを波動光学的解析という。しかしながら、波長の短い EC 波を波動光学的に、つまり境界値問題としてプラズマ全体で解くためには非常に多くの計算資源を必要とする。そこで、本論文では EC 波の振幅を初期値問題として求める新しい解析手法を提案し、トカマクプラズマ中の伝播解析に適用することを目的とする。

本論文の構成は以下の通りである。まず第 2 章では、冷たいプラズマ中の波動の分散関係を導出してそこからわかるプラズマ中の波の性質について述べる。次に第 3 章では、準波動光学的手法による波動電界の発展方程式を導出する。そして第 4 章では、実際に作成した計算コードによって準波動光学的伝播解析のパラメータ依存性を調べる。最後に第 5 章ではまとめと今後の課題について述べる。

第2章 冷たいプラズマ中の電磁波の伝播

プラズマは分散性媒質であり，その誘電率は周波数の関数となる．プラズマ中の電磁波の伝播を解析するために，まず分散関係を導出し，それによってわかるプラズマ中の波の性質について述べる．今回はプラズマの温度が0であるような場合，すなわちプラズマが冷たいプラズマである場合を取り扱う．

2.1 電気伝導率テンソル

静磁場の方向にz軸をとり

$$\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0) \quad (2.1)$$

とする．電界 \mathbf{E} 及び磁界 \mathbf{B} の中を運動する荷電粒子の運動方程式は次式で与えられる [2]．

$$\frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = \frac{q_s}{m_s} (\mathbf{E} + \mathbf{v}_s \times \mathbf{B}) \quad (2.2)$$

ここで下付き文字 s は粒子種を表し， \mathbf{v}_s は速度， q_s は電荷， m_s は質量である．

次に，電界や磁界の擾乱振幅は小さく，0次の無擾乱状態のプラズマにおいては密度や磁場は時間的空間的に一様とし，荷電粒子は静止しているとする．また1次の擾乱項は角周波数 ω により $\exp(-i\omega t)$ の形で変化するものとする．つまり，

$$\mathbf{v}_s = \tilde{\mathbf{v}}_s \exp(-i\omega t) \quad (2.3)$$

$$\mathbf{E} = \tilde{\mathbf{E}} \exp(-i\omega t) \quad (2.4)$$

$$\mathbf{B} = \tilde{\mathbf{B}} \exp(-i\omega t) + \mathbf{B}_0 \quad (2.5)$$

とする．これらは(2.2)を満たすので，代入して，線形化された運動方程式

$$-i\omega \tilde{\mathbf{v}}_s = \frac{q_s}{m_s} (\tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\mathbf{v}}_s \times \mathbf{B}_0) \quad (2.6)$$

を得る．これを変形し， $\tilde{\mathbf{v}}_s$ を含む項を左辺に移項すると，

$$\begin{pmatrix} -i\omega - \omega_{cs} & 0 \\ \omega_{cs} & -i\omega \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \tilde{\mathbf{v}} = \frac{q_s}{m_s} \tilde{\mathbf{E}} \quad (2.7)$$

となる．ここで $\omega_{cs} = q_s B_0 / m_s$ は s 種の荷電粒子のサイクロトロン周波数である．

(2.7)を $\tilde{\mathbf{v}}_s$ について解くと

$$\tilde{\mathbf{v}}_s = \frac{q_s}{m_s \omega} \begin{pmatrix} \omega^2 & i\omega \omega_c & 0 \\ \frac{i\omega \omega_c}{\omega^2 - \omega_c^2} & \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_c^2} & 0 \\ -\frac{\omega^2 - \omega_c^2}{\omega^2 - \omega_c^2} & \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_c^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \tilde{\mathbf{E}} \quad (2.8)$$

を得る。 s 種粒子の密度を n_s とするとプラズマ電流は

$$\mathbf{J} = \sum_s n_s q_s \mathbf{v}_s = \overset{\leftrightarrow}{\sigma} \cdot \mathbf{E} \quad (2.9)$$

で表されるので、(2.8) と (2.9) を組み合わせることで磁化プラズマの電気伝導率テンソル $\overset{\leftrightarrow}{\sigma}$ を求めることができる。よって電気伝導率テンソルは移動度テンソル $\overset{\leftrightarrow}{\mu}$ を用いて

$$\overset{\leftrightarrow}{\sigma} = \sum_s n_s q_s \overset{\leftrightarrow}{\mu}_s \quad (2.10)$$

$$\overset{\leftrightarrow}{\mu}_s = \frac{q_s}{m_s \omega} \begin{pmatrix} \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_c^2} & \frac{i\omega\omega_c}{\omega^2 - \omega_c^2} & 0 \\ -\frac{i\omega\omega_c}{\omega^2 - \omega_c^2} & \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_c^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

と表される。

2.2 誘電率テンソル

誘電率テンソル $\overset{\leftrightarrow}{\epsilon}$ は電束密度 \mathbf{D} 及び電気分極 \mathbf{P} を用いて次のように定義される。

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \equiv \epsilon_0 \overset{\leftrightarrow}{\epsilon} \cdot \mathbf{E} \quad (2.12)$$

ここで ϵ_0 は真空中の誘電率である。前節で考えたように電気分極 \mathbf{P} も $\exp(-i\omega t)$ の形で変化するものとすると、プラズマ電流 \mathbf{J} は

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = -i\omega \mathbf{P} \quad (2.13)$$

であるので、(2.9)(2.17),(2.13) から

$$\begin{aligned} \overset{\leftrightarrow}{\epsilon} \cdot \mathbf{E} &= \mathbf{E} + \frac{i}{\omega \epsilon_0} \overset{\leftrightarrow}{\sigma} \cdot \mathbf{E} \\ \overset{\leftrightarrow}{\epsilon} &= I + \frac{i}{\omega \epsilon_0} \overset{\leftrightarrow}{\sigma} \end{aligned} \quad (2.14)$$

という関係が導かれる。よって、誘電率テンソルは

$$\begin{aligned} \overset{\leftrightarrow}{\epsilon} &= I + \sum_s \frac{i n_s q_s}{\omega \epsilon_0} \overset{\leftrightarrow}{\mu}_s \\ &= \begin{pmatrix} S & -iD & 0 \\ iD & S & 0 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.15)$$

となる。各成分は次式で定義される。ここで $\omega_{ps} = \sqrt{n_s q_s^2 / m_s \epsilon_0}$ である。

$$S = 1 - \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2 - \omega_{cs}^2} \quad (2.16)$$

$$D = \sum_s \frac{\omega_{ps}^2 \omega_{cs}}{\omega(\omega^2 - \omega_{cs}^2)} \quad (2.17)$$

$$P = 1 - \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2} \quad (2.18)$$

2.3 波の分散関係

プラズマ中の電磁場は以下のマクスウェル方程式に従う。

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2.19)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \quad (2.20)$$

c は光速、 μ_0 は真空の透磁率である。この式をフーリエ・ラプラス変換すると (2.19), (2.20) は

$$\mathbf{B}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{\omega} \mathbf{k} \times \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) \quad (2.21)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{B}(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{\omega}{c^2} \overset{\leftrightarrow}{\epsilon}(\mathbf{k}, \omega) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) \quad (2.22)$$

となる。ここで \mathbf{k} は波数ベクトルである。磁場 \mathbf{B} を消去すれば

$$\mathbf{k} \times \mathbf{k} \times \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{\omega^2}{c^2} \overset{\leftrightarrow}{\epsilon}(\mathbf{k}, \omega) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) \quad (2.23)$$

を得る。屈折率ベクトルを

$$\mathbf{N} = \frac{c}{\omega} \mathbf{k} \quad (2.24)$$

とすると、(2.23) は

$$\mathbf{N} \times \mathbf{N} \times \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) + \overset{\leftrightarrow}{\epsilon}(\mathbf{k}, \omega) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = 0 \quad (2.25)$$

となる。 \mathbf{N} と \mathbf{B}_0 のなす角を θ とし、 \mathbf{N} が x - z 面にあるように x 軸をとると、(2.25) は

$$\begin{pmatrix} S - N^2 \cos^2 \theta & -iD & N^2 \cos \theta \sin \theta \\ iD & S - N^2 & 0 \\ N^2 \cos \theta \sin \theta & 0 & P - N^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0 \quad (2.26)$$

となる。電場 \mathbf{E} が 0 でない解を持つためには、係数行列の行列式が 0 でなければならない。つまり、

$$\begin{vmatrix} S - N^2 \cos^2 \theta & -iD & N^2 \cos \theta \sin \theta \\ iD & S - N^2 & 0 \\ N^2 \cos \theta \sin \theta & 0 & P - N^2 \sin^2 \theta \end{vmatrix} = 0 \quad (2.27)$$

でなければならない。ここで $N = |\mathbf{N}|$ である。これを解くと、

$$AN^4 - BN^2 + C = 0 \quad (2.28)$$

$$A = S \sin^2 \theta + P \cos^2 \theta \quad (2.29)$$

$$B = RL \sin^2 \theta + PS(1 + \cos^2 \theta) \quad (2.30)$$

$$C = PRL \quad (2.31)$$

$$R = S + D \quad (2.32)$$

$$L = S - D \quad (2.33)$$

となる。この式が波数ベクトル \mathbf{k} と周波数 ω の関係を決めるので、これを分散式と呼ぶ。

2.4 プラズマ中の波の性質

2.4.1 遮断と共鳴

前節で得た分散式から、条件によっては N^2 が 0 になったり無限大になったりする。 $N = 0$ の時(2.24)から $|\mathbf{k}| = 0$ であり波は伝播できなくなる。これを遮断と呼ぶ。(2.28)から、 $N^2 = 0$ になるのは $C = 0$ つまり

$$P = 0 \text{ または } R = 0 \text{ または } L = 0$$

のときに限られる。

逆に $N = \infty$ のとき $|\mathbf{k}| = \infty$ であり、このとき波の位相速度 $v_{\text{ph}} = \omega/k = c/N$ は 0 に近づき、波は吸収される。これを共鳴と呼ぶ。(2.28)から、 $N^2 = \infty$ になるのは $A = 0$ つまり

$$\tan^2 \theta = -\frac{P}{S} \quad (2.34)$$

の時である。 $\theta = 0$ の時は $S = (R + L)/2 \rightarrow \pm\infty$ が共鳴条件で、 $R \rightarrow \pm\infty$ は ω が電子サイクロトロン周波数 ω_{ce} のときに満たされる。これを電子サイクロトロン共鳴という。また、 $L \rightarrow \pm\infty$ は ω がイオンサイクロトロン周波数 ω_{ci} のときに満たされる。これをイオンサイクロトロン共鳴という。 $\theta = \pi/2$ の時は $P = \pm\infty$ となる事はないので、共鳴条件は $S = 0$ となる。この共鳴を混成共鳴という。

2.4.2 正常波・異常波

磁場に対して垂直に伝播する波についてもう少し考えてみる。(2.28)で $\theta = \pi/2$ とすると、

$$SN^4 - (PS + RL)N^2 + PRL = 0$$

つまり

$$(N^2 - P)(N^2 - \frac{RL}{S}) = 0 \quad (2.35)$$

となる。この条件を満たす波しかプラズマ中では存在できないので、この条件を満たす波の性質について考える。 $N^2 = P$ のとき、(2.28)が常に成り立つには $E_x = E_y = 0$, $E_z \neq 0$

であることが必要である。この場合分極は磁場に妨げられることは無いので、磁場の強さが分散式に大きく現れない。このようなモードをOモード、あるいは正常波という。一方 $N^2 = RL/S$ の場合、 E_x や E_y の値にかかわらず成り立つが、常に (2.28) が成り立つには $E_z = 0$ であることが必要である。このようなモードをXモード、あるいは異常波という。

正常波においては $N^2 = P$ であり $P = 0$ で遮断がおきるが、 $P = \pm\infty$ となることはないのと、共鳴が起きることはない。また、異常波においては $N^2 = RL/S$ であり、 $R = 0$ または $L = 0$ で遮断が起き、 $S = 0$ で共鳴が起きる。

2.5 波の近接性とモード変換

プラズマ粒子による平均圧力と磁場の圧力の比を β 値と呼ぶ。 β 値が小さいほど磁場の圧力の方が大きいために安定であると考えられる。圧力平衡だけを考えれば $\beta \leq 1$ であればよいが、実際には各種の不安定性のために β 値の上限はさらに厳しく押さえられる。このような不安定機構を解明し β 値の向上を図ることは将来の核融合炉での効率化にも役立つ。球状トカマクや逆転磁場ピンチなどは高 β プラズマの生成を目指しているが、高 β とはすなわち粒子の圧力が大きいということであり、高 β プラズマの中央部では電子プラズマ周波数 ω_{pe} が電子サイクロotron周波数 ω_{ce} の数倍に達し、波動の周波数 ω より ω_{pe} の方が大きいいわゆるオーバーデンス状態になっている。このような場合、通常の電磁波モードは電子サイクロotron共鳴(ECR)層には到達できない。このように高周波加熱においては波が共鳴層に到達できるのかを考える必要がある。これを近接性の問題という。

ところが、特定の条件においては波がその伝播の仕方を変えることがわかっている。これをモード変換という。モード変換を利用すれば伝播不可能な領域を加熱することができる。理論解析により [4] 高密度プラズマに EC 波を入射するには次の 3 つの方法がわかっている。

1. 強磁場からの X モードの垂直入射
2. 弱磁場からの X モードの垂直入射
3. 弱磁場からの O モードの斜め入射

以下で、これらの方法についてもう少し詳しく述べる。

2.5.1 強磁場からの X モードの垂直入射

この場合、密度がある程度低ければ入射波は ECR 層を通過して高域混成共鳴(UHR)層に到達する。X 波が UHR 層に近づくと屈折率が急速に大きくなり、電子の温度効果が効いて電子バーンシュタイン波にモード変換される [3]。電子バーンシュタイン波は磁場 B_0 にほぼ垂直方向に大きな波数ベクトル k を持つ伝播する静電波である。静電波とは波の電場がスカラーポテンシャルを用いて表せるような波のことである。電子バーンシュタイン波の波長は熱電子のラーモア半径のオーダーであり、真空中の自由空間波の波長 $\lambda_0 = 2\pi c/\omega$ よりも遙かに短く、単位長さあたりの減衰率は非常に大きく小型のトロイダル装置に対してもほぼ 100% の吸収率が期待できる。また、電子バーンシュタイン波は伝播に密度上限

が存在しないので、これを用いることでオーバーデンスプラズマの加熱を行うことができる。右回り遮断層と UHR 層の間の伝播不能領域の厚さが十分大きいとき、X 波は反射されずにすべて電子バーンシュタイン波に変換される。つまり、X 波からみたとき UHR 層は無反射終端となっている。

変換された電子バーンシュタイン波は UHR 層に向かって伝播しサイクロトロン吸収されるが、電子バーンシュタイン波へのモード変換は電子の温度効果(有限ラーモア半径効果)を取り入れないと解析することができない。ただし、電子バーンシュタイン波が再び UHR 層に戻ってこないような状況では、冷たいプラズマ近似の波動方程式を解いて得られる UHR 層での共鳴吸収パワーを電子が有限温度を持つ場合の電子バーンシュタイン波への変換パワーと見なすことができる。

2.5.2 弱磁場からの X モードの垂直入射

弱磁場から入射した場合、X 波は UHR 層にたどり着く前に右回りサイクロトロン遮断に遭遇する。この層と UHR 層の厚さが十分薄ければトンネル効果により X 波が UHR 層へ到達し、そのうちの一部は電子バーンシュタイン波にモード変換され、残りはそのまま高密度側へ伝播していくと考えられる。高密度側へ伝播した波は左回りサイクロトロン遮断層で全反射され再び UHR 層に戻ってきて、一部は UHR 層で共鳴吸収され残りは低密度側へと透過していく。

2.5.3 弱磁場からの O モードの斜め入射

図 2.1 は冷たいプラズマ近似における波の分散関係である [1]。この図においては、分散関係を満たす領域がハッチングされた面として表されている。(XR) は右回り円偏波遮断周波数 ω_{CR} で反射される異常波を表し、(XL) は左回り円偏波遮断周波数 ω_{CL} で反射される異常波を表す。また、(O) は正常波を表す。ここでは厳密な定義によらず、垂直伝播の場合に正常波や異常波になるような波を O 波や XR 波などと呼ぶことにする。

外部アンテナによって励起された電磁波は、図 2.1 から $\omega = k_{\perp}c$ につながる XR 波と O 波のみが存在するとわかる。つまり、XL 波はアンテナで電磁波を励起した時点では存在しない。図 2.1 をよくみると、O 波と XL 波が k_{\perp} (磁力線方向の波数) が 0 である面の上の 1 点で接することに気づく。この点に波が到達したとき O 波から XL 波への O-X 線形モード変換が生じる。これを利用すれば、右回りサイクロトロン層を超えた場所に異常波を伝播させることができる。O 波はプラズマ遮断層で XL 波に変換され、反射されて低密度側に向かい、UHR 層に達して共鳴吸収あるいは電子バーンシュタイン波に変換されるので、このような弱磁場からの O モードの斜め入射による加熱方法は OXB 法と呼ばれる。

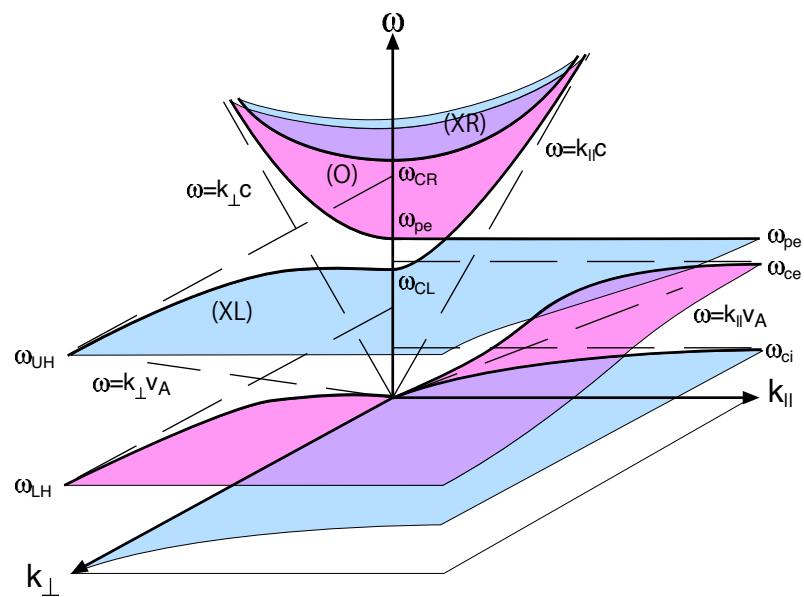


図 2.1: 冷たいプラズマにおける分散関係 ($\omega_{pe}^2 > \omega_{ce}^2$)

第3章 初期値問題としての準波動光学解析

3.1 基礎方程式

プラズマ中をどのように電磁波が伝播していくかを調べるために，電場 \mathbf{E} ，磁束密度 \mathbf{B} に関するマクスウェル方程式を解き，その振幅の時間発展を調べることにする．実時間空間では

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \mu_0 \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t) \quad (3.2)$$

$$\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t) = \int_V d\mathbf{r}' \int_{-\infty}^t dt' \overleftrightarrow{\sigma}(t - t') \cdot \tilde{\mathbf{E}}(t') \quad (3.3)$$

の形になる．文字の上のチルダは実時間空間の変数であることを意味している．上記のマクスウェル方程式をフーリエ変換することで，周波数空間におけるマクスウェル方程式が得られ，

$$\nabla \times \mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}, \omega) = i\omega \mathbf{B}_\omega(\mathbf{r}, \omega) \quad (3.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}_\omega(\mathbf{r}, \omega) = \frac{-i\omega}{c^2} \mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}, \omega) + \mu_0 \mathbf{J}_\omega(\mathbf{r}, \omega) \quad (3.5)$$

$$\mathbf{J}_\omega(\mathbf{r}, \omega) = \overleftrightarrow{\sigma}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}, \omega) \quad (3.6)$$

となる．ここで，下付き文字の ω は周波数空間の変数であることを意味している．

まず (3.2) の両辺を時間微分すると

$$\nabla \times \frac{\partial \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (3.7)$$

を得る．磁束密度 \mathbf{B} を消去して電場 \mathbf{E} だけの式にするために (3.7) に (3.1) を代入すると，

$$-\nabla \times \nabla \times \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (3.8)$$

となる．

ここで準波動光学近似を行う．すなわち

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) \cdot e^{-i\omega t} \quad (3.9)$$

$$\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t) \cdot e^{-i\omega t} \quad (3.10)$$

とおく . $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)$ の導関数は ,

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - i\omega \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) \right) e^{-i\omega t} \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial^2 \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - 2i\omega \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \omega^2 \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) \right) e^{-i\omega t} \quad (3.12)$$

となるから , (3.11)(3.12) を用いて $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)$ を消去すると

$$-\nabla \times \nabla \times \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial^2 \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - 2i\omega \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \omega^2 \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) \right) - i\omega \mu_0 \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t) + \mu_0 \frac{\partial \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (3.13)$$

となる . 振幅の時間変化が位相の時間変化に比べて十分緩やかである , つまり

$$\left| \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \right| \ll \omega |\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)| \quad (3.14)$$

と仮定すると , (3.13) は

$$-\nabla \times \nabla \times \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2} \left(-2i\omega \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \omega^2 \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) \right) - i\omega \mu_0 \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t) + \mu_0 \frac{\partial \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (3.15)$$

となる . (3.15) を数値計算できる形にするために , $\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t)$ を $\overset{\leftrightarrow}{\sigma}(\omega)$ を用いて表現する必要がある . まず , $\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t)$ に $e^{-i\omega t}$ をかけると

$$\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega t} = \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t) = \int_V d\mathbf{r}' \int_{-\infty}^t dt' \overset{\leftrightarrow}{\sigma}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}', t') \quad (3.16)$$

となり , 右辺の電気伝導率テンソルを t' についてフーリエ逆変換すると

$$\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega t} = \int_V d\mathbf{r}' \int_{-\infty}^t dt' \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \overset{\leftrightarrow}{\sigma}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \omega') e^{i\omega'(t' - t)} d\omega' \right) \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}', t') e^{-i\omega t'} \quad (3.17)$$

となる . よって

$$\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t) = \int_V d\mathbf{r}' \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{\sqrt{2\pi}} \overset{\leftrightarrow}{\sigma}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \omega') e^{i(\omega' - \omega)(t' - t)} \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}', t') \quad (3.18)$$

を得る . ここで , $\overset{\leftrightarrow}{\sigma}$ を $\omega' - \omega$ についてテイラー展開し

$$\overset{\leftrightarrow}{\sigma}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \omega') \cong \overset{\leftrightarrow}{\sigma}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \omega) + \frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{\sigma}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \omega)}{\partial \omega} (\omega' - \omega) \quad (3.19)$$

と近似する . (3.18) は

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t) &= \int_V d\mathbf{r}' \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{\sqrt{2\pi}} \overset{\leftrightarrow}{\sigma}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \omega) e^{i(\omega' - \omega)(t' - t)} \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}', t') \\ &\quad + \int_V d\mathbf{r}' \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{\sqrt{2\pi}} \frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{\sigma}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \omega)}{\partial \omega} \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial t'} \left(e^{i(\omega' - \omega)(t' - t)} \right) \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}', t') \\ &= \int_V d\mathbf{r}' \int_{-\infty}^t dt' \overset{\leftrightarrow}{\sigma}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \omega) \sqrt{2\pi} \delta(t' - t) \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}', t') \\ &\quad + \int_V d\mathbf{r}' \int_{-\infty}^t dt' \frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{\sigma}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \omega)}{\partial \omega} \frac{\sqrt{2\pi}}{i} \frac{\partial}{\partial t'} (\delta(t' - t)) \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}', t') \\ &= \overset{\leftrightarrow}{\sigma}(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{i} \frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{\sigma}(\mathbf{r}, \omega)}{\partial \omega} \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (3.20)$$

となる。ここで $\vec{\sigma}$ の波数依存性は残し、 $\vec{\sigma}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) \sim \vec{\sigma}(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r})$ と仮定した。また両辺を時間で微分して1次まで残すと

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \simeq \vec{\sigma}(\mathbf{r}, \omega) \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (3.21)$$

を得る。よって(3.15)は

$$\left(\frac{2i\omega}{c^2} - \mu_0 \vec{\sigma}(\mathbf{r}, \omega) - \mu_0 \omega \frac{\partial \vec{\sigma}(\mathbf{r}, \omega)}{\partial \omega} \right) \cdot \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \nabla \times \nabla \times \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) - \frac{\omega^2}{c^2} \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) - i\omega \mu_0 \vec{\sigma}(\mathbf{r}, \omega) \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) \quad (3.22)$$

となる。

これが電場の振幅 $\hat{\mathbf{E}}$ の発展を表す式である。(3.22)は時間 t については初期値問題であり、位置 \mathbf{r} については境界値問題である。

3.2 これまでの波動光学解析との比較

3.1節で電場についての基礎方程式を導出した。この式と、これまで用いられてきた式(1.1)との関係を考える。十分長い時間計算を行えばプラズマ中の電場は定常に達し、その時間変化は0となるであろう。すなわち、定常に達したとき(3.22)で $\partial \hat{\mathbf{E}} / \partial t = 0$ として、

$$\nabla \times \nabla \times \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) - \frac{\omega^2}{c^2} \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) - i\omega \mu_0 \vec{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (3.23)$$

となる。ここで左辺第三項をプラズマ中の磁場による電流とアンテナなどによる外部から駆動される電流とに分けて考えれば、(3.32)は

$$\nabla \times \nabla \times \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) - \frac{\omega^2}{c^2} \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) - i\omega \mu_0 \vec{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) - i\omega \mu_0 \mathbf{J}_{\text{ext}}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (3.24)$$

となり、(2.14)に従って $\vec{\sigma}$ を消去すれば以下の式を得る。

$$\nabla \times \nabla \times \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) - \frac{\omega^2}{c^2} \vec{\epsilon} \cdot \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = i\omega \mu_0 \mathbf{J}_{\text{ext}}(\mathbf{r}, t) \quad (3.25)$$

これは、(1.1)と同じ形をしている。すなわち、定常になるまで計算した(3.22)の解は(1.1)の解と一致する。

3.3 電気伝導率テンソル

2.1節と同様の手法で、磁場が任意の方向を向いており衝突を考慮した一般の場合の電気伝導率テンソルを求める。静磁場を

$$\mathbf{B}_0 = (B_x, B_y, B_z) \quad (3.26)$$

とする。粒子の運動方程式は

$$\frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = \frac{q_s}{m_s} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nu \mathbf{v} \quad (3.27)$$

である。ここで $-\nu\nu$ は衝突による粘性項であり、 ν は衝突周波数である。2.1節と同様の仮定により線形化された運動方程式を得て、 $\tilde{\mathbf{v}}_s$ を含む項を左辺に移項すると

$$\begin{pmatrix} -i\omega + \nu & -\omega_{czs} & \omega_{cys} \\ \omega_{czs} & -i\omega + \nu & -\omega_{cxs} \\ -\omega_{cys} & \omega_{cxs} & -i\omega + \nu \end{pmatrix} \cdot \tilde{\mathbf{v}} = \frac{q_s}{m_s} \tilde{\mathbf{E}} \quad (3.28)$$

となる。ここで、 $\omega_{csx} = q_s B_x / m_s$ 、 $\omega_{csy} = q_s B_y / m_s$ 、 $\omega_{csz} = q_s B_z / m_s$ である。左辺の行列の行列式は

$$\det \begin{vmatrix} -i\omega + \nu & -\omega_{czs} & \omega_{cys} \\ \omega_{czs} & -i\omega + \nu & -\omega_{cxs} \\ -\omega_{cys} & \omega_{cxs} & -i\omega + \nu \end{vmatrix} = (-i\omega + \nu) \left\{ \omega_{csx}^2 + \omega_{csy}^2 + \omega_{csz}^2 + (-i\omega + \nu)^2 \right\} \\ = (-i\omega + \nu) \left\{ \omega_{cs}^2 + (-i\omega + \nu)^2 \right\} \quad (3.29)$$

となる。ここで、 $\omega_{cs}^2 = \omega_{csx}^2 + \omega_{csy}^2 + \omega_{csz}^2$ とした。(3.28)を $\tilde{\mathbf{v}}_s$ について解くと

$$\tilde{\mathbf{v}}_s = \frac{q_s}{m_s(-i\omega + \nu)\{\omega_{cs}^2 + (-i\omega + \nu)^2\}} \times \\ \begin{pmatrix} (-i\omega + \nu)^2 + \omega_{csx}^2 & -\omega_{csz}(-i\omega + \nu) + \omega_{csx}\omega_{csy} & \omega_{csy}(-i\omega + \nu) + \omega_{csz}\omega_{csx} \\ \omega_{csz}(-i\omega + \nu) + \omega_{csx}\omega_{csy} & (-i\omega + \nu)^2 + \omega_{csy}^2 & -\omega_{csx}(-i\omega + \nu) + \omega_{csy}\omega_{csz} \\ -\omega_{csy}(-i\omega + \nu) + \omega_{csz}\omega_{csx} & \omega_{csx}(-i\omega + \nu) + \omega_{csy}\omega_{csz} & (-i\omega + \nu)^2 + \omega_{csz}^2 \end{pmatrix} \cdot \tilde{\mathbf{E}} \quad (3.30)$$

を得る。よって(3.30)を(2.9)と比較すれば、電気伝導率テンソルは

$$\overset{\leftrightarrow}{\sigma} = \frac{n_s q_s^2}{m_s(-i\omega + \nu)\{\omega_{cs}^2 + (-i\omega + \nu)^2\}} \times \\ \begin{pmatrix} (-i\omega + \nu)^2 + \omega_{csx}^2 & -\omega_{csz}(-i\omega + \nu) + \omega_{csx}\omega_{csy} & \omega_{csy}(-i\omega + \nu) + \omega_{csz}\omega_{csx} \\ \omega_{csz}(-i\omega + \nu) + \omega_{csx}\omega_{csy} & (-i\omega + \nu)^2 + \omega_{csy}^2 & -\omega_{csx}(-i\omega + \nu) + \omega_{csy}\omega_{csz} \\ -\omega_{csy}(-i\omega + \nu) + \omega_{csz}\omega_{csx} & \omega_{csx}(-i\omega + \nu) + \omega_{csy}\omega_{csz} & (-i\omega + \nu)^2 + \omega_{csz}^2 \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

となる。電子とイオンの質量比が1800倍以上あり電子の影響の方が大きいため、以下ではイオンの運動を無視する。

3.4 数値計算手法

3.1節でプラズマ中の電磁波の振幅の発展を記述する方程式を得た。次に実際に計算機で数値計算するための表式を導く。波動光学的な数値解析の手法には多層分割法、有限差分法、有限要素法、モード展開法の4つがある。

差分法とは、空間微分を有限差分で表現する手法である。計算機では、厳密に微分したり導関数を求めることができないため、いくつかの離散点における関数値の間の関係を表す差分方程式に近似的に置き換える。このような手法を差分法といい、このような微分方

程式の数値解法を有限差分法という。今回は理論的に明快な有限差分法を用いて(3.22)を数値計算することにする。

(3.22)は

$$\overset{\leftrightarrow}{A} \cdot \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}}{\partial t} = \mathbf{b} \quad (3.32)$$

の形をしている。 $\overset{\leftrightarrow}{A}$ を具体的に書くと、

$$\overset{\leftrightarrow}{A} = \begin{pmatrix} \frac{2i\omega}{c^2} - \mu_0\sigma_{11} - \omega\mu_0 \frac{\partial\sigma_{11}}{\partial\omega} & -\mu_0\sigma_{12} - \omega\mu_0 \frac{\partial\sigma_{12}}{\partial\omega} & -\mu_0\sigma_{13} - \omega\mu_0 \frac{\partial\sigma_{13}}{\partial\omega} \\ -\mu_0\sigma_{21} - \omega\mu_0 \frac{\partial\sigma_{21}}{\partial\omega} & \frac{2i\omega}{c^2} - \mu_0\sigma_{22} - \omega\mu_0 \frac{\partial\sigma_{22}}{\partial\omega} & -\mu_0\sigma_{23} - \omega\mu_0 \frac{\partial\sigma_{23}}{\partial\omega} \\ -\mu_0\sigma_{31} - \omega\mu_0 \frac{\partial\sigma_{31}}{\partial\omega} & -\mu_0\sigma_{32} - \omega\mu_0 \frac{\partial\sigma_{32}}{\partial\omega} & \frac{2i\omega}{c^2} - \mu_0\sigma_{33} - \omega\mu_0 \frac{\partial\sigma_{33}}{\partial\omega} \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

となり、 \mathbf{b} は具体的には

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial x} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{\omega^2}{c^2} E_x - i\omega\mu_0(\sigma_{11}E_x + \sigma_{12}E_y + \sigma_{13}E_z) \\ \frac{\partial^2 E_z}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \frac{\omega^2}{c^2} E_y - i\omega\mu_0(\sigma_{21}E_x + \sigma_{22}E_y + \sigma_{23}E_z) \\ \frac{\partial^2 E_x}{\partial z \partial x} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} - \frac{\omega^2}{c^2} E_z - i\omega\mu_0(\sigma_{31}E_x + \sigma_{32}E_y + \sigma_{33}E_z) \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

となる。ここで、 $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)$ である。電場の振幅 $\hat{\mathbf{E}}$ が z 方向に波数 k_z を持ち、次のように表せるとする。

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}^\star(x, y) e^{ik_z z} \quad (3.35)$$

このとき \mathbf{b} は

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial y} + ik \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + k^2 E_x - \frac{\omega^2}{c^2} E_x - i\omega\mu_0(\sigma_{11}E_x + \sigma_{12}E_y + \sigma_{13}E_z) \\ ik \frac{\partial E_z}{\partial y} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial x \partial y} + k^2 E_y - \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \frac{\omega^2}{c^2} E_y - i\omega\mu_0(\sigma_{21}E_x + \sigma_{22}E_y + \sigma_{23}E_z) \\ ik \frac{\partial E_x}{\partial x} + ik \frac{\partial E_y}{\partial y} - \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} - \frac{\omega^2}{c^2} E_z - i\omega\mu_0(\sigma_{31}E_x + \sigma_{32}E_y + \sigma_{33}E_z) \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

となる。これらを離散化して計算する。図3.1のような格子点を考える。ここで、 i, j はそれぞれ x 方向、 y 方向に対応している。位置 (i, j) での偏微分を \mathbf{b} の x 成分について示す。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_y(i, j)}{\partial x \partial y} &= \frac{1}{2\Delta} \left\{ \frac{E_y(i+1, j+1) - E_y(i-1, j+1)}{2\Delta} - \frac{E_y(i+1, j-1) - E_y(i-1, j-1)}{2\Delta} \right\} \\ &= \frac{1}{4\Delta^2} \{E_y(i+1, j+1) - E_y(i-1, j+1) - E_y(i+1, j-1) + E_y(i-1, j-1)\} \end{aligned} \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial E_z(i, j)}{\partial x} = \frac{1}{2\Delta} \{E_z(i, j+1) - E_z(i, j-1)\} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_x(i, j)}{\partial y^2} &= \frac{1}{\Delta} \left\{ \frac{E_x(i, j+1) - E_x(i, j)}{\Delta} - \frac{E_x(i, j) - E_x(i, j-1)}{\Delta} \right\} \\ &= \frac{1}{\Delta^2} \{E_x(i, j+1) - 2E_x(i, j) + E_x(i, j-1)\} \end{aligned} \quad (3.39)$$

同様に他の項についても計算できる。

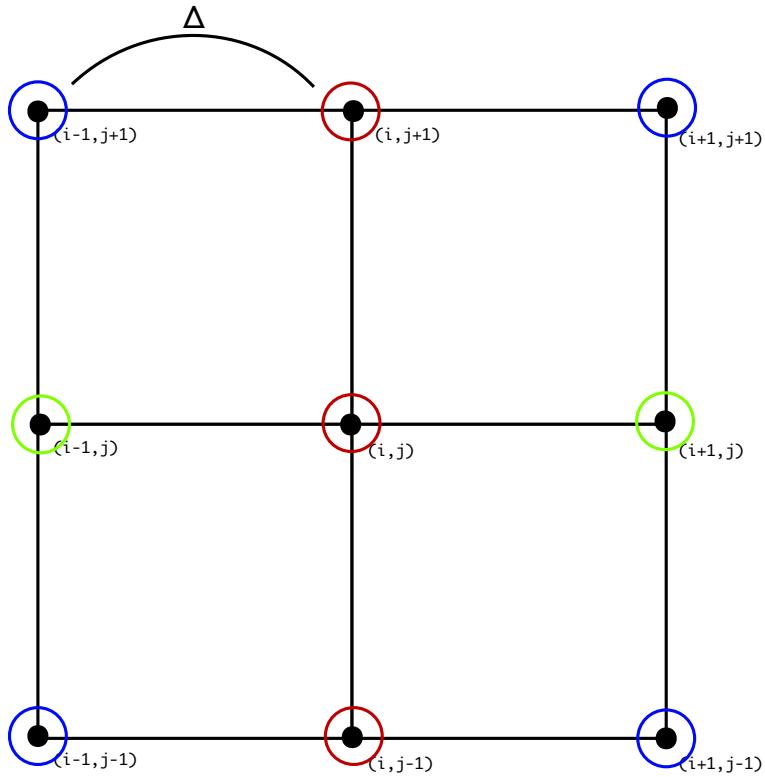


図 3.1: 格子点

3.5 プラズマが吸収するエネルギー

電流 \mathbf{I} の流れる方向に長さ L , この方向と垂直に断面積 S を持つ直方体を考える . 直方体の電気抵抗 R は $R = \rho L / S$, 単位時間あたりに発生するジュークル熱は $V|\mathbf{I}| = RI^2$ と表される . ここで ρ は抵抗率である . 電流密度 \mathbf{J} が $\mathbf{J} = \frac{I}{S}$ であることに注意すれば , ジュークル熱は

$$RI^2 = \rho \frac{L\mathbf{J}^2 S^2}{S} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} dV \quad (3.40)$$

で表される . dV は直方体の体積である . よって単位時間 , 単位体積あたりのプラズマの吸収エネルギーは $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}$ で与えられる . \mathbf{J}, \mathbf{E} が複素振幅を表すとき , 吸収入力 P は交流理論で電力を求める際との類推によって $\text{Re}(\mathbf{J}) \cdot \text{Re}(\mathbf{E})$ の時間平均として計算できる . $\text{Re}(\mathbf{J}) \cdot \text{Re}(\mathbf{E})$ は

$$\begin{aligned} \text{Re}(\mathbf{J}) \cdot \text{Re}(\mathbf{E}) &= \text{Re}(\hat{\mathbf{J}} e^{i\omega t}) \cdot \text{Re}(\hat{\mathbf{E}} e^{i\omega t}) \\ &= \frac{1}{4} (\hat{\mathbf{J}} e^{i\omega t} + \hat{\mathbf{J}}^* e^{-i\omega t}) \cdot (\hat{\mathbf{E}} e^{i\omega t} + \hat{\mathbf{E}}^* e^{-i\omega t}) \\ &= \frac{1}{4} \{ e^{i2\omega t} (\hat{\mathbf{J}} \cdot \hat{\mathbf{E}}) + e^{-i2\omega t} (\hat{\mathbf{J}}^* \cdot \hat{\mathbf{E}}^*) + \hat{\mathbf{J}}^* \cdot \hat{\mathbf{E}} + \hat{\mathbf{J}} \cdot \hat{\mathbf{E}}^* \} \end{aligned} \quad (3.41)$$

であるから , (3.41) を一周期で積分すると ,

$$P(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} dt = \frac{1}{4} (\hat{\mathbf{J}}^* \cdot \hat{\mathbf{E}} + \hat{\mathbf{J}} \cdot \hat{\mathbf{E}}^*) = \frac{1}{2} \text{Re}(\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}, t) \cdot \hat{\mathbf{E}}^*(\mathbf{r}, t)) \quad (3.42)$$

を得る。

第4章 電磁波伝播シミュレーション

4.1 入射電磁波の条件

EC波は通常導波管によって運ばれてプラズマに入射される[5]。導波管とは管状の導体のみで構成され、管の内部空間を電磁波が伝搬するものを言う。従って、電磁波は外部空間に放射されることなく伝搬する。1つの導体で囲まれているため、TE波(transverse electric wave:進行方向の電界成分が0である波)とTM波(transverse magnetic mode:進行方向の磁界成分が0である波)の2つしか伝搬しない。

今回は簡単に解析できる方形導波管を用い、表式が簡単になるTE波について考える。図

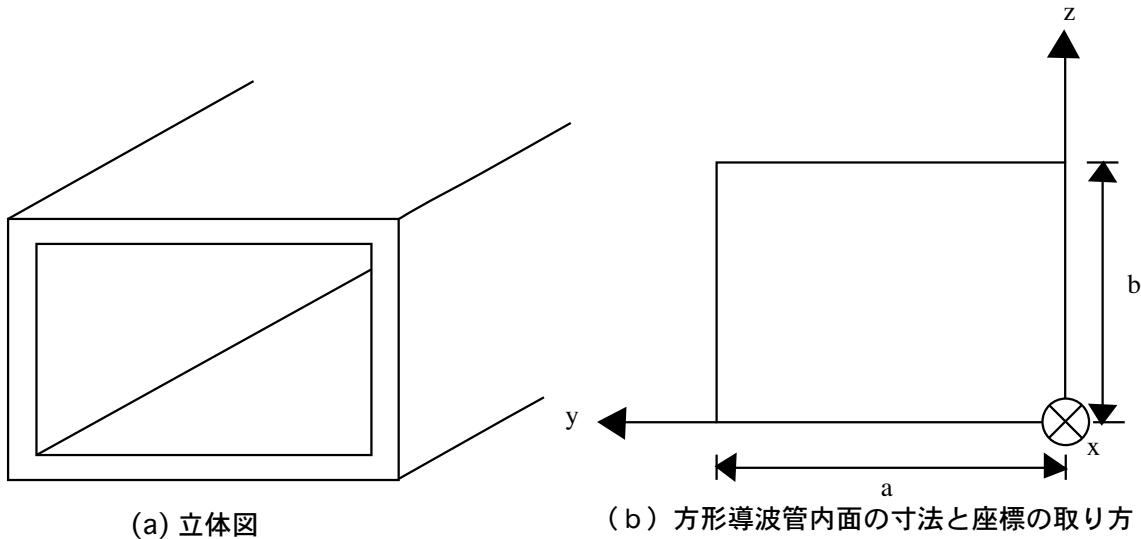


図 4.1: 方形導波管の構造

(4.1)のように座標を定める。まず、導波管など物体を伝わらせて電磁波を送る場合の伝送電磁波に対する方程式を求める。電場・磁場を

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(y, z)e^{i\omega t - \gamma x} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0(y, z)e^{i\omega t - \gamma x} \quad (4.2)$$

の形に置く。 γ が純虚数つまり $\gamma = i\beta$ である場合に z 方向に進む波となる。真空中のマク

スウェル方程式にこれら 2 式を代入すれば

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} + \gamma H_z \\ -\gamma H_y - \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i\omega\epsilon_0 E_x \\ i\omega\epsilon_0 E_y \\ i\omega\epsilon_0 E_z \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} + \gamma E_z \\ -\gamma E_y - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i\omega\mu_0 H_x \\ -i\omega\mu_0 H_y \\ -i\omega\mu_0 H_z \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

となる。これらの式と $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$, $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$ から

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -k^2 E_x \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} = -k^2 E_x \quad (4.6)$$

$$k^2 E_y = -i\omega\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial z} - \gamma \frac{\partial E_x}{\partial y} \quad (4.7)$$

$$k^2 E_z = i\omega\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial y} - \gamma \frac{\partial E_x}{\partial z} \quad (4.8)$$

$$k^2 H_y = i\omega\mu_0 \frac{\partial E_x}{\partial z} - \gamma \frac{\partial H_x}{\partial y} \quad (4.9)$$

$$k^2 H_z = -i\omega\mu_0 \frac{\partial E_x}{\partial y} - \gamma \frac{\partial H_x}{\partial z} \quad (4.10)$$

$$(4.11)$$

を得る。ここで, $k^2 = \gamma^2 + \omega^2\epsilon_0\mu_0$ は固有値である。これが導波管内での電場と磁場の関係を表す式である。TE 波は進行方向の電場の成分が 0 であり, また境界条件は管内表面で電場の接線成分が 0, つまり

$$y = 0, a \text{ で } E_z = 0$$

$$z = 0, b \text{ で } E_y = 0$$

であるから, この条件の下に H_x を求めると,

$$\begin{aligned} H_x &= H_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}z\right) \\ k^2 &= \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \end{aligned} \quad (4.12)$$

となる。ただし, m, n は整数である。 H_x から他の電磁場の成分は次のように求められる。

$$E_y = -\frac{i\omega\mu_0}{k^2} \frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{i\omega\mu_0}{k^2} \frac{n\pi}{b} H_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}z\right) \quad (4.13)$$

$$E_z = \frac{i\omega\mu_0}{k^2} \frac{\partial H_x}{\partial y} = -\frac{i\omega\mu_0}{k^2} \frac{m\pi}{a} H_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}y\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}z\right) \quad (4.14)$$

$$H_y = -\frac{\gamma}{k^2} \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{\gamma}{k^2} \frac{m\pi}{a} H_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}y\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}z\right) \quad (4.15)$$

$$H_z = -\frac{\gamma}{k^2} \frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{\gamma}{k^2} \frac{n\pi}{b} H_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}z\right) \quad (4.16)$$

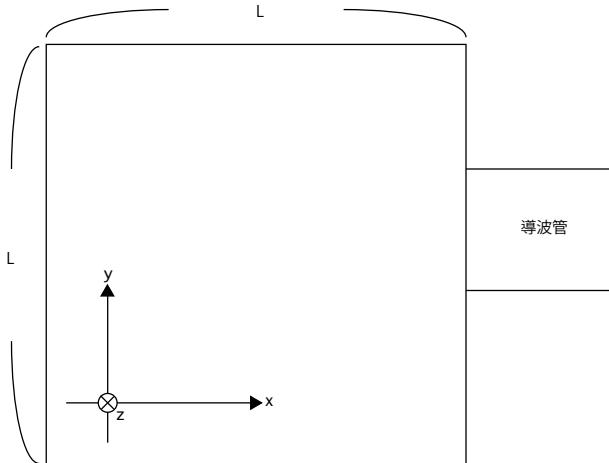


図 4.2: 計算領域

以上からわかるように，TE 波は m, n の値の組み合わせにより様々な電磁場の伝搬モードが存在しうる．従って， m, n の値をつけてそれぞれ TE_{mn} モードと名付けられている．

今回は，一番用いられる TE_{10} モードを用いる．このモードについて電場の成分だけ示すと，

$$\begin{aligned} E_x &= 0 \\ E_y &= 0 \\ E_z &= E_{10} \sin \frac{\pi}{a} x \end{aligned}$$

となる． E_{10} は $y = \frac{a}{2}$ における E_z の振幅である．つまり，進行方向に垂直な電界の成分のみを与えればよい．導波管は自由に回転できるから，実際には E_y, E_z だけが成分を持つべきと言ふことになる．これが入射電磁波の条件である．

4.2 導体壁の条件

電場は等電位面に垂直であり，導体の内部で電位が一定であることから導体の表面は等電位面である．よって導体の表面においては電場は導体に垂直な成分のみを持つ．

今回計算する領域は正方形領域とし，計算領域の境界は導体壁で囲まれているとする．計算領域と座標軸を図 4.2 に示す．先に述べた条件から，計算領域の上の境界と下の境界は E_y だけが値を持ち，計算領域の左の境界と右の境界は E_x だけが値を持つとする．また，境界の電場の成分はその一つ内側の点と同じ値を取るとする．これは電場を微分した値が 0 になることから，導体壁には電荷は存在しないことに等しい．

4.3 数値解析の結果

以下いくつかのケースについて数値解析した結果を示す．すべてのグラフは等高線表示となっている．値が正の領域では赤い線（実線），値が負の領域では青い線（破線），正の

領域と負の領域の境界つまり値が 0 の場合は緑色（実線）で等高線が表示されている。また、図の上の三つの数字は左から最大値、最小値、そして等高線の間隔を表す。また、縦軸と横軸の単位はメートルである。

4.3.1 ケース 1: 真空

まず真空において電磁波を伝播させた場合をシミュレーションする。計算に用いたパラメーターを表 4.1 に示す。

表 4.1: 真空でのパラメーター

$$\begin{aligned} f &= 5.0 \text{GHz} \\ dt/T &= 1.0 \times 10^{-4} \\ dx/\lambda &= 1.0 \times 10^{-1} \\ L &= 60 \times dx = 0.36\text{m} \end{aligned}$$

ここで f は波の周波数、 T は周期、 λ は波長、 dt は時間ステップ、 dx は空間ステップ、 L は計算領域の縦・横の長さである。また境界条件として E_y のみを与えており、10000 ステップ計算した結果と 60000 ステップ計算した結果を図 4.3 に示す。

今、空間ステップは 1 波長の 10 分の 1 になるように取っているので、計算領域の横幅は 6 波長分の長さになっているはずであり、また時間ステップは 1 周期の 10000 分の 1 に取っているので、10000 ステップ計算すれば 1 周期分の時間にわたって計算した事になる。60000 ステップ計算した下の図ではちょうど 6 つの波が見られ予想と一致する。10000 ステップ計算した上の図では 1 波長よりも長く波が進行しているように見えるが、振幅は左に行くほど小さく、主要部分は 1 波長の波と考えられる。パラメーターについては LATE トカマクの条件を下にしており、LATE における計算と比較しやすいようにしている。以後このパラメーターを基準にする。

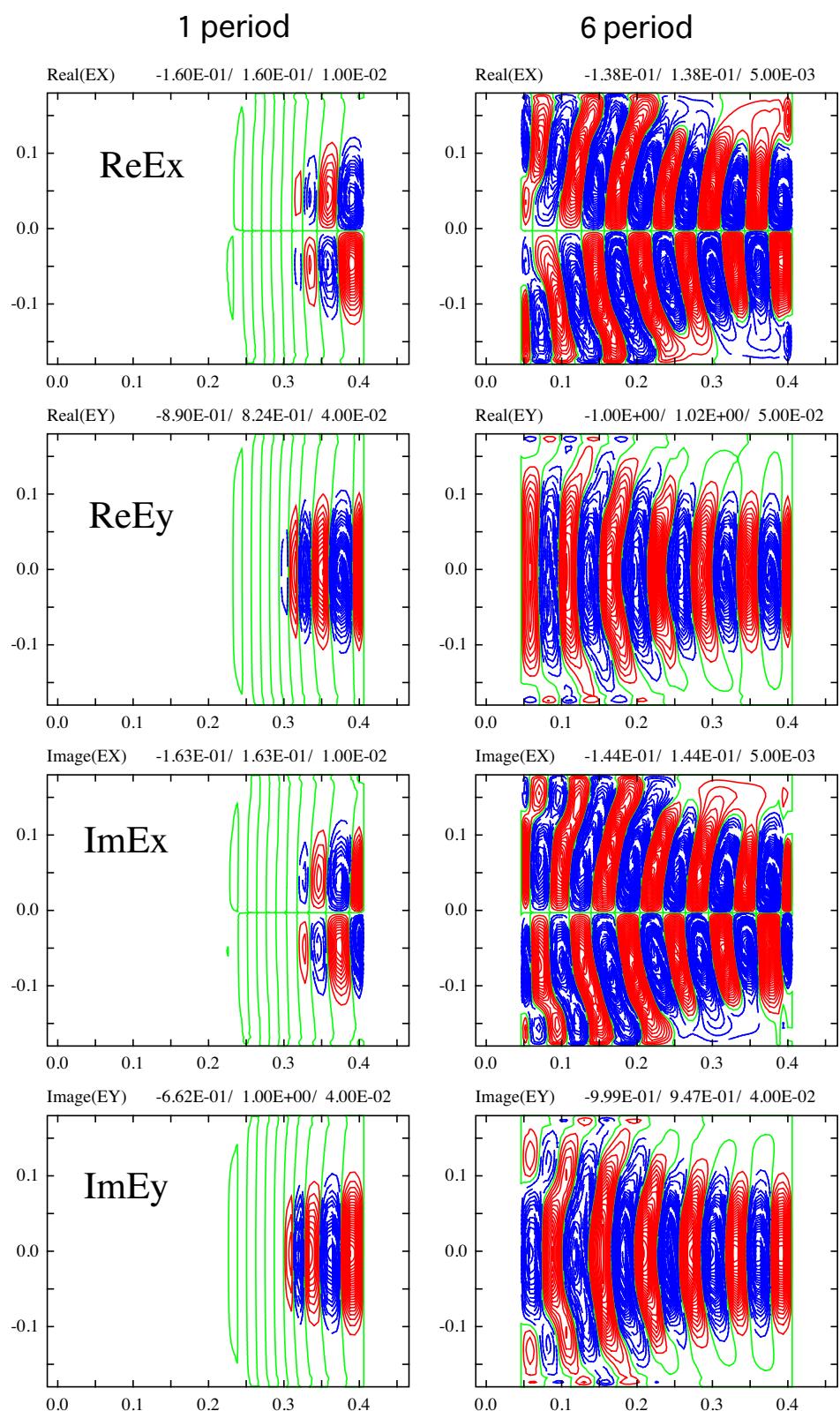


図 4.3: 真空のパラメータで計算した結果

4.3.2 ケース 2 : 遮断層がある場合

計算に用いたパラメーターを表 4.2 に示す .

表 4.2: 遮断層がある場合のパラメーター

f	=	5.0GHz
dt/T	=	1.0×10^{-4}
dx/λ	=	1.0×10^{-1}
L	=	$60 \times dx = 0.36\text{m}$
B_z	=	0.072T

密度に関しては計算領域の右上から左下に線形に増加するようにし , 一番左下の点で $n_{\max} = 3.0 \times 10^{17}$ となるようにした . また , プラズマ中に衝突は無いものとし , z 方向の波数は 0 であるとした . 磁場が z 方向を向いていることから , 入射される電磁波は異常波が正常波である . 密度分布とサイクロトロン遮断層の位置を図 4.4 に示す . 図 4.4 の左側は $\omega_{\text{pe}}^2/\omega - 1$ をプロットした図であり , 緑の線 (実線と破線の境界) で $|\omega_{\text{pe}}| = \omega$ となる . 以後同様に遮断周波数や共鳴周波数については波の周波数との比を 2 乗したものから 1 引いた量をプロットすることにする .

導波管から E_y が励起されているとして計算した場合の計算結果を図 4.6 に示す . また , 導波管から E_z が励起されているとして計算した場合の計算結果を図 4.7 に示す . 導波管を傾けることで E_y と E_z を両方励起することができる . 本論文では 45° 傾けた場合を考える . つまり , 導波管出口において $E_y = E_z$ とする . この場合の計算結果を図 4.8 に示す . どの図も上から $3T$ 計算した結果 , $6T$ 計算した結果 , $9T$ 計算した結果 , $12T$ 計算した結果を表示している . ここで T は周期 $2\pi/\omega$ である .

2.4 章で述べたとおり , $L = 0, R = 0$, または $P = 0$ で波は遮断される . 遮断層に近づいた波の光路は , 屈折率が減少していくために曲がり結果として電磁波は反射される事が予想される [2] . まず図 4.7 をみてみると , 正常波がプラズマ遮断層で遮断されているのがわかる . 次に図 4.6 をみてみると . 異常波は正常波より早く遮断されている . これは右回り遮断層がプラズマ遮断層よりも手前にあるためと考えられる . また図 4.8 から E_y と E_z を同時に同じ大きさ励起した場合の結果は E_y だけ計算した結果と E_z だけ計算した結果の重ね合わせであることがわかる .

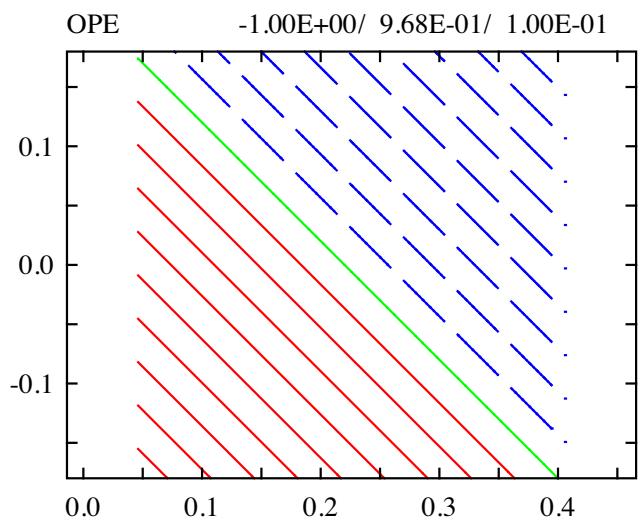


図 4.4: サイクロトロン遮断層の位置と密度分布

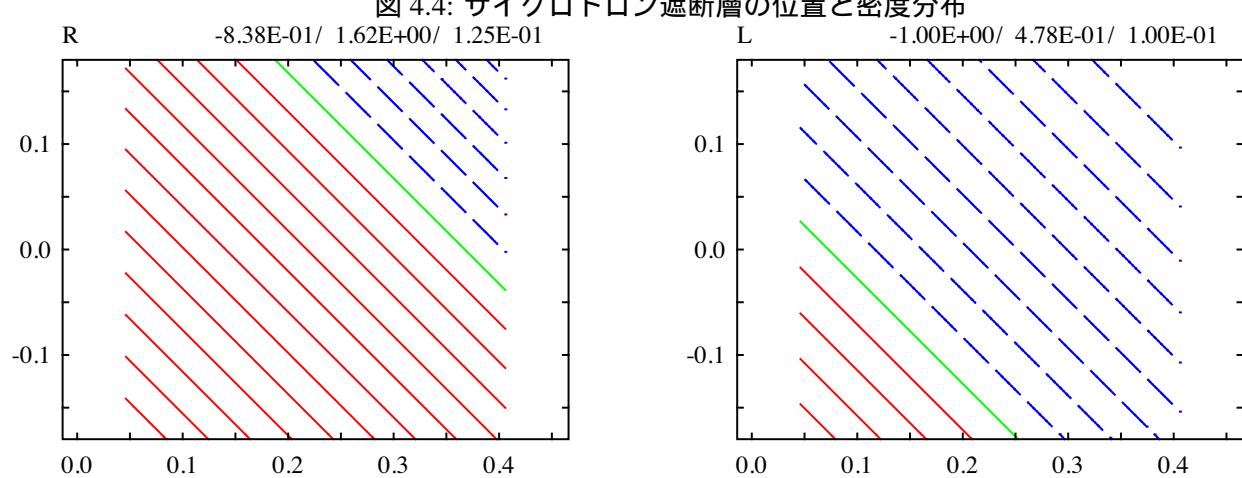


図 4.5: 右回り・左周り遮断層の位置

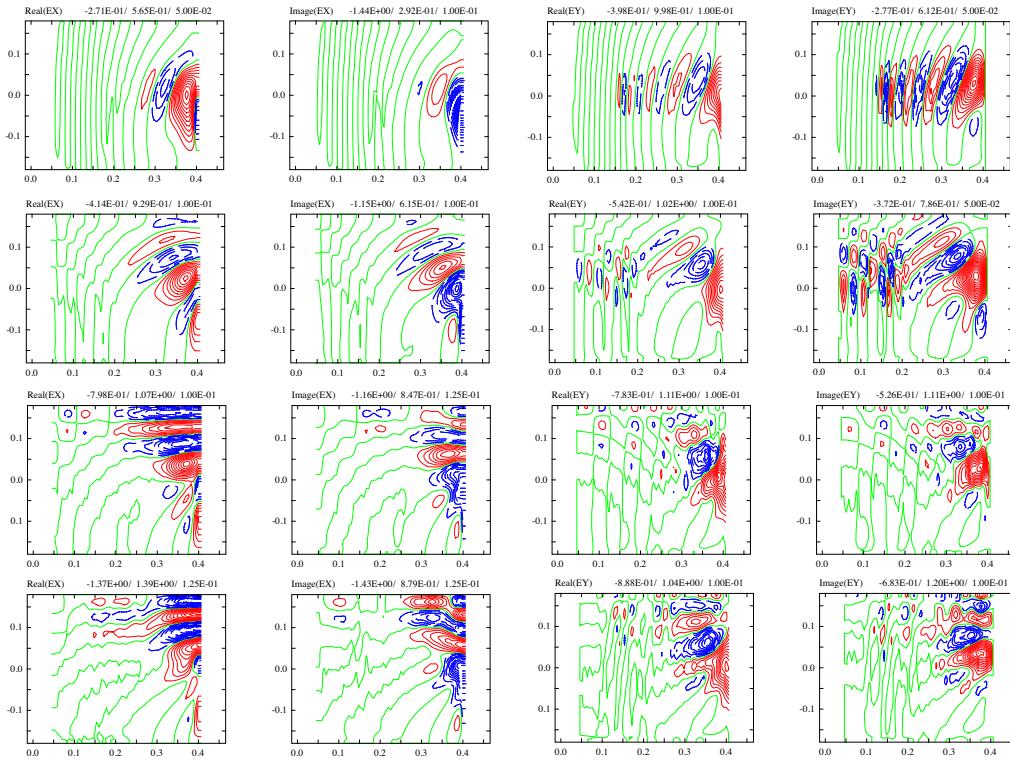


図 4.6: E_y を励起した場合

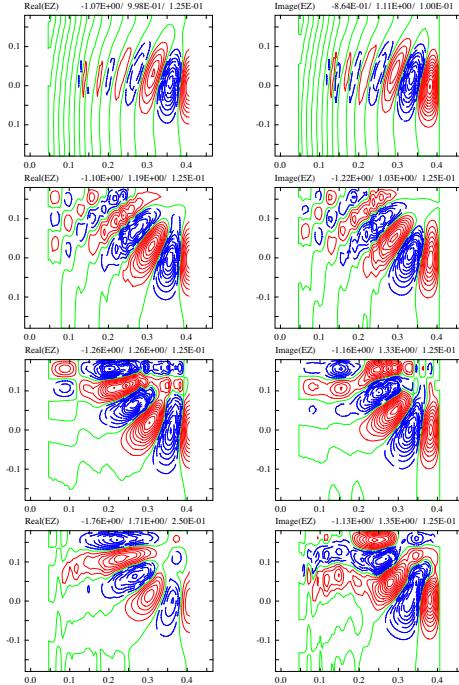


図 4.7: E_z を励起した場合

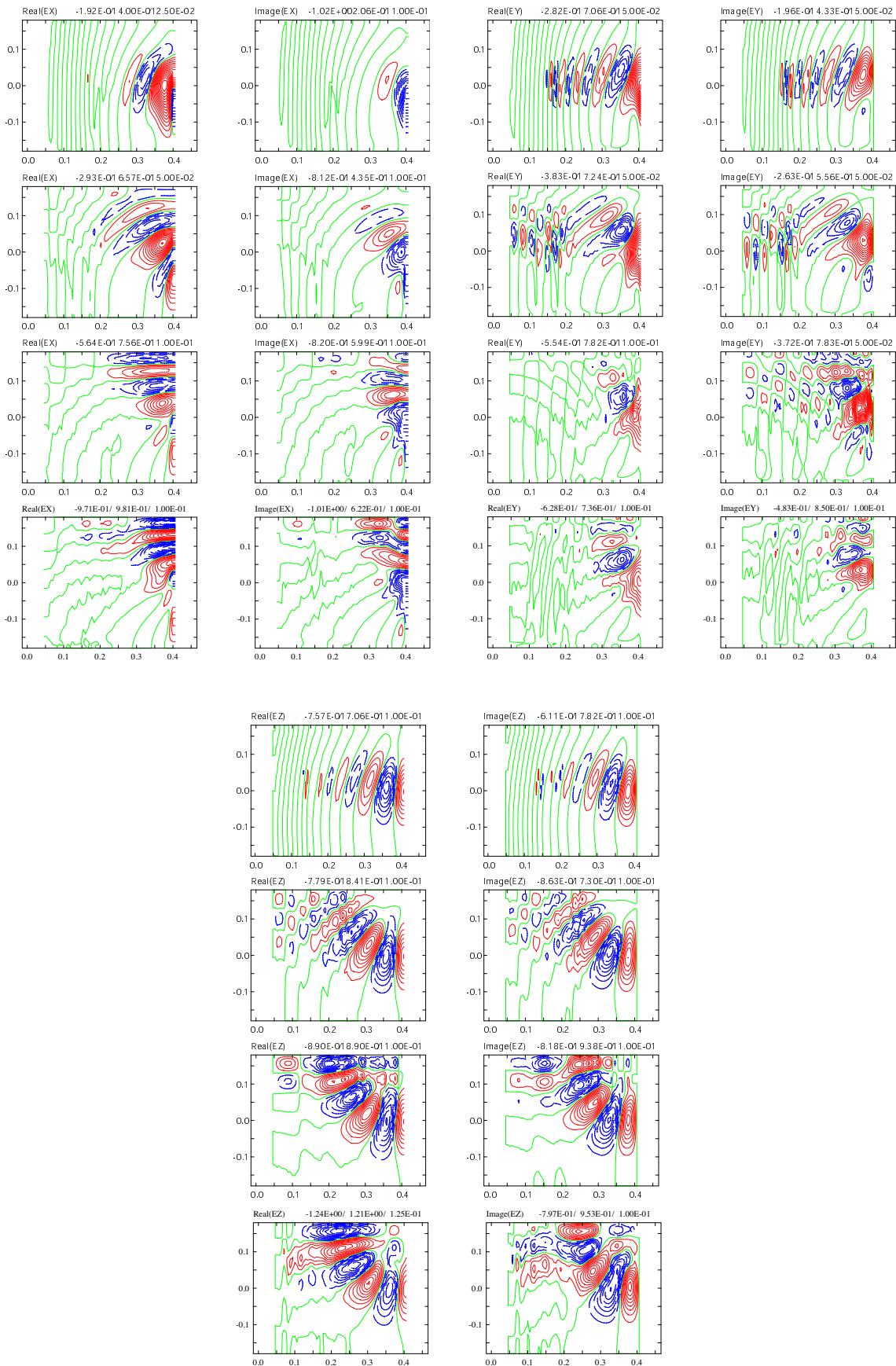


図 4.8: E_y と E_z 両方励起した場合

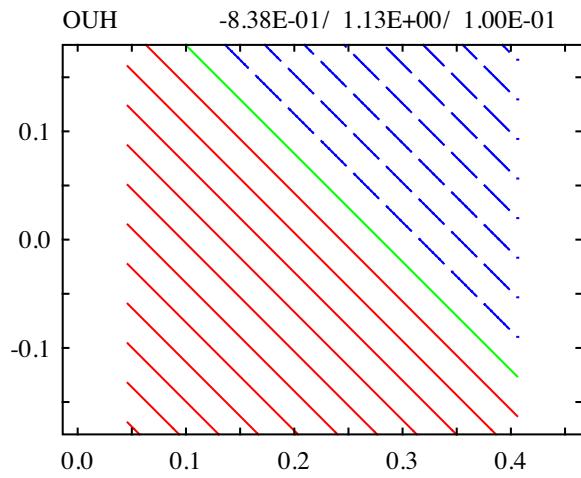


図 4.9: UHR 層の位置

4.3.3 ケース 3 : 共鳴層がある場合

ケース 2 同じ状況で衝突周波数 ν が 0 でない場合について調べる。衝突周波数を $\nu = 10^{-3} \times \omega$ とする。このとき異常波は高域混成共鳴 (UHR) 層で吸収される事が期待される。UHR 層の位置を図 4.9 に示す。吸収パワーの空間分布を図 4.10 に示す。一番上が 3T 計算した結果であり、以後下に 3T ずつ計算時間を延ばした結果をのせている。

波が計算領域の上の辺まで達した一番下の図について検討する。まず正常波を励起した場合 (E_z 励起), 吸収のピークと UHR 層は比較的きれいに一致している。これは 2.5 節で述べたように、プラズマ遮断層で XL 波へのモード変換が起こっているからと考えられる。次に異常波を励起した場合 (E_y 効起) をみると、吸収パワー AP の最大値は正常波を励起した場合より大きいが全体でみれば異常波を励起した場合の吸収パワーは局所的であるが、正常波を励起した場合の吸収パワーは UHR 層に広く分布しており、より吸収されたのは正常波であるといえる。異常波は右回り遮断層で遮断されてしまうために UHR 層にほとんど到達できていないと考えられる。それでも一番 UHR 層に近い場所に吸収のピークがきいているのは、電磁波の幅が有限の値を持ち、トンネル効果によって一部の異常波が浸透したためと考えられる。また、正常波と異常波が混ざった形で波を励起した場合も正常波を励起した場合と同じような AP の分布が得られるが、正常波・異常波どちらか片方だけ励

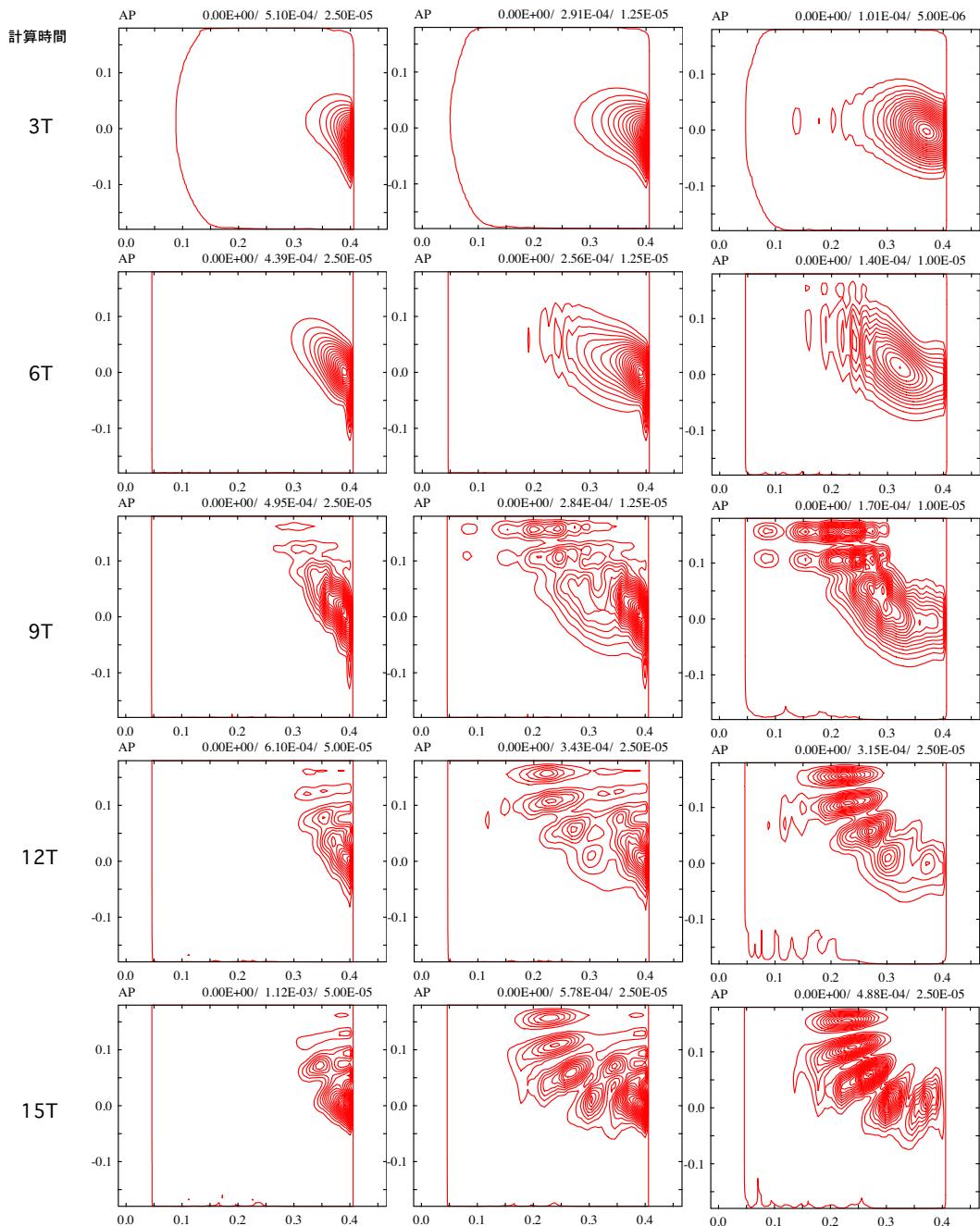


図 4.10: 共鳴層がある場合の吸収パワー AP(左から E_y 励起・ E_z 励起・ E_y と E_z 励起)

起した場合は導波管のすぐ手前に吸収ピークが見られたのに対し，両方励起した場合はそのようなピークが見られない。つまり衝突のある場合は，ケース2までのような独立した成分の重ね合わせではなく，異常波と正常波が影響しあうという事がわかる。よってプラズマを加熱する際は，適切な異常波と正常波の割合を選ぶことで，より効果的な加熱が行えると考えられる。

4.3.4 ケース4：トロイダルモード数が存在する場合

ケース2・3と同じ条件で， z 方向の波数を変化させて吸収ピークの位置がどのように変わるか調べた。入射するのは正常波だけとした。現在の仮定では計算領域は z 方向に無限に広がっていて， z 方向の境界が存在しないためにそのモード数は任意の実数を取りができる。ここでは波長に対して十分大きなスケール長さを持つプラズマに電磁波を入射していると考える。トロイダルモード数を n とする。簡単のため z 方向の波数 k_z はポロイダル断面で一様であると近似し，プラズマ中心の値を用いることにする。このとき k_z は n に比例し，プラズマの大半径 R に反比例する。そこで次のように k_z を定める。

$$k_z = \frac{n}{R} \quad (4.17)$$

n を変えて計算を行った結果を図4.11に示す。各 n について15Tずつ計算を行った。

図4.11は左側が上から $n=-1,-4,-8,-12,-16,-20$ ，右側が上から $n=1,4,8,12,16,20$ の場合の吸収パワーを表している。まず一見してわかるのは図4.11は左右対称であるということである。これは n の符号には依存せず n の絶対値に吸収パワーの分布は依存しているということである。式(3.36)を見ると E は k_z に関して偶関数というわけではないが，吸収パワーの計算を行うときに共役複素数を掛け合わせるので， n の符号に関する依存性は打ち消されるものと思われる。

また， n の絶対値が大きくなると吸収パワーのピークが右上にずれていく事がわかる。これは次のような理由によると考える。2.4節では遮断は $S=0$ で起きると述べたがこれはN座標軸のはる平面内にあるとしたからである。今の状況($k_z \neq 0$)ではNはそのような面には存在しないため，共鳴条件が $S=0$ からシフトしたと考えられる。

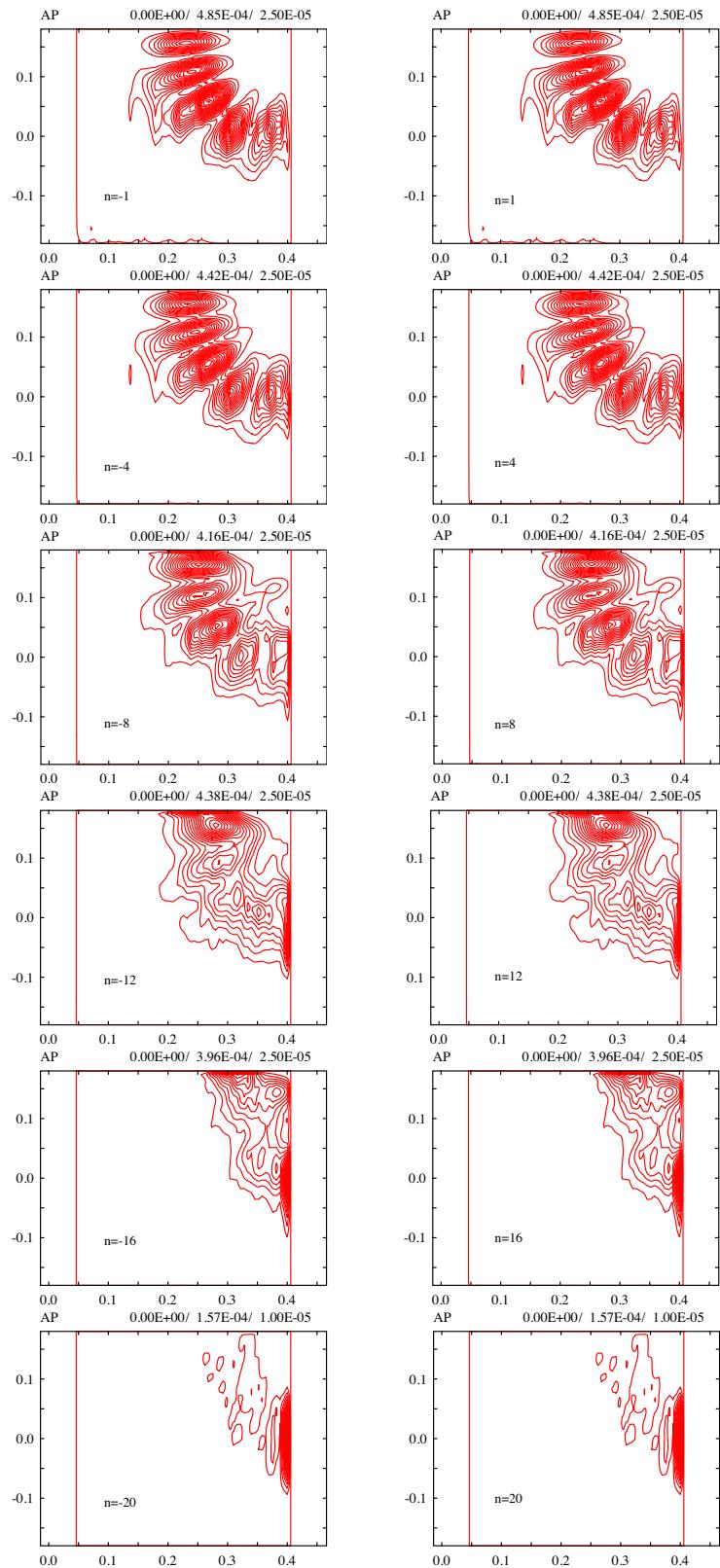


図 4.11: 吸收パワーのトロイダルモード数依存性

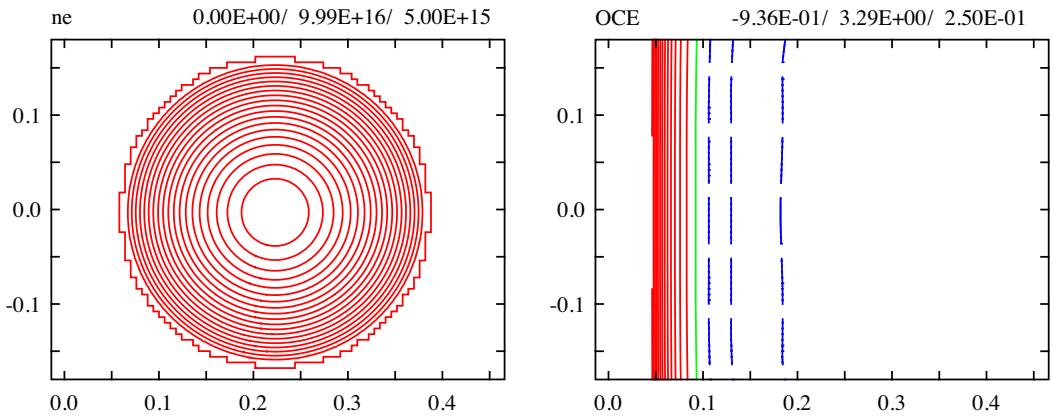


図 4.12: 密度分布とサイクロトロン共鳴層

4.3.5 ケース 5 : LATE において中心密度を変化させた場合

次に，LATE のパラメーターを用いてプラズマの条件を与えた．ただしプラズマ断面は円形と仮定している．このような場合に電磁波伝播の密度依存性を調べた．使用したパラメーターを表 4.3 に示す．

表 4.3: LATE のパラメーター

プラズマ大半径	R	0.22m
プラズマ小半径	a	0.16m
中心磁界	B_0	0.072T
入射波の周波数	f	5GHz
衝突周波数	ν	$10^{-3} \times \omega$
トロイダルモード数	n	1
時間ステップ	dt	$10^{-4} \times T$
空間ステップ	dx	$10^{-1} \times \lambda$
計算領域の幅	L	$60 \times dx$

この条件で中心密度 n_0 を 1×10^{17} から 5×10^{17} まで変化させた．それぞれの場合の共鳴層・遮断層・密度分布を図 4.12, 4.13 に示す．

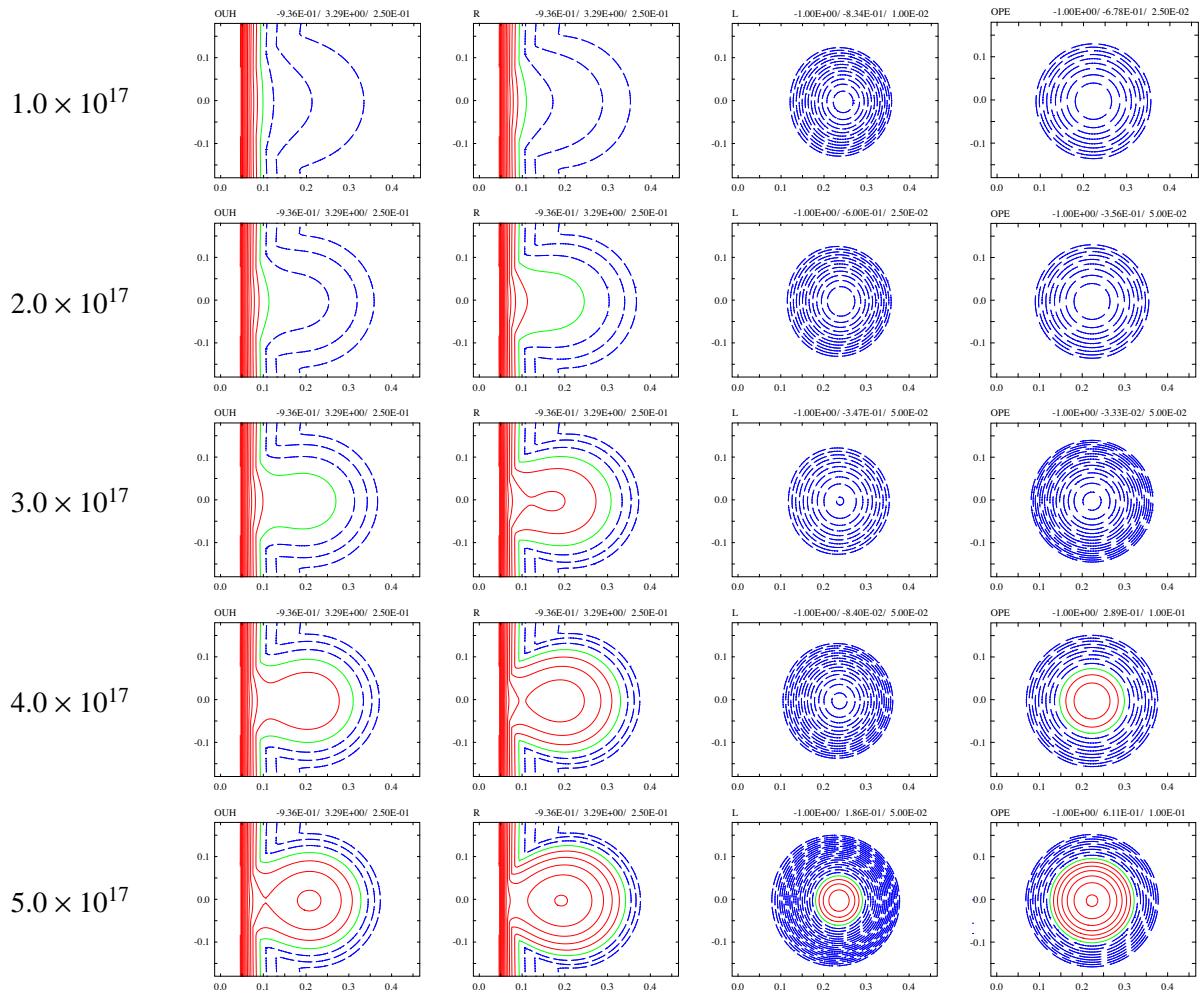


図 4.13: 高域混成共鳴層と遮断層

計算結果を図 4.14 に示す。上から $n_0 = \times 10^{17}$, 2×10^{17} , 3×10^{17} , 4×10^{17} , 5×10^{17} の場合である。 $n_0 = \times 10^{17}$ の場合だけ $20T$ 計算し、他は遮断層があるので $40T$ 計算を行った。

$n_0 = \times 10^{17}$ の場合は、波は電子サイクロトロン共鳴(ECR)層と UHR 層で吸収されているのがわかる。また、異常波を励起した場合が共鳴において支配的であることもわかる。これは正常波は ECR 層でしか吸収されないのでに対し、異常波は ECR 層と UHR 層の両方で吸収されるからであると考えられる。

$n_0 = 2 \times 10^{17}$ の場合は右回り遮断層が現れるために異常波が共鳴層に達するためにはプラズマの外を回り込まなければならず、吸収量が低下したと考えられる。 $n_0 = 3 \times 10^{17}$ では異常波の吸収ピークが UHR 層の手前に来ているが、これは波が有限の幅を持つためと考えられる。 $n_0 = 4 \times 10^{17}$ になるとプラズマ中心にプラズマ遮断層が現れるが、吸収ピークの分布を見ても波がプラズマ中心部へ入っていけていないのがわかる。

[6] の結果と比較すると高密度になるほど結果が一致していない。これは遮断層の存在によって電磁波が共鳴層に収束するのに時間がかかり、定常になるまで計算できていない可能性がある。境界の形状が [6] では円形であるが本論文では方形であり、境界の形状が異なるために定常状態が変化しているとも考えられる。また本論文では導波管によって EC 波を入射したが、[6] とアンテナの条件が異なる可能性も考えられる。

4.4 要する計算機資源

最後に、本来の目的である計算機資源の節約について考察する。これまでの波動光学的手法ではマクスウェル方程式を完全に境界値問題として解き、定常に達したときの電場の分布を求めていた。 $N \times N$ 個のグリッドに計算領域を分割したときに陰解法を用いて計算すると、その係数行列のサイズは $2N^3$ 程度になり積和演算は N^4 回程度になるので、 N がある程度大きくなると解くのは困難になる。

それに対し本論文の手法では、3章の内容から積和演算は 1 ステップあたりだいたい $150 \times N^2$ 程度であり、 N が大きい場合に威力を発揮するものと考えられる。しかしながら、今回用いた陽解法は数値的不安定性を抱えており、 dx を小さくすると dt を非常に小さく選ばなくてはならない。そのため dx を小さくすると計算の反復回数が増大してしまうため、常に有用というわけではない。

しかしながら、条件によってはとても早く定常解を得ることができる。また有限温度効果を含めた電磁波の時間発展を追うことができるという特徴を持つので、プラズマ中の電磁波の振る舞いを研究するのに役立つものと思われる。

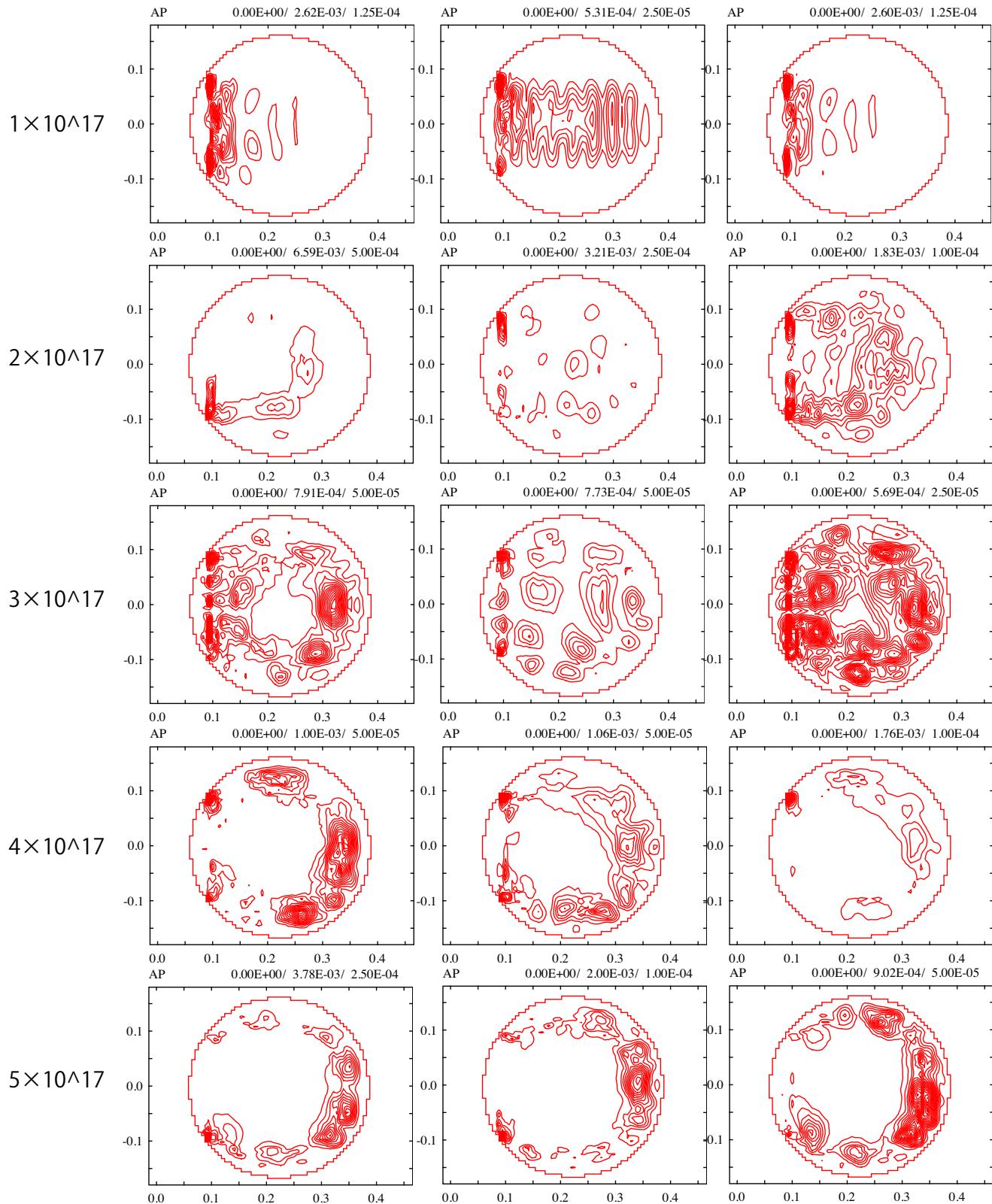


図 4.14: 擬似 LATE における吸収パワーの中心密度依存性 (左から異常波 , 正常波 , 両方を励起した場合)

第5章　まとめと今後の課題

本研究では電磁波の波動伝播解析をより少ない計算機資源を用いて行うために，準波動光学的手法を用いた計算コードを開発し，球状トカマク中の電磁波の伝播解析を行った．まず，プラズマ中の電磁波の分散関係を導出し，それからわかる波の振る舞いについて述べた．次に波動電界の振幅が緩やかに変化すると仮定して準波動光学的手法によるプラズマ中の波動方程式を導出し，その定常解が従来の波動光学的手法による解と一致することを示した．また波動方程式を差分化した式を示し，境界条件について述べた．

その後，作成した計算コードで以下の結果を得た．

- 真空中の伝播が理論通りであることを確認した．
- 遮断層が存在する場合について，正常波と異常波が理論通り反射されるのを確認した．
- 衝突がある場合のプラズマにおいて共鳴層で電磁波が吸収されるのを確認した．
- 共鳴層のトロイダルモード依存性について調べた．
- LATE トカマクを模擬した条件で電磁波伝播を解析したが，定常波動伝播解析 [6] の結果とあまり良い一致が得られなかった．原因としては定常に達するまで計算できない可能性，境界の形状が異なること，入射波の条件が異なる可能性などが考えられる．

今回用いた準波動光学的手法と同様に電磁場を逐次計算によって解析する手法に FDTD 法(時間領域有限差分法)があるが，FDTD 法では導電率をテンソルではなくスカラーで扱う場合が多く，プラズマなどの非等方性媒質においては本論文の手法の方が優れている．

今後の課題としては，他の波動光学的手法を用いたコードの解析結果と比較することが挙げられる．またアルゴリズムの改良や座標系の取り方，メッシュの切り方などを改良しより安定に計算できるようにすると，計算機資源をより節約できるのではないかと考える．球状トカマクにおいて重要とされている電子バーンシュタイン波の伝播を解析するために，有限温度効果を取り入れた誘電率テンソルを導入することも望まれる．

参考文献

- [1] A.Fukuyama et al., プラズマ・核融合学会誌 第 85 卷第 6 号,339-350(2009)
- [2] 宮本健郎, プラズマ物理・核融合, 東京大学出版会, (2004)
- [3] T.Maekawa, プラズマ・核融合学会誌 第 78 卷第 6 号 508-520 (2002)
- [4] T.Maekawa, S.Tanaka et al., J.Phys.Soc.Jpn.48,247-257(1980)
- [5] S.Kubo, 核融合研究 第 66 卷第 6 号 581-613 (1991)
- [6] A.Fukuyama et al., Proc. 20th IAEA Fusion Energy Conf.(Villamoura)IAEA-CN-149/TH/p6-10

謝辞

本研究を行うにあたり、お忙しい中時間を割いて指導していただいた福山先生に深く感謝します。ゼミなどでプラズマや計算機についての様々な知識を与えてくださった P グループの皆様にも感謝いたします。また、この研究を陰で支えてくださった家族をはじめとしたたくさんの皆様にも感謝したいと思います。