

LIGA DE CIÊNCIAS ATUARIAIS

PASSE NO IBA

QUESTÕES COMENTADAS

Volume 2



Organização

Liga de Ciências Atuariais

Pablo Henrique Vieira Rabelo - EIBA 428

Presidente da Liga de Ciências Atuariais

Coordenação de Publicação

Josiane Correia de Souza Carvalho - MIBA 3287

Orientadora da Liga de Ciências Atuariais

Comitê Autoral

Alice Silva Duarte

Beatriz de Souza Bernardino - MIBA 3367

Danielle Diniz Ubaldine

Josiane Correia de Souza Carvalho - MIBA 3287

Laryssa Cristhina Batista de Freitas

Matheus Saraiva Alcino

Natalia Moreira de Paula - MIBA 2078

Pablo Henrique Vieira Rabelo - EIBA 428

Paulo de Souza José - MIBA 3.369

Raiane de Lima Silva - EIBA 469

Sérgio Luiz Moreira Júnior

Sofia Totti Carvalho

Thamiris Santana Ramos - MIBA 3371

William Oliveira Santos - MIBA 3415

Comitê de Revisão

Álvaro Mafra

Danielle Diniz Ubaldine

Gabriel Alves São Severino

Jéssica Milena Dos Passos Domingues

Josiane Correia de Souza Carvalho - MIBA 3287

Leticia Félix Jerônimo

Pablo Henrique Vieira Rabelo - EIBA 428

Vitor Rezende Barbosa da Silva - EIBA 462

Conheça a LCA



atuaria.org



Liga de Ciências Atuariais



[@lca.atuaria](https://www.instagram.com/lca.atuaria)



Liga de Ciências Atuariais



contato@atuaria.org

com assunto: Livro Passe no IBA

LCA

Dedicatória

Em consonância com nosso objetivo de trazer mais reconhecimento e desenvolvimento para a ciência atuarial e alinhado aos nossos valores de compartilhamento de conhecimento, a Liga de Ciências Atuariais dedica este livro a todos os alunos ou graduados do Curso de Ciências Atuariais e candidatos a realização do Exame de Admissão do Instituto Brasileiro de Atuária.



Prefácio

Meu pai faleceu quando eu ainda tinha 11 anos de idade, deixando esposa, 1 casal de filhos maiores de 18 anos e 2 filhas ainda crianças. Infelizmente, ele partiu sem que tenha despertado para a Magia do Seguro de Vida, e o que nos restou de dinheiro não durou muito tempo.

A família se uniu e com algumas dificuldades financeiras, eu e minha irmã mais nova conseguimos terminar os estudos e encontrar bons empregos. Mas, essa não é a realidade da maioria.

O conteúdo que você está prestes a encontrar nesta apostila foi criado com muito carinho e cuidado pela LCA (Liga De Ciências Atuariais), e o mesmo visa auxiliar jovens estudantes de atuária e jovens atuários a passar no Exame do IBA (Instituto Brasileiro de Atuária).

O orgulho que sinto pelas pessoas que fazem parte da LCA é imensurável, pois de certa forma elas estão ligadas ao meu propósito de vida, que é transformar dinheiro em proteção. E não importa se a proteção é para pessoas ou para bens, o importante é proteger.

Venha você também se unir a este propósito, pois passando no Exame do IBA, você vira Membro do Instituto, e como tal, passa a assinar pelos seus trabalhos e a fazer parte de uma corrente do bem, que visa diminuir o gap de proteção que as famílias brasileiras enfrentam há anos.

Leticia Doherty

MIBA 950

Presidente do IBA

2020

Sumário

1	Gestão Atuarial	1
1.1	Resolução Prova de 2019	1
1.2	Resolução Prova de 2018	3
1.3	Resolução Prova de 2017	9
1.4	Resolução Prova de 2016	14
1.5	Resolução Prova de 2015	21
1.6	Resolução Prova de 2014	27
1.7	Teste seus conhecimentos	33
2	Probabilidade	43
2.1	Resolução Prova de 2019	43
2.2	Resolução Prova de 2018	50
2.3	Resolução Prova de 2017	60
2.4	Resolução Prova de 2016	68
2.5	Resolução Prova de 2015	78
2.6	Resolução Prova de 2014	86
2.7	Teste seus conhecimentos	93
3	Modelagem Estatística	95
3.1	Resolução Prova de 2019	95
3.2	Resolução Prova de 2018	102
3.3	Resolução Prova de 2017	112
3.4	Resolução Prova de 2016	118
3.5	Resolução Prova de 2015	126
3.6	Resolução Prova de 2014	136
3.7	Teste seus conhecimentos	144

4	Matemática Atuarial	149
4.1	Resolução Prova de 2019	149
4.2	Resolução Prova de 2018	157
4.3	Resolução Prova de 2017	166
4.4	Resolução Prova de 2016	171
4.5	Resolução Prova de 2015	178
4.6	Resolução Prova de 2014	184
4.7	Teste seus conhecimentos	191
5	Matemática Financeira	199
5.1	Resolução Prova de 2019	199
5.2	Resolução Prova de 2018	203
5.3	Resolução Prova de 2017	208
5.4	Resolução Prova de 2016	215
5.5	Resolução Prova de 2015	220
5.6	Resolução Prova de 2014	227
5.7	Teste seus conhecimentos	232
6	Economia, Contabilidade e Finanças	239
6.1	Resolução Prova de 2019	239
6.2	Resolução Prova de 2018	244
6.3	Resolução Prova de 2017	248
6.4	Resolução Prova de 2016	252
6.5	Resolução Prova de 2015	255
6.6	Resolução Prova de 2014	259
6.7	Teste seus conhecimentos	263
7	Profissionalismo e Ética	264
7.1	Resolução Prova de 2019	264
7.2	Resolução Prova de 2018	266
7.3	Resolução Prova de 2017	268
7.4	Resolução Prova de 2016	270
7.5	Resolução Prova de 2015	272
7.6	Resolução Prova de 2014	274

Uso

Capítulo 1

Gestão Atuarial

1.1 Resolução Prova de 2019

Questão 04 IBA 2019

Qual dos seguintes enunciados é uma assertiva falsa sobre contratos de resseguro?

- (A) Os contratos de resseguro proporcional resultam principalmente da necessidade de uma seguradora alavancar a sua capacidade de emissão em vista de restrições de capital próprio, oferecendo proteção precária contra riscos de acumulação e desenvolvimentos adversos de sinistralidade.
- (B) O contrato de resseguro não proporcional do tipo "excesso de danos por risco" oferece proteção limitada contra grandes eventos catastróficos porque, embora limite as perdas por apólice, não foi desenhado para impedir grandes perdas acumuladas em várias apólices que foram afetadas por um evento catastrófico.
- (C) Um contrato de resseguro de "excesso de danos por evento catastrófico" é concebido para proteger uma seguradora contra sinistros individuais que podem adivir de apólices com importâncias seguradas elevadas e/ou contra erros de tarifação.
- (D) Os mais conhecidos tipos de contratos de resseguro.

Resolução: Página 148, do livro Modelos de precificação e Ruína para seguros de Curto Prazo, de Paulo Pereira Ferreira: "O compromisso da seguradora está limitado ao LT. Para sinistros acima do LT, a seguradora paga a diferença entre o sinistro e o LT e a seguradora para o LT. Para sinistros até o LT, a seguradora paga todo o sinistro.

Resposta C

Questão 06 IBA 2019

Qual afirmativa abaixo está errada em relação ao cálculo do limite de retenção?

- (A) Quanto maior o limite de retenção, maior a probabilidade de ruína.
- (B) Quanto mais dispersos estiverem os capitais segurados, menor deve ser o limite de retenção para uma determinada probabilidade de ruína.
- (C) Quanto maior o capital em risco da seguradora, maior pode ser o limite de retenção.
- (D) Quanto maior o carregamento de segurança aplicado na precificação, menor deve ser o limite de retenção.
- (E) Quanto maior o número de riscos assumidos, maior pode ser o limite de retenção.

Resolução: Página 112 do livro Modelos de Precificação e Ruína para Seguros de Curto Prazo, de Paulo Pereira Ferreira: "...quanto maior o número esperado de sinistros e quanto maior o limite de retenção, maior será a reserva de risco, o que é consequência de não existir um carregamento de segurança positivo e, assim, cada novo negócio precisa ser bancado por um acréscimo na reserva de risco."

Resposta D

Questão 08 IBA 2019

Qual componente de risco não está associado ao risco de mercado?

- (A) Risco da taxa de juros.
- (B) Risco de volatilidade dos ativos.
- (C) Risco de perdas relacionadas a problemas nos processos internos.
- (D) Risco de reinvestimento dos ativos.
- (E) Risco de concentração de investimentos.

Resolução: Risco de perdas relacionadas a problemas nos processos internos são o conjunto de atividades que envolvem as equipes e os equipamentos a serem utilizados, seja na elaboração de um produto, a prestação de um serviço ou qualquer outra atividade dentro da empresa. Diferente das demais alternativas, que seus resultados refletem dos acontecimentos externos a uma determinada empresa, sendo ele o mercado

Resposta C

Questão 09 IBA 2019

Qual alternativa preenche corretamente a fórmula a seguir.

Prêmio comercial = + carregamento + demais despesas da seguradora + lucro

- (A) Margem bruta.
- (B) Prêmio bruto.
- (C) Margem líquida.
- (D) Prêmio puro.
- (E) Prêmio de risco.

Resolução: De acordo com o livro Modelos de Precificação e Ruína para Seguros de Curto Prazo, de Paulo Pereira Ferreira, o prêmio comercial corresponde ao prêmio puro acrescido do carregamento para as demais despesas da seguradora, incluída uma margem para lucro.

Resposta D

Questão 10 IBA 2019 - ANULADA

Resposta

1.2 Resolução Prova de 2018

Questão 01 IBA 2018

Do ponto de vista de um plano de benefícios definidos previdenciários, qual é a obrigação de benefícios mais sensível a desenvolvimentos adversos por (aumento de) mortalidade?

- (A) Aposentadoria por invalidez.
- (B) Pensão Por Morte de Ativo.
- (C) Aposentadoria por Tempo de Contribuição.
- (D) Auxílio-Reclusão.

(E) Auxílio-Doença.

Resolução:

O benefício sensível a desenvolvimentos adversos por mortalidade é a pensão por morte de ativo, uma vez que um aumento nos índices de mortalidade aumenta as indenizações devidas aos beneficiários.

Resposta B

Questão 02 IBA 2018

Em um plano de previdência aberta, os benefícios dos assistidos são atualizados pelo IGPM anualmente. No entanto, a companhia comprou, para garantir tal operação, títulos públicos que são atrelados à variação do IPCA. O que a companhia deveria fazer? Indique a alternativa correta:

- (A) Nada, as variações de tais índices são idênticas.
- (B) Calcular uma provisão de oscilação financeira, para garantir que a melhor estimativa seja provisionada.
- (C) Por meio de um modelo de ALM, calcular o valor necessário a ser contabilizado como capital baseado em risco de mercado, para proteção do descasamento entre ativo e passivo.
- (D) Calcular uma provisão de oscilação financeira, para garantir que a melhor estimativa esteja provisionada, e por meio de um modelo de ALM, calcular o valor necessário a ser contabilizado como capital baseado em risco de mercado.
- (E) Por meio de um modelo de ALM, calcular o valor necessário a ser contabilizado como capital baseado em risco de subscrição, para proteção do descasamento entre ativo e passivo.

Resolução:

Como tratam-se de taxas diferentes (IPCA e IGPM) está sujeita ao risco de mercado, logo é necessário calcular o valor necessário a ser contabilizado como capital baseado em risco de mercado, para proteção do descasamento entre ativo e passivo.

Resposta C

Questão 03 IBA 2018

Qual técnica melhor reduz o risco de mercado de uma seguradora ou entidade de previdência?

- (A) Concentrar investimentos no longo prazo.

- (B) Concentrar investimentos no curto prazo.
- (C) Gestão de Ativos e Passivos (ALM).
- (D) Transferir riscos para uma resseguradora.
- (E) Aumentar o Capital Social.

Resolução:

O objetivo básico do ALM é explicado por Hurtado (2009)¹ como a gestão dinâmica dos fundos, baseado nos riscos de taxas de juros e em seu impacto no balanço contábil, assim como avaliar também riscos de crédito, liquidez e volatilidade de margens de lucro.

Resposta C

Questão 04 IBA 2018 - ANULADA

Qual a principal forma de se evitar a seleção adversa que se dá pela cobrança de prêmio inadequado para alguns riscos e muito elevado para outros riscos?

- (A) Reduzindo o valor do prêmio de modo a ser competitivo.
- (B) Cobrando um prêmio único (nivelado) com um bom carregamento de segurança.
- (C) Fazendo a inspeção de risco em todos os riscos.
- (D) Segmentando o preço justo no maior número possível de segmentos.
- (E) Aumentando o carregamento de segurança nos riscos mais elevados.

Resolução:

Nas seguradoras, a seleção adversa é combatida pela segmentação dos proponentes em classes de risco menos heterogêneas, o que se consegue pelo preenchimento dos perfis e pelas inspeções que objetivam melhor conhecimento dos riscos a serem segurados. Assim, é possível chegar a apólices mais adequadas e subscrições mais bem feitas².

Desta forma, a resposta correta é segmentando o preço justo no maior número possível de segmentos.

Resposta D

Questão 05 IBA 2018

Qual fator é incluído no índice combinado ampliado em relação ao índice combinado?

- (A) Despesa administrativa.

¹HURTADO, Natalie Haanwinckel. Análise de Metodologias de Ativos e Passivos de Planos de Benefício definido em Fundos de Pensão: uma abordagem financeiro-atuarial. 2008.

²DE FARIA, L.V., Informação assimétrica. Caderno de seguros

- (B) Despesa de comercialização.
- (C) Despesa de resseguro.
- (D) Outras despesas/receitas operacionais.
- (E) Resultado financeiro.

Resolução:

De acordo com a SUSEP "IC (Índice Combinado) – Afere a representatividade dos custos operacionais totais em relação aos 'Prêmios Ganhos' e receitas com produtos em regime de capitalização", enquanto "ICA (Índice Combinado Ampliado) – Afere a representatividade dos custos operacionais totais em relação aos 'Prêmios Ganhos', receitas com produtos em regime de capitalização e Resultado Financeiro."

Desta forma, o fator incluído é o resultado financeiro.

Resposta E

Questão 06 IBA 2018

No cálculo do IBNR – Provisão de Sinistros Ocorridos mas não Avisados, quais períodos fornecem maior incerteza na estimativa?

- (A) Períodos mais recentes.
- (B) Períodos intermediários.
- (C) Períodos mais antigos.
- (D) Períodos mais desenvolvidos.
- (E) Períodos mais longos

Resolução:

A incerteza inerente à estimativa das provisões de sinistros deve ser atuarialmente mensurada. O verdadeiro valor do passivo relacionado aos sinistros em qualquer data contábil é conhecido somente quando o valor total final dos sinistros for estabelecido (CPA 012). Desta forma, os períodos mais recentes fornecem maior incerteza, pois o verdadeiro valor do sinistro é mais incerto ao ser necessário maior tempo para confirmar o real valor.

Resposta A

Questão 07 IBA 2018

Quais os contratos de resseguro abaixo que são proporcionais, ou seja, as recuperações de resseguro são na mesma proporção da cessão do prêmio de resseguro?

- (A) *Quota Share* e Catástrofe.
- (B) Excesso de Danos e Excedente de Responsabilidade.
- (C) Catástrofe e Excedente de Responsabilidade.
- (D) Excesso de Danos e *Stop Loss*.
- (E) *Quota Share* e Excedente de Responsabilidade

Resolução: Os contratos proporcionais são:

- *Quota Share* (Cota parte): basicamente é estabelecido um percentual aplicado sobre cada risco com o qual a resseguradora irá participar (exemplo 10% dos sinistros a resseguradora paga junto com a seguradora).
- Excedente de responsabilidade (Surplus): a seguradora não estabelece um percentual sobre cada risco como ocorre no contrato quota-parte, e sim um valor que será seu limite de retenção em cada risco isolado, chamado pleno ou linha, acima desse valor fixo, o risco é coberto pelo resseguro, sendo que a proporção será fixada risco a risco.

Resposta E

Questão 08 IBA 2018

Quais os principais riscos de um plano de benefício definido?

- (A) Garantia de juros reais, inflação e mortalidade.
- (B) Garantia de inflação e de mortalidade.
- (C) Garantia de juros reais e mortalidade.
- (D) Garantia de um fator de conversão em renda na época da aposentadoria.
- (E) Garantia de um fator de conversão em renda já no início do contrato.

Resolução: Nesta modalidade de plano, o valor ou nível do benefício é previamente estabelecido no Regulamento, no entanto, as contribuições que serão realizadas pelos participantes, no exato momento da entrada em aposentadoria, é apurado considerando o montante acumulado na conta mantida em nome do participante e um conjunto de hipóteses atuariais que estão ligadas a fatores econômicos e biométricos, ou seja, garantia de juros reais, inflação e mortalidade.

Resposta A

Questão 09 IBA 2018

Qual a importância da aplicação de uma modelagem estatística, tipo modelos lineares generalizados, no processo de precificação

- (A) Aplicar corretamente o carregamento de segurança.
- (B) Obter um modelo que projete financeiramente todas as despesas futuras.
- (C) Obter um modelo que consiga precificar os maiores riscos da seguradora.
- (D) Obter um modelo que consiga precificar em todos os segmentos de risco, mesmo naqueles em que o volume de informações é muito pequeno.
- (E) Obter um modelo que consiga aumentar o lucro da seguradora nos segmentos de risco de maior risco.

Resolução:

Os modelos lineares generalizados (GLM) são uma classe de modelos que aumentam as possibilidades de análises para outras distribuições que não seja apenas a distribuição normal.

No caso da precificação, eles são importantes pois os diferentes segmentos de risco podem ter diferentes distribuições e para uma correta precificação é necessária uma correta modelagem, logo o uso de mlg é importante na precificação para obter-se um modelo que consiga precificar em todos os segmentos de risco, mesmo naqueles em que o volume de informações é muito pequeno.

Resposta D

Questão 10 IBA 2018

Qual a importância do estabelecimento de um limite de retenção de riscos para uma empresa que assume riscos?

- (A) Homogeneizar os riscos assumidos, de modo a transferir as pontas de risco para um terceiro.
- (B) Reduzir a frequência de sinistros.
- (C) Reduzir o custo administrativo ao reduzir o número de sinistros.
- (D) Reduzir o custo com resseguro.
- (E) Diferenciar os riscos assumidos, diminuindo o uso de resseguro.

Resolução:

De acordo com a Susep, limite de retenção é definido como "os valores máximos de responsabilidade que as Sociedades Seguradoras poderão reter, em cada risco isolado". (Resolução CNSP 40/00)

Desta forma, eles servem para homogeneizar os riscos assumidos, já que é definido um limite máximo para cada risco, de modo a transferir as pontas para um terceiro, pois, caso a entidade

queira assumir limites superiores aos de retenção deve pulverizar esse risco por meio de resseguro, cosseguro ou retrocessão.

Resposta A

1.3 Resolução Prova de 2017

Questão 01 IBA 2017

Em uma seguradora que trabalha com grandes riscos (aeronáutico, risco de petróleo, marítimo, etc), com retenção elevada, qual é o risco que normalmente responde pela maior parte da necessidade da capital?

- (A) Operacional
- (B) Subscrição
- (C) Mercado
- (D) Crédito
- (E) Liquidez

Resolução:

Como no exemplo citado, a seguradora tem elevada retenção normalmente a parte da necessidade de capital corresponde a possibilidade de perdas decorrentes do uso inadequado de metodologias ou premissas atuariais, incluindo falhas na especificação técnica do produto e nas condições de aceitação e precificação.

Resposta B

Questão 2 IBA 2017

Qual o principal risco gerado para uma seguradora com a contratação de resseguro?

- (A) Risco de Crédito
- (B) Risco de Subscrição
- (C) Risco de Mercado
- (D) Risco Operacional

(E)Risco de Liquidez

Resolução:

As resseguradoras existem para que as seguradoras possam subscrever riscos, protegendo-as de danos catastróficos. Logo, estas entidades podem, ao assumir o risco de determinada seguradora, não receber pelos riscos subscritos, caso a seguradora ou o cliente não possuam os recursos apropriados, caracterizando uma situação de risco de crédito, que se resume na probabilidade de inadimplência por parte daquele que recebeu algum auxílio financeiro.

Resposta A

Questão 03 IBA 2017

Indique aquelas que representam medidas de risco na análise de solvência:

- (A) Média, Variância e Var
- (B) Média, TVaR e Variância
- (C) Mediana, VaR e TVaR
- (D) Mediana, Desvio Padrão e Variância
- (E) VaR, TVaR e Desvio Padrão

Resolução:

O VaR (Valor em Risco) sintetiza a maior (ou pior) perda esperada dentro de determinados períodos de tempo e níveis de confiança.

O TVaR pode ser visto como a média de todos os valores de VaR acima do nível de confiança.

Desvio-padrão: medida de variabilidade dos dados com relação à média.

São as medidas de risco na análise da solvência.

Resposta E

Questão 04 IBA 2017

Qual o principal efeito da diversificação de riscos?

- (A) Diminui a relação entre o risco operacional e o risco de mercado
- (B) Reduz a necessidade relativa de capital para solvência
- (C) Aumenta a necessidade de realização de transferência de risco
- (D) Diminui o risco de mercado

(E) Diminui a necessidade de constituição de provisões técnicas

Resolução:

A diversificação de riscos diminui a chance de um único evento afetar grandemente a entidade, logo diminui a necessidade relativa do capital de solvência.

Resposta B

Questão 5 IBA 2017

Aponte a única afirmativa verdadeira quanto a prêmios e riscos:

- (A) Quanto maior o número de riscos segurados, maior o carregamento de segurança necessário no cálculo do prêmio puro
- (B) Quanto menor a frequência de sinistros, maior é a volatilidade do risco
- (C) Quanto maior a transferência de risco, maior o risco de subscrição
- (D) O prêmio puro é sempre menor que o prêmio de risco
- (E) O prêmio comercial é igual ao prêmio de risco mais o carregamento para despesas

Resolução:

Quanto menor a periodicidade com a qual determinado sinistro ocorre, torna-se mais difícil mensurar os riscos atribuídos a tal, dificultando o refinamento da modelagem dos riscos existentes, portanto, há maior volatilidade do risco.

Resposta B

Questão 06 IBA 2017

Quais os contratos de resseguro abaixo que são proporcionais, ou seja, as recuperações de resseguro são na mesma proporção da cessão do prêmio de resseguro?

- (A) Quota Share e Catástrofe
- (B) Excesso de Danos e Excedente de Responsabilidade
- (C) Catástrofe e Excedente de Responsabilidade
- (D) Excesso de Danos e Stop Loss
- (E) Quota Share e Excedente de Responsabilidade

Resolução: Os contratos proporcionais são:

- Quota Share (Cota parte): basicamente é estabelecido um percentual aplicado sobre cada risco com o qual a resseguradora irá participar (exemplo 10% dos sinistros a resseguradora paga junto com a seguradora).
- Excedente de responsabilidade (Surplus): a seguradora não estabelece um percentual sobre cada risco como ocorre no contrato quota-parte, e sim um valor que será seu limite de retenção em cada risco isolado, chamado pleno ou linha, acima desse valor fixo, o risco é coberto pelo resseguro, sendo que a proporção será fixada risco a risco.

Resposta E

Questão 7 IBA 2017

Na realidade atual do seguro saúde no Brasil, em que os seguros não podem ser cancelados unilateralmente pela operadora de saúde, e que os aumentos de prêmio são definidos pela ANS, com o aumento por faixa etária limitada pela ANS, com último reajuste aos 59 anos, qual tipo de regime financeiro ele esta inserido, sob o ponto de vista atuarial?

- (A) Regime Financeiro de Repartição Simples
- (B) Regime Financeiro de Repartição de Capitais de Cobertura
- (C) Regime Financeiro de Capitalização
- (D) Regime Financeiro de Repartição Simples até os 59 anos e de Repartição de Cobertura a partir dos 60 anos
- (E) Regime Financeiro de Repartição de Capitais de Cobertura até os 59 anos e de Repartição Simples a partir dos 60 anos

Resolução:

Segundo o Guia de Melhores Práticas Atuariais da PREVIC (2012): “O regime financeiro de capitalização pressupõe o financiamento gradual do custo dos benefícios futuros durante a vida laboral do participante. É obrigatória a utilização desse regime para o financiamento dos benefícios que sejam programados e continuados, sendo facultativo para os demais benefícios, sejam eles concedidos na forma de renda ou de pagamento único.” Conforme o texto que acompanha a questão, podemos notar que o valor do prêmio é determinado como financiamento gradual e pago pelo participante durante sua vida laboral, em concordância com o regime de capitalização definido pela PREVIC.

Questão 08 IBA 2017

Qual a importância dos estabelecimentos de um limite de retenção de riscos para uma empresa que assume riscos?

- (A) Homogeneizar os riscos assumidos, de modo a transferir as pontas de risco para um terceiro
- (B) Reduzir a frequência de sinistros
- (C) Reduzir o custo administrativo ao reduzir o número de sinistros
- (D) Reduzir o custo com resseguro
- (E) Nenhuma das respostas acima

Resolução:

De acordo com a Susep, limite de retenção é definido como "os valores máximos de responsabilidade que as Sociedades Seguradoras poderão reter, em cada risco isolado". (Resolução CNSP 40/00).

Desta forma, eles servem para homogeneizar os riscos assumidos, já que é definido um limite máximo para cada risco, de modo a transferir as pontas para um terceiro, pois, caso a entidade queira assumir limites superiores aos de retenção deve pulverizar esse risco por meio de resseguro, cosseguro ou retrocessão.

Resposta A

Questão 9 IBA 2017

Qual é a afirmativa errada em relação ao cálculo do IBNR - Provisão de Sinistros Ocorridos mas não avisados?

- (A) O método Bornhuetter-Ferguson mescla o método de desenvolvimento com o método da sinistralidade
- (B) Se a seguradora altera o ritmo de pagamento de sinistros o método de desenvolvimento dos sinistros incorridos costuma ser melhor do que o método do desenvolvimento dos sinistros pagos
- (C) Quanto maior o número de períodos considerados no cálculo da IBNR, menor será a cauda a ser aplicada nos fatores de desenvolvimento
- (D) A escolha dos fatores de desenvolvimento deve ser feita a partir da observação de diversas medidas estatísticas calculadas em diversos períodos

(E) Quanto maior o número de períodos utilizados no cálculo do IBNR, maior é a imprecisão no cálculo por conter um número maior de períodos com sinistros ainda não avisados

Resolução:

O cálculo de uma Provisão de Sinistros Ocorridos e não avisados é sensível para maiores períodos de previsão por se desenvolver conforme os fatores de desenvolvimento obtidos através de valores já registrados. Desta forma, quanto mais períodos a serem previstos pelo cálculo do IBNR, maior imprecisão o mesmo fornecerá, dado que os fatores podem ser sensíveis quanto ao que de fato se passará nos períodos que estão sendo previstos.

Resposta E

Questão 10 IBA 2017

Qual a importância do Teste de Adequação de Passivos para uma seguradora?

- (A) Avaliar se os passivos estão cobertos com ativos garantidores que possuem liquidez
- (B) Avaliar se existe um casamento entre o ativo e o passivo
- (C) Avaliar se as Provisões Técnicas constituídas são suficientes para os compromissos futuros obtidos a partir de premissas realistas
- (D) Avaliar se as Provisões Técnicas foram calculadas exatamente como consta da Nota Técnica Atuarial
- (E) Avaliar se os Passivos estão adequados para garantir o pagamento dos sinistros futuros conforme as premissas da Nota Técnica Atuarial.

Resolução:

A importância do teste de adequação de passivos em uma seguradora é verificar se os passivos estão adequados para garantir o pagamento dos sinistros futuros conforme as premissas da nota técnica atuarial.

Resposta C

1.4 Resolução Prova de 2016

Questão 01 IBA 2016

Para que os resultados das avaliações atuariais das EFPC sejam representativos das características da massa de participantes, é importante que:

- (A) O custeio administrativo seja nulo.
- (B) A entidade faça auditorias de benefício semestralmente.
- (C) O cadastro de dados seja de boa qualidade e consistente.
- (D) A entidade faça auditoria atuarial anualmente.
- (E) As hipóteses sejam determinadas exclusivamente pelos atuários.

Resolução:

O atuário deve realizar uma crítica detalhada da base cadastral utilizada na avaliação atuarial, emitindo opinião sobre a sua qualidade e atualização, bem como recomendando os procedimentos para a sua adequação às necessidades do cálculo atuarial. A utilização de uma hipótese atuarial para sanar a inexistência de algum dado cadastral deve ser discutida com a EFPC, devendo estar explicitada no parecer atuarial. ³

Resposta C

Questão 02 IBA 2016

A Provisão Matemática calculada pro rata die, tomando por base as datas de início e fim de vigência do risco, no mês de constituição, é chamada de provisão:

- (A) De prêmios não ganhos.
- (B) Complementar de prêmios.
- (C) De insuficiência de prêmios.
- (D) De sinistros a liquidar.
- (E) De sinistros ocorridos e não avisados.

Resolução:

Segundo o artigo sexto da circular 462 da SUSEP:

“A Provisão de Prêmios Não Ganhos (PPNG) deve ser constituída para a cobertura dos valores a pagar relativos a sinistros e despesas a ocorrer, ao longo dos prazos a decorrer, referentes aos riscos assumidos na data-base de cálculo, obedecidos os seguintes critérios:

[...]IV após a emissão e o início de vigência do risco, a provisão deve ser calculada pro rata die, considerando, para a obtenção do período de vigência a decorrer, a data-base de cálculo da provisão e a data de fim de vigência do risco [...]”

Resposta A

³Guia PREVIC melhores práticas atuariais para Entidades Fechadas de Previdência Complementar

Questão 03 IBA 2016

O risco de provisão de sinistros, definido como sendo o risco de que as provisões constituídas por um segurador sejam inadequadas, é um tipo de risco:

- (A) De mercado.
- (B) De subscrição.
- (C) De liquidez
- (D) De crédito.
- (E) Operacional.

Resolução:

- Risco de mercado – Está relacionado à possibilidade de ocorrência de perdas causadas por oscilações de preços de ativos ou de diferenças entre indexadores e prazos de posições ativas e passivas. Para mitigar esse risco, a empresa identifica, dimensiona, controla e analisa o mercado utilizando o conjunto de métricas mais adequado à estratégia de investimento de cada carteira, fundo ou portfólio. Assim, assegura que os riscos assumidos estejam de acordo com a disposição ao risco de mercado estabelecido.
- Risco de liquidez – Refere-se à possibilidade de perdas decorrentes da inexistência de recursos suficientes para cumprir os compromissos assumidos nas datas previstas. Para reduzir esse risco, a companhia realiza estudos dos fluxos de caixa, considerando vários cenários, avalia as melhores opções de reinvestimento para maximizar os recursos disponíveis e define pisos mínimos de recursos líquidos.
- Risco de crédito – Representa o risco de perdas pelo não cumprimento de obrigações financeiras pactuadas pela contraparte ou de deterioração de suas condições de crédito (rebaixamento de ratings). Para evitar a excessiva exposição a esse tipo de risco, os recursos são investidos somente em parceiros que tenham alta qualidade de rating de crédito, dentro de limites claros e submetidos a periódicas avaliações econômico-financeiras.
- Risco operacional – Resulta da possibilidade de perdas decorrentes de processos inadequados ou deficientes, erros, falhas nos sistemas de Tecnologia da Informação, problemas operacionais, fraudes ou de ocorrências externas que ocasionem prejuízos às atividades ou danos

a seus ativos físicos. Como forma de minimizar esse tipo de risco, a empresa investe na melhoria de procedimentos, processos e ferramentas, além de mapear, monitorar e avaliar cada etapa de trabalho para identificar oportunidades de aperfeiçoamento. Para a futura modelagem de riscos, todos os fatores de perda derivados de processos, sistemas, pessoas e eventos externos estão registrados em um banco de dados.

- Risco de subscrição – Refere-se à possibilidade de perdas decorrentes do uso inadequado de metodologias ou premissas atuariais, incluindo falhas na especificação técnica do produto e nas condições de aceitação e precificação. Abrange os riscos de aceitação, cancelamento, longevidade, mortalidade, morbidade e desenho de produtos. Para controlá-lo, as empresas devem seguir normas de subscrição de riscos, fazer acompanhamento periódico para evitar desvios, desenvolve produtos adequados à atual conjuntura, manter contratos de resseguro para cobertura de eventos extremos de invalidez e morte, reavaliar as provisões técnicas no mínimo anualmente e fazer testes de consistências e recálculos atuariais, para avaliar sua adequação técnico-operacional.

Desta forma, o risco de que as provisões construídas por um segurador sejam inadequadas é o risco de subscrição.

Resposta B

Questão 04 IBA 2016

O prêmio puro acrescido do carregamento para as demais despesas da seguradora, incluída uma margem para o lucro, é chamado de prêmio:

- (A) De risco.
- (B) Mínimo.
- (C) Bruto.
- (D) Comercial.
- (E) *Net*.

Resolução:

O prêmio comercial é definido como o prêmio puro acrescido dos carregamentos para demais despesas da seguradora, incluída uma margem para o lucro.

Resposta D

Questão 5 IBA 2016

Uma companhia seguradora pretende lançar um novo produto no qual o segurado receberá R\$ 10.000,00 em caso de sinistro. A probabilidade de ocorrer o sinistro, por idade, é dada pela seguinte tabela:

Idade	45	50	55	60
Probabilidade	1,60%	3,40%	5,95%	10,80%

A comissão de venda da apólice é de R\$ 100,00 e as despesas da seguradora de R\$ 75,00. O Atuário, considerando que o produto é novo e que a probabilidade pode ser baixa, resolveu adicionar uma margem de segurança de 1,05. O valor dos prêmios para cada uma das idades (45, 50, 55 e 60 anos, nesta ordem) é?

- (A) 343 532 800 1.309
- (B) 335 515 770 1.255
- (C) 260 440 695 1.180
- (D) 268 457 725 1.234
- (E) 352 541 809 1.318

Resolução:

O valor do prêmio é obtido através da expressão:

$$\text{Prêmio} = ((\text{Benefício} \times \text{Prob}) \times \text{Margem}) + \text{Comissão} + \text{Despesas}$$

45 anos:

$$\text{Prêmio} = ((10.000 \times 0,0160) \times 1,05) + 100 + 75 = 343$$

50 anos:

$$\text{Prêmio} = ((10.000 \times 0,0340) \times 1,05) + 100 + 75 = 532$$

55 anos:

$$\text{Prêmio} = ((10.000 \times 0,0595) \times 1,05) + 100 + 75 = 799,75 = 800$$

60 anos:

$$\text{Prêmio} = ((10.000 \times 0,1080) \times 1,05) + 100 + 75 = 1.309$$

Resposta A

Questão 6 IBA 2016

Qual das alternativas se refere ao risco de perdas patrimoniais em fundos de pensão decorrentes de crises financeiras generalizadas e ao instrumento mais adequado para a gestão desse tipo de risco?

- (A) Risco de Mercado e Instrumentos Derivativo.
- (B) Risco de Crédito e Análise de Crédito.
- (C) Risco de Liquidez e Código de Ética.
- (D) Risco Operacional e Segregação de Funções.
- (E) Risco Sistêmico e Formação de Reservas de Contingência.

Resolução:

O risco sistêmico está diretamente ligado a perdas decorrentes de crises financeiras generalizadas, pois é definido como o colapso de todo um sistema ou mercado. Conforme assinalado na Resolução CNPC nº 30 de 2018, a formação de reserva de contingência deve ser efetuada em entidades fechadas de previdência complementar (fundos de pensão), em caso de resultado superavitário, para que haja garantia de pagamento dos benefícios acordados com os participantes, sendo assim o melhor instrumento para gerir o risco sistêmico.

Resposta E

Questão 7 IBA 2016

"A principal tragédia do evento adverso de alto impacto e baixa probabilidade vem do desencontro entre o tempo necessário para compensar alguém e o tempo que uma pessoa precisa para sentir-se confortável com não estar fazendo uma aposta contra o evento raro. As pessoas têm um incentivo para apostar contra ele, ou para jogar com o sistema, já que podem receber um bônus refletindo seu desempenho anual, quando na verdade tudo que estão fazendo é produzir lucros ilusórios que perderão um dia. Na verdade, a tragédia do capitalismo é que, já que a qualidade dos retornos não é observável a partir de dados passados, proprietários de companhias, especificamente acionistas, podem ser enganados pelos gerentes que apresentam retornos e lucratividade cosmética mas que, na verdade, estão correndo riscos ocultos." (A Lógica do Cisne Negro, de Nassim Taleb).

Qual é a ferramenta gerencial de risco que pode ajudar a prevenir a "tragédia" a que Nassim Taleb se refere?

- (A) Análise de rentabilidade acumulada dos ativos financeiros em relação a um benchmark.
- (B) Bonificação dos gestores de ativos que obtiveram maior lucratividade histórica.

- (C) Dispensa de gestores de ativos que apresentaram baixo retorno de ativos em relação aos demais.
- (D)) Concentração de investimentos com gestores de ativos com alta rentabilidade histórica em suas aplicações.
- (E) Bonificação dos gestores de ativos com melhor desempenho em relação a medidas abrangentes do valor em risco associadas à sua carteira.

Resolução:

Em outras palavras, a “tragédia” definida pelo autor induz que acionistas são enganados por gestores que vos apresentam bons retornos sem contudo expor a totalidade de riscos que os abrangem. Logo, a alternativa E se mostra como a mais coerente por propor que não ocorra essa “ocultação” dos riscos, mas sim que seja feita uma avaliação das medidas de proteção da carteira (que acarretem de diminuição do valor em risco).

Resposta E

Questão 8 IBA 2016

Por meio de um método estatístico de estimação, o triângulo de sinistros ocorridos e não avisados foi devidamente completo. O triângulo de run-off abaixo está preenchido com os valores observados e também como os estimados pelo citado método. Qual o valor da provisão de IBNR ao final de 2014?

Ano de ocorrência	Tempo para aviso (anos)			
	1	2	3	4
2011	100	80	70	60
2012	110	85	71	62
2013	105	90	65	58
2014	109	80	70	59

- (A) 525
- (B) 318
- (C) 454
- (D) 394
- (E) 605

Resolução:

Deve-se somar os valores com previsões posteriores a 2014.

$$\text{IBNR} = 80 + 65 + 62 + 70 + 58 + 29 = 394$$

Resposta D

Questão 9 IBA 2016

Em um seguro de vida com cobertura de um ano, o prêmio puro cobrado pela seguradora é de R\$ 5.000,00. No entanto, há um carregamento de 10% para cobrir as despesas de comercialização, além do IOF de 0,38%. Sabendo que o valor da melhor estimativa da provisão é de R\$ 4.950,00, qual o valor do lucro esperado?

- (A) R\$ 50,00
- (B) R\$ 570,90
- (C) R\$ 605,55
- (D) R\$ 100,00
- (E) R\$ 626,67

Resolução:

Prêmio Comercial = Prêmio Puro + Despesas + Impostos + Lucro Esperado

Lucro Esperado = Prêmio Puro + Provisões = 5.000 - 4950 = 50

Sabendo-se que o valor da melhor estimativa da provisão é de R\$4.950,00, basta subtrair este valor do Prêmio Puro cobrado pela seguradora (R\$5.000,00) para encontrar o Lucro Esperado.

Resposta A

1.5 Resolução Prova de 2015

Questão 1 IBA 2015

Uma avaliação atuarial foi realizada para um plano de uma entidade fechada de previdência complementar e apurou-se superávit atuarial estrutural. Das formas a seguir, a que NÃO poderá ser utilizada para equilibrar o plano é: (Obs.: desconsidere as restrições legais.)

- (A) aumento do valor dos benefícios a conceder
- (B) diminuição da contribuição da patrocinadora
- (C) diminuição da contribuição do participante
- (D) diminuição da idade mínima para requisição do benefício de aposentadoria programada

(E) aumento da meta atuarial

Resolução:

Como há superávit atuarial, deve-se aumentar o gasto do plano, desconsiderando as restrições legais como informa a questão. Desta forma, a única alternativa que proporciona um aumento de gasto é aumentar a meta atuarial.

Resposta E

Questão 2 IBA 2015

Indique a alternativa que associe corretamente os números romanos I a IV (do gráfico) ao respectivo conceito dos períodos de recebimentos e pagamentos de um plano de previdência.

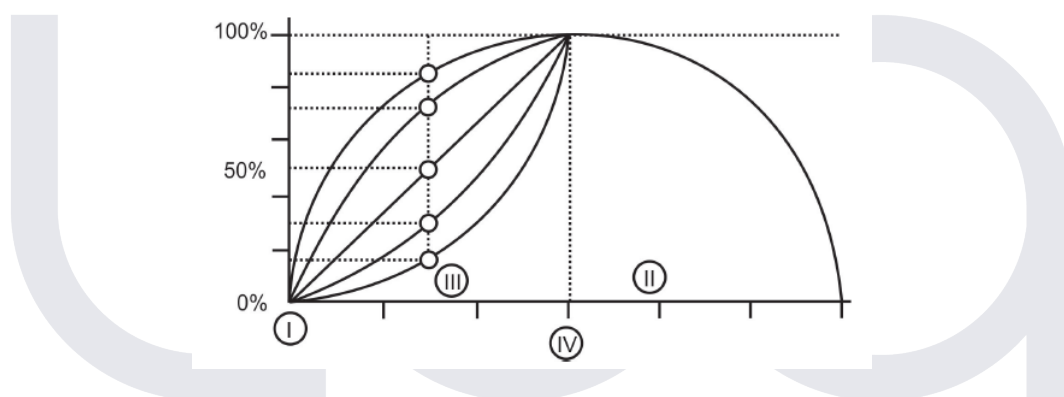


Figura 1.1: Caption

- (A) Acumulação, Entrada no plano, Aposentadoria, Desembolso
- (B) Entrada no plano, Desembolso, Acumulação, Aposentadoria
- (C) Aposentadoria, Desembolso, Acumulação, Entrada no plano
- (D) Desembolso, Entrada no plano, Acumulação, Aposentadoria
- (E) Desembolso, Acumulação, Aposentadoria, Entrada no plano

Resolução:

O algarismo romano I, representa a entrada no plano, o início da série. Desta forma, a única alternativa que associa corretamente o algarismo I à entrada do plano trata-se da alternativa B

Resposta B

Questão 03 IBA 2015

São fatores que afetam o equilíbrio do regime geral de previdência social, financiado pelo regime de repartição simples, **EXCETO**:

- (A) Possibilidade de desaposentação.
- (B) Aumento da longevidade.
- (C) Redução do emprego formal.
- (D) Volatilidade da renda variável.
- (E) Idades precoces de aposentadoria.

Resolução:

Com o regime de repartição simples RPPS, o regime geral de previdência social RGPS é afetado pelo aumento da longevidade, pois ocasiona pagamentos por mais tempo aos beneficiários; a redução do emprego formal pois no regime de repartição simples os trabalhadores formais pagam para os aposentados; idades precoces de aposentadoria pois teoricamente há risco maior de pagar por mais tempo para estas pessoas.

Obs: Vale ressaltar que na época que a pergunta foi realizada ainda era permitida a desaposentação, atualmente não existe mais tal possibilidade.

Resposta D

Questão 4 IBA 2015

Um companhia seguradora pretende lançar um novo produto no qual o segurado receberá R\$ 30.000,00 em caso de sinistro. A probabilidade de ocorrer o sinistro, por idade, é dada pela seguinte tabela:

Idade	45	50	55	60
Probabilidade	2%	3%	8%	15%

A comissão de venda da apólice é de R\$ 130,00 e as despesas da seguradora de R\$ 93,00. O atuário, considerando que o produto é novo e que a probabilidade pode ser baixa, resolveu adicionar uma margem de segurança de 8%. O valor dos prêmios para cada uma das idades (45, 50, 55 e 60 anos, nesta ordem) é?

- (A) 895 1.243 2.933 5.110
- (B) 880 1.200 2.830 5.100
- (C) 871 1.195 2.815 5.083

(D)889 1.213 2.833 5.101

(E)653 979 2.611 4.896

Resolução:

O valor do prêmio é obtido através da expressão:

$$\text{Prêmio} = ((\text{Benefício} \times \text{Prob}) \times \text{Margem}) + \text{Comissão} + \text{Despesas}$$

45 anos:

$$\text{Prêmio} = ((30.000 \times 0,02) \times 1,08) + 130 + 93 = 871$$

50 anos:

$$\text{Prêmio} = ((30.000 \times 0,03) \times 1,08) + 130 + 93 = 1.195$$

55 anos:

$$\text{Prêmio} = ((30.000 \times 0,08) \times 1,08) + 130 + 93 = 2.815$$

60 anos:

$$\text{Prêmio} = ((30.000 \times 0,15) \times 1,08) + 130 + 93 = 5.083$$

Resposta C

Questão 5 IBA 2015

Indique a alternativa correta:

Para cálculo da melhor estimativa da provisão nos planos com cobertura de sobrevivência são necessários:

- (A) Apenas a utilização da tábua de mortalidade e taxa de juros contratuais
- (B) Utilizar as taxas de juros futuras, utilizar a tábua de mortalidade atual e prever fatores de improvement para as taxas de mortalidade, estimar as taxas de cancelamento e mensurar as opções e garantias embutidas
- (C) Utilizar as taxas de juros futuras, utilizar a tábua de mortalidade atual, sem necessidade da previsão de fatores de improvement para as taxas de mortalidade, estimar
- (D) Utilizar as taxas de juros futuras, utilizar a tábua de mortalidade atual, sem necessidade da previsão de fatores de improvement para as taxas de mortalidade e estimar as taxas de cancelamento, mas não é preciso mensurar as opções e garantias embutidas
- (E) Apenas a utilização da tábua de mortalidade do plano, acrescida de improvement, e a taxa de juros contratual

Resolução:

Conforme a Circular nº 517 de 30 de julho de 2015 e a CPA 001 anexo à Resolução IBA nº 02 de 2014 o atuário deve utilizar todos os parâmetros realistas que puder construir, ou que tiver a disposição para estimar a provisão.

Resposta B

Questão 07 IBA 2015

Indique a alternativa correta:

Em um plano de previdência aberta, os benefícios dos assistidos são atualizados pelo IGPM anualmente. No entanto, a companhia comprou, para garantir tal operação, títulos públicos que são atrelados à variação do IPCA. O que a companhia deveria fazer?

- (A) Nada, as variações de tais índices são idênticas.
- (B) Calcular uma provisão de oscilação financeira, para garantir que a melhor estimativa seja provisionada.
- (C) Por meio de um modelo de ALM, calcular o valor necessário a ser contabilizado como capital baseado em risco de mercado, para proteção do descasamento entre ativo e passivo.
- (D) Calcular uma provisão de oscilação financeira, para garantir que a melhor estimativa esteja provisionada, e por meio de um modelo de ALM, calcular o valor necessário a ser contabilizado como capital baseado em risco de mercado.
- (E) Por meio de um modelo de ALM, calcular o valor necessário a ser contabilizado como capital baseado em risco de subscrição, para proteção do descasamento entre ativo e passivo.

Resolução:

- Risco de subscrição – Refere-se à possibilidade de perdas decorrentes do uso inadequado de metodologias ou premissas atuariais, incluindo falhas na especificação técnica do produto e nas condições de aceitação e precificação. Abrange os riscos de aceitação, cancelamento, longevidade, mortalidade, morbidade e desenho de produtos.

Resposta C

Questão 09 IBA 2015

Do ponto de vista de um plano de benefícios definidos previdenciários, qual é a obrigação de benefícios mais sensível a desenvolvimentos adversos por (aumento de) mortalidade?

- (A) Aposentadoria por invalidez.
- (B) Pensão Por Morte de Ativo.
- (C) Aposentadoria por Tempo de Contribuição.
- (D) Auxílio-Reclusão.
- (E) Auxílio-Doença.

Resolução:

O benefício sensível a desenvolvimentos adversos por mortalidade é a pensão por morte de ativo, uma vez que um aumento nos índices de mortalidade aumenta as indenizações devidas aos beneficiários.

Resposta B

Questão 10 IBA 2015

“Mas em toda a minha experiência nunca estive em nenhum acidente... de qualquer tipo digno de menção. Só vi uma única embarcação em perigo em todos os meus anos no mar. Nunca vi um naufrágio nem nunca naufraguei, tampouco enfrentei qualquer contratempo que ameaçasse terminar em qualquer tipo de desastre.” E.J. Smith, 1907, capitão, RMS Titanic.

Do depoimento acima pode-se extrair uma lição de gestão de riscos para Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPCs) no contexto de planos de benefícios definidos. Qual?

- (A) Um longo histórico de alta rentabilidade de ativos financeiros dispensa a necessidade de incluir na política de gestão de um plano de benefícios previdenciários a prática de formar intencionalmente reservas de contingência, uma vez que elas provavelmente se comprovarão redundantes no futuro
- (B) Quanto maior o patrimônio de uma EFPC, menor a necessidade de medidas de contingência para proteção contra crises sistêmicas
- (C) Uma EFPC deve almejar uma política explícita de formação de reservas de contingência e justificá-la aos participantes com a disseminação da ampla consciência de que um histórico de alta rentabilidade no passado não é garantia contra perdas vultosas no longo prazo. Além disso, a EFPC deve habituar-se à prática periódica de realizar testes de estresse para verificar os impactos sobre seus ativos e passivos e refletir sobre medidas de imunização e reforço estrutural contra crises sistêmicas e ciclos adversos
- (D) O VaR baseado na distribuição normal de probabilidades é a ferramenta mais prudente de

gestão de risco justamente porque atribui probabilidades não irrisórias a eventos de alto impacto (por exemplo, probabilidades altas para eventos com mais do que 4 desvios-padrão em relação às perdas esperadas)

(E) A melhor política de gerenciamento de risco é aproveitar as boas marés do mercado financeiro e ter bastante fé de que a entidade será poupada de prováveis revéses

Resolução:

Como é de conhecimento geral, o RMS Titanic foi protagonista de um naufrágio. A frase citada na questão é de seu capitão. Assim, uma EFPC pode aprender com este episódio a importância de se prever riscos, mesmo que não tenha-se um grande histórico e também a importância de educar seus participantes sobre ações.

Resposta C

1.6 Resolução Prova de 2014

Questão 01 IBA 2014

Para que os resultados das avaliações atuariais das EFPC sejam representativos das características da massa de participantes, é importante que:

- (A) O custeio administrativo seja nulo.
- (B) A entidade faça auditorias de benefícios semestralmente.
- (C) O cadastro de dados seja de boa qualidade e consistente.
- (D) A entidade faça auditoria atuarial anualmente.
- (E) As hipóteses sejam determinadas exclusivamente pelo atuários.

Resolução:

O atuário deve realizar uma crítica detalhada da base cadastral utilizada na avaliação atuarial, emitindo opinião sobre a sua qualidade e atualização, bem como recomendando os procedimentos para a sua adequação às necessidades do cálculo atuarial. A utilização de uma hipótese atuarial para sanar a inexistência de algum dado cadastral deve ser discutida com a EFPC, devendo estar explicitada no parecer atuarial⁴.

Resposta C

⁴Guia PREVIC melhores práticas atuariais para Entidades Fechadas de Previdência Complementar

Questão 02 IBA 2014

A tábua de mortalidade mínima da legislação vigente para utilização nas avaliações atuariais nos fundos de pensão é:

- (A) AT 83
- (B) AT 49
- (C) RP 2000
- (D) CSO 58
- (E) GAM 71

Resolução:

Na resolução CGPC n 18/2006 item 2 consta:

“A tábua biométrica utilizada para projeção da longevidade dos participantes e assistidos do plano de benefícios será sempre aquela mais adequada à respectiva massa, não se admitindo, exceto para a condição de inválidos, tábua biométrica que gere expectativas de vida completa inferiores às resultantes da aplicação da tábua AT-83”.

Resposta A

Questão 03 IBA 2014

A Provisão Matemática calculada “*pro rata die*”, tomando por base as datas de início e fim de vigência do risco, no mês de constituição, é chamada de provisão:

- (A) de prêmios não ganhos.
- (B) complementar de prêmios.
- (C) de insuficiência de prêmios.
- (D) de sinistros a liquidar.
- (E) de sinistros ocorridos e não avisados.

Resolução:

Segundo o artigo sexto da circular 462 da SUSEP:

“A Provisão de Prêmios Não Ganhos (PPNG) deve ser constituída para a cobertura dos valores a pagar relativos a sinistros e despesas a ocorrer, ao longo dos prazos a decorrer, referentes aos riscos assumidos na data-base de cálculo, obedecidos os seguintes critérios:

[...]IV após a emissão e o início de vigência do risco, a provisão deve ser calculada *pro rata die*, considerando, para a obtenção do período de vigência a decorrer, a data-base de cálculo da provisão e a data de fim de vigência do risco [...]”

Questão 04 IBA 2014

As empresas autorizadas a elaborar, operar e comercializar títulos de capitalização são chamadas de:

- (A) Consórcios.
- (B) Entidades de Previdência.
- (C) Sociedades Seguradoras.
- (D) Sociedades de capitalização.
- (E) Instituições bancárias.

Resolução:

As sociedades de capitalização, segundo a definição, são entidades que tem por objeto o depósito periodicidade prestações pecuniárias pelo contratante, o qual terá, depois de cumprido o prazo contratado, o direito de resgatar parte dos valores depositados corrigidos.

Questão 05 IBA 2014

A instituição reguladora e normativa responsável pela fiscalização das entidades abertas de previdência complementar é:

- (A) A Agência Nacional de Saúde Suplementar.
- (B) A Secretaria de Previdência Complementar.
- (C) A Superintendência de Seguros Privados.
- (D) O Banco Central.
- (E) O Conselho Monetário Nacional.

Resolução:

A instituição reguladora e normativa responsável pela fiscalização das entidades abertas de previdência complementar é a Superintendência de Seguros Privados-SUSEP, já no caso das entidades fechadas de previdência complementar, o órgão regulador responsável é a Superintendência Nacional de Previdência Complementar- Previc

Questão 06 IBA 2014

Uma entidade de previdência complementar deseja realizar uma migração compulsória dos participantes de um plano de benefício definido para um de contribuição definida. O principal tipo de risco a que está sujeita a migração é:

- (A) Financeiro
- (B) Operacional
- (C) Legal
- (D) Antisseleção
- (E) Biométrico

Resolução:

A migração de um Plano BD para um Plano CD não pode ser compulsória, razão pela qual são oferecidos incentivos para a movimentação entre planos. A Resolução CGPC 1/2000, atualmente revogada, autorizava aportes não paritários como estímulo à migração de participantes de planos de benefício definido para planos de contribuições definida. Essa norma demonstra que o estímulo à migração era um procedimento desejável do próprio órgão de regulação das entidades fechadas de previdência complementar (EFPC)

Resposta C

Questão 7 IBA 2014

Uma avaliação atuarial foi realizada para um plano de uma entidade fechada de previdência complementar e apurou-se superávit atuarial estrutural. Das formas a seguir, a que NÃO poderá ser utilizada para equilibrar o plano é: (Obs.: desconsidere as restrições legais.)

- (A) aumento do valor dos benefícios a conceder
- (B) diminuição da contribuição da patrocinadora
- (C) diminuição da contribuição do participante
- (D) diminuição da idade mínima para requisição do benefício de aposentadoria programada
- (E) aumento da meta atuarial

Resolução:

Como há superávit atuarial, deve-se aumentar o gasto do plano, desconsiderando as restrições legais como informa a questão. Desta forma, a única alternativa que proporciona um aumento de gasto é aumentar a meta atuarial.

Resposta E

A provisão técnica a ser constituída para a cobertura dos valores esperados a pagar, relativos a sinistros avisados até a data base do cálculo, considerando indenizações e despesas relacionadas, inclusive nos casos referentes às ações em demandas judiciais de sinistros é chamada de:

- (A) Provisão de Sinistros Ocorridos e Não Avisados (IBNR).
- (B) Provisão Complementar de Prêmios (PCP.)
- (C) Provisão de Prêmios Não Ganhos (PPNG.)
- (D) Provisão de Insuficiência de Prêmios (PIP).
- (E) Provisão de Sinistros a Liquidar (PSL).

Resolução

Segundo a CIRCULAR SUSEP Nº 517 DE 30/07/2015

A PSL deverá ser constituída para a cobertura dos valores esperados a liquidar relativos a pagamentos únicos e rendas vencidas de sinistros avisados até a data-base de cálculo, incluindo as operações de cosseguro aceito, brutos das operações de resseguro e líquidos das operações de cosseguro cedido, obedecidos os seguintes critérios:

I - a provisão abrange os valores relativos a indenizações, pecúlios e rendas vencidas, incluindo atualizações monetárias, juros, variações cambiais e multas contratuais, além dos montantes estimados referentes às ações judiciais e os resultantes de sentença transitada em julgado;

II - os valores esperados a liquidar referentes às ações judiciais para pagamentos de rendas a vencer que excederem os valores concedidos deverão ser contemplados no cálculo da PSL, enquanto não houver sentença transitada em julgado, quando então deverão ser consideradas na PMBC;

III - a provisão deverá contemplar, quando necessário, os ajustes de IBNER (Sinistros Ocorridos e Não Suficientemente Avisados) para o desenvolvimento agregado dos sinistros avisados e ainda não pagos, cujos valores poderão ser alterados ao longo do processo até a sua liquidação final; e

IV - a expectativa de recebimento de salvados e ressarcidos deverá ser apurada com base em metodologia definida em nota técnica atuarial e registrada como ajuste de salvados e ressarcidos na PSL;

V - os montantes de salvados ativados contabilmente não poderão ser considerados como expectativa de recebimento de salvados e ressarcidos; e

VI - para fins de ajuste de salvados e ressarcidos na PSL, deverá ser considerada, no cálculo da expectativa de recebimento de salvados e ressarcimentos, apenas a estimativa de recuperação relacionada a sinistros avisados e ainda não liquidados.

Questão 09 IBA 2014

Conforme Norma do CNSP, a provisão para despesas administrativas deve-se constituir para cobrir:

- (A) Despesas gerais da companhia.
- (B) Despesas decorrentes de pagamento de pecúlios.
- (C) Despesas decorrentes de pagamento de benefícios previstos no plano.
- (D) Despesas de corretagem.
- (E) Despesas decorrentes de eventos ocorridos.

Resolução:

PDA - Provisão de Despesas Administrativas: deve ser constituída para cobrir despesas decorrentes de pagamento de benefícios previstos no plano, em função de eventos ocorridos e a ocorrer, sendo calculada conforme metodologia aprovada na nota técnica atuarial do plano ou produto.

Questão 10 IBA 2014

De acordo com a Orientação do CNPS, a Provisão de Prêmios Não Ganhos deve ser calculada com base no prêmio comercial retido, que é:

- (A) O valor do prêmio recebido ou a receber do segurado ou de congêneres, líquido de parcelas de prêmios transferidas a terceiros em operações de cosseguro e/ou resseguros.
- (B) O valor do prêmio recebido do segurado ou de congêneres, líquido de parcelas de prêmios transferidas a terceiros em operações de cosseguro e/ou resseguros.
- (C) O valor do prêmio recebido ou a receber do segurado ou de congêneres, líquido de cancelamentos e restituições e de parcelas de prêmios transferidas a terceiros em operações de cosseguro e/ou resseguros.
- (D) O valor do prêmio recebido ou a receber do segurado ou de congêneres, líquido de cancelamentos e de parcelas de prêmios transferidas a terceiros em operações de resseguros.
- (E) O valor do prêmio recebido ou a receber do segurado ou de congêneres, líquido de cancelamentos e restituições, e de prêmio transferidas a terceiros em operações de cosseguros.

Resolução:

Segundo a circular da SUSEP 346 “prêmio comercial retido, representado pelo valor recebido ou a receber do segurado (valor do prêmio emitido, pago à vista ou parcelado), nas operações

de seguro direto ou de congêneres (nas operações de cosseguro aceito), líquido de cancelamentos e restituições, e de parcelas de prêmios transferidas a terceiros em operações de cosseguro e/ou resseguro”

Resposta C

1.7 Teste seus conhecimentos

Questão 01 IBA 2019

Assinale a alternativa falsa:

(A) O IBNYR (Incurred But Yet Report Claims Reserve), ou IBNR Puro, é uma estimativa do passivo de uma seguradora, em determinada data-base, relativa a sinistros que ocorrem antes desta data-base mas que ainda não foram comunicados pelos segurados à seguradora; e um dentre os vários métodos de estimativa existente é a construções e porjeção de um triângulo de desenvolvimento de sinistros em que as linhas são coortes (períodos) de ocorrência, as colunas são coortes (períodos) de aviso e os valores de sinistros entrados em cada célula do triângulo são somente os saldos acumulados compostos de todos os valores de sinistros entrados em cada célula do triângulo são somente os saldos acumulados compostos de todos os valores de sinistros conforme lançados somente no primeiro aviso..

(B) O IBNP (Incurred But Not Yet Paid Claims Reserve) é uma estimativa do passivo de uma seguradora, em determinada data-base, relativa a sinistros que ocorreram antes desta data-base mas que ainda não foram liquidados pela seguradora; e um dentre os vários métodos de alternativa existentes é a construção e projeção de um triângulo de desenvolvimento de sinistros em que as linhas são coortes (períodos) de ocorrência, as colunas são coortes (períodos) de movimentos e os valores de sinistros entrados em cada célula do triângulo são somente os saldos acumulados de sinistros pagos acrescidos de sinistros ainda pendentes de liquidação. .

(C) O IBNET (Incurred But Not Yet Enough Reported Claims Reserve) é uma correção atuarial da Provisão de Sinistros a Liquidar , esta última sendo a mera composição contábil de sinistros individuais pendentes de liquidação em determinada data-base. O IBNER procura então capturar os desenvolvimentos futuros de sinistros avisados e lançados na Provisão de Sinistros a Liquidar, e pode ser estimado através da construção e projeção de um triângulo de desenvolvimento de sinistros em que as linhas são coortes (períodos) de ocorrência, as colunas são coortes (períodos) de movimentos e os valores de sinistros entrados em cada célula do triângulo são somente os saldos

(D) O IBNR Pleno ou Global, é uma estimativa conjunta dos efeitos do IBNYR e do IBNER de modo que a Provisão de Sinistros a Liquidar acrescida do IBNR Pleno é uma forma alternativa do IBNP.

Resolução:

les

Em um plano de previdência aberto que garante aos seus participantes *AT-49Male* com 6% de juros ao ano, a seguradora deve calcular a melhor estimativa do valor de sua provisão matemática usando as seguintes premissas:

- 34

(E) Taxa de juros de 6% a.a., Tábua AT-2000 *Male* e projeção de ganho de longevidade.

u s o

Questão 08 IBA 2015

Tendo ainda as seguintes informações quanto à interpretação dos dados acima:

(ii) Ainda no primeiro triângulo, FD significa “fator de desenvolvimento de sinistro”. Por exemplo, o FD do *lag* “2 para 3” significa que, em média histórica, o saldo acumulado ao final do ano 3 é 1,03 vezes maior do que o saldo acumulado ao final do ano 2.

35

por fator de 1,16 até chegar ao saldo acumulado final em que não haverá mais pagamentos de sinistros a realizar. Note que o FDA é o produto dos FDs posteriores ao *lag* “2para3” (De fato, $1,16 = 1,03 \times 1,02 \times 1,10$).

(iv) O último FD referente ao *lag* “4para+” é, na verdade, um fator de cauda, estimado para capturar todos os desenvolvimentos futuros do saldo acumulado para anos não abrangidos pelo triângulo.

(v) O segundo triângulo representa a informação de sinistros pendentes de liquidação ao final de cada ano, também separados por anos de ocorrência.

(vi) O terceiro triângulo representa a informação de sinistros incorridos ao final de cada ano, separados por anos de ocorrência. Abaixo dele estão os respectivos FDs e FDAs associados a ele.

Com base nestas informações, responda:

Quanto à interpretação das informações dadas no enunciado acima, assinale a assertiva **FALSA**:

(A) O triângulo de sinistros incorridos acumulados é a soma do triângulo de sinistros pagos acumulados e do triângulo de sinistros pendentes.

(B) Os sinistros pagos durante 2014 relativos a sinistros ocorridos de 2010 a 2014 somam \$375.

(C) A Provisão de Sinistros a Liquidar ao Final de 2013, relativa a sinistros ocorridos de 2010 a 2013, era igual a \$370.

(D) A Provisão de Sinistros a Liquidar ao Final de 2014, relativa a sinistros ocorridos de 2010 a 2014, era igual a \$405.

(E) Os sinistros incorridos no ano de 2012, observados da data-base de 31/12/2014, são iguais a \$400, sendo que \$330 foram pagos nos anos de 2012, 2013 e 2014 e que \$70 ainda estão pendentes de liquidação na Provisão de Sinistros a Liquidar da seguradora.

Resolução:

Questão 02 IBA 2019

Qual das alternativas se refere ao risco de perdas patrimoniais em fundos de pensão decorrentes de crises financeiras generalizadas e ao instrumento mais adequado para a gestão desse tipo de risco?

- (A) Risco de Mercado e Instrumentos Derivativos.
- (B) Risco de Crédito e Análise de Crédito.
- (C) Risco de Liquidez e Código de Ética.
- (D) Risco Operacional e Segregação de Funções.
- (E) Risco Sistêmico e Formação de Contingência.

Resolução:

Questão 06 IBA 2015

Indique a alternativa correta:

Em plano de seguro de automóvel, os riscos provenientes da precificação e do provisionamento compõem o risco de:

- (A) Mercado.
(B) Crédito.
(C) Precificação.
(D) ALM.
(E) Subscrição.

Questão 03 IBA 2019

selecção dos gestores de ativos que obtiveram maior lucratividade histórica.

selecção de gestores de ativos que apresentam baixo retorno de ativos em relação aos

selecção de investimentos com gestores de ativos com alta rentabilidade histórica.

selecções.

selecção dos gestores de ativos com melhor desempenho em relação a medidas abrangentes de risco associadas à sua carteira.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Questão 05 IBA 2019

Qual dos seguintes enunciados constitui-se em uma assertiva falsa sobre o mercado de resseguros?

- (A) Apesar de esforços recentes na formalização jurídica de slips/wordings de tratados de resseguro, o contrato de resseguro ainda preserva muitos dos aspectos de um "acordo entre cavalheiros" (na britânica acepção do termo) na medida em que as disputas entre seguradoras e resseguradoras são, em sua esmagadora maioria, dirimido por arbitragem experiente e habilidosa em forúms ao próprio mercado, em nome da confidencialidade e da boa fé, sendo levadas a juízo em cortes oficiais somente em última instância e em casos de extrema gravidade.
- (B) Acordo de reciprocidade é uma técnica de pulverização de risco - alternativa ao resseguro tradicional - em que duas seguradoras compartilham seus riscos e prêmios de forma a balancear os seus portfólios de apólices, especialmente, contra riscos de acumulação geográfica.
- (C) O resseguro desempenha um papel assaz importante como proteção financeira para grandes carteira de apólices, geograficamente pulverizadas, com predominância de baixas importâncias seguradas e com resultado de subscrição alto e estável, administradas por seguradoras com grande potência de capital.
- (D) A operação de retrocessão é um foco de risco sistêmico para o mercado segurador e ressegurador porque pode conduzir a uma superconcentração de riscos de acumulação em resseguradoras com maior vulnerabilidade financeira, provocada por um uso excessivo do mecanismo de retrocessão e consequente distanciamento informacional cada vez maior entre a base segurada e o portador final do ônus associado ao risco segurado.
- (E) Resseguro ótimo é um conceito técnico que busca explicitar o dilema econômico entre os ganhos em termos de queda de volatilidade do resultado de subscrição propiciado pela aquisição de resseguro e os custos associados tanto à referida aquisição (prêmio de resseguro) como aos riscos de crédito de resseguro referente a perdas potenciais por inadimplência/impontualidade/disputas em caso de ocorrência de sinistros graves ou catastróficos.

Resolução:

[illegible]

São fatores que afetam o equilíbrio do regime de previdência social, financiado pelo regime de repartição simples, EXCETO:

Resolução:

lea

Capítulo 2

Probabilidade

2.1 Resolução Prova de 2019

Questão 11 IBA 2019

O número de chegadas de um ônibus num dado ponto de parada segue uma distribuição de Poisson com uma média de 4 chegadas por hora. Suponha que um ônibus acabe de partir quando você chega ao ponto. Qual a probabilidade de que você venha a esperar mais do que 15 minutos pelo próximo ônibus?

- (A) $1 - e^{-4}$
- (B) $1 - e^{-1}$
- (C) e^{-4}
- (D) e^{-1}
- (E) $\frac{1}{4}$

Resolução:

X = Número de chegadas de ônibus a cada 15 minutos

$X \sim \text{Poisson}(\lambda)$, $\lambda = 4/1h \rightarrow = 1/15$ minutos

$X \sim \text{Poisson}(1)$

Temos que X é o número de chegadas de ônibus a cada 15 minutos, assim a probabilidade de esperar mais do que 15 minutos é equivalente ao número de chegadas do ônibus a cada 15 minutos ser ≤ 1 , ou seja, não chegar nenhum ônibus $P(X=0)$. Assumindo X e λ tal como destacado, temos:

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) = \frac{e^{-1} \cdot 1^0}{0!} = e^{-1}$$

Resposta D

Questão 12 IBA 2019

Através do Teorema Central do Limite podemos estabelecer que o tamanho mínimo da amostra de uma população Gama (2,1) necessário para se garantir que a média amostral não diferirá da média populacional por mais de 0,2 com 95% de confiabilidade ($z_{0,975} = 1,96$) é:

- (A) 1.000
- (B) 136
- (C) 222
- (D) 192
- (E) 14

Resolução:

Através do Teorema Central do Limite temos que, o cálculo do tamanho da amostra para uma estimativa confiável da média populacional (μ) é dada por:

$$n = \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}{E} \right)^2$$

Sabemos que:

- $Z_{0,975} = 1,96$;
- $E = 0,2$, e
- como a população segue uma distribuição Gama(2,1):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta^2}} = \sqrt{\frac{2}{1^2}} = \sqrt{2}$$

Logo:

$$n = \left(\frac{1,96 \cdot \sqrt{2}}{0,2} \right)^2 \approx 192$$

Resposta D

Questão 13 IBA 2019

Considere que X tenha distribuição exponencial com a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} 0,05e^{-0,05x}, & \text{se } x \geq 0, \\ 0 & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

A probabilidade $P(X \leq 5 \mid X > 2)$ é, aproximadamente igual a:

- (A) 0,0009
- (B) 0,9522
- (C) 0,0894
- (D) 0,1393
- (E) 0,2387

Resolução:

$$P(X \leq 5 \mid X > 2) = \frac{P(2 < X < 5)}{P(X > 2)} = \frac{\int_2^5 0,05e^{-0,05x} dx}{1 - \int_0^2 0,05e^{-0,05x} dx}$$

$$\int_2^5 0,05e^{-0,05x} dx = \frac{-\cancel{0,05}e^{-0,05x}}{\cancel{0,05}} \Big|_2^5 = -e^{-0,05 \cdot 5} + e^{-0,05 \cdot 2} = -0,7788 + 0,904837 = 0,126037$$

$$\int_0^2 0,05e^{-0,05x} dx = e^{-0,05x} \Big|_0^2 = -e^{-0,05 \cdot 2} + e^{-0,05 \cdot 0} = -0,904837 + 1 = 0,095163$$

Logo,

$$P(X \leq 5 \mid X > 2) = \frac{0,126037}{1 - 0,095163} = 0,1393$$

Resposta D

Questão 14 IBA 2019

Sejam $Y_1 \sim \text{Normal}(100, 20)$ e $Y_2 \sim \text{Normal}(80, 30)$ independentes. Seja $S = 2Y_1 + Y_2$ também distribuição Normal. A probabilidade $P(|S - 262| \leq 8)$ é aproximadamente igual a:

- (A) 0,49
- (B) 0,82
- (C) 0,33
- (D) 0,16
- (E) 0,06

Resolução:

Teorema: a soma de variáveis aleatórias normais independentes é uma normal.

Sejam X_1, X_2, \dots, X_n v.a. independentes normalmente distribuídas, com:

$$E[X_i] = \mu_i;$$

$$\text{Var}[X_i] = \sigma_i^2;$$

a_1, a_2, \dots, a_n - constantes;

$$Y = a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_n X_n$$

então $Y \sim \text{Normal}(\mu_Y, \sigma_Y^2)$, onde

$$\mu_Y = a_1 \mu_{X_1} + a_2 \mu_{X_2} + \dots + a_n \mu_{X_n}, \text{ e}$$

$$\sigma_Y^2 = a_1^2 \sigma_{X_1}^2 + a_2^2 \sigma_{X_2}^2 + \dots + a_n^2 \sigma_{X_n}^2.$$

Conforme o enunciado, seja $S = 2Y_1 + Y_2$, com $Y_1 \sim N(100, 20)$ e $Y_2 \sim N(80, 30)$ independentes.

Então podemos dizer que $S \sim N(280, 110)$:

$$\mu_S = 2 \cdot 100 + 80 = 280$$

$$\sigma_S^2 = 2^2 \cdot 20 + 30 = 110$$

Em seguida, queremos encontrar $P(|S - 262| \leq 8)$, que utilizando a propriedade de módulo, equivale a:

$$P(-8 + 262 \leq S \leq 8 + 262) = P(254 \leq S \leq 270)$$

Sabemos que uma variável cuja distribuição é $N(\mu, \sigma^2)$, pode ser transformada na forma padronizada $Z \sim N(0, 1)$, da seguinte forma: $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$. Assim:

$$\begin{aligned} P\left(\frac{254 - 280}{\sqrt{110}} \leq Z \leq \frac{270 - 280}{\sqrt{110}}\right) &= P(-2,4790 \leq Z \leq -0,953463) \\ &= P(Z \leq -0,9535) - P(Z \leq -2,48) \end{aligned}$$

Utilizado a tabela da normal, temos:

$$= -0,3289 - (-0,4934) = 0,1645 \approx 0,16$$

Resposta D

Questão 15 IBA 2019

Um experimento consiste em observar o tempo de falha de lâmpadas em horas. Retira-se uma amostra aleatória de lâmpadas e obtém-se, utilizando essa amostra aleatória, o tempo médio de funcionamento até a falha igual a 400. Considere que o tempo de vida até a falha da lâmpada segue distribuição exponencial com a seguinte parametrização:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\gamma x}, & \text{se } x \geq 0, \\ 0 & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Qual o valor estimado de λ utilizando-se o Estimador de Máxima Verossimilhança?

(A) 0,0025

(B) 400

- (C) 0,01
- (D) 0,25
- (E) 0,4

Resolução:

O estimador de máxima verossimilhança da função exponencial é dado por:

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n x_i} = \frac{1}{\bar{x}}$$

como $\bar{x} = 400$,

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{400} = 0,0025$$

Resposta A

Questão 17 IBA 2019

Se A e B forem eventos quaisquer de um espaço amostral tal que $P(A \cap \bar{B}) = 0,5$ e $P(B \cap A) = 0,2$, então calcule $P(A)$.

- (A) 0,4
- (B) 0,7
- (C) 0,3
- (D) 0,1
- (E) 0,9

Resolução:

$$P(A) = P(A \cap \bar{B}) + P(B \cap A) = 0,7$$

Resposta B

Questão 18 IBA 2019

Seja X uma variável aleatória contínua com função densidade de probabilidade dada por:

$$f_x(x) = \begin{cases} 3x^2, & \text{se } 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{se } x < 0 \text{ ou } x > 1. \end{cases}$$

A probabilidade $P\left(X \leq \frac{1}{4} \mid \frac{1}{5} \leq X \leq \frac{2}{3}\right)$ é aproximadamente igual a:

- (A) 0,026
- (B) 0,054
- (C) 0,015
- (D) 0,288
- (E) 0,008

Resolução:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P\left(X \leq \frac{1}{4} \mid \frac{1}{5} \leq X \leq \frac{2}{3}\right) = \frac{P\left(\frac{1}{5} \leq X \leq \frac{1}{4}\right)}{P\left(\frac{1}{5} \leq X \leq \frac{2}{3}\right)}$$

$$P\left(\frac{1}{5} \leq X \leq \frac{1}{4}\right) = \int_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{4}} 3x^2 dx = \frac{3x^3}{3} \Big|_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 - \left(\frac{1}{5}\right)^3 = 0,007625$$

$$P\left(\frac{1}{5} \leq X \leq \frac{2}{3}\right) = \int_{\frac{1}{5}}^{\frac{2}{3}} 3x^2 dx = x^3 \Big|_{\frac{1}{5}}^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - \left(\frac{1}{5}\right)^3 = 0,288$$

Logo,

$$P\left(X \leq \frac{1}{4} \mid \frac{1}{5} \leq X \leq \frac{2}{3}\right) = \frac{0,007625}{0,288} \approx 0,026$$

Resposta A

Questão 19 IBA 2019

Considere que o logaritmo neperiano da variável aleatória de "valor de sinistro" denotada por X tem distribuição normal com média 1 e variância 2. Então o valor esperado de X será:

- (A) e^3
- (B) $e^{1+\ln 3}$
- (C) $e^{1+\frac{1}{2}}$
- (D) $\ln 5,5$
- (E) $\ln 3+\frac{1}{2}$

Resolução:

Seja $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Se $X = \log(Y)$, dizemos que Y segue uma distribuição log-normal. Sendo assim, queremos encontrar $E[Y]$, que é dada por:

$$E[Y] = E[\exp(X)] = \exp(E(X) + 0,5 \operatorname{var}(X)) = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)$$

Então,

$$E[Y] = \exp\left(1 + \frac{2^2}{2}\right) = \exp(3)$$

Resposta A

Questão 20 IBA 2019

A variável aleatória X tem função continuada com distribuição de probabilidade dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8\beta}, & \text{se } -\beta < x < \beta, \\ 0 & \text{se } |x| \geq \beta. \end{cases}$$

Sendo β uma constante positiva maior do que 1 e sendo $P(X > 1) = 0,1$, então o valor de β

será: (A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

(E) 7

Resolução:

$$\int_1^\beta \frac{1}{8\beta} dx = 0,1$$

$$\frac{1}{8\beta} x \Big|_1^\beta = 0,1$$

$$\frac{1}{8\beta} \cdot \beta - \frac{1}{8\beta} = 0,1$$

$$-\frac{1}{8\beta} = 0,1 - \frac{1}{8} \quad \times (-1)$$

$$\frac{1}{8\beta} = 0,025$$

$$8\beta \cdot 0,025 = 1$$

$$\beta = \frac{1}{8 \cdot 0,025}$$

$$\beta = 5$$

Resposta C

2.2 Resolução Prova de 2018

Questão 11 IBA 2018

Sobre uma população normal com média μ desconhecida e desvio-padrão 1 conhecido, deseja-se testar as seguintes hipóteses

$$H_0 : \mu = 7$$

$$H_1 : \mu = 8$$

Para isso, retira-se uma amostra aleatória simples de tamanho 9 e calcula-se a média amostral. Que critério de rejeição de H_0 deverá ser adotado para que tenhamos um poder de teste de 88,5% ($z_{0,115} = -1,20$) para detectar $\mu = 8$?

(A) $\overline{X}_9 > 7,4$

(B) $\overline{X}_9 > 7,6$

- (C) $\overline{X}_9 > 7,8$
 (D) $\overline{X}_9 > 8,0$
 (E) $\overline{X}_9 > 8,2$

Resolução:

Poder do teste = 88,5% $Z_{0,115} = -1,2$ $H_0 : \mu = 7$ $H_1 : \mu = 8$

Poder do teste = $1 - \beta$ $0,885 = 1 - \beta$ $\beta = 0,115$

$$\frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > Z \quad \frac{\overline{X} - 8}{\frac{1}{3}} > Z$$

$$\overline{X} - 8 > \frac{1}{3} \cdot Z$$

$$\overline{X} > \frac{1}{3}Z + 8$$

sabemos que $Z_{0,115} = -1,2$, logo

$$\overline{X} > \frac{1}{3} \cdot -1,2 + 8$$

$$\overline{X} > 7,6$$

Resposta B

Questão 12 IBA 2018

Numa urna há n bolas de cores branca ou vermelha, das quais apenas duas são brancas. Uma amostra de tamanho 4, sem reposição, é retirada da urna. Sabendo-se que a probabilidade de que as duas bolas brancas estejam presentes na amostra é 6 vezes maior que a probabilidade de que não haja bolas brancas na amostra, podemos afirmar que o número total de bolas na urna é:

- (A) 6
 (B) 10
 (C) 12
 (D) 24
 (E) 30

Resolução:

Analisando as combinações possíveis de 2 bolas brancas em uma amostra de 4 bolas (4C2 combinação de 4 dois a dois = 6)

Adotando B como bola branca e V como bola vermelha temos:

$$\bullet \text{ B B V V} = \frac{2}{n} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \frac{n-2}{n-2} \cdot \frac{n-3}{n-3} = \frac{2}{n^2-n}$$

$$\bullet \text{ B V B V} = \frac{2}{n} \cdot \frac{n-2}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} \cdot \frac{n-3}{n-3} = \frac{2}{n^2-n}$$

- $V V B B = \frac{n-2}{n} \cdot \frac{n-3}{n-1} \cdot \frac{2}{n-2} \cdot \frac{1}{n-3} = \frac{2}{n^2-n}$
- $B V V B = \frac{2}{n} \cdot \frac{n-2}{n-1} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdot \frac{1}{n-3} = \frac{2}{n^2-n}$
- $V B B V = \frac{n-2}{n} \cdot \frac{2}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} \cdot \frac{n-3}{n-3} = \frac{2}{n^2-n}$
- $V B V B = \frac{n-2}{n} \cdot \frac{2}{n-1} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdot \frac{1}{n-3} = \frac{2}{n^2-n}$

Somando todas as possibilidades, temos que a probabilidade de 2 bolas brancas brancas na amostra é:

$$\frac{12}{n^2 - n}$$

Já a probabilidade de nenhuma bola branca (probabilidade de todas vermelhas), que só existe uma combinação possível:

$$\frac{n-2}{n} \cdot \frac{n-3}{n-1} \cdot \frac{n-4}{n-2} \cdot \frac{n-5}{n-3} = \frac{(n-4) \cdot (n-5)}{n^2 - n}$$

De acordo com o exercício, a probabilidade de nenhuma branca é seis vezes menor que a probabilidade de 2 brancas, ou seja:

$$6 \cdot \left(\frac{n^2 - 9n + 20}{n^2 - n} \right) = \frac{12}{n^2 - n}$$

$$n^2 - 9n + 20 = 2$$

$$n^2 - 9n + 18$$

Resolvendo por bhaskara temos:

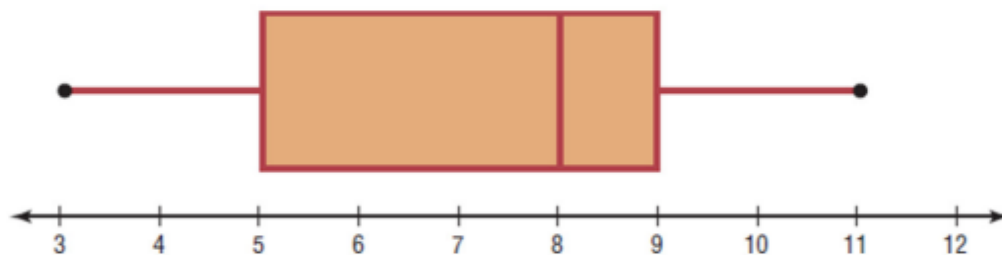
$$\Delta = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 9$$

$$x_1 = \frac{9 + \sqrt{9}}{2} = 6$$

Resposta: A

Questão 13 IBA 2018

O boxplot abaixo representa a distribuição de uma variável aleatória absolutamente contínua de interesse.



Simulando-se cinco observações independentes dessa variável aleatória, qual a probabilidade de que três delas sejam superior a 8 e as outras duas estejam entre 5 e 8, baseado na informação veiculada pelo boxplot?

- (A) $\frac{1}{4}$
- (B) $\frac{81}{4096}$
- (C) $\frac{1}{64}$
- (D) $\frac{5}{64}$
- (E) $\frac{1}{16}$

Resolução:

Existem 10 possibilidades de 3 observações serem superiores a 8 e 2 estarem entre 5 e 8.

Assumindo a observação superior a 8 como “S” e a observação entre 5 e 8 como “E”, temos:

- S S S E E
- S S E S E
- S S E E S
- S E E S S
- S E S E S
- S E S S E
- E S S S E
- E E S S S
- E S E S S
- E S S E S

Analisando o quantil fornecido pelo boxplot temos:

- Probabilidade de ser de 3 a 5 é 25%
- Probabilidade de ser de 5 a 8 é de 25%
- Probabilidade de ser de 8 a 9 é de 25%
- Probabilidade de ser de 9 a 11 é de 25%

Desta forma, a probabilidade de ser superior a 8 é de 50% e a probabilidade de ser entre 5 e 8 é de 25%.

- $S S S E E = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{128}$

Como são 10 possibilidades então: $\frac{1}{128} \cdot 10 = \frac{5}{64}$

Resposta D

Questão 14 IBA 2018 - ANULADA

Questão 15 IBA 2018

Numa certa população há 20% de fumantes. Sabe-se que 70% dos fumantes e que 20% dos não-fumantes são acometidos por doenças respiratórias. Se uma pessoa, selecionada aleatoriamente dessa população, é diagnosticada com doença respiratória, qual a probabilidade de que ela seja fumante?

- (A) $\frac{7}{15}$
- (B) $\frac{7}{10}$
- (C) $\frac{1}{5}$
- (D) $\frac{7}{50}$
- (E) $\frac{9}{10}$

Resolução:

Considerando F = Fumante, NF = Não Fumante e DR = acometido por doença respiratória e que: $P(F) = 0,2$, $P(NF) = 0,8$, $P(DR|F) = 0,7$ e $P(DR|NF) = 0,2$ então:

$$P(F|DR) = \frac{P(DR|F) \cdot P(F)}{P(DR|F) \cdot P(F) + P(DR|NF) \cdot P(NF)}$$

$$P(F|DR) = \frac{0,7 \cdot 0,2}{0,7 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,2}$$

$$P(F|DR) = \frac{0,14}{0,30}$$

$$P(F|DR) = \frac{7}{15}$$

Alternativa A

Questão 16 IBA 2018

Seja X uma variável aleatória discreta com distribuição uniforme no conjunto $\{1,2,...,10\}$. Definimos $Z = \min\{X,8\}$. Calcular e indicar nessa ordem os valores da probabilidade $P(Z=5)$ e a esperança $E(Z)$.

- (A) 0,1 e 5,4
- (B) 0,1 e 5,2
- (C) 0,2 e 5,4
- (D) 0,2 e 5,2
- (E) 0,1 e 5,6

Resolução:

$$X \sim U_D 1, 2, \dots, 10$$

$$Z = \min X, 8$$

X	Z
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	8
10	8

$$P(Z = 5) = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$E[Z] = \frac{1}{10}(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 8 + 8)$$

$$E[Z] = \frac{1}{10} \cdot 52 = 5,2$$

Resposta B

Questão 17 IBA 2018

Sejam dois eventos independentes em um espaço amostral, tais que a probabilidade de eles ocorrerem simultaneamente é $1/6$ e a probabilidade de nenhum dos dois ocorrer é $2/3$. A probabilidade de apenas um deles ocorrer é dada por:

- (A) $\frac{1}{18}$
- (B) $\frac{1}{3}$
- (C) $\frac{1}{2}$
- (D) $\frac{1}{6}$
- (E) $\frac{1}{4}$

Resolução:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{2}{3}$$

$$P(\overline{A \cup B}) = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B})$$

$$P(A \cup B) = 1 - \frac{2}{3}$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{3}$$

$$P(A \text{ ou } B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

Resposta D

Questão 18 IBA 2018

Seja $\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$ um vetor aleatório tendo distribuição normal bivariada com Y vetor de médias $\mu = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ e matriz de covariância $\sigma = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$.

Qual a distribuição de $W = 2X - Y + 2$

- (A) Normal com média 3 e variância 8
- (B) Normal com média 3 e variância 9
- (C) Normal com média 5 e variância 10
- (D) Normal com média 5 e variância 12
- (E) Normal com média 5 e variância 8

Resolução:

Teorema: Sejam X_1 e X_2 variáveis aleatórias com distribuição bivariada, então qualquer combinação linear $Y = a_1X_1 + a_2X_2 + b$ têm distribuição Normal.

Desta forma, as expressões do valor médio e d variância são conhecidos:

$$E[Y] = a_1E[X_1] + a_2E[X_2] + b$$

$$Var[Y] = a_1^2Var[X_1] + a_2^2Var[X_2] + 2 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot Cov(X_1, X_2)$$

Do enunciado temos que $X \sim N(2, 1)$, $Y \sim N(1, 2)$ e $Cov(X, Y) = -1$. Assim:

$$E[W] = 2 \cdot 2 - 1 + 2 = 5$$

$$Var[W] = 2^2 \cdot 1 + 1^2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot (-1) = 4 + 2 + 4 = 10$$

Logo, $W \sim N(5, 10)$.

Resposta C

Questão 19 IBA 2018

Um jogo consiste em lançar simultaneamente e de forma independente um dado equilibrado (a probabilidade de sair qualquer lado é a mesma) de 6 lados e uma moeda com probabilidade de dar cara igual a $1/2$. Seja X a variável associada ao valor do dado e Y a variável aleatória associada ao resultado da moeda. Se o dado mostra o valor $X = k (k = 1, 2, \dots, 6)$, ganhamos $(2k - 1)$ reais e este prêmio dobra se a moeda mostrar o resultado aleatório cara, isto é $Y = 1$. Por outro lado, se a moeda mostra o resultado aleatório coroa, isto é, $Y = 0$, o valor do prêmio continua a ser os mesmos $(2k - 1)$ reais. Definimos por M a variável aleatória prêmio recebido. O valor esperado $E(M)$ do prêmio recebido é:

- (A) 8

- (B) 9
(C) 10
(D) 11
(E) 12

Resolução:

		$Y = 0$	$Y = 1$
$X = k$	$P(X = k)$	$2k - 1$	$2(2k - 1)$
1	1/6	1	2
2	1/6	3	6
3	1/6	5	10
4	1/6	7	14
5	1/6	9	18
6	1/6	11	22
Soma	1	36	72

$$\begin{aligned}
 E[M] &= \sum_{k=1}^6 P(X = k) \cdot (2k - 1) \cdot P(Y = 0) + P(X = k) \cdot 2 \cdot (2k - 1) \cdot P(Y = 1) \\
 &= \sum_{k=1}^6 P(X = k) \cdot (2k - 1) \cdot (P(Y = 0) + 2 \cdot P(Y = 1)) \\
 &= \frac{3}{2} \cdot \sum_{k=1}^6 P(X = k) \cdot (2k - 1) \\
 &= \frac{3}{2} \cdot \left[1 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 7 \cdot \frac{1}{6} + 9 \cdot \frac{1}{6} + 11 \cdot \frac{1}{6} \right] \\
 &= \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot [1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11] \\
 &= \frac{36}{4} \\
 &= 9
 \end{aligned}$$

Resposta B

Questão 20 IBA 2018

Seja X uma variável aleatória contínua com função de densidade de probabilidade dada por

$$f(x|\theta) = \begin{cases} \frac{3}{8\theta^3}x^2, & \text{se } 0 \leq x \leq 2\theta \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.1)$$

com $\theta > 0$ um parâmetro desconhecido.

O estimador de máxima verossimilhança para o parâmetro θ à luz da amostra $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ de tamanho n é dado por:

- (A) $\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}$
- (B) $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$
- (C) $\left(\prod_{i=1}^n x_i\right)^2$
- (D) $\max\{x_1, \dots, x_n\}$
- (E) $\frac{\max\{x_1, \dots, x_n\}}{2}$

Resolução:

$$f(x|\theta) = \frac{3}{8\theta^3}x^2 I_{(0,2\theta)}^{(x)}$$

$$\begin{aligned} L(x|\theta) &= \prod_{i=1}^n \frac{3x_i^2}{8\theta^3} I_{(0,2\theta)}^{(x_i)} \\ &= \left(\frac{3}{8\theta^3}\right)^n \prod_{i=1}^n x_i^2 I_{(0,2\theta)}^{(x_i)} \end{aligned}$$

$$l(x|\theta) = n \ln\left(\frac{3}{8}\right) - 3n \ln(\theta) + \sum_{i=1}^n \ln(x_i^2) + I_{(0,2\theta)}^{(x_i)}$$

$$\frac{dl(x|\theta)}{d\theta} = \frac{-3n}{\theta}$$

Sabemos o domínio de X , $0 \leq X \leq 2\theta$. No entanto, estamos interessado no domínio de θ , onde $X_{(n)} < 2\theta$.

Portanto o valor máximo de X pode assumir ($X_{(n)}$), é menor que 2θ ($X_{(n)} < 2\theta$), o que é equivalente a dizer que $\frac{X_{(n)}}{2} < \theta$. Sendo $f(X|\theta)$ uma função decrescente (1ª derivada negativa),

ao olhar para o domínio de θ , podemos afirmar que o $EMV(\hat{\theta})$, será o θ valor máximo de X , dividido por 2, ou seja, $EMV(\hat{\theta}) = \frac{\max\{x_1, \dots, x_n\}}{2}$.

Resposta E

2.3 Resolução Prova de 2017

Questão 11 IBA 2017

Um posto de gasolina é reabastecido uma vez por semana. A função de densidade de probabilidade $f(x)$ da variável aleatória volume X (em dezenas de milhares de litros) demandado semanalmente é dada por

$$f_x(x) = \begin{cases} x - 1 & 1 \leq x \leq 2 \\ 3 - x & 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.2)$$

A quantidade mínima de abastecimento semanal de gasolina para que não haja desabastecimento em mais do que 4,5% das semanas é:

- (A) 2,3
- (B) 2,5
- (C) 2,7
- (D) 2,9
- (E) 3,0

Resolução:

$$\begin{aligned} P(1 < x < a) &= 1 - 0,045 \\ \int_1^a f(x)dx &= \int_1^2 x - 1dx + \int_2^a 3 - xdx = 1 - 0,045 \\ \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 - x \Big|_1^2 + 3x \Big|_2^a - \frac{x^2}{2} \Big|_2^a &= 0,955 \\ \frac{1}{2}(2^2 - 1^2) - (2 - 1) - 3(a - 2) - \frac{1}{2}(a^2 - 2^2) &= 0,955 \\ \frac{1}{2}(3) - 1 + 3a - 6 - \frac{1}{2}a^2 + 2 &= 0,955 \\ \frac{3}{2} - 1 - 6 + 2 + 3a - \frac{a^2}{2} &= 0,955 \end{aligned}$$

$$\frac{3}{2} - 5 + 3a - a^2 = 0,955$$

$$3 - 10 + 6a - a^2 = 1,91$$

$$-a^2 + 6a - 8,91 = 0 \cdot (-1)$$

$$a^2 - 6a + 8,91 = 0$$

Resolvendo por Bhaskara

$$\Delta = 36 - 35,64$$

$$\Delta = 0,36$$

$$a_1 = \frac{6 + 0,6}{2} = 3,3$$

$$a_1 = \frac{6 - 0,6}{2} = 2,7$$

Resposta C

Questão 12 IBA 2017

Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória da distribuição normal com média μ desconhecida e variância igual a 1. Deseja-se testar $H_0 : \mu = \mu_0$ versus $H_1: \mu \neq \mu_0$. Suponha $n = 16$ e região crítica da forma $|\bar{X} - \mu| \geq c$. O valor de c tal que a significância do teste seja 0,01 é, aproximadamente, igual a:

- (A) 0,32
- (B) 0,41
- (C) 0,49
- (D) 0,58
- (E) 0,64

Resolução:

X_1, \dots, X_n amostra aleatória $X \sim N(\mu, 1)$ $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{1}{16})$

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$$

$$|\bar{X} - \mu_0| \geq c \text{ (Região Crítica)}$$

Observação: $|x| \geq a$ significa que $x \geq a$ ou $x \leq -a$

Região Crítica

Como o teste tem nível de significância 0,01 e é um teste bicaudal, para olhar na tabela da normal temos

$$0,5 - 0,005 = 0,495$$

$$\text{desta forma } Z = 2,56$$

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{1}{4}} \geq c \text{ ou } \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{1}{4}} \leq c$$

$$\bar{X} - \mu_0 \geq 4c$$

$$4c = 2,56$$

$$c = 0,64$$

Resposta E

Questão 13 IBA 2017

As principais qualidades de um estimador de parâmetros estatísticos são:

- (A) risco mínimo, ausência de vício, suficiência, proximidade
- (B) consistência, ausência de vício, eficiência, suficiência
- (C) risco mínimo, proximidade, eficiência, suficiência
- (D) consistência, ausência de vício, proximidade, suficiência
- (E) proximidade, ausência de vício, eficiência, suficiência

Resolução:

As principais qualidades de um estimador são: Consistência, ausência de vício, eficiência e suficiência

Resposta B

Questão 14 IBA 2017

Ao analisar dados experimentais de uma certa variável aleatória contínua de interesse, foi observado que o histograma dos dados se comportava como uma parábola restrita ao intervalo $[0,3]$ e, por isso, resolveu-se modelar probabilisticamente a variável segundo a seguinte função de

densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} cx^2, & \text{se } 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.3)$$

O valor da mediana da distribuição teórica é dado por

- (A) $\frac{3}{2}$
- (B) $\frac{3}{4}$
- (C) $\frac{3\sqrt[3]{4}}{2}$
- (D) $\sqrt[3]{4,5}$
- (E) $\frac{1}{2}$

Resolução:

Sabe-se que uma distribuição de probabilidade tem como característica que a integral em todo seu domínio deve ser 1, então:

$$\int_0^3 cx^2 dx = 1$$

$$\frac{cx^3}{3} \Big|_0^3 = 1$$

$$\frac{c}{3}(3^3 - 0^3) = 1$$

$$\frac{27c}{3} = 1$$

$$9c = 1$$

$$c = \frac{1}{9}$$

md= mediana

$$\int_0^{md} \frac{1}{9} x^2 dx = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{9} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^{md} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{27}(md^3 - 0^3) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{md^3}{27} = \frac{1}{2}$$

$$2md^3 = 27$$

$$md^3 = \frac{27}{2}$$

$$md = \sqrt[3]{\frac{27}{3}}$$

$$md = \frac{3}{\sqrt[3]{2}} \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{3^3 \sqrt[3]{4}}{2}$$

Resposta C

Questão 15 IBA 2017

Uma seguradora classifica seus segurados em duas categorias de risco: 70% dos segurados são classificados como de "baixo risco" e 30%, de "alto risco". As probabilidades de que um segurado de "baixo risco" e um segurado de "alto risco" reclamem por indenização em um determinado ano são, respectivamente, de 0,20 e 0,60. Um segurado reclama uma indenização de sinistro neste ano. A probabilidade de que o segurado que reclamou a indenização seja de "baixo risco" é igual a:

- (A) 3/8
- (B) 5/8
- (C) 3/16
- (D) 7/16
- (E) 7/4

Resolução:

$$P(BR) = 0,7 \quad P(I | BR) = 0,2$$

$$P(AR) = 0,3 \quad P(I | AR) = 0,6$$

$$P(BR | I) = \frac{P(I | BR) \cdot P(BR)}{P(I | BR) \cdot P(BR) + P(I | AR) \cdot P(AR)}$$

$$\frac{\frac{20}{100} \cdot \frac{70}{100}}{\frac{20}{100} \cdot \frac{70}{100} + \frac{60}{100} \cdot \frac{30}{100}}$$

$$\frac{\frac{7}{50}}{\frac{7}{50} + \frac{9}{50}}$$

$$\frac{\frac{7}{50}}{\frac{16}{50}}$$

$$\frac{7}{16}$$

Resposta D

Questão 16 IBA 2017

Numa amostra de 40 observações, foram reconhecidos dois valores atípicos (outlier), a saber, 28 e 320. Sabendo-se que a média da amostra completa foi 60, que percentual de variação sofreria esta média, se fossem desconsiderados os valores atípicos?

- (A) -16%
- (B) $-24,4\%$
- (C) -10%
- (D) $+20\%$
- (E) $+15\%$

Resolução:

$n = 40$, 28 e 320 são *outliers*

$$\bar{X} = 60$$

$$\frac{28 + 320 + \sum x_i}{40} = 60$$

$$28 + 320 + \sum x_i = 2400$$

$$\sum x_i = 2400 - 20 - 320$$

$$\sum x_i = 2052$$

$$\bar{X}_n = \frac{2052}{38} = 54$$

$$\text{Variação é } 60 - 54 = 6$$

Regra de 3 temos que

60 equivale a 100%, logo, 6 equivale a 10%

Resposta C

Questão 17 IBA 2017

Uma amostra aleatória de tamanho 5 foi obtida de uma população e os dados obtidos foram modificados da seguinte forma: adicionou-se aos dados o valor de 4 e em seguida esses resultados foram divididos por 2. Se a média e a variância dos dados modificados foram respectivamente, 10 e 4, qual o valor do coeficiente de variação dos dados originais?

- (A) $\frac{1}{4}$
- (B) $\frac{1}{5}$
- (C) $\frac{4}{5}$
- (D) $\frac{16}{5}$
- (E) $\frac{2}{5}$

Resolução:

$$X_m = \frac{x_i + 4}{2}$$

$$E(X_m) = 10$$

$$Var(X_m) = 4$$

$$\frac{1}{2}(\sum x_i + 20)$$

$$E(X_m) = \frac{\frac{1}{2}(\sum x_i + 20)}{5} = 10$$

$$E(X_m) = \frac{1}{2}(\sum x_i + 20) = 50$$

$$E(X_m) = (\sum x_i + 20) = 100$$

$$E(X_m) = \sum x_i = 80$$

$$\bar{X}_0 = \frac{80}{5} = 16$$

$$Var(X_m) = \frac{1}{4}Var(\sum x_i) = 4$$

$$Var(\sum x_i) = 16$$

$$DP(\sum x_i) = 4$$

$$CV = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Resposta A

Questão 18 IBA 2017 - ANULADA

Questão 19 IBA 2017

Seja X uma variável aleatória absolutamente contínua com função de densidade de probabilidade dada por $f(x) = \frac{1}{\beta}$, para $0 \leq x \leq \alpha$, e $f(x) = 0$, caso contrário, com $\alpha > 0$ e $\beta > 0$. Se a mediana da distribuição vale 4, então o valor de **a** é:

(A) $\sqrt{2}$

(B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(C) 1

(D) $\frac{1}{2}$

(E) $4\sqrt{2}$

Resolução:

$$md = \int_0^4 \frac{1}{\beta} x dx = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\beta} \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2\beta} (4^2 - 0^2) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{16}{\beta} = 1$$

$$\beta = 16$$

$$\int_0^a \frac{1}{16} x dx = 1$$

$$\frac{1}{16} \frac{x^2}{2} \Big|_0^a = 1$$

$$\frac{1}{32} (a^2 - 0^2) = 1$$

$$a^2 = 32$$

$$a = \sqrt{32}$$

$$a = \sqrt{2^5}$$

$$a = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2}$$

$$a = 4\sqrt{2}$$

Resposta E

Questão 20 IBA 2017

Sejam X e Y duas variáveis aleatórias independentes, tais que $X \sim N(1, 1)$ e $Y \sim N(1, 8)$. Definindo $W = -X + Y + 5$ e $\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du$ qual o valor de $P(2 < W < 7)$?

- (A) $\phi\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) - \phi\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- (B) $\phi\left(\frac{2\sqrt{7}}{7}\right) - \phi\left(-\frac{3\sqrt{7}}{7}\right)$
- (C) $\phi\left(\frac{\sqrt{14}}{7}\right) - \phi\left(-\frac{3\sqrt{14}}{7}\right)$
- (D) $\phi\left(-\frac{2}{3}\right) - \phi(-2)$
- (E) $\phi\left(\frac{2}{3}\right) - \phi(-1)$

Resolução:

$X \sim N(1, 1)$ e $Y \sim N(1, 8)$

$W = -X + Y + 5$, logo $E[W] = -1 + 1 + 5 = 5$

$Var(W) = (-1)^2 \cdot 1 + 1^2 \cdot 8 = 9$

$W \sim N(5, 9)$

$P(2 < W < 7) = P\left(\frac{2-5}{3} < z < \frac{7-5}{3}\right)$

$P(2 < W < 7) = P\left(-1 < z < \frac{2}{3}\right)$

$P(2 < W < 7) = \Phi\left(\frac{2}{3}\right) - \Phi(-1)$

Resposta E

2.4 Resolução Prova de 2016

Questão 11 IBA 2016

O número de acessos a uma determinada página da internet é modelado segundo um processo de Poisson com uma taxa média de 12 acessos por hora. Qual a probabilidade da página ser acessada por exatamente três usuários entre 8:45h e 8:50h?

- (A) $\frac{1}{2e}$
- (B) $\frac{1}{3e}$
- (C) $\frac{1}{4e}$
- (D) $\frac{1}{6e}$
- (E) $\frac{1}{12e}$

Resolução:

$$\lambda = 12 \text{ acessos/h}$$

$$\lambda = 12 \text{ acessos/60 minutos}$$

$$\lambda = 0,2 \text{ acessos/1 minuto}$$

$$\lambda = 1 \text{ acesso/5 minutos}$$

X : número de acessos, e $X \sim \text{Poisson}$

$$\begin{aligned} P(X = 3) &= \frac{e^{-1} \cdot 1^3}{3!} \\ &= \frac{e^{-1}}{6} \\ &= \frac{1}{6e} \end{aligned}$$

Resposta D

Questão 12 IBA 2016

Sejam X e Y duas variáveis independentes tais que $P(X = n) = P(Y = n) = \frac{1}{2^n}$, para $n = 1, 2, 3, \dots$. Seja $W = \max(X, Y)$.

Qual o valor de $P(W = 2)$?

- (A) $\frac{1}{16}$
- (B) $\frac{1}{18}$
- (C) $\frac{1}{4}$
- (D) $\frac{5}{16}$
- (E) $\frac{9}{16}$

Resolução:

$$P(X = n) = P(Y = n) = \frac{1}{2^n} \text{ e } W = \max X, Y$$

n	$P(X)$	$P(Y)$
1	$P(X = 1) = \frac{1}{2}$	$P(Y = 1) = \frac{1}{2}$
2	$P(X = 2) = \frac{1}{4}$	$P(Y = 2) = \frac{1}{4}$

$W = \max(X, Y) = 2$ só se:

$$X = 2 \text{ e } Y = 1$$

$$X = 1 \text{ e } Y = 2$$

$$X = 2 \text{ e } Y = 2$$

$$P(W = 2) = P(X = 2, Y = 1) + P(X = 1, Y = 2) + P(X = 2, Y = 2)$$

$$P(W = 2) = P(X = 2) \cdot P(Y = 1) + P(X = 1) \cdot P(Y = 2) + P(X = 2) \cdot P(Y = 2)$$

$$P(W = 2) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}$$

$$P(W = 2) = \frac{5}{16}$$

Resposta D

Questão 13 IBA 2016

Duas variáveis aleatórias de interesse, X e Y , são tais que a variância de X é 8, a variância de Y é 2 e a variância de $X - Y$ é 6. Qual o valor do coeficiente de correlação entre X e Y ?

(A) $-\frac{1}{2}$

(B) $-\frac{3}{4}$

(C) 0

(D) $\frac{1}{2}$

(E) $\frac{3}{4}$

Resolução:

$$Var(X) = 8 \text{ e } Var(Y) = 2 \quad Var(X - Y) = 6$$

$$\rho_{xy} = \frac{cov(x, y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$Var(X - Y) = Var(X) + Var(Y) - 2 \cdot Cov(X, Y)$$

$$6 = 8 + 2 - 2 \cdot Cov(X, Y)$$

$$6 - 8 - 2 = -2 \cdot Cov(X, Y)$$

$$-4 = -2 \cdot Cov(X, Y)$$

$$\text{Cov}(X, Y) = 2$$

$$\rho_{xy} = \frac{2}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{16}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Resposta D

Questão 14 IBA 2016

Sejam X , Y e Z três variáveis aleatórias, tais que $\text{Var}(X) = 2$, $\text{Var}(Y) = 1$, $\text{Var}(Z) = 2$, $\text{Cov}(X, Y) = -1$, $\text{Cov}(X, Z) = 1$ e $\text{Cov}(Y, Z) = -1$. Defina a variável aleatória $W = -3X + 2Y - 3Z + 2$. Qual o valor da variância da variável aleatória W ?

- (A) 0
- (B) 22
- (C) 40
- (D) 82
- (E) 84

Resolução:

$$w = -3x + 2y - 3z + 2$$

$$\text{Var}(w) = \text{var}(-3x + 2y - 3z + 2)$$

$$\text{Var}(\sum_{i=1}^n x_i) = \sum \text{Var}(x_i) + 2 \sum ab \text{ cov}(ax_i, bx_j)$$

$$\text{Var}(w) = \text{Var}(-3x) + \text{Var}(2y) + \text{Var}(-3z) + 2[\text{cov}(-3x, 2y) + \text{cov}(-3x, -3z) + \text{cov}(2y, -3z)]$$

$$\text{Var}(w) = 9\text{Var}(x) + 4\text{Var}(y) + 9\text{Var}(z) + 2[(-3)(2)\text{cov}(x, y) + (-3)(-3)\text{cov}(x, z) + (2)(3)\text{cov}(y, z)]$$

$$\text{Var}(w) = 9(2) + 4(1) + 9(2) + 2[-6(-1) + 9(1) - 6(-1)]$$

$$\text{Var}(w) = 18 + 4 + 18 + 2(6 + 9 + 6)$$

$$\text{Var}(w) = 40 + 2(21)$$

$$\text{Var}(w) = 40 + 42$$

$$\text{Var}(w) = 82$$

Resposta D

Questão 15 IBA 2016

Um determinado componente tem a vida útil (em horas) regida pela distribuição exponencial com média μ horas. Qual a probabilidade de um dado componente atender à demanda de μ horas?

- (A) e^{-1}
- (B) $\frac{1}{2}$
- (C) $e^{-\mu^2}$
- (D) $e^{-\mu}$
- (E) $e^{-1/2}$

Resolução:

X : Vida útil (horas)

$X \sim Exp$

média = μ

$E[X] = \frac{1}{\lambda}$ então, $\mu = \frac{1}{\lambda}$ ou seja, $\lambda = \frac{1}{\mu}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\mu} e^{-\frac{1}{\mu}x}, x \geq 0 \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} P(X > \mu) &= \int_{\mu}^{+\infty} \frac{1}{\mu} e^{-\frac{1}{\mu}x} dx \\ &= \frac{1}{\mu} \cdot \int_{\mu}^{+\infty} e^{-\frac{1}{\mu}x} dx \end{aligned}$$

utilizando a técnica de substituição temos: $t = \frac{-1}{\mu}x \quad dt = -\frac{1}{\mu} dx = -\mu dt$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\mu} \cdot \int_{\mu}^{+\infty} e^t (-\mu dt) \\ &= \frac{-\mu}{\mu} \int_{\mu}^{+\infty} e^t dt \\ &= -e^t \Big|_{\mu}^{+\infty} \end{aligned}$$

voltando a substituição de variáveis temos

$$\begin{aligned} &= e^{-\frac{1}{\mu}x} \Big|_{\mu}^{+\infty} \\ &= \lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-\frac{1}{\mu}x} \Big|_{\mu}^t \\ &= \lim_{t \rightarrow +\infty} -(e^{-\frac{1}{\mu} \cdot t} - e^{-\frac{1}{\mu} \cdot \mu}) \end{aligned}$$

como $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-\frac{1}{\mu}t}$ tende a 0

$$P(X > \mu) = e^{-1}$$

Resposta A

Questão 16 IBA 2016

Seja X uma variável aleatória contínua com função de densidade de probabilidade dada pela função polinomial de segundo grau abaixo

$$f_x(x) = \begin{cases} \beta x(2-x), & \text{se } 0 < x < 2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.4)$$

com $\beta > 0$ uma constante. Qual o valor da constante β ?

- (A) $\frac{3}{4}$
- (B) $\frac{1}{4}$
- (C) 1
- (D) $\frac{1}{2}$
- (E) 2

Resolução:

Elevando ambos os lados ao quadrado, temos

$$\int_0^2 \beta x(2-x) dx = \beta \int_0^2 2x - x^2 dx = 1$$

$$\beta \left[2 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^2 - \frac{x^3}{3} \Big|_0^2 \right] = 1$$

$$\beta \left[(2^2 - 0^2) - \frac{1}{3}(2^3 - 0^3) \right] = 1$$

$$\beta \left[4 - \frac{8}{3} \right] = 1$$

$$\frac{4}{3}\beta = 1$$

$$\beta = \frac{3}{4}$$

Resposta A

Questão 17 IBA 2016

Seja X uma variável com distribuição Binomial com média 3 e desvio padrão $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Qual a probabilidade de se obter exatamente um sucesso na amostra?

- (A) $\frac{27}{128}$
- (B) $\frac{9}{256}$
- (C) $\frac{1}{12} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2$
- (D) $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2$
- (E) $\frac{3}{64}$

Resolução:

$X \sim \text{Binomial}(n, p)$, sabendo que $E[X] = 3$, temos que $E[X] = np = 3$

Sabendo que $DP(X) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, temos que $\sqrt{npq} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

desta forma, temos:

$$\begin{cases} np = 3(I) \\ 2\sqrt{npq} = \sqrt{3}(II) \end{cases}$$

Substituindo I em II, temos:

$2(\sqrt{3q}) = \sqrt{3}$ elevando ambos lados ao quadrado temos:

$$4 \cdot 3q = 3$$

$$12q = 3$$

$$q = \frac{3}{12}$$

$$q = \frac{1}{4}$$

como sabemos que $q = 1 - p$

$$-p = -\frac{1}{4} - 1$$

$$-p = -\frac{3}{4} \cdot (-1)$$

$$p = \frac{3}{4}$$

como sabemos que $np = 3$

$$n \cdot \frac{3}{4} = 3$$

$$\frac{n}{4} = 1$$

$$n = 4$$

Desta forma

$$P(X = 1) = \binom{4}{1} \left(\frac{3}{4}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3$$
$$4 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{64}$$
$$\frac{3}{64}$$

Resposta E

Questão 18 IBA 2016

Sejam A e B dois eventos quaisquer pertencentes ao mesmo espaço amostral. Considere que as probabilidades $P(A)$ e $P(B)$ são diferentes de zero e que a probabilidade da interseção entre eles $P(A \cap B)$ é também diferente de zero. A probabilidade condicional de B dado que A ocorre, isto é, $P(B|A)$ é calculada pela fórmula

- (A) $P(B|A) = P(A \cap B) \cdot P(A)$
- (B) $P(B|A) = P(A \cap B) / P(A)$
- (C) $P(B|A) = P(A \cap B) / P(B)$
- (D) $P(B|A) = P(A \cap B) \cdot P(A) \cdot P(B)$
- (E) $P(B|A) = P(A \cap B) / P(A) \cdot P(B)$

Resolução:

$$P(A) \neq 0 \text{ e } P(B) \neq 0$$

$$P(A \cap B) \neq 0$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Resposta B

Questão 19 IBA 2016

Seja X uma característica de interesse de uma população modelada por função de densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 e^{-x^3} & x \geq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.5)$$

A mediana desta característica nesta população é dada por:

(A) $\sqrt{\ln 2}$

(B) $3 \ln 2$

(C) $\sqrt[3]{\ln 2}$

(D) $\ln 2$

(E) $\ln \sqrt[3]{2}$

Resolução:

$$\int_0^{md} 3x^2 e^{-x^3} dx = \frac{1}{2}$$

Utilizando a técnica de substituição, temos:

$$u = -x^3 \quad du = -3x^2 dx \quad dx = -\frac{du}{3x^2}$$

$$\int_0^{md} 3x^2 e^u \frac{-du}{3x^2} = \frac{1}{2}$$

$$- \int_0^{md} e^u du = \frac{1}{2}$$

$$-e^u \Big|_0^{md} = \frac{1}{2}$$

Voltando a substituição de variáveis temos

$$-e^{-x^3} \Big|_0^{md} = \frac{1}{2}$$

$$-(e^{-md^3} - e^0) = \frac{1}{2}$$

$$-e^{-md^3} + 1 = \frac{1}{2}$$

$$-e^{-md^3} = -1 + \frac{1}{2}$$

$$-e^{-md^3} = -\frac{1}{2} \cdot (-1)$$

$$e^{-md^3} = \frac{1}{2} \text{ aplicando } \ln$$

$$-md^3 = \ln \left(\frac{1}{2} \right) \text{ utilizando propriedade de } \ln$$

$$-md^3 = \ln(1) - \ln(2)$$

$$-md^3 = -\ln(2) \cdot (-1)$$

$$md^3 = \ln(2)$$

$$md = \sqrt[3]{\ln(2)}$$

Questão 20 IBA 2016

Considere dois possíveis cenários para um dado investimento a um horizonte mensal: um otimista e outro pessimista. A chance do cenário otimista se concretizar é de 70% e a do pessimista 30%. Em se concretizando o cenário otimista, a taxa de juros R mensal deste investimento segue uma distribuição uniforme sobre o intervalo $[0.1, 0.4]$. Entretanto, se o cenário pessimista se concretizar, a taxa de juros mensal desse investimento segue uma distribuição exponencialmente distribuída com parâmetro 8. Aplicando uma quantia de R\$2000,00 neste investimento, qual o seu montante esperado ao cabo de um mês?

- (A) R\$2.275,00
- (B) R\$2.235,00
- (C) R\$2.325,00
- (D) R\$2.375,00
- (E) R\$2.425,00

Resolução:

Otimista $P(O) = 0,7 \ U[0, 1; 0, 4]$ logo, $E[X] = \frac{0,1+0,4}{2} = \frac{0,5}{2} = \frac{1}{4}$

Esperança de juros no cenário otimista

$$2000 \cdot \frac{1}{4} \cdot 0,7 = 350$$

Pessimista $P(P) = 0,3 \ Exp(8)$, logo $E[X] = \frac{1}{8}$

Esperança de juros no cenário pessimista

$$2000 \cdot \frac{1}{8} \cdot 0,3 = 75$$

Assim,

$$2000 + 350 + 75 = 2425$$

Resposta E

2.5 Resolução Prova de 2015

Questão 11 IBA 2015

Ao analisar dados experimentais de uma certa variável aleatória contínua de interesse, foi observado que o histograma dos dados se comportava como uma parábola restrita ao intervalo $[0,3]$ e por isso resolveu-se modelar probabilisticamente a variável segundo a seguinte função de densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} cx^2, & \text{se } 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.6)$$

O valor da mediana da distribuição teórica é dado por

- (A) $\frac{3}{2}$
- (B) $\frac{3}{4}$
- (C) $\frac{3\sqrt[3]{4}}{2}$
- (D) $\sqrt[3]{4,5}$
- (E) $\frac{1}{2}$

Resolução:

Sabe-se que uma distribuição de probabilidade tem como característica que a integral em todo seu domínio deve ser 1, então:

$$\int_0^3 cx^2 dx = 1$$

$$\frac{cx^3}{3} \Big|_0^3 = 1$$

$$\frac{c}{3}(3^3 - 0^3) = 1$$

$$\frac{27c}{3} = 1$$

$$9c = 1$$

$$c = \frac{1}{9}$$

md= mediana

$$\int_0^{md} \frac{1}{9}x^2 dx = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{9} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^{md} &= \frac{1}{2} \\ \frac{1}{27}(md^3 - 0^3) &= \frac{1}{2} \\ \frac{md^3}{27} &= \frac{1}{2} \\ 2md^3 &= 27 \\ md^3 &= \frac{27}{2} \\ md &= \sqrt[3]{\frac{27}{2}} \\ md &= \frac{3}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{3^3 \sqrt[3]{4}}{2}\end{aligned}$$

Resposta C

Questão 12 IBA 2015

A vida útil (em 1000 horas) de um aparelho elétrico é modelada segundo uma distribuição normal com média de 6 horas e desvio padrão de 3 horas. Uma amostra aleatória de 25 aparelhos é retirada da produção e seus tempos de vida são registrados. Definindo $\Phi(z) = P(Z \leq z)$ onde Z tem distribuição normal padrão, a expressão que denota a probabilidade de que a média amostral seja superior a 5,5 horas é dada por:

- (A) $\Phi\left(-\frac{5}{6}\right)$
- (B) $1 - \Phi\left(-\frac{5}{6}\right)$
- (C) $\Phi\left(-\frac{25}{18}\right)$
- (D) $1 - \Phi\left(-\frac{25}{18}\right)$
- (E) $1 - \Phi\left(-\frac{25}{6}\right)$

Resolução:

$$\begin{aligned}P(\bar{X} > 5,5) &= P\left(Z > \frac{5,5 - 6}{\frac{3}{\sqrt{25}}}\right) \\ P(\bar{X} > 5,5) &= P\left(Z > \frac{-0,5}{\frac{3}{5}}\right) \\ &= P\left(Z > \frac{-5}{6}\right)\end{aligned}$$

Esta probabilidade será 1 menos a probabilidade de z acumulado até $-\frac{5}{6}$, ou seja.

$$1 - \Phi\left(-\frac{5}{6}\right)$$

Resposta A

Questão 13 IBA 2015

Num grupo de 10 pessoas, há 4 homens e 6 mulheres. Dentre os homens 3 são canhotos e dentre as mulheres 2 são canhotas. Seleccionadas duas pessoas aleatoriamente e sem reposição do grupo, qual a probabilidade de que a amostra contenha pelo menos uma pessoa destra ou pelo menos uma mulher?

- (A) $\frac{4}{5}$
- (B) $\frac{61}{100}$
- (C) $\frac{31}{100}$
- (D) $\frac{14}{15}$
- (E) $\frac{7}{15}$

Resolução:

Homens: 3 HC e 1HD

Mulheres: 4MD e 2MC

Retirando a probabilidade do primeiro ser HC e o segundo ser HC

$$P(2HC) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$$

logo,

$$P(DouM) = 1 - \frac{1}{15} = \frac{14}{15}$$

Resposta D

Questão 14 IBA 2015

Uma variável aleatória absolutamente contínua Y , definida no intervalo $(-1,7)$, tem distribuição simétrica e possui variância igual a 2. Definindo-se a variável aleatória $Z = 2Y - 1$, podemos afirmar que a média e o desvio padrão de Z são dados por:

- (A) 5 e $2\sqrt{2}$
- (B) 5 e $\sqrt{7}$

- (C) 5 e $\sqrt{3}$
 (D) 7 e 7
 (E) 7 e $\sqrt{3}$

Resolução:

$$-1 < Y < 7 \text{ simétrica } Var(Y) = 2$$

Se a distribuição é simétrica, a média tem que estar no ponto médio entre -1 e 7, ou seja no ponto: $\frac{7-1}{2} = 3$

$$E[Y] = 3 \text{ e } Var[Y] = 2$$

$$E[Z] = E[2Y - 1] = 2(E[Y]) - 1$$

$$2 \cdot (3) - 1 = 5$$

$$Var[Z] = Var[2Y - 1] = 4Var[Y] = 4 \cdot 2 = 8$$

$$DP(Z) = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Resposta A

Questão 16 IBA 2015

Consideremos três apostadores chamados A, B e C. Eles lançam sucessivamente uma mesma moeda com probabilidade de dar cara igual a $1/2$, na ordem a seguir:

O apostador A lança primeiro, logo segue B e finalmente C. O jogo consiste em lançar a moeda até obter a primeira cara. Ganha o jogo o apostador que conseguir obter primeiro uma cara. Assuma que os lançamentos são independentes. Indique qual é a probabilidade do apostador B ganhar o jogo.

- (A) $1/7$
 (B) $2/7$
 (C) $3/7$
 (D) $4/7$
 (E) $5/7$

Resolução:

$$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{2}$$

Na primeira rodada

B só ganha se o A não tiver ganho e se ele obter uma cara

$$P(A \text{ não ganhar}) = \frac{1}{2}$$

$$P(B \text{ obter cara}) = \frac{1}{2}$$

logo, a chance de B ganhar na primeira rodada é $\frac{1}{4}$

$$P(ANG \text{ primeira rodada}) = \frac{1}{2}$$

$$P(BNG \text{ primeira rodada}) = \frac{1}{2}$$

$$P(CNG \text{ primeira rodada}) = \frac{1}{2}$$

$$P(ANG \text{ segunda rodada}) = \frac{1}{2}$$

$$P(B \text{ não tirar cara na segunda rodada}) = \frac{1}{2}$$

$$\text{ou seja, } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$$

$$P(B \text{ ganhar na primeira rodada}) = \frac{1}{4}$$

$$P(B \text{ ganhar na segunda rodada}) = \frac{1}{32}$$

$$P(B \text{ ganhar na primeira rodada}) = \frac{1}{256}$$

$$P(B \text{ ganhar}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{256} + \dots + PG \text{ Infinita}$$

Sabemos que

$$S_n = \frac{a_1}{1 - q}$$

onde q é a razão e a_1 é o primeiro elemento.

$$a_1 = \frac{1}{4} \text{ e } q = \frac{\frac{1}{32}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Então, } S_n = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{8}}$$

$$S_n = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{7}{8}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{7} = \frac{2}{7}$$

B

Questão 17 IBA 2015

Seja X uma variável aleatória discreta com distribuição uniforme no conjunto $\{1, 2, \dots, 10\}$. Definimos $Z = \min\{X, 8\}$. Calcular e indicar nessa ordem os valores da probabilidade $P(Z=5)$ e a esperança $E(Z)$.

(A) 0,1 e 5,4

(B) 0,1 e 5,2

(C) 0,2 e 5,4

(D) 0,2 e 5,2

(E) 0,1 e 5,6

Resolução:

$$X \sim U_D 1, 2, \dots, 10$$

$$Z = \min X, 8$$

X	Z
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	8
10	8

$$P(Z = 5) = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$E[Z] = \frac{1}{10}(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 8 + 8)$$

$$E[Z] = \frac{1}{10} \cdot 52 = 5,2$$

Resposta B

Questão 18 IBA 2015

Sejam dois eventos independentes em um espaço amostral, tais que a probabilidade deles ocorrerem simultaneamente é $1/6$ e a probabilidade de nenhum dos dois ocorrer é $2/3$. A probabilidade de apenas um deles ocorrer é dada por:

(A) $1/18$

(B) $1/3$

- (C) $1/2$
 (D) $1/6$
 (E) $1/4$

Resolução:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{2}{3}$$

$$P(\overline{A \cup B}) = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B})$$

$$P(A \cup B) = 1 - \frac{2}{3}$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{3}$$

$$P(A \text{ ou } B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

Resposta D

Questão 19 IBA 2015

Seja X uma variável aleatória com função de distribuição dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ 1/4 & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 2/5 & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ \frac{2x-3}{2} & \text{se } 2 \leq x < 2,5 \\ 1 & \text{se } x \geq 2,5 \end{cases} \quad (2.7)$$

Qual o valor esperado de X ?

- (A) $9/8$
 (B) $61/40$
 (C) $1/2$
 (D) $59/40$
 (E) 1

Resolução:

$$X = 0 \rightarrow P(X = 0) = 0,25$$

$$X = 1 \rightarrow P(X = 1) = 0,15$$

$$X = 2 \rightarrow P(X = 2) = 0,5 - 0,25 - 0,15 = 0,1$$

Esperança da discreta

$$E[X] = 0 \cdot 0,25 + 1 \cdot 0,15 + 2 \cdot 0,1 = 0,35$$

$$2 < X < 2,5 \rightarrow f(x) = 1$$

Esperança da contínua

$$E[X] = \int_2^{2,5} x dx$$

$$E[X] = \frac{x^2}{2} \Big|_2^{2,5}$$

$$E[X] = \frac{1}{2}(2,5^2 - 2^2) = 1,125$$

$$E[X] = 0,35 + 1,125 = 1,475 = \frac{1475}{1000} = \frac{59}{40}$$

Resposta D

Questão 20 IBA 2015

Uma seguradora classifica seus segurados em duas categorias de risco: 70% dos segurados são classificados como de “baixo risco” e 30% de “alto risco”. As probabilidades de que um segurado de “baixo risco” e de “alto risco” reclamem por indenização em um determinado ano são, respectivamente, de 0,20 e 0,60. Um segurado reclama uma indenização de sinistro neste ano. A probabilidade de que o segurado que reclamou a indenização seja de “baixo risco” é igual a:

- (A) 3/8
- (B) 5/8
- (C) 3/16
- (D) 7/16
- (E) 1/4

Resolução:

$$P(BR) = 0,7 \quad P(I | BR) = 0,2$$

$$P(AR) = 0,3 \quad P(I | AR) = 0,6$$

$$P(BR | I) = \frac{P(I | BR) \cdot P(BR)}{P(I | BR) \cdot P(BR) + P(I | AR) \cdot P(AR)}$$

$$\frac{\frac{20}{100} \cdot \frac{70}{100}}{\frac{20}{100} \cdot \frac{70}{100} + \frac{60}{100} \cdot \frac{30}{100}}$$

$$\frac{\frac{7}{50}}{\frac{7}{50} + \frac{9}{50}}$$

$$\frac{\frac{7}{50}}{\frac{16}{50}}$$

$$\frac{7}{16}$$

Resposta D

2.6 Resolução Prova de 2014

Questão 11 IBA 2014

Três urnas contêm, cada uma, 5 bolas de cores diferentes (branca, azul, vermelha, verde e preta). Um experimento consiste em selecionar uma bola de cada urna e verificar as cores obtidas. Qual a probabilidade de que haja exatamente duas cores coincidentes dentre as três bolas retiradas?

- (A) $1/25$
- (B) $4/125$
- (C) $12/25$
- (D) $2/5$
- (E) $3/5$

Resolução:

$$P(2 \text{ cores iguais}) = 1 - [P(\text{ todos iguais }) + P(\text{ todos diferentes})]$$

$$P(\text{ todos iguais }) = 5 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$$

$$P(\text{ todas diferentes }) = \text{primeira} \forall \text{ cores, segunda} \forall \text{ cores} \neq \text{primeira, terceira} \forall \text{ cores} \neq \text{primeira e segunda}$$

$$P(\text{ todas diferentes }) = \left(5 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}\right) + \left(4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}\right) + \left(3 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}\right) \cdot 5$$

$$P(\text{ todas diferentes }) = 5 \left(\frac{1}{25} + \frac{4}{125} + \frac{3}{125}\right) = \frac{512}{125} = \frac{60}{125}$$

$$P(2 \text{ cores iguais}) = 1 - \frac{1}{25} - \frac{60}{125} = \frac{12}{25}$$

Questão 12 IBA 2014

Seja X_t um processo de Poisson com parâmetro λ . Defina a variável aleatória T como o tempo da primeira ocorrência do fenômeno aleatório. O evento $\{T \leq t\}$ é equivalente ao evento.

- (A) $\{X_t = 1\}$
- (B) $\{X_t \leq 1\}$
- (C) $\{X_t < 1\}$
- (D) $\{X_t > 1\}$
- (E) $\{X_t \geq 1\}$

Resolução:

$$Y_t \sim \text{Poisson}(\lambda)$$

T = tempo da primeira ocorrência

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

A primeira ocorrência se dará quando:

$$x = 1, 2, 3, \dots$$

ou seja, $x \geq 1$

Questão 13 IBA 2014

A vida útil (em 1.000 horas) de um componente eletrônico é uma variável aleatória, normalmente distribuída com média 5h e desvio padrão de 3h. Uma amostra aleatória de 16 componentes é retirada da produção e a média da amostra é registrada. Definido $f(z) = P(Z \leq z)$, onde Z é uma variável aleatória normal padrão, a expressão que denota a probabilidade de que a média da amostra seja superior a 5h e 15 minutos é dada por:

- (A) $\Phi\left(\frac{1}{3}\right)$

- (B) $1 - \Phi\left(\frac{1}{3}\right)$
- (C) $\Phi\left(\frac{1}{12}\right)$
- (D) $1 - \Phi\left(\frac{1}{12}\right)$
- (E) $1 - \Phi\left(\frac{3}{4}\right)$

Resolução:

$N(5, 3^2), n = 16$

$$P(\bar{X} \geq 5,25) = P\left(Z \geq \frac{5,25 - 5}{\frac{3}{\sqrt{16}}}\right)$$

$$P(Z \geq \frac{1}{3})$$

$$1 - \Phi\left(\frac{1}{3}\right)$$

Resposta B

Questão 14 IBA 2014

A medida eficaz para comparar a variabilidade de variáveis que tenham diferentes desvios-padrões e diferentes médias é:

- (A) Coeficiente de Variação
- (B) Percentil
- (C) Média Ponderada
- (D) Coeficiente de Correlação
- (E) Covariância

Resolução:

Coeficiente de Variação: compara a variabilidade entre variáveis diferentes usando a média e o desvio padrão.

Percentil: Medida que divide a amostra ordenada (crescente) em 100 partes.

Média ponderada: média que leva em conta a importância relativa ou peso relativo.

Coeficiente de correlação: mede o grau de associação entre duas variáveis.

Covariância: medida da variabilidade conjunta de variáveis aleatórias.

Questão 15 IBA 2014

Numa tentativa de melhorar o esquema de atendimento, um dentista procurou estimar o tempo médio que gasta com cada paciente. Uma amostra de 29 pacientes forneceu uma média de 40 minutos, com desvio-padrão de 7 minutos. Se, em vez da amostra de 29 pacientes, tivesse sido adotada uma amostra de 60 pacientes, afirmaríamos que:

- (A) A estimativa pontual do tempo de atendimento seria bem menor
- (B) O erro da estimativa do tempo médio de atendimento dos pacientes seria maior
- (C) A estimativa do tempo médio de atendimento seria maior
- (D) O erro da estimativa do tempo médio de atendimento dos pacientes seria menor
- (E) Nada poderia ser afirmado sobre o erro da estimativa do tempo médio de atendimento

Resolução:

Em um processo de Amostragem, quanto maior o tamanho da amostra mais nos aproximamos dos valores reais da População. Desta forma, se o dentista aumentasse sua amostra, o erro da estimativa do tempo médio de atendimento dos pacientes seria menor.

Alternativa D

Questão 16 IBA 2014

Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória da distribuição normal com média μ desconhecida e variância igual a 1. Deseja-se testar $H_0 : \mu = \mu_0$ versus $H_1: \mu \neq \mu_0$. Suponha $n = 16$ e região crítica da forma $|\bar{X} - \mu_0| \geq c$. O valor de c tal que a significância do teste seja 0,01 é, aproximadamente, igual a:

- (A) 0,32
- (B) 0,41
- (C) 0,49
- (D) 0,58
- (E) 0,64

Resolução:

X_1, \dots, X_n amostra aleatória $X \sim N(\mu, 1)$ $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{1}{16})$

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$$

$$|\bar{X} - \mu_0| \geq c \text{ (Região Crítica)}$$

Observação: $|x| \geq a$ significa que $x \geq a$ ou $x \leq -a$

Região Crítica

Como o Teste tem nível de significância 0,01 e é um teste bicaudal, para olhar na tabela da normal temos

$$0,5 - 0,005 = 0,495$$

desta forma $Z = 2,56$

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{1}{4}} \geq c \text{ ou } \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{1}{4}} \leq -c$$

$$\bar{X} - \mu_0 \geq 4c$$

$$4c = 2,56$$

$$c = 0,64$$

Resposta E

Questão 17 IBA 2014

Uma companhia seguradora vendeu 1.000 apólices de seguro de vida anual. A média e a variância dos sinistros agregados, expressos em milhões, são 30 e 25, respectivamente. Utilizando uma aproximação normal para a distribuição das perdas agregadas, a probabilidade dessas perdas resultarem maiores que 36 é de, aproximadamente:

- (A) 0,3849
- (B) 0,8849
- (C) 0,3413
- (D) 0,1151
- (E) 0,1587

Resolução:

$X =$ perdas agregadas, $X \sim N(30, 25)$

$$\begin{aligned}P(X > 36) &= P\left(Z > \frac{36 - 30}{5} = P(Z > 1,2)\right) \\&= 0,5 - P(0 < Z < 1,2) \\&= 0,5 - 0,3849 \\&= 0,1151\end{aligned}$$

Resposta D

Questão 18 IBA 2014

Uma seguradora classifica seus segurados em duas categorias de risco: 80% dos segurados são classificados como de “baixo risco” e 20%, de “alto risco”. As probabilidades de que um segurado de “baixo risco” e um de “alto risco” reclamem por indenização em um determinado ano são, respectivamente, de 0,10 e 0,50. Um segurado reclama uma indenização de sinistro neste ano. A probabilidade de que o segurado que reclamou a indenização seja de “alto risco” é igual a:

- (A) 3/8
- (B) 5/9
- (C) 1/3
- (D) 2/5
- (E) 2/7

Resolução:

$$P(BR) = 0,8$$

$$P(I | BR) = 0,1$$

$$P(AR) = 0,2$$

$$P(I | AR) = 0,5$$

$$\begin{aligned}P(AR | I) &= \frac{P(I | AR) \cdot P(AR)}{P(I | BR) \cdot P(BR) + P(I | AR) \cdot P(AR)} \\&= \frac{\frac{50}{100} \cdot \frac{20}{100}}{\frac{10}{100} \cdot \frac{80}{100} + \frac{50}{100} \cdot \frac{20}{100}} \\&= \frac{\frac{1}{10}}{\frac{2}{25} + \frac{1}{10}}\end{aligned}$$

$$\frac{\frac{1}{10}}{\frac{9}{50}} = \frac{5}{9}$$

Resposta D

Questão 19 IBA 2014

As principais qualidades de um estimador de parâmetros estatísticos são:

- (A) risco mínimo, ausência de vício, suficiência, proximidade
- (B) consistência, ausência de vício, eficiência, suficiência
- (C) risco mínimo, proximidade, eficiência, suficiência
- (D) consistência, ausência de vício, proximidade, suficiência
- (E) proximidade, ausência de vício, eficiência, suficiência

Resolução: Qualidades de um estimador são:
Consistência, ausência de vício, eficiência e suficiência.

Resposta B

Questão 20 IBA 2014

Em um teste de hipótese estatístico sobre parâmetros existem dois possíveis tipos de erros, erro tipo I e erro tipo II. O erro tipo II representa:

- (A) rejeitar a hipótese H_0 (nula) quando H_0 é verdadeira;
- (B) rejeitar a hipótese H_A (alternativa) quando H_0 (nula) é falsa;
- (C) aceitar a hipótese H_A (alternativa) quando H_0 (nula) é falsa;
- (D) não rejeitar a hipótese H_0 (nula) quando H_0 (nula) é falsa;
- (E) não rejeitar a hipótese H_A (alternativa) quando H_A (alternativa) é falsa.

Resolução:

Erro tipo I: H_0 verdadeira e rejeita H_0

Erro tipo II: H_0 é falsa e não rejeita H_0

Resposta D

O estimador de máxima verossimilhança para o parâmetro θ à luz da amostra $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ de tamanho n é dado por:

$$(A) \quad \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}$$

$$(B) \quad \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$(C) \left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^2$$

(D) $\max\{x_1, \dots, x_n\}$

$$(E) \frac{\max\{x_1, \dots, x_n\}}{2}$$



Capítulo 3

Modelagem Estatística

3.1 Resolução Prova de 2019

Questão 21 IBA 2019

Um psicólogo pretende comparar o uso de dois tipos de reforço na aprendizagem de ratos. Ele dispõe de 23 machos jovens, sendo 9 provenientes de seu próprio laboratório de psicologia experimental, 6 provenientes de um laboratório de biologia e os demais provenientes de um zoológico. O psicólogo suspeita que a origem do animal pode ser importante na aprendizagem.

O planejamento estatístico adequado para se avaliar a diferença entre os dois tipos de aprendizagem, nas condições impostas, é dado por:

- (A) modelo de experimentos completamente aleatorizados
- (B) modelo de blocos aleatorizados
- (C) modelo de quadrado latino
- (D) modelo de quadrado greco-latino
- (E) modelo fatorial

Resolução:

Um experimento em blocos aleatorizados é aquele normalmente usado para minimizar o efeito da variabilidade quando está associado a unidades discretas.

Resposta B

Questão 22 IBA 2019

Num estudo sobre a influência da covariável X numa variável resposta Y foram selecionadas 10 observações e propôs-se um modelo de regressão linear simples do tipo:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, 10, \text{ com, } \epsilon_i \sim N(0, \sigma^2).$$

A Tabela de Análise de Variância concernente ao estudo é dada a seguir:

Fonte de Variação	Graus de Liberdade	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	F_0
Regressão			117	
Erro				
Total		189		

A estimativa $\hat{\sigma}^2$, não viciada para σ^2 , e o valor da estatística do teste F_0 são dados por:

- (A) $\hat{\sigma}^2 = 9$ e $F_0 = 13$
- (B) $\hat{\sigma}^2 = 3$ e $F_0 = 13$
- (C) $\hat{\sigma}^2 = 3$ e $F_0 = 8$
- (D) $\hat{\sigma}^2 = 8$ e $F_0 = 3$
- (E) $\hat{\sigma}^2 = 9$ e $F_0 = 8$

Resolução:

Para se resolver esta questão deve-se lembrar de como é construída a tabela ANOVA:

Fonte de Variação	Graus de Liberdade	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	F_0
Regressão	$p = k - 1$	SQR	$\frac{SQR}{p}$	$\frac{QMR}{QME}$
Erro	$n - p - 1$	SQE	$\frac{SQE}{n-p-1}$	
Total	$n - 1$	SQT	$\frac{SQT}{n-1}$	

Como $SQT = SQR + SQE$, considerando k como o número de variáveis e n o número de observações, considerando os demais dados fornecidos temos: que $SQT = 189$, $p = 1$ e $n = 10$. Portanto:

$$\frac{SQR}{p} = 117 \Rightarrow SQR = 117 \cdot 1 \Rightarrow SQR = 117$$

$$SQT = SQR + SQE \Rightarrow 189 = 117 + SQE \Rightarrow SQE = 72$$

$$QME = \frac{SQE}{n - p - 1} \Rightarrow QME = \frac{72}{8} \Rightarrow QME = 9$$

$$F_0 = \frac{117}{9} = 13$$

Resposta A

Questão 23 IBA 2019

Deseja-se testar as seguintes hipóteses sobre a média populacional μ , sabendo que a $\hat{\sigma}^2 = 25$:

$$H_0 : \mu \geq 9,5$$

$$H_1 : \mu < 9,5$$

Para isso uma amostra de tamanho 16 foi retirada da população, obtendo-se a média amostral no valor de 8,5. Ao nível de significância de 5%, com valor tabelado de $Z_{0,05} = 1,64$, podemos afirmar que:

- (A) o valor da estatística do teste é $-0,2$ e não rejeitamos H_0 ao nível de significância dado
- (B) o valor da estatística do teste é $-0,8$ e não rejeitamos H_0 ao nível de significância dado
- (C) o valor da estatística do teste é $-0,96$ e não rejeitamos H_0 ao nível de significância dado
- (D) o valor da estatística do teste é $-2,1$ e não rejeitamos H_0 ao nível de significância dado
- (E) o valor da estatística do teste é $-2,5$ e não rejeitamos H_0 ao nível de significância dado

Resolução:

Como temos que $\bar{x} = 8,5$, $n = 16$, $\sigma = 5$ e $\mu = 9,5$. Para obtermos a estatística do teste precisamos de:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \Rightarrow Z = \frac{8,5 - 9,5}{\frac{5}{4}} \Rightarrow Z = -0,8$$

Resposta B

Questão 26 IBA 2019

Um estudo sobre a remuneração dos funcionários do *Harris Bank* no ano de 1977 levou em consideração 93 observações de *trainees* contratados alguns anos antes. As variáveis levantadas e suas respectivas siglas foram:

- *Sal77* - Salário (em dólares) na época do estudo;
- *Age* - Idade (em meses) na época da contratação;
- *Bsal* - Salário anual (em dólares) na época da contratação;
- *Educ* - Anos de escolaridade;
- *Exper* - Meses de experiência anterior com trabalho em Banco;
- *Sênior* - Meses de experiência desde o primeiro emprego;
- *Sex* - Sexo (0 = Masculino; 1 = Feminino).

Um ajuste de regressão linear pelo método dos mínimos quadrados tendo *Sal77* como variável dependente e as demais variáveis como explicativas para estimar os parâmetros beta da equação $Sal77_i = \beta_0 + \beta_1 Age_i + \beta_2 Bsal_i + \beta_3 Educ_i + \beta_4 Exper_i + \beta_5 Senior_i + \beta_6 Sex_i + \epsilon_i$, $i = 1, \dots, 93$, resultou no seguinte quadro:

Variável	Estimativa	Erro-padrão	Estatística	P-valor
<i>Constante</i>	5558,8245	2210,5404	2,515	0,0138
<i>Age</i>	-4,5671	1,7666	-2,585	0,0114
<i>Bsal</i>	0,8299	0,2617	3,171	0,0021
<i>Educ</i>	93,7303	65,3151	1,435	0,1549
<i>Exper</i>	-2,4375	2,5789	-0,945	0,3472
<i>Senior</i>	20,5863	14,2121	1,449	0,1511
<i>Sex</i>	-532,1114	264,0674	-2,015	0,0470

Qual das seguintes premissas não faz parte das premissas do modelo de regressão linear clássico:

- (A) Os resíduos ϵ_i têm distribuição normal.
- (B) Os resíduos ϵ_i são não-correlatos.
- (C) O valor esperado dos resíduos ϵ_i é nulo.
- (D) Os resíduos ϵ_i são heterocedásticos.
- (E) As variáveis independentes são não aleatórias.

Resolução:

Para o modelo de regressão linear clássico é esperado a homoscedasticidade (variância constante) dos resíduos e não a heterocedasticidade.

Resposta D

Questão 27 IBA 2019

Considere o seguinte para modelar o número de sinistros (N) de automóvel foram considerados os fatores sexo (X) e tempo de uso (Y). O fator sexo possui dois níveis (Masculino e Feminino) já o fator tempo de uso possui três (≤ 2 anos, > 2 e ≤ 5 anos, > 5 anos). Considere as seguintes variáveis dicotômicas (*dummies*) associadas aos níveis dos fatores:

$$X_1 = \begin{cases} 1 & \text{se o condutor for do sexo Masculino.} \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$Y_1 = \begin{cases} 1 & \text{se o veículo tiver entre 2 e 5 (inclusive) anos de uso.} \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$Y_2 = \begin{cases} 1 & \text{se o veículo tiver mais de 5 anos de uso.} \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Considere ainda que o número de sinistros na carteira (i) é modelado como segue:

$$\text{Modelo : } N_i \sim \text{Poisson} (E_i e^{\theta_i})$$

$$\ln(\mu_i) = \log(E_i) + \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 Y_{1i} + \beta_3 Y_{2i}$$

onde E_i é o número de expostos da carteira i , $\mu_i = E[N_i | \theta_i, E_i]$ e θ_i é o score de i .

Com base no resultado da estimação descrito na tabela abaixo, calcule a esperança do número de sinistros da carteira de apólices dos condutores do sexo feminino, cujos veículos possuem menos de dois anos de uso, sabendo que o total de expostos dessa carteira é 60.

Tabela 3.1: Resultado da Estimação- Modelagem da Frequência de Sinistro

Parâmetro	Estimador	Erro-padrão	P-Valor
β_0	-2,24	0,08	0,0000
β_1	0,13	0,03	0,0001
β_2	0,21	0,05	0,0002
β_3	0,36	0,05	0,0000

- (A) 4,28
- (B) 5,28
- (C) 6,14

(D) 9,25

(E) 7

Resolução:

Como temos que:

- feminino: $x_i = 0$
- menos de 2 anos: $y_i = 0$

Temos que:

$$\ln(\mu) = \ln(60) - 2,64$$

$$\mu = 60e^{-2,64}$$

$$\mu = 4,28$$

Resposta A

Questão 28 IBA 2019

Para modelagem do número de sinistro em um seguro de vida é utilizado Modelos Lineares Generalizados. A variável resposta escolhida (γ) foi modelada usando uma distribuição Poisson, e são usadas duas variáveis explicativas: idade (x) e sexo (s), esta última sendo uma variável dicotômica (*dummy*). Dadas as informações abaixo, calcule a média do número de sinistro estimada para uma pessoa de 50 anos do sexo masculino:

$$\text{Modelo} : \gamma \sim \text{Poisson}(\lambda)$$

$$\ln(\lambda) = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 S$$

onde $S = 0$, para sexo masculino, e $S = 1$, para sexo feminino.

Valores estimados:

$$\hat{\beta}_0 = 0,11; \hat{\beta}_1 = 0,08, \hat{\beta}_2 = 0,5$$

(A) 100

(B) 61

(C) 5

(D) 50

(E) 150

Resolução:

Para calcular a média do número de sinistros, basta resolver o modelo apresentado, sendo γ o número de sinistros para resolver o modelo tem-se:

$$\ln(\lambda) = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 S$$

$$\ln(\lambda) = 0,11 + 0,08(50) + 0,5(0)$$

$$\ln(\lambda) = 4,11$$

$$\lambda = e^{4,11}$$

$$\lambda \simeq 61$$

Resposta: B

Questão 30 IBA 2019

Suponha que se deseja dimensionar uma amostra de tamanho n de uma população de tamanho N , tendo como referência uma variável aleatória com distribuição normal padrão Z e com um nível de confiança fixado em 95%. Para esse caso, as medidas estatísticas adicionais que devem ser utilizadas para o cálculo do tamanho da amostra n são:

- (A) a média da variável e o nível de significância
- (B) o desvio padrão da variável e o valor N
- (C) a média da variável e o erro amostral
- (D) o desvio padrão da variável e o erro amostral
- (E) o desvio padrão da variável e a média da variável

Resolução:

Para esta questão basta lembrar do cálculo para o tamanho da amostra considerando uma população infinita:

$$n = \left(\frac{Z \cdot \sigma}{e} \right)^2$$

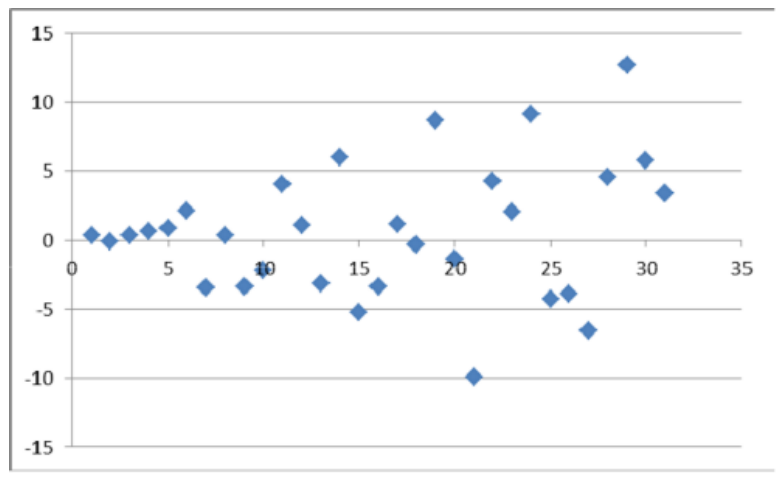
- n : tamanho da amostra
- Z : valor de significância da tabela normal
- σ : desvio padrão populacional
- e : erro máximo

Resposta D

3.2 Resolução Prova de 2018

Questão 21 IBA 2018

Após a realização de uma regressão linear simples um pesquisador resolve analisar os resíduos resultantes de um modelo encontrado. O gráfico seguinte mostra no eixo y os resíduos e no eixo x a variável independente.



A análise do gráfico sugere que:

- (A) Os resíduos se distribuem da forma esperada
- (B) O modelo não seja linear
- (C) Existem elementos atípicos nos dados que deveriam ser eliminados
- (D) A hipótese de homocedasticidade (mesma variância) não foi satisfeita
- (E) A hipótese de normalidade dos resíduos não foi satisfeita

Resolução

Analisando as alternativas:

- (A) Incorreta, não há informação a priori quanto ao tipo dos dados para se afirmar uma forma esperada.
- (B) Incorreta, não se pode afirmar a não linearidade dos dados através da análise do gráfico.
- (C) Incorreta, a necessidade de se eliminar pontos influentes não pode ser verificada pelo presente gráfico. Para tal análise visual poderia-se utilizar os gráficos QQ Plots e Distância de Cook.
- (D) Correta, existe uma dispersão não centrada na média dos dados, portanto o pressuposto da homocedasticidade não foi atendido.
- (E) Incorreta, não se pode afirmar sobre a normalidade.

Resposta: D

Questão 22 IBA 2018

Uma seguradora deseja construir um modelo linear generalizado para análise de risco de crédito, a ser utilizado para classificar segurados como bons ou maus, segundo características tais como sexo, idade, estado civil e outras. O modelo linear generalizado canônico a ser utilizado é aquele que tem:

- (A) Variável resposta com distribuição Poisson e função de ligação logarítmica.
- (B) Variável resposta com distribuição Bernoulli e função de ligação probit.
- (C) Variável resposta com distribuição Poisson e função de ligação identidade.
- (D) Variável resposta com distribuição Bernoulli e função de ligação logit.
- (E) Variável resposta com distribuição Poisson e função de ligação logit.

Resolução

Como desejamos saber se os segurados são bons ou mal pagadores, temos a ocorrência ou não do evento. O modelo Poisson é associado a modelos para resposta na forma de contagem e, portanto, não apropriado para esta situação, o modelo Bernoulli é um modelo associado para dados binários e, portanto, é o escolhido.

Para a função de ligação, como o enunciado especifica ser um MLG canônico, a função de ligação a ser utilizada para o modelo Bernoulli é a logit.

Resposta: D

Questão 23 IBA 2018

Em um modelo de regressão linear, sejam SQR a soma dos quadrados devido à regressão, SQE a soma de quadrados dos erros $SQT=SQR+SQE$ a soma total de quadrados. O coeficiente de determinação é dado por $R^2 = \frac{SQR}{SQT} = 1 - \frac{SQE}{SQT}$. Assinale a única alternativa FALSA.

- (A) Em um modelo de regressão linear simples, o coeficiente de determinação R_2 é igual ao quadrado do coeficiente de correlação linear entre regressora e variável resposta.
- (B) O coeficiente de determinação sempre aumenta quando uma nova variável explicativa é adicionada ao modelo.

- (C) Se um modelo M_1 tem coeficiente de determinação R_2 maior que um modelo M_2 , então o modelo M_1 terá erro quadrático médio menor que o modelo M_2 e, portanto, M_1 será preferível a M_2 .
- (D) O coeficiente de determinação não deve ser utilizado como medida de comparação entre adequações de diferentes modelos.
- (E) Mesmo que a relação entre regressora e resposta não seja linear, o valor do coeficiente de determinação pode ser relativamente alto.

Resolução:

Não se pode aferir sobre a qualidade de um modelo em detrimento de outro apenas com o coeficiente de correlação, o modelo deve ser analisado como um todo, levando-se em consideração o número de variáveis, significância e demais testes (T, F, R_a^2 ...).

Resposta: C

Questão 24 IBA 2018

Um analista dispõe de um banco de dados de segurados contendo um grande número de variáveis correlacionadas. Ele deseja, a partir de combinações das variáveis originais, construir um conjunto menor de variáveis não correlacionadas, preservando tanto quanto possível a variabilidade contida nos dados originais. A técnica mais adequada para este fim é:

- (A) Análise discriminante.
- (B) Análise de componentes principais.
- (C) Análise de variância.
- (D) Análise de conglomerados.
- (E) Análise fatorial.

Resolução

Relembrando as metodologias:

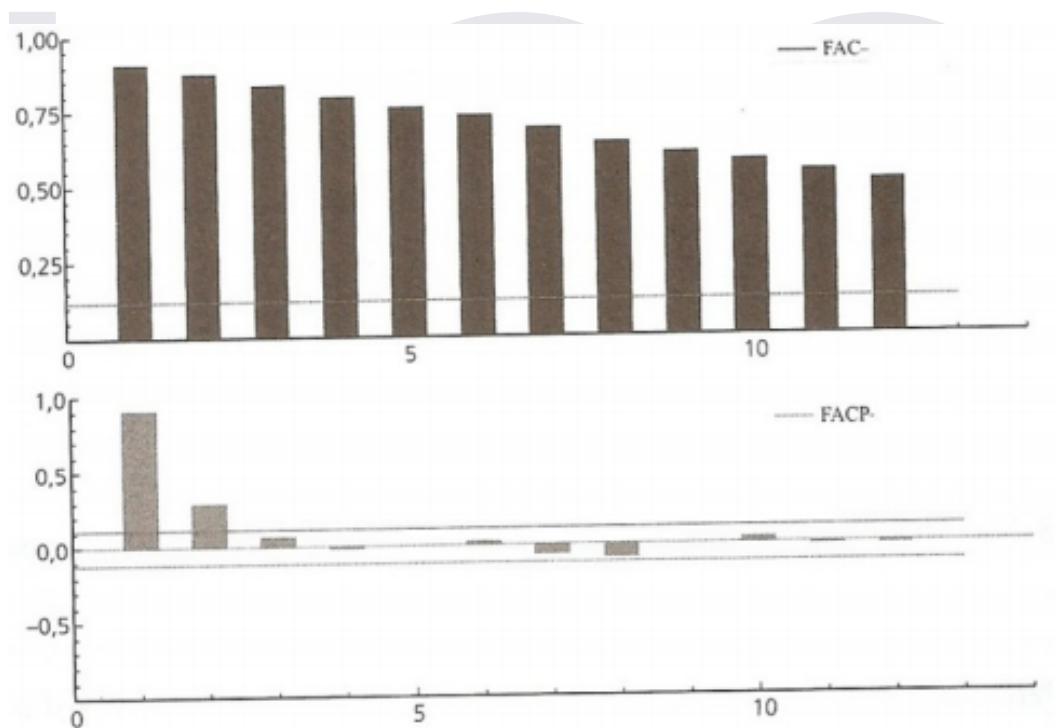
- (A) **Análise Discriminante:** Incorreto, pois é uma técnica utilizada para a classificação e estimação de elementos de grupos, a partir de uma classificação a priori de dados amostrais gera-se um modelo/função que auxilia na discriminação do grupo de elementos.
- (B) **Análise de Componentes Principais:** Correto, técnica aplicada para descobrir quais variáveis são as mais relevantes de um conjunto. São gerados fatores de modo a preservar a variância entre as variáveis.

- (C) **Análise de Variância:** Incorreto, técnica baseada na decomposição da soma de quadrados, permite avaliar afirmações sobre as médias de populações.
- (D) **Análise de Conglomerados:** Incorreto, técnica utilizada com o propósito primário de reunir objetos, baseando-se nas características do mesmo.
- (E) **Análise Fatorial:** Incorreto, técnica utilizada para identificar fatores para explicar o relacionamento entre as variáveis, sua análise baseia-se na correlação.

Resposta: B

Questão 25 IBA 2018

As funções de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP) empíricas para uma série temporal são apresentadas abaixo.



- (A) O processo gerador da série temporal observada é média móvel de ordem 2.
- (B) O processo gerador da série temporal observada é autorregressivo de ordem 2.
- (C) O processo gerador da série temporal observada é média móvel autorregressivo, de ordem (2,2).
- (D) O processo gerador da série temporal observada é média móvel autorregressivo, de ordem (1,2).

- (E) O padrão apresentado pelas funções empíricas de autocorrelação e autocorrelação parcial não possibilita, neste caso, identificar o processo gerador da série observada.

Resolução

Analisando os gráficos de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP), podemos identificar um modelo autorregressivo e, a partir da FACP, podemos concluir sua ordem sendo igual a 2.

Resposta: B

Questão 26 IBA 2018

Com o objetivo de se estimar a média de uma população normalmente distribuída, foi selecionada uma amostra de tamanho 100. A um nível de significância de 5%, a estimativa intervalar gerou um erro de 1,5. Quantos elementos a mais deveriam ser incorporados à amostra se desejássemos um erro máximo de estimativa de 1,0 em torno do valor da média, mantendo-se o mesmo nível de significância ?

- (A) 50
- (B) 75
- (C) 100
- (D) 125
- (E) 200

Resolução

Primeiramente, relembrando o cálculo para o tamanho da amostra considerando uma população infinita e o desvio padrão populacional:

$$n = \left(\frac{Z \cdot \sigma}{e} \right)^2$$

- n : tamanho da amostra
- Z : valor de significância da tabela normal
- σ : desvio padrão populacional
- e : erro máximo

Assim, como estamos construindo um intervalo de confiança para média (μ):

$$P(\bar{X} - Z_{\alpha}\sigma_{\bar{X}} < \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha}\sigma_{\bar{X}}) = 1 - \alpha$$

Em que:

$$Z_{\alpha}\sigma_{\bar{X}} \Rightarrow e = Z_{\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Desta forma:

$$1,5 = Z_{0,05} \cdot \frac{\sigma}{10} \Rightarrow 1,5 = 1,96 \cdot \frac{\sigma}{10} \Rightarrow \sigma = 7,65$$

Portanto temos que:

$$1,96 \cdot \frac{7,65}{\sqrt{n}} = 1 \Rightarrow n = 225$$

Ou seja, sobre as condições estipuladas a amostra aumenta em 125.

Resposta: D

Questão 27 IBA 2018

Em regressão múltipla com três variáveis independentes um estudante encontrou os seguintes resultados parciais:

R múltiplo	0,99996		
R-quadrado	0,99993		
R-quadrado ajustado	0,99982		
F de significação	0,00011		
		Intervalo de Confiança	
	Coeficientes	95% inferiores	95% superiores
Interseção	120,50	86,15	154,85
Variável X 1	2,22	1,91	2,54
Variável X 2	46,26	22,37	70,15
Variável X 3	8,72	-7,55	24,99

Assim, podemos dizer que:

- (A) O modelo encontrado está perfeito.
- (B) O modelo não é bom porque o F de significância foi muito baixo.
- (C) A constante (Interseção) pode ser retirada do modelo sem prejudicar os resultados.
- (D) O acréscimo de uma ou mais variáveis independentes, pode melhorar significativamente o modelo.
- (E) É possível encontrar um modelo mais simples com resultados semelhantes.

Resolução:

Não se pode aferir quanto as qualidades de um modelo são melhores ou piores sem comparar com os resultados de outros modelos, é possível encontrar modelos com resultados semelhantes que utilizam menos variáveis a depender dos dados utilizados.

Resposta: E

Questão 28 IBA 2018

Deseja-se testar o efeito de quatro tratamentos para cefaleia. Para isso foram selecionadas 16 unidades experimentais homogêneas, com cada tratamento alocado aleatoriamente a quatro delas. A variável resposta é o tempo (em minutos) de cura.

Deseja-se testar a hipótese de igualdade das médias dos tempos de cura dos quatro tratamentos, isto é, $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$.

O modelo proposto é $Y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij}$ com $i = 1, 2, 3, 4$, $j = 1, 2, 3, 4$ e $\epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$.

A tabela ANOVA (incompleta) do teste é dada a seguir:

Fonte de Variação	Grau de Liberdade	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	F_0
Antídotos			8	
Erro				
Total		40		

Qual o valor da estatística do teste F_0 ?

- (A) 5,5
- (B) 6
- (C) 3

(D) 5

(E) 4

Resolução

Para se resolver esta Questão deve-se lembrar de como é construída a tabela ANOVA:

Fonte de Variação	Graus de Liberdade	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	F_0
Regressão	$p = k - 1$	SQR	$\frac{SQR}{p}$	$\frac{QMR}{QME}$
Erro	$n - p - 1$	SQE	$\frac{SQE}{n-p-1}$	
Total	$n - 1$	SQT	$\frac{SQT}{n-1}$	

Como $SQT = SQR + SQE$, considerando k como o número de tratamentos e n o número de tratamentos homogêneos, considerando os demais dados fornecidos temos que: $SQT = 40$, $p = 3$ e $n = 16$. Portanto:

$$\frac{SQR}{p} = 8 \Rightarrow SQR = 8 \cdot 3 \Rightarrow SQR = 24$$

$$SQT = SQR + SQE \Rightarrow 40 = 24 + SQE \Rightarrow SQE = 16$$

$$QME = \frac{SQE}{n - p - 1} \Rightarrow QME = \frac{16}{12}$$

$$F_0 = \frac{8}{\frac{16}{12}} = 6$$

Resposta: B

Questão 29 IBA 2018

Para um estudo sobre a influência de uma covariável (X) numa variável (Y), foram obtidos 10 pares de observações e propôs-se um modelo de regressão linear simples do tipo:

$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + e_i$ para $i = 1, 2, \dots, 10$, com $e_i \sim N(0, \sigma^2)$, independentes.

A tabela incompleta de Análise de Variância concernente ao estudo é dada a seguir:

Fonte de Variação	Grau de Liberdade	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	F_0
Regressão		117		
Erro			9	
Total				

Quais os valores de R^2 (o coeficiente de determinação) e da estatística do teste (F_0)?

(A) $R^2 = \frac{13}{21}$ e $F_0 = 13$

(B) $R^2 = \frac{8}{21}$ e $F_0 = 13$

(C) $R^2 = \frac{13}{21}$ e $F_0 = \frac{13}{9}$

(D) $R^2 = \frac{3}{13}$ e $F_0 = \frac{13}{9}$

(E) $R^2 = \frac{8}{21}$ e $F_0 = \frac{13}{9}$

Resolução

Para se resolver esta Questão deve-se lembrar de como é construída a tabela ANOVA:

Fonte de Variação	Graus de Liberdade	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	F_0
Regressão	$p = k - 1$	SQR	$\frac{SQR}{p}$	$\frac{QMR}{QME}$
Erro	$n - p - 1$	SQE	$\frac{SQE}{n-p-1}$	
Total	$n - 1$	SQT	$\frac{SQT}{n-1}$	

Como $SQT = SQR + SQE$ e $R^2 = \frac{SQR}{SQT}$, de acordo com o exercício temos 10 pares de observações, portanto temos $k = 2$ e $n = 10$. Considerando os demais dados temos que $SQR = 117$ e $QME = 9$, assim:

$$QMR = \frac{SQR}{p} \Rightarrow QMR = \frac{117}{1}$$

$$QME = \frac{SQE}{n - p - 1} \Rightarrow 9 = \frac{SQE}{8} \Rightarrow SQE = 72$$

$$SQT = SQR + SQE \Rightarrow SQT = 189$$

$$QMT = \frac{SQT}{n-1} \Rightarrow QMT = \frac{189}{9} \Rightarrow QMT = 21$$

$$F_0 = \frac{QMR}{QME} \Rightarrow F_0 = \frac{117}{9} \Rightarrow F_0 = 13$$

$$R^2 = \frac{SQR}{SQT} = \frac{117}{189} \Rightarrow R^2 = \frac{13}{21}$$

Resposta: A

Questão 30 IBA 2018

Um atuário dispõe de uma coleção de n pares (x, y) . Ele pretende ajustar um modelo do tipo $\hat{y} = ax$ de modo que a soma dos quadrados das diferenças entre y e \hat{y} seja a menor possível. Nessas condições o valor de "a" que minimiza a soma quadrática é dado por:

- (A) $\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$
- (B) $\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$
- (C) $\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$
- (D) $\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n y_i^2}$
- (E) $\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{\sum_{i=1}^n x_i y_i}$

Resolução

Como desejamos encontrar o erro quadrático médio (EQM), considere:

$$y_i = \alpha x_i + b + \epsilon_i$$

$$\epsilon_i = y_i - \alpha x_i - b$$

Deste modo:

$$\sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \alpha x_i - b)^2$$

Derivando a equação:

$$\frac{\partial \epsilon_i}{\partial a} = -2 \sum (y_i - ax_i - b)^2$$

$$\frac{\partial \epsilon_i}{\partial a} = - \sum (y_i - ax_i - b)$$

Para encontrar os estimadores, temos:

$$- \sum y_i x_i + \hat{a} \sum x_i^2 + \hat{b} \sum x_i = 0$$

$$- \sum y_i + \hat{a} \sum x_i + n\hat{b} = 0$$

$$\hat{b} \sum x_i + \hat{a} \sum x_i^2 = \sum x_i y_i$$

$$n\hat{b} + \hat{a} \sum x_i = \sum y_i$$

Como $\hat{b} = 0$, temos que $\hat{a} = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}$.

Resposta: A, repetiu em 2015, 21.

3.3 Resolução Prova de 2017

Questão 21 IBA 2017

Um analista dispõe de um banco de dados de segurados contendo um grande número de variáveis correlacionadas. Ele deseja, a partir de combinações das variáveis originais, construir um conjunto menor de variáveis não correlacionadas, preservando tanto quanto possível a variabilidade contida nos dados originais. A técnica mais adequada para este fim é:

- (A) Análise Discriminante
- (B) Análise de Componentes Principais
- (C) Análise de Variância
- (D) Análise de Conglomerados
- (E) Análise Fatorial

Resolução

Relembrando as metodologias:

- (A) **Análise Discriminante:** Incorreto, pois é uma técnica utilizada para a classificação e estimação de elementos de grupos, a partir de uma classificação a priori de dados amostrais gera-se um modelo/função que auxilia na discriminação do grupo de elementos.
- (B) **Análise de Componentes Principais:** Correto, técnica aplicada para descobrir quais variáveis são as mais relevantes de um conjunto. São gerados fatores de modo a preservar a variância entre as variáveis.
- (C) **Análise de Variância:** Incorreto, técnica baseada na decomposição da soma de quadrados, permite avaliar afirmações sobre as médias de populações.

- (D) **Análise de Conglomerados:** Incorreto, técnica utilizada com o propósito primário de reunir objetos, baseando-se nas características do mesmo.
- (E) **Análise Fatorial:** Incorreto, técnica utilizada para identificar fatores para explicar o relacionamento entre as variáveis, sua análise baseia-se na correlação.

Resposta: B, repetiu em 2018, 24.

Questão 22 IBA 2017

Em cálculo de regressão, se o coeficiente angular é zero, conclui-se que:

- (A) O modelo deve ser o múltiplo
- (B) O tamanho da amostra é muito pequeno
- (C) Não há relacionamento linear entre as variáveis
- (D) As observações têm muita dispersão
- (E) Não existe nenhum relacionamento entre as variáveis

Resolução

O coeficiente angular (β_0) em um modelo de regressão representa a inclinação da reta regressora. Portanto, se o coeficiente é zero, não existe relacionamento linear entre as variáveis.

Resposta: C, repetiu em 2014, Questão 21.

Questão 23 IBA 2017

Considere N observações de uma série temporal $Z_t (t = 1, 2, \dots, N)$. Considere que a série temporal representada em função do modelo de duas componentes não observáveis T_t e a_t , tal que, $Z_t = T_t + a_t$, onde T_t representa a componente de tendência e a_t , a componente aleatória. A suposição sobre as condições da componente aleatória no modelo é de que ela tenha:

- (A) média 1 e variância constante igual a $N^{\frac{2}{2}}$
- (B) média 1 e variância constante igual a σ_α^2
- (C) média 0 e variância constante igual a $N^{\frac{2}{2}}$
- (D) média 0 e variância constante igual a σ_α^2
- (E) média 0 e variância constante σ_α^2 igual a 1

Resolução

Seja uma série temporal $Z_t (t = 1, 2, \dots, n)$, onde $Z_t = T_t + a_t$ para T_t a Componente de Tendência e a_t a Componente aleatória. A suposição base sobre as condições da Componente Aleatória no modelo é que ele tenha média 0 e variância constante igual a σ_a^2 .

Resposta: D, repetiu em 2014, 23.

Questão 24 IBA 2017

Para modelagem do número de sinistro em seguro de vida foi utilizada a Teoria de Modelos Lineares Generalizados. A variável resposta escolhida (Y) foi modelada usando uma distribuição de Poisson, e são usadas duas variáveis explicativas: idade (X) e sexo (S), esta última sendo uma variável dicotômica (dummy).

Dadas as informações abaixo, calcule a média do número de sinistros estimada para uma pessoa de 50 anos do sexo masculino:

Modelo: $Y \sim \text{Poisson}(\lambda)$

$$\ln(\lambda) = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 S;$$

onde $S = 0$, para sexo masculino, e $S = 1$, para sexo feminino.

Valores estimados:

$$\hat{\beta}_0 = 0,11; \hat{\beta}_1 = 0,08, \hat{\beta}_2 = 0,5$$

- (A) 100
- (B) 61
- (C) 5
- (D) 50
- (E) 150

Resolução

Para calcular a média do número de sinistros basta resolver o modelo apresentado, sendo Y o número de sinistros para resolver o modelo tem-se:

$$\ln(\lambda) = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 S$$

$$\ln(\lambda) = 0,11 + 0,08(50) + 0,5(0)$$

$$\ln(\lambda) = 4,11$$

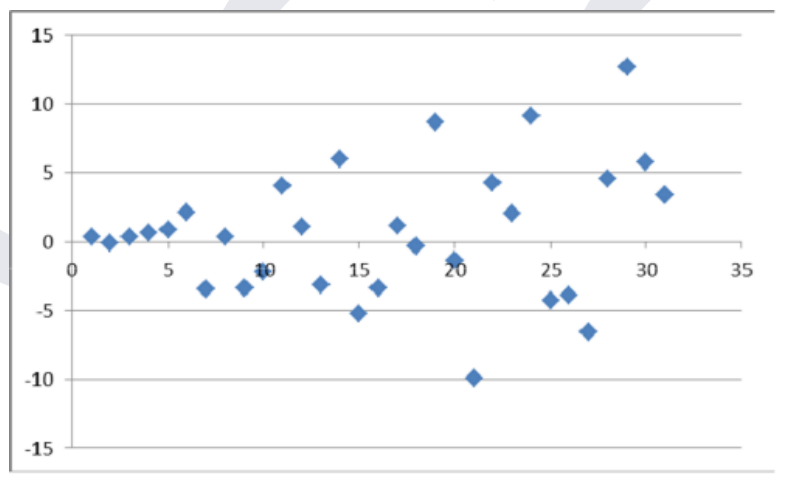
$$\lambda = e^{4,11}$$

$$\lambda \simeq 61$$

Resposta: B

Questão 25 IBA 2017

Após a realização de uma regressão linear simples, um pesquisador resolve analisar os resíduos resultantes de um modelo encontrado. O gráfico seguinte mostra no eixo y os resíduos e no eixo x a variável independente.



A análise do gráfico sugere que:

- (A) Os resíduos se distribuem da forma esperada
- (B) O modelo não seja linear
- (C) Existem elementos atípicos nos dados que deveriam ser eliminados
- (D) A hipótese de homoscedasticidade (mesma variância) não foi satisfeita
- (E) A hipótese de normalidade dos resíduos não foi satisfeita

Resolução

Analisando as alternativas:

- (A) Incorreta, não há informação a priori quanto ao tipo dos dados para se afirmar uma forma esperada.
- (B) Incorreta, não se pode afirmar a não linearidade dos dados através da análise do gráfico.
- (C) Incorreta, a necessidade de se eliminar pontos influentes não pode ser verificada pelo presente gráfico. Para tal análise visual poderia-se utilizar os gráficos QQ Plots e Distância de Cook.
- (D) Correta, existe uma dispersão não centrada na média dos dados, portanto o pressuposto da homoscedasticidade não foi atendido.
- (E) Incorreta, não se pode afirmar sobre a normalidade.

Resposta: D

Questão 26 IBA 2017

Como atuário de uma seguradora de veículos, você está interessado em prever o preço do seguro (em reais) de uma determinada cidade, de acordo com o valor do carro (em reais) do segurado, baseado em uma amostra de 200 carros pela tabela de preços médios de veículos no mercado nacional, nos últimos 12 meses. A partir do ajuste de um modelo de regressão linear simples que relaciona o preço do seguro pelo valor do carro, calcule o valor do seguro para um carro de R\$ 30.000,00.

Valores estimados para intercepto e coeficiente angular respectivamente: $\hat{\beta}_0 = 66,20$ e $\hat{\beta}_1 = 0,08$.

- (A) R\$ 1.800,00
- (B) R\$ 2.156,88
- (C) R\$ 2.466,20
- (D) R\$ 2.378,43
- (E) R\$ 1.983,74

Resolução

Para construir o modelo de regressão linear simples considere: Y = o preço do seguro, X = valor do carro (cujo valor informado é R\$ 30.000) e de acordo com o valor dos β s informados:

$$Y = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X$$

$$Y = 66,20 + 0,08(30.000)$$

$$Y = 2.466,20$$

Questão 27 IBA 2017

A amostragem representa o processo de obtenção de amostras baseado em uma parte de uma população. Suponha que um pesquisador dividiu a população em grupos, segundo alguma característica conhecida da população e, de cada um desses grupos são selecionadas amostras em proporções convenientes, com o objetivo de melhorar a precisão das estimativas daquela população. O processo de amostragem utilizado pelo pesquisador foi:

- (A) Amostragem por conglomerados
- (B) Amostragem estratificada
- (C) Amostragem aleatória simples com reposição
- (D) Amostragem sistemática
- (E) Amostragem aleatória simples sem reposição

Resolução:

Analisando as alternativas:

- (A) Incorreto, a **amostragem por conglomerados** consiste em subdividir a população a se investigar em grupos fisicamente próximos, independentemente de serem homogêneos ou não. Em tais conglomerados, serão agregados os elementos populacionais com estreito contato físico (casas, quarteirões...).
- (B) Correto, a **amostragem estratificada** consiste na divisão de uma população (estratos) segundo algumas características da população em um estudo. O tamanho dos estratos da amostra será proporcional ao tamanho dos estratos correspondentes na população.
- (C) Incorreto, a **amostragem aleatória simples** é aquela em que todos os elementos da população possuem a mesma probabilidade de serem escolhidos como elementos da amostra, sendo, portanto, escolhidos por sorteio. Pode haver ou não reposição dos elementos.
- (D) Incorreto, na **amostragem sistemática**, os elementos que constituirão a amostra são escolhidos segundo um fator de repetição (intervalo fixo). Para sua aplicação, é necessário que a população esteja ordenada segundo um critério qualquer, de modo que cada um de seus elementos possa ser unicamente identificado pela sua posição.
- (E) Incorreto, idem ao item (C).

Questão 28 IBA 2017

A partir de dados de seguro automotivo, um atuário pretende estudar a variável ocorrência ou não de um sinistro para o i -ésimo segurado. Como co-variável considere o preço do automóvel, onde o principal interesse é a probabilidade de ocorrer um sinistro. O modelo mais adequado a ser utilizado pelo especialista é:

- (A) Modelo Gama
- (B) Modelo Gaussiano
- (C) Modelo Poisson
- (D) Modelo Binomial
- (E) Modelo Weibull

Resolução

Como se deseja estudar a ocorrência ou não de um evento, neste caso o sinistro, dentre as alternativas apresentadas o modelo Binomial é mais adequado, pois possui como característica base realizar tal estudo.

Resposta: D

Questão 30 IBA 2017 - ANULADA

3.4 Resolução Prova de 2016

Questão 21 IBA 2016

Uma população tem distribuição regida pela função de densidade de probabilidade dada por:

$$f(x | \beta) = \begin{cases} \frac{\beta 2^\beta}{x^{\beta+1}}, & \text{se } x \geq 2 \\ 0, & \text{se } x < 2 \end{cases}$$

com $\beta > 0$ um parâmetro desconhecido. Uma amostra de tamanho 3 é selecionada, obtendo os valores 2, 3 e 3. À luz da amostra obtida, qual a estimativa de máxima verossimilhança para β ?

- (A) $\frac{8}{3}$
- (B) $\frac{3}{\ln(9/4)}$

- (C) $\frac{8}{\ln_3 18}$
 (D) $\frac{3}{\ln 8}$
 (E) $3\sqrt{2}$

Resolução

1º Encontrando a função de verossimilhança (L):

$$\begin{aligned} L(\beta, X_1, X_2, \dots, X_n) &= \prod_{i=1}^{\beta} f(X_i | \beta) \\ &= \prod_{i=1}^3 \frac{\beta \cdot 2^{\beta}}{X_i^{\beta+1}} \\ &= \frac{\beta^3 \cdot 2^{3\beta}}{(X_1 \cdot X_2 \cdot X_3)^{\beta+1}} \end{aligned}$$

2º Encontrando o log da função de verossimilhança (l):

$$\begin{aligned} \ln L(\beta, X_1, X_2, \dots, X_n) &= \ln \left[\frac{\beta^3 \cdot 2^{3\beta}}{(18)^{\beta+1}} \right] \\ &= 3\ln(\beta) + 3\beta\ln(2) - (\beta + 1)\ln(18) \end{aligned}$$

3º Derivando o log da função de verossimilhança:

$$\frac{\partial l}{\partial \beta} = \frac{3}{\beta} + 3\ln(2) - \ln(18)$$

4º Encontrando o estimador:

$$\frac{3}{\hat{\beta}} + 3\ln(2) - \ln(18) = 0$$

$$\hat{\beta} = \frac{3}{\ln(9/4)}$$

Resposta: B

Questão 22 IBA 2016

Com o objetivo de se estimar a média desconhecida de uma população normalmente distribuída, foi selecionada uma amostra de tamanho 100. A um nível de significância de 5%, a estimativa intervalar gerou um erro de 1,5. Quantos elementos a mais deveriam ser incorporados à amostra se desejássemos um erro máximo de estimativa de 1,0 em torno do valor da média, mantendo-se o mesmo nível de significância?

- (A) 50

- (B) 75
- (C) 100
- (D) 125
- (E) 200

Resolução

Primeiramente, relembrando o cálculo para o tamanho da amostra considerando uma população infinita e o desvio padrão populacional:

$$n = \left(\frac{Z \cdot \sigma}{e} \right)^2$$

- n : tamanho da amostra
- Z : valor de significância da tabela normal
- σ : desvio padrão populacional
- e : erro máximo

Assim como estamos construindo um intervalo de confiança para média (μ):

$$P(\bar{X} - Z_{\alpha} \sigma_{\bar{X}} < \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha} \sigma_{\bar{X}}) = 1 - \alpha$$

Em que:

$$Z_{\alpha} \sigma_{\bar{X}} \Rightarrow e = Z_{\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Desta forma:

$$1,5 = Z_{0,05} \cdot \frac{\sigma}{10} \Rightarrow 1,5 = 1,96 \cdot \frac{\sigma}{10} \Rightarrow \sigma = 7,65$$

Portanto, temos que:

$$1,96 \cdot \frac{7,65}{\sqrt{n}} = 1 \Rightarrow n = 225$$

Ou seja, sobre as condições estipuladas, a amostra aumenta em 125.

Resposta: D, repetiu em 2018, 26.

Para se produzir uma estimativa com 90% de confiança para o verdadeiro valor médio populacional de consultas médicas em 1000 consultórios de uma região do Brasil, com erro máximo de R\$ 1,00, sabendo-se que o desvio-padrão das consultas é de R\$ 10,00, foi determinada uma amostra de 215 consultórios. Caso o erro máximo admissível para a estimativa do preço médio pudesse ser igual ao dobro do enunciado acima, isso resultaria em uma amostra:

- (A) Igual à metade da amostra determinada no enunciado.
- (B) Igual a 64.
- (C) Igual ao dobro da amostra determinada no enunciado.
- (D) Igual a 374.
- (E) Do mesmo tamanho daquela do enunciado.

Resolução

Analisando os dados:

- Desejamos um I.C. de 90% para a média populacional, então $Z_{0,1} = 1,65$ (tabela normal padrão).
- População (N): 1000, portanto estamos trabalhando com uma população finita.
- Erro máximo inicial (e): 1, no entanto desejamos dobro para a nova estimativa.
- Desvio populacional (σ): 10.
- Amostra inicial (n): 215, no entanto necessitamos encontrar o novo tamanho da amostra.

Como estamos trabalhando com uma população finita, basta utilizarmos a seguinte equação:

$$n = \frac{Z^2 \cdot \sigma^2 \cdot N}{Z^2 \cdot \sigma^2 + e^2(N - 1)}$$

$$n = \frac{1,65^2 \cdot 10^2 \cdot 1000}{1,65^2 \cdot 10^2 + 2^2(1000 - 1)}$$

$$n \simeq 64$$

Resposta: B

Questão 24 IBA 2016

Para testar a uniformidade de cinco novos geradores de números aleatórios, um pesquisador gerou para cada um deles uma grande quantidade ($n = 100.000$) de números reais no intervalo contínuo

$[0,6)$. Em seguida calculou a média e o desvio padrão para cada uma das séries geradas. Assinale a alternativa que contém, respectivamente, a média e o desvio padrão do gerador mais condizente com o conceito de uniformidade.

- (A) 3,02 e 1,73
- (B) 1,64 e 0,58
- (C) 12,09 e 10,76
- (D) 1,37 e 0,35
- (E) 1,99 e 0,86

Resolução

Temos que $X \sim \text{Uniforme}(0,6)$, portanto:

$$E(X) = \frac{a+b}{2} = 3$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= \frac{(b-a)^2}{12} \\ &= \frac{36}{12} \\ &= 3 \Rightarrow \sigma(X) = 1,73 \end{aligned}$$

Resposta: A

Questão 25 IBA 2016

Um grande conjunto de apólices de seguro de vida inteira possui a seguinte característica: o valor presente da indenização a ser paga na apólice i é uma variável aleatória X_i com média $\mu = 100$ e desvio padrão $\sigma = 100$. Suponha que existam $n = 20.000$ apólices independentes e que um atuário vá usar o Teorema Central do Limite para calcular um prêmio carregado $P = 100(1 + \theta)$ de tal forma que a probabilidade de se ter uma perda positiva seja igual a 0,01. Seja $z(1 - \alpha)$ o quantil da distribuição normal padronizada, isto é, $P(Z > z(1 - \alpha)) = \alpha$. Então, θ é igual a:

- (A) $2,33/\sqrt{20.000}$
- (B) $2,57/\sqrt{20.000}$
- (C) $\sqrt{20.000}/2,57$
- (D) $1,96 \cdot 100/\sqrt{20.000}$

(E) $1,96/\sqrt{20.000 \cdot 100}$

Resolução

De acordo com o Teorema Central do Limite considere o seguinte intervalo:

$$P(P > 0) = P\left(Z > \frac{100(1 + \theta) - 100}{\frac{100}{\sqrt{20.000}}}\right) = 0,01$$

Considerando $Z_{1-\alpha} = 2,33$ temos:

$$\begin{aligned}\sqrt{20.000}\theta &= 2,33 \\ \theta &= \frac{2,33}{\sqrt{20.000}}\end{aligned}$$

Resposta: A

Questão 26 IBA 2016

Um atuário está precificando um seguro para uma máquina industrial de grande porte. Sabe-se que o tempo de vida X da máquina possui um desgaste tal que $P(X > x + t | X > x) = P(X > t)$ para x e t positivos e reais. A distribuição que o atuário deve usar para X , dentre as listadas a seguir, é a:

- (A) Normal
- (B) Exponencial
- (C) Gama
- (D) Poisson
- (E) Weibull

Resolução

Como analisamos o tempo de vida X , e $P(X > x + t | X > x) = P(X > t)$ para $t > 0$, $X \sim \text{Exponencial}$.

Resposta: B

Questão 27 IBA 2016

Um analista de seguros gostaria de estudar o valor gasto com reparos em automóveis através de um modelo de regressão linear simples e possui duas candidatas à variável explicativa: a idade do automóvel (modelo 1) e o valor de mercado do automóvel (modelo 2). Utilizando dados de uma amostra de 17 automóveis, o analista ajustou dois modelos de regressão linear simples, cujas tabelas de análise de variância são apresentados a seguir:

Modelo 1

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	Grau de Liberdade	Quadrado Médio
Idade	3.274,30	1	3.274,30
Erro	304,7	15	20,3
Total	3579	16	

Modelo 2

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	Grau de Liberdade	Quadrado Médio
Idade	2.818,64	1	2.818,64
Erro	760,36	15	50,69
Total	3579	16	

Nessas condições é correto afirmar que:

- (A) O modelo 1 é o que explica a maior parte da variabilidade do gasto com reparos de automóvel.
- (B) O modelo 2 é o que explica a maior parte da variabilidade do gasto com reparos de automóvel.
- (C) Ambos os modelos explicam a mesma proporção da variabilidade com o gasto de automóveis.
- (D) O modelo 1 tem a maior estimativa para a variabilidade do erro.
- (E) Ambos os modelos têm a mesma estimativa para a variabilidade do erro.

Resolução

Devemos lembrar que o Quadrado Médio do Erro: $QME = \frac{SQE}{n - p - 1}$ e a Qualidade do ajuste: $R^2 = \frac{SQR}{SQT}$. Assim, como $R_1^2 = 0,91$ e $R_2^2 = 0,79$, portanto $R_1^2 > R_2^2$.

Resposta: A

Questão 29 IBA 2016

Duas pessoas marcam um encontro entre 12:00 e 13:00 horas num lugar determinado. Cada uma delas chega em instantes aleatórios distribuídos uniformemente e os tempos de chegada podem ser considerados independentes. Determine a probabilidade de que o tempo de espera seja no mínimo 30 minutos.

- (A) 0,39
- (B) 0,45
- (C) 0,30
- (D) 0,25
- (E) 0,40

Resolução:

X = Chegada da 1ª pessoa

Y = Chegada da 2ª pessoa

$$P(T_{esp} > 30) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Resposta D

Questão 30 IBA 2016

Sejam X e Y variáveis aleatórias discretas independentes com distribuição de Poisson com parâmetros 2 e 3 respectivamente. Calcular esperança da variável X condicionado a que a soma dos valores das variáveis aleatórias X e Y é 10.

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

Resolução:

Se $X \sim \text{Poisson}(\lambda_1)$ e $Y \sim \text{Poisson}(\lambda_2)$, onde X e Y são independentes, podemos afirmar que: $X + Y \sim \text{Poisson}(\lambda_1 + \lambda_2)$.

Queremos calcular $E[X|X + Y = 10]$, devido a independência de X e Y , outra propriedade que podemos utilizar é: $X|X + Y = n \sim \text{Binomial}\left(n, \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)$.

Desta forma temos que os parâmetros da Binomial serão, 10 e $2/5$. Sendo assim,

$$E[X|X + Y = 10] = E\left[n \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2}\right] = E[10 \cdot 0,04] = 4$$

Alternativa E

3.5 Resolução Prova de 2015

Questão 21 IBA 2015

Um atuário dispõe de uma coleção de n pares (x, y) . Ele pretende ajustar um modelo do tipo $\hat{y} = ax$ de modo que a soma dos quadrados das diferenças entre y e \hat{y} seja a menor possível. Nessas condições o valor de "a" que minimiza a soma quadrática é dado por:

- (A) $\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$
- (B) $\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$
- (C) $\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$
- (D) $\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n y_i^2}$
- (E) $\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{\sum_{i=1}^n x_i y_i}$

Resolução:

Como desejamos encontrar o erro quadrático médio (EQM), considere:

$$y_i = \alpha x_i + b + \epsilon_i$$

$$\epsilon_i = y_i - \alpha x_i - b$$

Deste modo:

$$\sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \alpha x_i - b)^2$$

Derivando a equação:

$$\frac{\partial \epsilon_i}{\partial a} = -2 \sum (y_i - ax_i - b)^2$$

$$\frac{\partial \epsilon_i}{\partial a} = - \sum (y_i - ax_i - b)$$

Para encontrar os estimadores, temos:

$$- \sum y_i x_i + \hat{a} \sum x_i^2 + \hat{b} \sum x_i = 0$$

$$- \sum y_i + \hat{a} \sum x_i + n\hat{b} = 0$$

$$\hat{b} \sum x_i + \hat{a} \sum x_i^2 = \sum x_i y_i$$

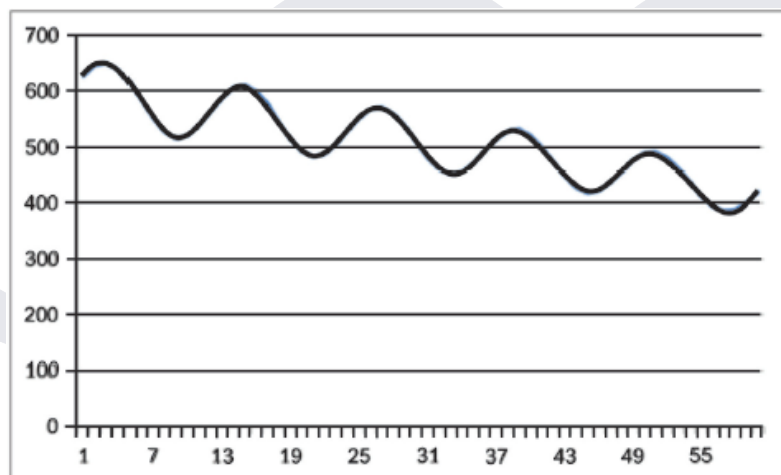
$$n\hat{b} + \hat{a} \sum x_i = \sum y_i$$

Como $\hat{b} = 0$, temos que $\hat{a} = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}$.

Resposta: A

Questão 22 IBA 2015

O gráfico seguinte representa as vendas mensais de um determinado produto em milhares de unidades.



Considere as seguintes proposições sobre a série temporal representada no gráfico:

- I A série apresenta estacionariedade na média.
- II A série apresenta tendência.
- III A série apresenta sazonalidade.

Assinale a alternativa correta.

- (A) Apenas I é verdadeira.
- (B) Apenas I e III são verdadeiras.
- (C) Apenas II e III são verdadeiras.

- (D) Apenas II é verdadeira.
- (E) Apenas III é verdadeira.

Resolução

Com a série temporal apresentada, a partir da inclinação negativa à esquerda, pode-se observar a **Tendência** e com as oscilações periódicas verificar a **sazonalidade**. Portanto, é incorreto dizer que a série apresenta a estacionariedade na média.

Resposta: C

Questão 23 IBA 2015

Um analista dispõe de um banco de dados de segurados contendo um grande número de variáveis correlacionadas. Ele deseja, a partir de combinações das variáveis originais, construir um conjunto menor de variáveis não correlacionadas, preservando tanto quanto possível a variabilidade contida nos dados originais. A técnica mais adequada para este fim é:

- (A) Análise variância.
- (B) Análise de conglomerados.
- (C) Análise de fatorial.
- (D) Análise de discriminante.
- (E) Análise componentes principais.

Resolução

Relembrando as metodologias:

- (A) **Análise de Variância:** Incorreto, técnica baseada na decomposição da soma de quadrados, permite avaliar afirmações sobre as médias de populações.
- (B) **Análise de Conglomerados:** Incorreto, técnica utilizada com o propósito primário de reunir objetos, baseando-se nas características do mesmo.
- (C) **Análise Fatorial:** Incorreto, técnica utilizada para identificar fatores para explicar o relacionamento entre as variáveis, sua análise baseia-se na correlação.
- (D) **Análise Discriminante:** Incorreto, pois é uma técnica utilizada para a classificação e estimação de elementos de grupos, a partir de uma classificação a priori de dados amostrais gera-se um modelo/função que auxilia na discriminação do grupo de elementos.

(E) **Análise de Componentes Principais:** Correto, técnica aplicada para descobrir quais variáveis são as mais relevantes de um conjunto. São gerados fatores de modo a preservar a variância entre as variáveis.

Resposta: E

Questão 24 IBA 2015

Uma analista de seguros suspeita que dois grupos de segurados, atualmente considerados homogêneos quanto ao risco de sofrer determinado sinistro, na verdade, estejam sujeitos a riscos diferentes. Para tomar sua decisão, ela selecionou uma amostra de indivíduos de cada grupo, que foi acompanhada durante dois anos. Durante esse período, foram registradas as ocorrências do sinistro em questão. O teste estatístico apropriado foi aplicado aos dados coletados e o valor encontrado para a probabilidade de significância (p-valor) foi de 0,005.

Sobre a situação descrita acima, considere as seguintes afirmativas:

- I - A probabilidade de concluir erroneamente pela diferença de riscos entre os grupos é de 0,005.
- II - A hipótese de igualdade de riscos entre os grupos pode ser rejeitada ao nível de 1% de significância.
- III - A hipótese nula do teste estatístico realizado é a de que os dois grupos possuem riscos iguais de sofrerem o sinistro em questão.

As afirmativas corretas são:

- (A) Apenas a alternativa II.
- (B) Alternativas I e III.
- (C) Apenas a alternativa III.
- (D) Todas as alternativas.
- (E) Apenas a afirmativa I.

Resolução:

A Questão trata basicamente da teoria de teste de hipótese.

Resposta: D

Questão 25 IBA 2015

Em modelo de regressão linear sejam SQR a soma dos quadrados devido à regressão, SQE a soma dos quadrados dos erros e $SQT = SQR + SQE$ a soma dos quadrados total. O coeficiente de determinação (R^2) é dado por: $R^2 = \frac{SQR}{SQT} = 1 - \frac{SQE}{SQT}$.

Assinale a alternativa correta:

- (A) O coeficiente de determinação nunca pode ser zero.
- (B) O coeficiente de determinação pode se manter inalterado quando uma nova variável explicativa é introduzida no modelo.
- (C) O coeficiente de determinação serve entre outras coisas para comparar a adequação de modelos diferentes.
- (D) Numa regressão linear simples, o coeficiente de determinação é igual ao quadrado do coeficiente de correlação de Pearson entre a variável dependente e a variável independente.
- (E) O coeficiente de determinação nunca pode ser igual a 1.

Resolução

Em um modelo de regressão linear, o quadrado do coeficiente de correlação de Pearson, chamado de coeficiente de determinação ou simplesmente R^2 , indica quanto o modelo foi capaz de explicar os dados coletados. Portanto, seus valores podem variar entre 0 e 1, indicando uma melhor ou pior explicação dos dados pelo modelo.

Deve-se lembrar sempre que, ao se inserir novas variáveis, altera-se o modelo por inteiro e, portanto, o coeficiente de determinação, com a adição de termos ao modelo o valor do R^2 pode aumentar, mas isto não significa necessariamente que o novo modelo seja melhor que o anterior. Para tanto, é necessário que a soma de quadrados residual do novo modelo seja reduzida por uma quantidade igual ao quadrado médio residual original, para se comparar modelos utiliza-se o coeficiente de determinação ajustado (R_a^2). Assim, as alternativas A, B, C e E são falsas.

Resposta: D

Questão 26 IBA 2015

Para modelagem do número de sinistro em seguro de vida, foi utilizada a Teoria de Modelos Lineares Generalizados. A variável resposta escolhida (Y) foi modelada usando uma distribuição

de Poisson, e são usadas duas variáveis explicativas: idade (X) e sexo (S), esta última sendo uma variável dicotômica (dummy).

Dadas as informações abaixo, calcule a média do número de sinistros estimada para uma pessoa de 50 anos do sexo masculino:

Modelo: $Y \sim \text{Poisson}(\lambda)$

$$\ln(\lambda) = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 S;$$

onde $S = 0$, para sexo masculino, e $S = 1$, para sexo feminino.

Valores estimados:

$$\hat{\beta}_0 = 0,11; \hat{\beta}_1 = 0,08, \hat{\beta}_2 = 0,5$$

- (A) 100
- (B) 61
- (C) 5
- (D) 50
- (E) 150

Resolução

Para calcular a média do número de sinistros, basta resolver o modelo apresentado, sendo Y o número de sinistros para resolver o modelo tem-se:

$$\ln(\lambda) = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 S$$

$$\ln(\lambda) = 0,11 + 0,08(50) + 0,5(0)$$

$$\ln(\lambda) = 4,11$$

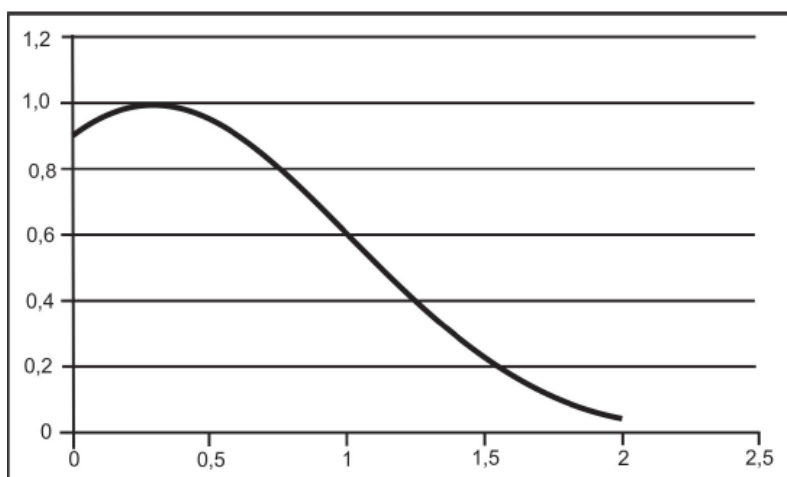
$$\lambda = e^{4,11}$$

$$\lambda \simeq 61$$

Resposta: B

Questão 27 IBA 2015

Um atuário dispõe de uma função $f(x)$ que ele não consegue integrar analiticamente. O gráfico seguinte mostra o comportamento da função para o valor de x entre 0 e 2.



Sabe-se que a função nunca excede o valor 1. Para obter uma estimativa das integrais definidas em diversos intervalos de interesse, ele fez uma simulação usando o Método de Monte Carlo. Ele sorteou 10.000 pares de pontos (x, y) com x no intervalo $[0; 2,0)$ e y no intervalo $[0; 1,0)$, em seguida verificou quantos pontos caíam abaixo e acima da curva para cada x sorteado. A tabela resumo seguinte mostra os resultados obtidos:

Intervalo	Abaixo	Acima	Total
$[0 ; 0,5)$	2391	53	2444
$[0,5 ; 1,0)$	2021	466	2487
$[1,0 ; 1,5)$	1040	1547	2587
$[1,5 ; 2,0)$	335	2147	2482
Soma	5787	4213	10000

Assinale a estimativa que melhor representa a integral proposta:

- (A) $\int_0^2 f(x)dx \simeq 0,5787$
 (B) $\int_{0,5}^1 f(x)dx \simeq 0,8126$
 (C) $\int_0^{1,5} f(x)dx \simeq 0,7252$
 (D) $\int_{1,5}^2 f(x)dx \simeq 0,8650$
 (E) $\int_0^2 f(x)dx \simeq 1,1574$

Resolução:

Considerando o Método de Monte Carlo, temos que:

$$\frac{\text{Área abaixo da curva}}{\text{Área a baixo da curva} + \text{Área acima da curva}}$$

De maneira que:

$$\frac{\text{n}^\circ \text{ de acertos}}{\text{n}^\circ \text{ de tentativas}} = \frac{I}{(X_f - X_i)(Y_f - Y_i)}$$

$$I = \frac{\text{n}^\circ \text{ de acertos}}{\text{n}^\circ \text{ de tentativas}} (X_f - X_i)(Y_f - Y_i)$$

$$I = \frac{5.787}{10.000} (2 - 0)(1 - 0)$$

$$I \simeq 1,1574$$

Resposta: E

Questão 28 IBA 2015

Sabendo que

$$\sum_{i=1}^n (x_i + y_i)^2 = k_1$$

e que

$$\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 = k_2$$

então

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i \text{ e } \sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{i=1}^n y_i^2$$

valem, respectivamente:

- (A) $\frac{K_1 + K_2}{4}$ e $\frac{K_1 + K_2}{2}$
- (B) $\frac{K_1 - K_2}{4}$ e $\frac{K_1 + K_2}{2}$
- (C) $\frac{K_1 + K_2}{4}$ e $\frac{K_1 - K_2}{2}$
- (D) $\frac{K_2 - K_1}{2}$ e $\frac{K_1 + K_2}{4}$
- (E) $\frac{K_1 - K_2}{2}$ e $\frac{K_1 + K_2}{4}$

Resolução:

Sejam as equações 1 e 2:

$$\begin{aligned} K_1 &= (X_i + Y_i)^2 & K_2 &= \sum (X_i - Y_i)^2 \\ K_1 &= (X_i^2 + 2X_iY_i + Y_i^2) & K_2 &= \sum (X_i^2 - 2X_iY_i + Y_i^2) \quad (2) \\ \sum X_i^2 &= K_1 - 2 \sum X_iY_i - \sum Y_i^2 & K_2 &= \sum X_i^2 - 2 \sum X_iY_i + \sum Y_i^2 \end{aligned} \quad (1)$$

Substituindo (1) em (2):

$$\begin{aligned} K_2 &= K_1 - 2 \sum X_iY_i - \sum Y_i^2 - 2 \sum X_iY_i + \sum Y_i^2 \\ K_2 - K_1 &= -4 \sum X_iY_i \\ \sum X_iY_i &= \frac{K_1 - K_2}{4} \end{aligned}$$

A equação (1) pode ser reordenada de maneira que:

$$2 \sum X_iY_i = K_1 - \sum X_i^2 - \sum Y_i^2 \quad (3)$$

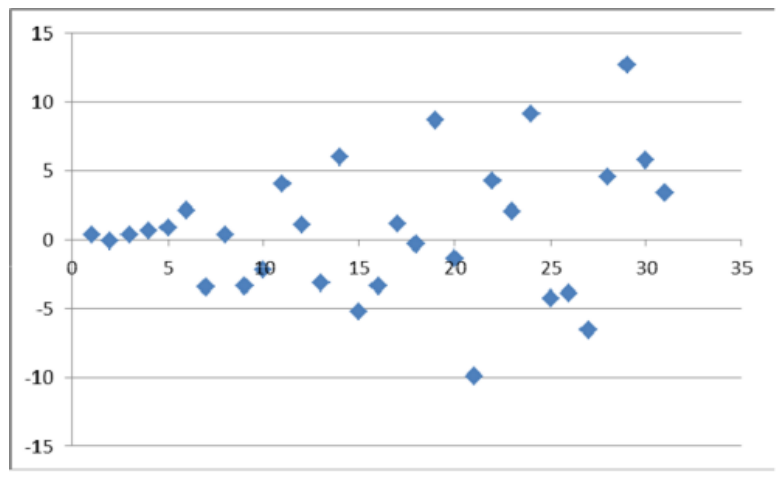
Substituindo (3) em (2):

$$\begin{aligned} K_2 &= \sum X_i^2 - K_1 + \sum X_i^2 + \sum Y_i^2 + \sum Y_i^2 \\ K_2 + K_1 &= 2 \sum X_i^2 + 2 \sum Y_i^2 \\ K_2 + K_1 &= 2 \left(\sum X_i^2 + \sum Y_i^2 \right) \\ \sum X_i^2 + \sum Y_i^2 &= \frac{K_1 + K_2}{2} \end{aligned}$$

Resposta: B

Questão 29 IBA 2015

Após a realização de uma regressão linear simples, um pesquisador resolve analisar os resíduos resultantes de um modelo encontrado. O gráfico seguinte mostra no eixo y os resíduos e no eixo x a variável independente.



A análise do gráfico sugere que:

- (A) Os resíduos se distribuem da forma esperada
- (B) O modelo não seja linear
- (C) Existem elementos atípicos nos dados que deveriam ser eliminados
- (D) A hipótese de homocedasticidade (mesma variância) não foi satisfeita
- (E) A hipótese de normalidade dos resíduos não foi satisfeita

Resolução:

Resposta: D, repetiu em 2018, 25 - 2017, 29.

Analisando as alternativas:

- (A) Incorreta, não há informação a priori quanto ao tipo dos dados para se afirmar uma forma esperada.
- (B) Incorreta, não se pode afirmar a não linearidade dos dados através da análise do gráfico.
- (C) Incorreta, a necessidade de se eliminar pontos influentes não pode ser verificada pelo presente gráfico. Para tal análise visual poderia-se utilizar os gráficos QQ Plots e Distância de Cook.
- (D) Correta, existe uma dispersão não centrada na média dos dados, portanto o pressuposto da homocedasticidade não foi atendido.
- (E) Incorreta, não se pode afirmar sobre a normalidade.

Resposta: D, repetiu em 2018, 25 - 2017, 29.

Em regressão múltipla com três variáveis independentes, um estudante encontrou os seguintes resultados parciais:

R múltiplo	0,99996		
R-quadrado	0,99993		
R-quadrado ajustado	0,99982		
F de significação	0,00011		
		Intervalo de Confiança	
	Coeficientes	95% inferiores	95% superiores
Interseção	120,50	86,15	154,85
Variável x_1	2,22	1,91	2,54
Variável x_2	46,26	22,37	70,15
Variável x_3	8,72	-7,55	24,99

Da análise destes resultados é possível afirmar que:

- (A) O modelo encontrado está perfeito.
- (B) O modelo não é bom porque o F de significância foi muito baixo.
- (C) A constante (Interseção) pode ser retirada do modelo sem prejudicar os resultados.
- (D) O acréscimo de uma ou mais variáveis independentes possa melhorar significativamente o modelo.
- (E) É possível encontrar um modelo mais simples com resultados semelhantes.

Resolução:

Analisando as alternativas:

- (A) Incorreto, não se pode dizer que o modelo está perfeito...

Resposta: E

3.6 Resolução Prova de 2014

Questão 21 IBA 2014

Em um cálculo de regressão, se o coeficiente angular é zero, conclui-se que:

- (A) O modelo deve ser o múltiplo
- (B) O tamanho da amostra é muito pequeno
- (C) Não há relacionamento linear entre as variáveis
- (D) As observações têm muita dispersão
- (E) Não existe nenhum relacionamento entre as variáveis

O coeficiente angular (β_0) em um modelo de regressão representa a inclinação da reta regressora. Portanto, se o coeficiente é zero, não existe relacionamento linear entre as variáveis.

Resposta: C

Questão 22 IBA 2014

Um atuário analisa dados de indenizações pagas nos últimos anos numa linha de produtos de uma seguradora e está ajustando uma distribuição de probabilidade aos dados sob análise. Os dados representam uma amostra aleatória de uma variável X , e o atuário considera que X é uma variável aleatória contínua tal que $P(X > c) = 1$ onde $c > 0$ é o valor da franquia do seguro. Não existe um limite máximo pré-especificado para as indenizações. Além disso, os valores medidos são muito assimétricos, com muitos valores pequenos (e próximos de c). O atuário acha que existe um certo excesso de valores muito grandes que aparecem como *outliers* e resolve modelar usando uma distribuição com cauda pesada. Das distribuições a seguir, a que deve ser primeiro experimentada pelo atuário é a:

- (A) Binomial
- (B) Normal
- (C) Poisson
- (D) Gama
- (E) Pareto

A única distribuição de cauda pesada dentre as opções e que mais se adequa a ser utilizada é a Pareto.

Resposta: E

Questão 23 IBA 2014

Considere N observações de uma série temporal $Z_t(t = 1, 2, \dots, N)$. Considere que a série temporal representada em função do modelo de duas componentes não observáveis T_t e a_t , tal que, $Z_t = T_t + a_t$, onde T_t representa a componente de tendência e a_t , a componente aleatória. A suposição sobre as condições da componente aleatória no modelo é de que ela tenha:

- (A) média 1 e variância constante igual a $N^{\frac{2}{2}}$
- (B) média 1 e variância constante igual a σ_α^2
- (C) média 0 e variância constante igual a $N^{\frac{2}{2}}$
- (D) média 0 e variância constante igual a σ_α^2
- (E) média 0 e variância constante σ_α^2 igual a 1

Seja uma série temporal $Z_t(t = 1, 2, \dots, n)$, onde $Z_t = T_t + a_t$ para T_t a Componente de Tendência e a_t a Componente aleatória. A suposição base sobre as condições da Componente Aleatória no modelo é que ele tenha média 0 e variância constante igual a σ_α^2 .

Resposta: D

Questão 24 IBA 2014

Suponha que se deseja dimensionar uma amostra de tamanho n de uma população de tamanho N , tendo como referência uma variável aleatória com distribuição normal padrão Z e com nível de confiança fixado em 95%. Para esse caso, as medidas estatísticas adicionais que devem ser utilizadas para o cálculo do tamanho n da amostra são:

- (A) A média da variável e o nível de significância.
- (B) O desvio padrão da variável e o valor N .
- (C) A média da variável e o erro amostral.
- (D) O desvio padrão da variável e o erro amostral.
- (E) O desvio padrão da variável e a média da variável.

Para esta questão, basta lembrar do cálculo para o tamanho da amostra considerando uma população infinita:

$$n = \left(\frac{Z \cdot \sigma}{e} \right)^2$$

- n : tamanho da amostra

- Z : valor de significância da tabela normal
- σ : desvio padrão populacional
- e : erro máximo

Resposta: D

Questão 25 IBA 2014

Em uma tabela de análise de variância (ANOVA), para uma amostra de n unidades amostrais, o estimador do parâmetro de variância de uma variável resposta Y do modelo $Y = \theta + \epsilon$ é dado pela relação entre:

- (A) A soma de quadrados entre tratamentos e a soma de quadrados dentro.
- (B) A soma de quadrados entre tratamentos e o valor de $n - 1$.
- (C) A soma de quadrados dentro tratamentos e o valor de $n - 2$.
- (D) A soma de quadrados entre tratamentos e o valor de n .
- (E) A soma de quadrados dentro tratamentos e o valor de $n - 1$.

Resolução:

Considerando o modelo $Y = \theta + \epsilon$, como um modelo de regressão linear simples, sabemos que:

$$Var(Y) = QME = \frac{SQE}{n - 2}$$

Resposta C

Questão 26 IBA 2014

Uma seguradora deseja separar seus futuros clientes de seguro de automóveis em dois grupos pré-definidos: os propensos e os não propensos a gerar sinistros de determinado tipo. Para isto, coletou dados socioeconômicos e o histórico de uso do seguro para amostras dos dois grupos de clientes. A técnica estatística MAIS adequada para atingir o objetivo dessa seguradora é:

- (A) Análise de Componentes Principais
- (B) Análise Discriminante

- (C) Análise de Variância
- (D) Análise de Crédito
- (E) Análise de Regressão

Resolução:

A análise de discriminante é a técnica utilizada para realizar a separação de conjuntos distintos de objetos.

Resposta: B

Questão 27 IBA 2014

Uma empresa de seguros deseja estudar o perfil de seus empregados por meio de uma entrevista detalhada. A empresa trabalha com três tipos de seguros e atua em vinte regiões comerciais do país. Acredita-se que clientes de regiões comerciais diferentes tenham perfis diferentes. No entanto, os perfis dos clientes dentro de uma mesma região comercial seriam muito parecidos. Sendo assim, a analista responsável pelo estudo opta pelo seguinte esquema de amostragem:

- Dentro de cada um dos três tipos de seguro, ela seleciona aleatoriamente 10 regiões comerciais.
- Dentro de cada região comercial selecionada, ela escolhe aleatoriamente 50 clientes para serem entrevistados.

O esquema adotado pelo analista é:

- (A) Amostragem estratificada, seguida de amostragem por conglomerado em dois estágios.
- (B) Amostragem estratificada em três estágios.
- (C) Amostragem por conglomerado, seguida de amostragem estratificada em dois estágios.
- (D) Amostragem por conglomerados em três estágios.
- (E) Amostragem aleatória simples.

Resolução:

Para perfis diferentes, dividindo a população em subgrupos, utiliza-se a amostragem estratificada e, para realizar a amostragem em dois estágios diferentes, utiliza-se a análise em conglomerados.

Resposta: A

Questão 28 IBA 2014

Os dados a seguir correspondem a variável renda familiar e gasto com alimentação (em unidades monetárias) para uma amostra de 25 famílias.

Renda Familiar (X)	Gasto com Alimentação (Y)
3	1,5
5	2
10	6
10	7
20	10
20	12
20	15
30	8
40	10
50	20
60	20
70	25
70	30
80	25
100	40
100	35
100	40
120	30
120	40
140	40
150	50
180	40
180	50
200	60
200	50

Sejam as variáveis: Y = Gasto com alimentação e X = Renda familiar. Da tabela temos:

$$\bar{X} = 83,120 \quad \bar{Y} = 26,660 \quad \sum_{i=1}^{25} X_i^2 = 271934 \quad \sum_{i=1}^{25} Y_i^2 = 24899,250$$

$$\sum_{i=1}^{25} Y_i X_i = 80774,500 \quad S_X = \sqrt{4133,777} = 64,294 \quad S_Y = \sqrt{297,098} = 17,237$$

Se definirmos o estimador coeficiente de correlação por

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{(n-1)S_X S_Y}$$

Calcule o coeficiente de correlação entre essas variáveis:

- (A) 0,954
- (B) 0,876
- (C) 0,786
- (D) 0,867
- (E) 0,594

Resolução:

Considerando a equação:

$$r = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{\sqrt{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \sqrt{n \sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2}}$$

Como: $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum X_i$; então $\sum X_i = 2078$ e $\sum Y_i = 666,5$.

$$\begin{aligned} r &= \frac{2580774,5 - 2078 \cdot 666,5}{\sqrt{25 \cdot 71934 - 2078^2} \sqrt{25 \cdot 24899,25 - 666,5^2}} \\ &= \frac{634375,5}{664928,367} \\ &= 0,954 \end{aligned}$$

Resposta: A

Questão 29 IBA 2014

Uma seguradora deseja identificar grupos de clientes que sejam parecidos entre si quanto ao seu estilo de vida e cuidado com saúde. Em sua base de dados estão disponíveis dados sobre

o histórico de uso do plano de saúde, dados sócio econômicos e demográficos. Além disso, a operadora investirá em uma pesquisa para coletar dados sobre o estilo de vida de seus clientes. Para atingir o objetivo dessa operadora de saúde, a técnica estatística MAIS adequada é:

- (A) Análise de Regressão
- (B) Análise de Variância
- (C) Análise de Componentes Principais
- (D) Análise de Confiabilidade
- (E) Análise de Conglomerados

Resolução:

Análise de Conglomerados: associação de dados em grupos de características semelhantes.

Resposta: E

Questão 30 IBA 2014

Uma operadora de saúde gostaria de estudar o número de consultas anuais de seus segurados em função de variáveis sócio-demográficas e variáveis relacionadas ao estilo de vida. A técnica estatística escolhida foi a de Modelos Lineares Generalizados.

Com relação à distribuição da variável resposta do modelo e a função de ligação adequada, a alternativa CORRETA é:

- (A) Distribuição de Poisson e função de ligação logarítmica.
- (B) Distribuição Normal e função de ligação logarítmica.
- (C) Distribuição de Poisson e função de ligação identidade.
- (D) Distribuição Normal e função de ligação logit.
- (E) Distribuição Binomial e função de ligação logit.

Resolução:

Dados de contagem, MLG com distribuição Poisson e função de ligação logarítmica.

Resposta: A

Questão 25 IBA 2019

Uma turma de classe universitária é formada por 4 homens e 5 mulheres. Um professor deve escolher 4 desses estudantes para formar um grupo de pesquisa. As alunas da classe suspeitam que o professor tem preferência em trabalhar com rapazes, e desejam testar as seguintes hipóteses:

H_0 : o professor escolhe aleatoriamente os estudantes

H_1 : o professor tem preferência pelos rapazes

Para isso, elas estabelecem o critério de rejeitar a hipótese nula, se o grupo de pesquisa for composto por 3 ou mais rapazes; caso contrário, não rejeitam H_0 . Qual o nível de significância para o teste adotado pelas alunas?

- (A) $\frac{5}{126}$
 (B) $\frac{21}{126}$
 (C) $\frac{64}{729}$
 (D) $\frac{9}{38}$
 (E) $\frac{5}{9}$



Questão 29 IBA 2019

(A) -5%

(B) -0,03%

(C) 6,65%

(D) 7,48%

(E) 10,52%

- l e a

Questão 29 IBA 2017

leas

Consideremos que as pessoas chegam ao banco seguindo um processo de Poisson homogêneo com parâmetro 4. O banco tem somente um caixa e o tempo de atendimento do caixa tem distribuição exponencial de média $1/3$. Suponha que o tempo de atendimento e o processo de chegadas ao banco sejam independentes e que o caixa esteja vazio. Uma pessoa acaba de chegar ao banco e começa seu atendimento. Calcular a probabilidade de esta pessoa terminar seu atendimento antes de chegar outro cliente ao banco precisando usar o caixa.

- (A) 0,142
- (B) 0,285
- (C) 0,428
- (D) 0,571
- (E) 0,714



Capítulo 4

Matemática Atuarial

4.1 Resolução Prova de 2019

Questão 01 IBA 2019

Qual taxa média de crescimento populacional seria necessária para uma população crescer 16% em 20 anos?

- (A) 0,51% ao ano
- (B) 0,74% ao ano
- (C) 0,86% ao ano
- (D) 1,2% ao ano
- (E) 1,5% ao ano

Resolução:

16% em 20 anos=

$$(1 + i)^{20} = 1,16$$

$$i = (1,16)^{\frac{1}{20}} - 1$$

$$= 0,74\%$$

Resposta B

Questão 02 IBA 2019

Se o valor da função $a_x^{(12)}$ é de 198,20, a alternativa que apresenta o valor do $\ddot{a}_x^{(12)}$ é?

- (A) 98,20
- (B) 158,20

- (C) 199,20
 (D) 201,20
 (E) 221,20

Resolução:

$$\ddot{a}_x^{12} = a_x^{12} + 1$$

$$\ddot{a}_x^{12} = 198,20 + 1$$

$$\ddot{a}_x^{12} = 199,20$$

Resposta C

Questão 03 IBA 2019

Uma pessoa ao chegar à idade “x” deseja saber a probabilidade de atingir a idade de 80 anos, sendo $x < 80$, por evidente, para contratar um plano de previdência. Então, o cálculo poderá ser obtido por:

- (A) ${}_np_x = \frac{d_{x+n}}{l_x}$, para $n=x-80$
 (B) ${}_np_x = q_{x+n}$, para todos x igual a n
 (C) ${}_np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$, para n dado por $80 - x$
 (D) $p_x = \frac{l_x}{l_{x+n}}$, para todo n igual a $x + 80$
 (E) $p_x = q_{x+n}$, para $x + n$ igual a 80

Resolução:

$$x + n = 80, \text{ logo, } n = 80 - x$$

Resposta C

Questão 04 IBA 2019

Um seguro de vida diferido de 25 anos e temporário pelos 15 anos subsequentes, para uma pessoa de idade “z”, com pagamento do benefício (Q) ao final do ano (idade) de falecimento, tendo o fracionamento mensal, no início de cada mês (antecipado), diferimento de 10 e, após temporário por mais 30 anos, a formulação do $P_{25}^{(12)}$, utilizando as funções de comutação pelo método de aproximação - Woolhouse, é dada por:

$$(A) P_z^{(12)} = \frac{\frac{N_x - N_{z+25}}{D_z} \times Q}{\left[\frac{N_{x+10} - N_{x+10+30}}{D_z} - \frac{11}{24} \times \frac{D_{x+10} - D_{x+10+30}}{D_z} \times 12 \right]}$$

$$\begin{aligned}
(B) P_z^{(12)} &= \frac{\frac{N_x - N_{z+25}}{D_z} \times Q}{\left[\frac{N_{x+10} - N_{x+10+30}}{D_z} - \frac{11}{24} \times \frac{D_{x+10} - D_{x+10+30}}{D_z} \right]} \\
(C) P_z^{(12)} &= \frac{\frac{N_x - M_{x+25+15}}{D_z} \times Q}{\left[\frac{N_{x+10} - N_{x+10+30}}{D_z} - \frac{11}{24} \times \frac{D_{x+10} - D_{x+10+30}}{D_z} \right]} \\
(D) P_z^{(12)} &= \frac{\frac{M_{z+25} - M_{z+25+15}}{D_z} \times Q}{\left[\frac{N_{z+10} - N_{z+10+30}}{D_z} - \frac{11}{24} \times \frac{D_{z+10} - D_{z+10+30}}{D_z} \right]} \times 12 \\
(E) P_z^{(12)} &= \frac{\frac{M_{x+25+15}}{D_z} \times Q}{\left[\frac{N_x - N_{x+10+30}}{D_z} - \frac{11}{24} \times \frac{D_x - D_{x+10+30}}{D_z} \right]}
\end{aligned}$$

Resolução:

- m=25

- n=15

$${}_{25}A_{z:15}$$

$$b = Q$$

$${}_{10}\ddot{a}_{z:\overline{30}|}$$

$$P_z^{(12)} = \times Q \frac{\frac{M_{z+25} - M_{z+25+15}}{D_z}}{\left[\frac{N_{z+10} - N_{z+10+30}}{D_z} - \frac{11}{24} \times \frac{D_{z+10} - D_{z+10+30}}{D_z} \right]} \times 12$$

Resposta D

Questão 05 IBA 2019

Um seguro de vida diferido por 10 anos e, após, vitalício, com pagamento do benefício ao final do ano do óbito, para uma pessoa de 40 anos (quando contratou o seguro) e tendo utilizado o fracionamento do prêmio de forma mensal - funções de comutação sub-anuais - antecipado, imediato e temporário por 15 anos após 25 anos de vigência pelo método Prospectivo terá a Reserva Matemática calculada por:

$$(A) {}_{25}V_{40} = \left[\frac{M_{40}}{D_{25}} - \frac{M_{25}}{N_{25}^{12} - N_{25}^{12}} \times \frac{N_{40}^{(12)}}{D_{25}} \right] \times Q$$

$$(B) {}_{25}V_{40} = \left[\frac{M_{65}}{D_{65}} \right] \times Q$$

$$(C) {}_{25}V_{40} = \left[\frac{M_{25}}{D_{25}} - \frac{M_{25}}{N_{25}^{12} - N_{25}^{12}} \times \frac{N_{25}^{(12)}}{D_{25}} \right] \times Q$$

$$({}_D)_{25}V_{40} = \left[\frac{M_{65}}{D_{25}} \right] \times Q$$

$$({}_E)_{25}V_{40} = \left[\frac{M_{65}}{D_{65}} - \frac{M_{25}}{N_{25}^{12} - N_{55}^{12}} \times \frac{N_{65}^{(12)}}{D_{65}} \right] \times Q$$

Resolução:

- $E(Z) = {}_{10}A_{40} \times Q$

- $E(Y) = P \times \ddot{a}_{40:\overline{15}|}$

${}_{25}V$ = passados 25 anos o diferimento ($m=10$) já acabou, o segurado agora tem 65 anos e não há mais pagamento de prêmio. Então a reserva será de:

$${}_{25}V = A_{65} \times Q \text{ que é o mesmo que: } \frac{M_{65}}{D_{65}} \times Q.$$

Resposta B

Questão 06 IBA 2019

A tabela abaixo mostra importâncias seguradas, número de apólices para cada importância e respectivas probabilidades de sinistro em 1 ano em uma carteira de seguros.

Importância Segurada (milhares de)	Números de Apólices	Probabilidade de Sinistro
2	2.000	0,01
5	1.500	0,02

O valor esperado e o desvio padrão do sinistro individual agregado, utilizando a aproximação normal, correspondem respectivamente a:

(A) 190.000 e $\sqrt{814.200.000}$

(B) 190.000 e $\sqrt{750.000.000}$

(C) 290 e 800.000

(D) 190.000 e $\sqrt{612.600.000}$

(E) 130.000 e $\sqrt{750.000.000}$

Resolução:

$$E(x) = \sum B_i \times Q = 2 \times 2000 \times 0,01 + 5 \times 1500 \times 0,02 = 190.000$$

$$\begin{aligned}
Var(x) &= \sum Bi^2 \times Q(1 - Q) \\
&= 2000^2 \times 2000 \times 0,01 \times 0,99 + 5000^2 \times 1500 \times 0,02 \times 0,98 \\
&= 79.200.000 + 735.000.000 \\
Var(x) &= 814.200.000
\end{aligned}$$

Resposta A

Questão 07 IBA 2019

Uma pessoa de 20 anos deseja deixar um capital Q crescente, de razão igual ao primeiro Benefício, caso sua morte ocorra a partir dos 60 anos (inclusive). A formulação do Prêmio Puro e Único é dada por:

$$\begin{aligned}
(A) P_{20}^u &= \left[\frac{M_{60}}{D_{20}} \right] \times Q \\
(B) P_{20}^u &= \left[\frac{N_{60}}{D_{20}} \right] \times Q \\
(C) P_{20}^u &= \left[\frac{S_{60}}{D_{20}} \right] \times Q \\
(D) P_{20}^u &= \left[\frac{R_{60}}{D_{20}} \right] \times Q \\
(E) P_{20}^u &= \left[\frac{M_{20}}{D_{20}} \right] \times Q
\end{aligned}$$

Resolução:

A coluna R_x calcula seguro contra morte, de capital crescente, daí:

- $x = 20$ anos
- capital = Q
- $m = 40$

$$\text{Logo, } \frac{R_{x+m}}{D_x} \times Q = \frac{R_{60}}{D_{20}} \times Q$$

Resposta D

Questão 08 IBA 2019

Adotando o método prospectivo, indique a alternativa de formulação para o cálculo da reserva matemática do seguro: contra morte, imediato e temporário de “ m ” anos, com fracionamento subanual mensal - funções de comutação subanuais - antecipado, imediato e no prazo máximo atuarialmente recomendado, considerando t anos de vigência, sendo $t > m$ (t maior que m).

$$\begin{aligned}
(A)_t V_x &= \left[\frac{M_{x+t} - M_{x+x+t}}{D_{x+t}} - \frac{M_x - M_{x+m}}{N_x^{(12)}} \times \frac{N_{x+t}^{(12)}}{D_{x+t}} \right] \times Q \\
(B)_t V_x &= \left[\frac{M_{x+t} - M_{x+x+t}}{D_{x+t}} - \frac{M_x - M_{x+m}}{N_x^{(12)}} \times \frac{N_{x+t}^{(12)} - N_{x+m}^{(12)}}{D_{x+t}} \right] \times Q \\
(C)_t V_x &= \left[\frac{M_{x+t} - M_{x+x+t}}{D_x} - \frac{M_x - M_{x+m}}{N_x^{(12)}} \times \frac{N_{x+t}^{(12)} - N_{x+m}^{(12)}}{D_x} \right] \times Q \\
(D)_t V_x &= \text{zero} \\
(E)_t V_x &= \text{inexistente}
\end{aligned}$$

Resolução:

- $E(Z) = Q_x A_{x:\overline{m}|}$
- $E(Y) = P \times \ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{12}$

${}_tV$ com $t > m$ o período do contrato já passou, não há pagamento de prêmio nem recebimento de benefício, logo, ${}_tV_x$ é inexistente.

Resposta E

Questão 09 IBA 2019

O valor médio do sinistro na seguradora A é de R\$5.000,00 e a sua carteira possui 120 mil segurados. O valor médio do sinistro na seguradora B também é de R\$5.000,00, mas a sua carteira possui 12 mil segurados. Com base somente nessas informações, Sra. Isabel avaliou as duas seguradoras e decidiu pela seguradora A. Qual dos itens a seguir explica essa decisão?

- (A) a Teoria da Transição Demográfica
- (B) os Axiomas de Kolmogorov
- (C) o Teorema Central do Limite
- (D) a Teoria da Utilidade
- (E) a Teoria dos Múltiplos Decrementos

Resolução:

O Teorema Central do Limite (TCL) afirma que a soma (S) de N variáveis aleatórias independentes (X), com qualquer distribuição e variâncias semelhantes, é uma variável com distribuição que se aproxima da distribuição de Gauss (distribuição normal) quando N aumenta. Como a média é a mesma o segurado vai optar pela seguradora com maior número de segurados (seguradora A)

Questão 10 IBA 2019

Considerando que: q_x é a probabilidade de uma pessoa de idade “x” falecer nesta idade “x”; q_y é a probabilidade de uma pessoa de idade “y” falecer nesta idade “y”; e que $p_x = (1 - q_x)$, e $p_y = (1 - q_y)$, pode-se afirmar que o resultado da equação $[1 - p_x p_y]$ indica a probabilidade de:

- (A) Ambos vivos
- (B) Ambos mortos
- (C) Pelo menos um vivo
- (D) Pelo menos um morto
- (E) “x” vivo e “y” morto ou “y” vivo e “x” vivo

Resolução:

$$[1 - p_x p_y] = 1 - P \text{ (ambos sobrevivem)}$$

$$p_x p_y = (1 - q_x) \times (1 - q_y)$$

$$p_x p_y = 1 - q_y - q_x + q_x \times q_y$$

Portanto:

$$1 - p_x p_y = 1 - (1 - q_y - q_x + q_x \times q_y)$$

$$1 - p_x p_y = 1 - 1 + q_y + q_x - q_x \times q_y$$

$$1 - p_x p_y = q_y + q_x - q_x \times q_y$$

É a probabilidade de pelo menos um morto.

Questão 11 IBA 2016

Dentre as alternativas permitidas pelos Valores Garantidos, o Prolongamento pode ser concedido:

- (A) No encerramento do contrato.
- (B) No fracionamento do Prêmio e antes do recebimento da última parcela do Benefício.
- (C) Após o pagamento do Prêmio e antes do recebimento do Benefício.
- (D) Apenas no período de deferimento do Benefício, caso o Prêmio tenha sido pago à vista (Prêmio Único).
- (E) Exclusivamente no período de fracionamento do Prêmio.

Resolução:

- Valores Garantidos: são os valores correspondentes ao resgate, ao saldamento e ao benefício prolongado;
- Benefício Prolongado: interrupção definitiva do pagamento das contribuições, mantendo-se o direito à percepção, de forma temporária, do mesmo valor do benefício originalmente contratado.

Quando o regime financeiro e as características técnicas do benefício permitirem o resgate, saldamento ou benefício prolongado, estes poderão ser concedidos em função do tempo de contribuição e da idade do participante.

Em função do período de contribuição é o mesmo que fracionamento do contrato.

Resposta E

Questão 12 IBA 2019

Um seguro de vida diferido de 25 anos e, após isto, vitalício para uma pessoa de idade “x”, com pagamento do benefício (Q) ao final do ano (idade) de falecimento, e tendo o fracionamento mensal, no início de cada mês (antecipado), diferimento de 10 e, após, temporário por mais 30 anos, a formulação do prêmio, utilizando as funções de comutação pelo método de aproximação - Woolhouse, é dada por:

$$(A) P_x^{(12)} = \frac{\frac{N_{x+25}}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+10} - N_{x+10+30}}{D_x} - \frac{11}{24} \times \frac{D_{x+10} - D_{x+10+30}}{D_x} \right]} \times 12$$

$$(B) P_x^{(12)} = \frac{\frac{N_{x+25}}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+10} - N_{x+10+30}}{D_x} - \frac{11}{24} \times \frac{D_{x+10} - D_{x+10+30}}{D_x} \right]}$$

$$(C) P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_{x+25}}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+10} - N_{x+10+30}}{D_x} - \frac{11}{24} \times \frac{D_{x+10} - D_{x+10+30}}{D_x} \right]}$$

$$(D) P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_{x+25}}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+10} - N_{x+10+30}}{D_x} - \frac{11}{24} \times \frac{D_{x+10} - D_{x+10+30}}{D_x} \right]} \times 12$$

$${}^{(E)}P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_{x+25+30}}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+10} - N_{x+10+30}}{D_x} - \frac{11}{24} \times \frac{D_{x+10} - D_{x+10+30}}{D_x} \right]}$$

Resolução:

- $E(Z) = Q_x {}_{25|}A_x$
- $E(Y) = P_{10|} \ddot{a}_{x:\overline{30}|}^{(12)}$

$$P \times {}_{10|} \ddot{a}_{x:\overline{30}|}^{(12)} = {}_{25|}A_x \times Q_x$$

$$P^{(12)} = \frac{{}_{25|}A_x \times Q}{[{}_{10|} \ddot{a}_{x:\overline{30}|}] \times 12}$$

Escrevendo com comutação:

$$P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_{x+25}}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+10} - N_{x+10+30}}{D_x} - \frac{11}{24} \times \frac{D_{x+10} - D_{x+10+30}}{D_x} \right]} \times 12$$

Resposta D

4.2 Resolução Prova de 2018

Questão 01 IBA 2018

Com relação ao seguro de vida inteiro diferido por 13 anos, é correto afirmar que:

- (A) caso o segurado morra em até 13 anos após a contratação do seguro, a sua família receberá o benefício
- (B) caso o segurado morra em até 5 anos após a contratação do seguro, a sua família receberá o benefício
- (C) caso o segurado morra em até 1,3 anos após a contratação do seguro, a sua família receberá o benefício
- (D) caso o segurado morra a partir de 13 anos após a contratação do seguro, a sua família receberá o benefício
- (E) caso o segurado morra em qualquer momento após a contratação do seguro, a sua família receberá o benefício e o pagamento do prêmio será realizado em 13 anos

Resolução:

${}_{13|}A_x - >$ Seguro de vida inteiro diferido por 13 anos.

Período de diferimento é o período compreendido entre a data de início de vigência da cobertura por sobrevivência e a data contratualmente prevista para início do pagamento do benefício. Logo, resposta D.

Resposta D

Questão 02 IBA 2018

Num modelo de risco coletivo, a soma das perdas agregadas tem distribuição de Poisson composta. Assinale a alternativa correta:

- (A) $E[S] = E[X]^2 E[N]$
 (B) $V[S] = V[X]^2 E[N]$
 (C) $M_S(t) = E[e^{tS}] = E[E[e^{tS} | N = n]] = E[E[e^{tX_1 + tX_2 + \dots + tX_n}]] = E[M_X(t)]$
 (D) $F_S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} P[X_1 + X_2 + \dots + X_n] P[N = n]$
 (E) A função geradora de momentos $M_N(t)$ é a função geradora de momentos da distribuição binomial negativa.

Resolução:

- (A) Incorreta. $E(S) = E(X) \cdot E(N) = \lambda \cdot m_1$
 (B) Incorreta. $\text{Var}(S) = (E(X))^2 \text{Var}(N) + E(N) \text{Var}(X) = \lambda \cdot m_2$
 (C) Incorreta. $M_S(t) = M_N[\log(M_X(t))] = \exp\{\lambda(M_X(t) - 1)\}$
 (D) Correto.
 (E) Incorreta. A função geradora de momentos $M_N(t)$ é a função geradora de momentos da distribuição Poisson.

Resposta D

Questão 03 IBA 2018

Uma carteira de seguro de vida possui duas faixas de importância seguradas como descritas na tabela abaixo:

Importância Segurada (milhares \$)	Número de apólices	Probabilidade de morte
1	5000	0,05
3	1000	0,03

Considerando que $P(S \leq (1 + \theta)E(S)) = P(Z \leq \frac{\theta E(S)}{\sqrt{V(S)}}) = 0,881$, o carregamento de segurança θ é de aproximadamente (considere Z uma variável aleatória com distribuição Normal com média zero e variância um):

- (A) 10,59%
- (B) 7,76%
- (C) 6,12%
- (D) 4,01%
- (E) 2,22%

Resolução:

$$E(x) = \sum B_i Q_i = 1 \cdot 0,05 \cdot 5000 + 3 \cdot 0,03 \cdot 1000 = 340$$

$$Var(N) = \sum B_i^2 \cdot Q_i(1 - Q_i)$$

$$\sigma = \sqrt{499,4} = 22,347$$

Z segue $N(0,1)$

$$d = 1 - 0,881$$

$$d = 0,119$$

$$0,5 - 0,119 = 0,381$$

$$Z_{0,381} = 1,18$$

$$\theta = \frac{1,18 \cdot 22,347}{340}$$

$$\theta = 0,0775$$

Resposta B

Questão 04 IBA 2018

Sabendo que uma pessoa de idade “ x ” deseja receber uma quantia Q , quando atingir os 65 anos de idade, sendo $x < 65$. A taxa de juros atuarial anual estimada para todo o período é indicada por “ i ” a.a. Com base nestes dados, indique a formulação correta para o cálculo Prêmio Puro e Único, correspondente.

$$(A) {}_nE_x = \frac{d_{x+n}}{l_x} x(1+i)^{-n} xQ, \text{ para } n = x + 65$$

$$(B) {}_nE_x = \frac{d_x}{l_{x+n}} x(1+i)^{-n} xQ, \text{ para } n = 65 - x$$

$$(C) {}_nE_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} x(1+i)^{-n} xQ, \text{ para } n = 65 - x$$

$$(D) {}_nE_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} x(1+i)^n xQ, \text{ para } n = 65 - x$$

$$(E) {}_nE_x = \frac{d_{x+n}}{l_x} x(1+i)^n xQ, \text{ para } n = 65 - x$$

Resolução:

Dados:

x anos

Q reais

$$x+n=65 \rightarrow n=65-x$$

"i" a.a.

Seguro Dotal Puro:

Só recebe caso chegue vivo ao final do período determinado.

Logo:

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = \frac{D_{x+n}}{D_x} = {}_nE_x$$

Assim,

$${}_nE_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} x(1+i)^{-n} xQ, \text{ para } n = 65 - x$$

Resposta C

Questão 05 IBA 2018

Um casal de idade "x" e "y" deseja calcular a probabilidade de atingir os próximos 25 anos vivo.

Considerando apenas o risco de morte a formulação de cálculo a ser utilizada é:

$$(A) {}_{25}p_{xy} = \frac{l_{x+n}}{l_x} \times \frac{l_{y+n}}{l_y} \text{ sendo } n = 25$$

$$(B) p_{xy} = q_{x+n} \times q_{y+n}, \text{ sendo } n = 25$$

$$(C) {}_{25}p_{xy} = \frac{d_{x+n}}{l_x} \times \frac{d_{y+n}}{l_y}, \text{ sendo } n = 25$$

$$(D) p_{xy} = \frac{l_{x+n}}{l_x} \times \frac{d_{y+n}}{l_y}, \text{ sendo } n = 25$$

$$(E) {}_{25}p_{xy} = p_x \times p_y$$

Resolução:

$${}_{25}p_{xy} = {}_{25}p_x \times {}_{25}p_y = \frac{l_{x+25}}{l_x} \times \frac{l_{y+25}}{l_y}$$

Resposta A

Questão 06 IBA 2018

Um seguro contra morte, diferido por 10 anos e, após vitalício, com pagamento do benefício ao final do ano do óbito, para uma pessoa de 40 anos (quando contratou o seguro) e tendo utilizado o fracionamento do prêmio de forma mensal - funções de comutação subanuais - antecipado, imediato e temporário por 15 anos, após 25 anos de vigência pelo método Prospectivo terá a Reserva Matemática calculada pela formulação do item?

$$(A) {}_{25}V_{40} = \left[\frac{M_{40}}{D_{25}} - \frac{M_{25}}{N_{25}^{(12)} - N_{55}^{(12)}} \times \frac{N_{40}^{(12)}}{D_{25}} \right] \times Q$$

$$(B) {}_{25}V_{40} = \left[\frac{M_{65}}{D_{65}} \right] \times Q$$

$$(C) {}_{25}V_{40} = \left[\frac{M_{25}}{D_{25}} - \frac{M_{25}}{N_{25}^{(12)} - N_{55}^{(12)}} \times \frac{N_{55}^{(12)}}{D_{25}} \right] \times Q$$

$$(D) {}_{25}V_{40} = \left[\frac{M_{65}}{D_{25}} \right] \times Q$$

$$(E) {}_{25}V_{40} = \left[\frac{M_{65}}{D_{65}} - \frac{M_{25}}{N_{25}^{(12)} - N_{55}^{(12)}} \times \frac{N_{65}^{(12)}}{D_{65}} \right] \times Q$$

Resolução:

$m=10 \rightarrow$ Seguro Vitalício postecipado

$x=40$

$n=15$

Despesas $\rightarrow {}_{10|}A_{40}$

Reserva Prospectiva (pra frente)

$${}_{25}V_{40} \rightarrow A_{65} = \frac{M_{65}}{D_{65}} \times Q$$

Resposta B

Tabela 4.1: Tábua Comutação: AT 83 a 6% - Funções Anuais e Mensais.

x	q_x	l_x	d_x	D_x	N_x	$N_x^{(12)}$	M_x
0	0,0027	10.000	27	10.000,00	172.779,66	2.017.763,60	220,0214
10	0,0004	9.930	4	5.544,93	95.092,22	1.110.278,98	162,3517
20	0,0005	9.887	5	3.082,91	51.903,58	655.999,88	144,9715
30	0,0008	9.827	7	1.710,96	27.905,97	325.354,48	131,3805
40	0,0013	9.736	13	946,52	14.652,50	169.962,24	119,9643
50	0,0041	9.508	39	516,16	7.272,64	84.396,68	104,4995
60	0,0083	8.967	75	271,82	3.326,08	38.397,24	83,5518
65	0,0129	8.533	110	193,29	2.132,80	24.515,02	72,5655
70	0,0214	7.876	168	133,32	1.292,55	14.766,12	60,1519
80	0,0570	5.531	315	52,28	361,28	4.042,89	31,8303

Considere que a entidade opera com carregamentos: administrativo de 4% e comercial de 6%, ambos sobre o prêmio comercial. O fracionamento deve ser no prazo máximo mensal, atinente. Com base nos dados contidos na Tábua de Comutação anterior o valor do Prêmio Comercial Mensal para o benefício mensal de R\$ 1.000,00 a ser recebido pelo participante de 30 anos no final de cada mês a partir dos 65 anos está indicado em qual o item abaixo? Observação: valores arredondados.

- (A) R\$ 80,85
- (B) R\$ 82,06
- (C) R\$ 89,83
- (D) R\$ 95,30
- (E) R\$ 2.282,41

Resolução:

$\theta \rightarrow$ carregamentos = 0,1

$b \rightarrow$ benefício mensal = R\$ 1.000,00

$x \rightarrow$ idade exata = 30 anos

$${}_{35|}\ddot{a}_{30}^{(12)} = v^{35} \cdot {}_{35}p_{30} \cdot \ddot{a}_{65}^{(12)} = v^{35} \cdot \frac{l_{65}}{l_{30}} \cdot \frac{N_{65}^{(12)}}{D_{65}} = \frac{D_{65}}{D_{30}} \cdot \frac{N_{65}^{(12)}}{D_{65}} = \frac{N_{65}^{(12)}}{D_{30}}$$

$$P = \frac{b \cdot {}_{35}\ddot{a}_{30}^{(12)}}{\ddot{a}_{30:\overline{35}|}^{(12)}} \cdot (1 + \theta) = \frac{b \cdot \frac{N_{65}^{(12)}}{D_{30}}}{\frac{N_{30}^{(12)} - N_{65}^{(12)}}{D_{30}}} \cdot (1 + \theta) = b \cdot \left(\frac{N_{65}^{(12)}}{D_{30}} \cdot \frac{D_{30}}{N_{30}^{(12)} - N_{65}^{(12)}} \right) \cdot (1 + \theta)$$

$$P = b \cdot \frac{N_{65}^{(12)}}{N_{30}^{(12)} - N_{65}^{(12)}} \cdot (1, 1) = \text{R\$ } 89,63$$

Resposta C

Questão 08 IBA 2018

Considerando ainda a Tábua de Comutação - AT 83 - 6%, anterior, e tendo por base que uma pessoa de 50 anos contratou um seguro Ordinário de Vida - OV, ou seja: contra morte, imediato e vitalício, com benefício de R\$ 1.000.000,00 e com prêmio pago no início de cada ano, também de forma imediata e vitalícia para um carregamento de 50% sobre o prêmio comercial, temos o prêmio comercial anual de:

Observação: valores arredondados

- (A) R\$ 7.184,43
- (B) R\$ 28.737,60
- (C) R\$ 404.912,05
- (D) R\$ 2.000.000,00
- (E) R\$ 28.179.832,57

Resolução:

$\theta \rightarrow$ carregamento = 0,5

$b \rightarrow$ benefício = R\$ 1.000.000,00

$x \rightarrow$ idade exata = 50 anos

$P \rightarrow$ prêmio puro, $P_c \rightarrow$ prêmio comercial

$$P = \frac{b \cdot A_x}{\ddot{a}_x} = b \cdot \frac{\frac{M_{50}}{D_{50}}}{\frac{N_{50}}{D_{50}}} = \frac{1.000.000,00 \cdot M_{50}}{N_{50}} = \text{R\$ } 14.368,85$$

$$P_c = \frac{P}{(1 - \theta)} = \frac{14.368,85}{0,5} = \text{R\$ } 28.737,70$$

Resposta B

Questão 10 IBA 2018

Uma pessoa de 50 anos ganhou uma "premiação - PPR" e deseja aplicar o valor de R\$ 1.000.000,00 num Plano de Previdência para obter uma renda, a ser recebida no final de cada mês. Tomando por base a Tábua de Comutação AT 83 - 6% anterior e sabendo que a seguradora (ou EAPP) trabalha com o carregamento de 10% sobre as contribuições indique o valor da respectiva renda mensal (despreze a questão tributária).

Observação: valores arredondados

- (A) R\$ 900,00
- (B) R\$ 1.000,00
- (C) R\$ 1.100,00
- (D) R\$ 5.538,16
- (E) R\$ 6.116,61

Resolução:

$\theta \rightarrow$ carregamento = 0,1

$P \rightarrow$ valor = R\$ 1.000.000,00

$x \rightarrow$ idade exata = 50 anos

$$\ddot{a}_x = a_x + 1 \rightarrow a_x = \ddot{a}_x - 1$$

$$B \cdot a_{50}^{(12)} = P \cdot (1 - \theta) \rightarrow B = \frac{1.000.000 \cdot 0,9}{\ddot{a}_{50}^{(12)} - 1} = \frac{900.000}{\left(\frac{N_{50}^{(12)}}{D_{50}} - 1\right)} = \text{R\$ } 5.538,16$$

Resposta D

Questão 11 IBA 2018

Para uma $R^{(12)}$ de R\$ 100,00 a diferença entre os termos da expressão $\ddot{a}_x^{(12)} - a_x^{(12)}$ é igual a:

- (A) R\$ 1,00
- (B) R\$ 12,00
- (C) R\$ 100,00

(D) R\$ 120,00

(E) R\$ 553,85

Resolução:

Para uma unidade monetária, sabemos que:

$$\ddot{a}_x^{(12)} = a_x^{(12)} + 1 \longrightarrow \ddot{a}_x^{(12)} - a_x^{(12)} = 1$$

Substituindo:

$$100,00 \cdot \ddot{a}_x^{(12)} - 100,00 \cdot a_x^{(12)} = 1$$

$$100,00 \cdot (\ddot{a}_x^{(12)} - a_x^{(12)}) = 1$$

$$\ddot{a}_x^{(12)} - a_x^{(12)} = 100,00$$

Resposta C

Questão 12 IBA 2018

Indicando por V, para a sentença verdadeira, e por F a sentença falsa, identifique a resposta que atende as três questões abaixo: I - O RRS é o regime que permite fazer cálculos no longo prazo, desde que pondere uma taxa de juros; II - O RC é o regime que permite o cálculo do denominado Prêmio Nívelado (ou Médio) no longo prazo; III - O RCC é o regime misto, ou seja, trata o risco no RRS e o benefício no RC. Com base nestas sentenças, podemos afirmar que é/são verdadeiras:

(A) Apenas a I

(B) Apenas a II

(C) Apenas a III

(D) Apenas a I e II

(E) Apenas a II e a III

Resolução:

Regime de repartição simples:

- Fundo único;
- Pagto. de todos os beneficiários;
- Pacto intergeracional;
- Depende das taxas de natalidade e expectativas de vida;
- Sistema de concessão: BD.

Regime de capitalização:

- Recursos investidos pelos administradores do fundo;
- Renda variável de acordo com as taxas de juros obtidas e a partir das opções de investimentos;
- Sistema de concessão: CD.

Regime de repartição de capitais de cobertura:

- Dimensionamento das receitas pelo atuário, não somente para as despesas do ano, mas também para a fixação de reservas para continuidade do pgto. de benefícios naquele ano até a morte do segurado e dependentes;
- Regime intermediário entre a capitalização e repartição.

Resposta E

4.3 Resolução Prova de 2017

Questão 01 IBA 2017

Considere que um segurado de 30 anos compre um seguro de vida vitalício que paga 1 unidade monetária ao final do ano de morte do segurado. Para isso, esse segurado irá pagar, começando no ato da contratação do seguro, um prêmio puro nivelado enquanto viver. Qual dentre as alternativas a seguir representa o cálculo da reserva ${}_{10}V_{30}$ pelo método prospectivo considerando que o segurado já chegou vivo à idade de 40 anos?

- (A) ${}_{10}V_{30} = {}_{10|}A_{30} - {}_{30|}\ddot{a}_{30}P_{30}$
- (B) ${}_{10}V_{30} = {}_{10|}\ddot{a}_{30}P_{30} - {}_{10|}A_{30}$
- (C) ${}_{10}V_{30} = \ddot{a}_{40}P_{40} - A_{30}$
- (D) ${}_{10}V_{30} = A_{40} - \ddot{a}_{40}P_{30}$
- (E) ${}_{10}V_{30} = A_{30:\overline{10}|} - \ddot{a}_{40}P_{30}$

Resolução:

$${}_{10}V_{30} = A_{40} - P\ddot{a}_{40}$$

Resposta D

Questão 02 IBA 2017

Um indivíduo de 50 anos de idade compra um seguro de vida inteiro e decide pagar o prêmio em quatro parcelas anuais, sempre no início do ano. Considere P o prêmio puro. Qual é a alternativa que representa o valor presente atuarial de cada parcela?

- (A) $\frac{A_{50}}{\ddot{a}_{50:\overline{4}|}}$
- (B) $\frac{A_{50}}{a_{50}}$
- (C) $\frac{A_{50}}{{}_4|\ddot{a}_{50}}$
- (D) $\frac{A_{50}}{{}_4|a_{50}}$
- (E) $\frac{{}_4|A_{50}}{a_{50}}$

Resolução:

O prêmio puro pago em 4 parcelas é dado pela equação

$$P = \frac{A_{50}}{\ddot{a}_{50:\overline{4}|}}$$

Resposta A

Questão 03 IBA 2017

Considerando que: q_x é a probabilidade de uma pessoa de idade “x” falecer nesta idade “x”; q_y é a probabilidade de uma pessoa de idade “y” falecer nesta idade “y”; e que $p_x = (1 - q_x)$, e $p_y = (1 - q_y)$, pode-se afirmar que o resultado da equação $[1 - p_x p_y]$ indica a probabilidade de:

- (A) Ambos vivos
- (B) Ambos mortos
- (C) Pelo menos um vivo
- (D) Pelo menos um morto
- (E) “x” vivo e “y” morto ou “y” vivo e “x” vivo

Resolução:

$$[1 - p_x p_y] = 1 - P(\text{ambos sobrevivem})$$

$$p_x p_y = (1 - q_x) \cdot (1 - q_y)$$

$$p_x p_y = 1 - q_y - q_x + q_x \cdot q_y$$

Portanto,

$$1 - p_x p_y = 1 - (1 - q_y - q_x + q_x \cdot q_y)$$

$$1 - p_x p_y = q_y + q_x - q_x \cdot q_y$$

Portanto, é a probabilidade de pelo menos um morto.

Resposta D

Questão 05 IBA 2017

Um casal de idade “x” e “y” deseja calcular a probabilidade de atingir os próximos 25 anos de união. Considerando apenas o risco de morte, a formulação de cálculo a ser utilizada é:

- (A) ${}_{25}p_{xy} = \frac{l_{x+n}}{l_x} \times \frac{l_{y+n}}{l_y}$, sendo $n = 25$
- (B) $p_{xy} = q_{x+n} \times q_{y+n}$, sendo $n = 25$
- (C) ${}_{25}p_{xy} = \frac{d_{x+n}}{l_x} \times \frac{d_{y+n}}{l_y}$, sendo $n = 25$
- (D) $p_{xy} = \frac{l_{x+n}}{l_x} \times \frac{d_{y+n}}{l_y}$, sendo $n = 25$
- (E) ${}_{25}p_{xy} = p_x \times p_y$

Resolução:

A probabilidade de que ambos estejam vivos nos próximos 25 anos é:

$${}_{25}p_{xy} = {}_{25}p_x \cdot {}_{25}p_y = \frac{l_{x+n}}{l_x} \cdot \frac{l_{y+n}}{l_y}$$

Resposta A

Questão 06 IBA 2017

Dentre as alternativas permitidas pelos Valores Garantidos, o Prolongamento pode ser concedido:

- (A) No encerramento do contrato
- (B) No fracionamento do Prêmio e antes do recebimento da última parcela do Benefício
- (C) Após o pagamento do Prêmio e antes do recebimento do Benefício
- (D) Apenas no período de diferimento do Benefício, caso o Prêmio tenha sido pago à vista (Prêmio Único)
- (E) Exclusivamente no período de fracionamento do Prêmio

Resolução:

Valores garantidos: prolongamento apenas do prêmio.

Resposta E

Questão 08 IBA 2017

Utilizando as funções de comutação sub anuais, o P_x^u para o benefício de uma renda unitária mensal, antecipada, diferida “n” anos e vitalícia, após este período de diferimento, é dada pela seguinte formulação:

$$(A) P_x^u = \left[\frac{N_x^{(12)} - N_{x+n}^{(12)}}{D_x} \right] \times 12$$

$$(B) P_x^u = \left[\frac{N_x^{(12)}}{D_x} \right] \times 12$$

$$(C) P_x^u = \left[\frac{N_{x+n}^{(12)}}{D_x} \right] \times 12$$

$$(D) P_x^u = \left[\frac{N_{x+n}^{(12)}}{D_x} \right]$$

$$(E) P_x^u = \left[\frac{N_x^{(12)} - N_{x+n}^{(12)}}{D_x} \right] \times 12$$

Resolução:

$${}_n|\ddot{a}_x^{(12)} = \frac{N_{x+n}^{(12)}}{D_x}$$

Resposta D

Questão 09 IBA 2017

Indique a formulação de cálculo do $P_x^{(12)}$ para o seguro contra morte imediato e temporário de “m” anos, com pagamento do Capital Q no final do ano do óbito, considerando o fracionamento mensal, imediato e dentro do prazo máximo atuarialmente recomendado, e segundo a formulação de Woolhouse - cálculo por aproximação.

$$(A) P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_x}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+1}}{D_x} + \frac{11}{24} \right] \times \frac{M_x - M_{x+m}}{D_x} \times Q}$$

$$(B) P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_x}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+1}}{D_x} + \frac{11}{24} \times \left(1 - \frac{D_{x+m}}{D_x} \right) \right] \times 12}$$

$$(C) P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_x}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_x}{D_x} + \frac{11}{24} \right] \times 12}$$

$$(D) P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_x - M_{x+m}}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+1}}{D_x} - \frac{11}{24} \times \left(1 - \frac{D_{x+m}}{D_x} \right) \right] \times 12}$$

$$(E) P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_x - M_{x+m}}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+1}}{D_x} - \frac{11}{24} \right]}$$

Resolução:

$$P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_x - M_{x+m}}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+1}}{D_x} - \frac{11}{24} \times \left(1 - \frac{D_{x+m}}{D_x} \right) \right]} \times 12$$

Resposta D

Questão 11 IBA 2017

Exclusivamente pelo Resseguro por Quota, a retenção da Seguradora resultará da:

- (A) Proporção resultante da IS -Importância Segurada menos o LR - Limite de Retenção definido pela seguradora para o ramo/modalidade de seguro, em aprego
- (B) Proporção da sinistralidade anual verificada no ramo/modalidade de seguro, em aprego
- (C) Proporção do LR-Limite de Retenção estabelecido pela seguradora para o ramo /modalidade em aprego, em relação a IS – Importância Segurada
- (D) Proporção do LS - Limite de Sinistro estabelecido para o ramo/modalidade de seguro em aprego, pela IS – Importância Segurada
- (E) Proporção complementar à redução do percentual fixo aplicada sobre a IS para o ramo /modalidade de seguro em aprego

Resolução:

Quota parte → % é aplicado sobre cada risco.

Resposta E

Questão 12 IBA 2017

Com base nos dados da tábua abaixo, podemos afirmar que o prêmio puro e único para uma renda unitária mensal postecipada, imediata e vitalícia para uma pessoa de 50 anos é de quanto? Assinale a alternativa correta. Obs.: resultado arredondado para a unidade monetária.

Tábua de comutação AT 83 a 6% - Funções anuais e mensais.

x	q_x	l_x	d_x	D_x	N_x	N_x^{12}	M_x
0	0,0027	10000	27	10000	172779,61	2017763,6	220,0221
10	0,0004	9930	4	5544,93	95092,22	1110278,98	162,3524
20	0,0005	9887	5	3082,91	51903,58	655699,88	144,9722
30	0,0008	9827	7	1710,96	27905,97	325354,48	131,3812
40	0,0013	9736	13	946,52	14602,5	169962,24	119,965
50	0,0041	9508	39	516,16	7272,64	84396,68	104,5002

Observação: valores arredondados para centenas.

- (A) 13,00
- (B) 14,00
- (C) 120,00
- (D) 163,00
- (E) 189,00

Resolução:

$$\ddot{a}_{50}^{(12)} = \frac{N_{50}^{(12)}}{D_{50}} = 163,50$$

Resposta D

4.4 Resolução Prova de 2016

Questão 01 IBA 2016

No cálculo da probabilidade de uma pessoa de idade x falecer após “ n ” anos e dentro dos “ m ” anos seguintes, representada por $n/m Q x$, o término do período carencial se dá na idade de:

- (A) $x+n$
- (B) $x+m$
- (C) n
- (D) m
- (E) x

Resolução:

É a probabilidade de uma de idade x anos, diferido por n anos e temporário por m . Assim, a carência termina na idade $x+n$.

Resposta A

Questão 02 IBA 2016

Considere uma pessoa de 25 anos para um Seguro de Sobrevivência, que terá um custo per capita de angariação, representado por βu , desembolsado na data da contratação. Sendo os prêmios pagos no início de cada mês, de forma imediata e dentro dos próximos 3 (três) anos, o seu fracionamento será expresso por:

(A) $[\ddot{a}_x^{(12)} \times \beta u] / [{}_3\ddot{a}_x^{(12)} \times 12] \times {}_nE_x$

(B) $[{}_3\ddot{a}_x^{(12)} \times \beta u] / [{}_3\ddot{a}_x^{(12)} \times 12]$

(C) $[\beta u] / [{}_3\ddot{a}_{x+n}^{(12)}] \times {}_nE_x$

(D) $[\beta u] / [{}_3a_x^{(12)} \times 12]$

(E) $[\beta u] / [{}_3\ddot{a}_x^{(12)}]$

Resolução:

Dados:

Custo per capita de angariação: βu

Prêmios pagos: $\ddot{a}_{25:\overline{3}|}^{(12)}$

Logo,

$$P = [\beta u] / [{}_3\ddot{a}_{25}^{(12)}]$$

Resposta E

Questão 03 IBA 2016

A variável aleatória "tempo de vida futuro de um recém-nascido" (X) segue uma distribuição uniforme entre 0 e 100. A força de mortalidade na idade x é igual a:

- (A) $\frac{x}{100}$
 (B) $\frac{1}{100-x}$
 (C) $\frac{100-x}{100}$
 (D) $\frac{1}{x-100}$
 (E) $\frac{x-100}{100}$

Resolução:

$$\frac{\frac{1}{100}}{\frac{100-x}{100}} = \frac{1}{100} \times \frac{100}{100-x} = \frac{1}{100-x}$$

Resposta B

Questão 04 IBA 2016

Dois participantes de idade x e y compraram um plano de seguro no qual caso o primeiro (x) faleça, o segundo (y) receberá um capital único ao final do ano da morte. Se o segundo (y) falecer primeiro, um beneficiário qualquer recebe um capital. A formulação que permite calcular o prêmio puro único é dada por:

- (A) $a_x | y + A_{xy}$
 (B) $a_x | y + A_x$
 (C) $a_x | y + A_{xy}$
 (D) $A_{xy} + A_{xy}$
 (E) $A_{xy} + A_y$

Resolução:

Ou seja, compraram um plano de seguro status de vida conjunta (A_{xy}) e um seguro de vida para y (A_y).

Resposta E

Questão 05 IBA 2016

Considerando que a expectativa incompleta de vida de uma pessoa de 35 anos seja de 50 anos, podemos afirmar que:

- (A) A expectativa completa de vida será de 85 anos
 (B) A expectativa completa de vida será de 50 anos e 6 meses

- (C) Espera-se que o último sobrevivente atinja a idade de 99 (idade ômega)
 (D) Espera-se que o último sobrevivente atinja a idade de 85 anos (idade ômega)
 (E) O grupo ficará reduzido à metade aos 85 anos

Resolução: A expectativa completa será de 50 anos e 6 meses em decorrência da pessoa ter 35 anos incompletos.

Resposta B

Questão 06 IBA 2016

Sabe-se que a mortalidade de uma determinada população segue a lei de DE MOIVRE com $\omega=100$ e que a força de juros (σ) é igual a 0,04. Com base nessas informações, o valor de 50.000A20 é aproximadamente igual a:

- (A) R\$ 4.609,00
 (B) R\$ 6.433,00
 (C) R\$ 9.467,00
 (D) R\$ 14.690,00
 (E) R\$ 16.590,00

Resolução:

Dados:

$$\omega=100$$

$$\sigma=0,04$$

$$T_x = \frac{1}{\omega - x}, 0 \leq x \leq \omega$$

$$50.000 \cdot A_{20} = 50.000 \int_0^{80} e^{-0,04t} \cdot \frac{1}{80} dt$$

$$50.000 \cdot 0,2997625 = 14.988,13$$

O resultado encontrado é próximo de 14.690,00

Resposta D

Questão 07 IBA 2016

Uma pessoa ao chegar a idade "x" deseja saber a probabilidade de atingir a idade de 80 anos, sendo $x < 80$, por evidente, para contratar um plano de previdência. Então, o cálculo poderá ser obtido por:

- (A) ${}_nP_x = \frac{d_{x+n}}{l_x}$, para $n = x - 80$
 (B) ${}_nP_x = q_{x+n}$, para todo x igual a n
 (C) ${}_nP_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$, para n dado por $80 - x$
 (D) ${}_nP_x = \frac{l_x}{l_{x+n}}$, para todo n igual a $x + 80$
 (E) $p_x = q_{x+n}$, para $x + n$ igual a 80

Resolução:

$$x + n = 80, \text{ logo, } n = 80 - x \text{ e } {}_nP_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

Resposta C

Questão 08 IBA 2016

Um seguro contra morte, diferido de 20 anos e vitalício (após o diferimento) com pagamento do benefício ao final do ano do óbito, para uma pessoa de 25 anos (quando contratou o seguro) após 40 anos de vigência e tendo utilizado o fracionamento do prêmio de forma mensal - funções de comutação subanuais - antecipado, imediato e temporário por 30 anos, terá a Reserva Matemática calculada pelo método Prospectivo indicada pela formulação?

- (A) ${}_{40}V_{25} = \left[\frac{M_{45}}{D_{25}} - \frac{M_{65}}{N_{25}^{(12)} - N_{55}^{(12)}} \times \frac{N_{65}^{(12)}}{D_{25}} \right] \times Q$
 (B) ${}_{40}V_{25} = \left[\frac{M_{65}}{D_{65}} \right] \times Q$
 (C) ${}_{40}V_{25} = \left[\frac{M_{65}}{D_{25}} - \frac{M_{65}}{N_{25}^{(12)} - N_{55}^{(12)}} \times \frac{N_{55}^{(12)}}{D_{25}} \right] \times Q$
 (D) ${}_{40}V_{25} = \left[\frac{M_{65}}{D_{25}} \right] \times Q$
 (E) ${}_{40}V_{25} = \left[\frac{M_{45}}{D_{65}} - \frac{M_{25}}{N_{25}^{(12)} - N_{55}^{(12)}} \times \frac{N_{65}^{(12)}}{D_{65}} \right] \times Q$

Resolução:

$$\text{Despesa} = {}_{20}A_{25}$$

$$\text{Receita} = \ddot{a}_{25:\overline{30}|}^{(12)}$$

$$Q = \text{Benefício}$$

$${}_kV = \text{despesa} - \text{receita}$$

$${}_{40}V_{25} = A_{65} - 0$$

$${}_{40}V_{25} = \left[\frac{M_{65}}{D_{65}} \right] \times Q$$

Resposta B

Questão 09 IBA 2016

Um seguro contra morte, diferido de 25 e, após isto, vitalício para uma pessoa de idade "x", com pagamento do benefício (Q) ao final do ano (idade) de falecimento, e tendo fracionamento mensal, no início de cada mês (antecipado), diferimento de 10, e após, temporário por mais de 30 anos, a formação do utilizando as funções de comutação pelo método de aproximação - Woolhouse - é dada por:

$$(A) P_x^{(12)} = \frac{\frac{N_{x+25}}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+10} - N_{x+10+30}}{D_x} - \frac{11}{24} \times \frac{D_{x+10} - D_{x+10+30}}{D_x} \right]} \times 12$$

$$(B) P_x^{(12)} = \frac{\frac{N_{x+25}}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+10} - N_{x+10+30}}{D_x} - \frac{11}{24} \times \frac{D_{x+10} - D_{x+10+30}}{D_x} \right]}$$

$$(C) P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_{x+25}}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+10} - N_{x+10+30}}{D_x} - \frac{11}{24} \times \frac{D_{x+10} - D_{x+10+30}}{D_x} \right]}$$

$$(D) P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_{x+25}}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+10} - N_{x+10+30}}{D_x} - \frac{11}{24} \times \frac{D_{x+10} - D_{x+10+30}}{D_x} \right]} \times 12$$

$$(E) P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_{x+10+30}}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+10} - N_{x+10+30}}{D_x} - \frac{11}{24} \times \frac{D_{x+10} - D_{x+10+30}}{D_x} \right]}$$

Resolução:

$${}_{25|}A_x \times Q = 12 \times {}_{10|}\ddot{a}_{x:\overline{30}|} \times P_x^{(12)}$$

$$P_x^{(12)} = \frac{{}_{25|}A_x \times Q}{{}_{10|}\ddot{a}_{x:\overline{30}|}}$$

$$P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_{x+25}}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+10} - N_{x+10+30}}{D_x} - \frac{11}{24} \times \frac{D_{x+10} - D_{x+10+30}}{D_x} \right]} \times 12$$

Questão 10 IBA 2016

Usando as funções de Comutação da tabela AT 83-6%, abaixo indica e considerando que o $H_x^{(12)}$, é 190, como fator de uma pensão unitária e temporária para os filhos - até os 24 anos, quando universitários, pode-se dizer que o Prêmio Puro Anual para um Titular (segurado principal) de 30 anos é de R\$...

Tabela 4.2: Tábua Comutação: AT 83 a 6% - Funções Anuais e Mensais.

x	q_x	l_x	d_x	D_x	N_x	N_x^{12}	M_x
0	0,002690	10.000	27	10.000,00	172.779,6090	2.017.763,5955	220,0214
10	0,000382	9.930	4	5.544,9308	95.092,2166	1.110.278,9767	162,3517
20	0,000505	9.887	5	3.082,9105	51.903,5754	605.999,8842	144,9715
30	0,000759	9.827	7	1.710,9643	27.905,9666	325.354,4751	131,3805
40	0,001341	9.736	13	946,5217	14.602,5012	169.962,2361	119,9643
50	0,004057	9.508	39	516,1590	7.272,6371	84.396,6844	104,4995

Observação: valores arredondados

- (A) 190,00
- (B) 16,30
- (C) 1,00
- (D) 0,97
- (E) 0,14

Resolução:

- H_x^{12} = composição familiar
- H é anuidade considerando a pensão já calculada. Probabilidade de pagar a anuidade tem que considerar q_x .

$$H_x^{12} = \ddot{a}_x - \ddot{a}_{xy}$$

$$190 = 190,15 - \ddot{a}_{xy}$$

$$\ddot{a}_{xy} = 190,15 - 190 = 0,15$$

OU

$$H_x^{12} \times q_{30} = 0,14421$$

Resposta E

4.5 Resolução Prova de 2015

Questão 01 IBA 2015

Sabendo que uma pessoa de idade “x” deseja receber uma quantia Q, quando atingir os 65 anos de idade, sendo $x < 65$. A taxa de juros atuarial anual estimada para todo o período é indicada por “i” a.a. Com base nestes dados, indique a formulação correta para o cálculo Prêmio Puro e Único, correspondente.

(A) ${}_nE_x = \frac{d_{x+n}}{l_x} x(1+i)^{-n} xQ$, para $n = x + 65$

(B) ${}_nE_x = \frac{d_x}{l_{x+n}} x(1+i)^{-n} xQ$, para $n = 65 - x$

(C) ${}_nE_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} x(1+i)^{-n} xQ$, para $n = 65 - x$

(D) ${}_nE_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} x(1+i)^n xQ$, para $n = 65 - x$

(E) ${}_nE_x = \frac{d_{x+n}}{l_x} x(1+i)^n xQ$, para $n = 65 - x$

Resolução:

Dados:

x anos

Q reais

$$x+n=65 \rightarrow n=65-x$$

”i” a.a.

Seguro Dotal Puro:

Só recebe caso chegue vivo ao final do período determinado.

Logo:

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = \frac{D_{x+n}}{D_x} = {}_nE_x$$

Assim,

$${}_nE_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} x(1+i)^{-n} xQ, \text{ para } n = 65 - x$$

Resposta C

Questão 02 IBA 2015

Um casal de idade “x” e “y” deseja calcular a probabilidade de atingir os próximos 25 anos de união. Considerando apenas o risco de morte, a formulação de cálculo a ser utilizada é:

- (A) ${}_{25}p_{xy} = \frac{l_{x+n}}{l_x} \times \frac{l_{y+n}}{l_y}$, sendo $n = 25$
- (B) $p_x = q_{x+y} \times q_{y+n}$, sendo $n = 25$
- (C) ${}_{25}p_{xy} = \frac{d_{x+n}}{l_x} \times \frac{d_{y+n}}{l_y}$, sendo $n = 25$
- (D) $p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \times \frac{d_{y+n}}{l_y}$, sendo $n = 25$
- (E) ${}_{25}p_{xy} = q_x \times q_y$

Resolução:

A probabilidade de que ambos estejam vivos nos próximos 25 anos é:

$${}_{25}p_{xy} = {}_{25}p_x \cdot {}_{25}p_y = \frac{l_{x+n}}{l_x} \cdot \frac{l_{y+n}}{l_y}, \text{ sendo } n = 25 \text{ anos}$$

Resposta A

Questão 03 IBA 2015 - ANULADA

Questão 04 IBA 2015

4 - Um seguro contra morte, diferido por 10 anos e, após, vitalício, com pagamento do benefício ao final do ano do óbito, para uma pessoa de 40 anos (quando contratou o seguro) e tendo utilizado o fracionamento do prêmio de forma mensal – funções de comutação subanuais – antecipado, imediato e temporário por 15 anos, após 25 anos de vigência pelo método Prospectivo terá a Reserva Matemática calculada por:

- (A) ${}_{25}V_{40} = \left[\frac{M_{40}}{D_{25}} - \frac{M_{25}}{N_{25}^{(12)} - N_{55}^{(12)}} \times \frac{N_{40}^{(12)}}{D_{25}} \right] \times Q$
- (B) ${}_{25}V_{40} = \left[\frac{M_{65}}{D_{65}} \right] \times Q$
- (C) ${}_{25}V_{40} = \left[\frac{M_{25}}{D_{25}} - \frac{M_{25}}{N_{25}^{(12)} - N_{55}^{(12)}} \times \frac{N_{55}^{(12)}}{D_{25}} \right] \times Q$
- (D) ${}_{25}V_{40} = \left[\frac{M_{65}}{D_{25}} \right] \times Q$
- (E) ${}_{25}V_{40} = \left[\frac{M_{65}}{D_{25}} - \frac{M_{25}}{N_{25}^{(12)} - N_{55}^{(12)}} \times \frac{N_{65}^{(12)}}{D_{65}} \right] \times Q$

Resolução:

$$E(y) = \ddot{a}_{40:15} \text{ e } E(z) = {}_{10}A_{40} \times Q$$

Logo, ${}_{25}V_{40} = A_{65} \times Q - (0)$ (Não há o pagamento de prêmio).

$${}_{25}V_{40} = \frac{M_{65}}{D_{65}} \times Q$$

Resposta B

Questão 5 IBA 2015

Tábua Comutação: AT83 a 6% - Funções Anuais e Mensais

x	q_x	l_x	d_x	D_x	N_x	N_x^{12}	M_x
0	0,0027	10000	27	10000	172779,61	2017763,6	220,0221
10	0,0004	9930	4	5544,93	95092,22	1110278,98	162,3524
20	0,0005	9887	5	3082,91	51903,58	655699,88	144,9722
30	0,0008	9827	7	1710,96	27905,97	325354,48	131,3812
40	0,0013	9736	13	946,52	14602,5	169962,24	119,965
50	0,0041	9508	39	516,16	7272,64	84396,68	104,5002
60	0,0083	8967	75	271,82	3326,08	38397,24	83,5525
65	0,0129	8533	110	193,29	2132,8	24515,02	72,5662
70	0,0214	7876	168	133,32	1292,55	24515,02	60,1526
80	0,057	5531	315	52,28	361,28	14766,12	31,831

Com base nos dados contidos na Tábua de Comutação acima, o valor do Prêmio Comercial Mensal para o benefício mensal de R\$ 1.000,00 a ser recebido pelo participante de 30 anos no final de cada mês, a partir dos 65 anos está indicado em qual o item, abaixo? Considere que a entidade opera

com carregamentos: administrativo de 4% e comercial de 6%, ambos sobre o prêmio comercial. O fracionamento deve ser no prazo máximo mensal. Observação: valores arredondados.

- (A) R\$ 80,85
- (B) R\$ 82,06
- (C) R\$ 89,83
- (D) R\$ 95,30
- (E) R\$ 2.826,41

Resolução:

$$P = \frac{B \cdot {}_{35|}\ddot{a}_{30}^{(12)}}{\ddot{a}_{30:35}} = \frac{1000 \frac{N_{65}}{D_{30}}}{\frac{N_{30}^{(12)} - N_{65}^{(12)}}{D_{30}}} = \left(1000 \frac{N_{65}^{(12)}}{N_{65}^{12} - N_{30}^{(12)}} \right) 1,1 = 89,63$$

Resposta C

Questão 06 IBA 2015

6 - Uma pessoa de 50 anos ganhou uma “premiação – PPR” e deseja aplicar o valor de R\$1.000.000,00 num Plano de Previdência para obter uma renda, a ser recebida no final de cada mês. Tomando por base a Tábua de Comutação AT 83 – 6% acima e sabendo que a seguradora (ou EAPP) trabalha com o carregamento de 10% sobre as contribuições, indique o valor da respectiva renda mensal (despreze a questão tributária).

Observação: valores arredondados.

- (A) R\$ 900,00
- (B) R\$ 1.000,00
- (C) R\$ 1.100,00
- (D) R\$ 5.5280,16
- (E) R\$ 6.116,61

Resolução:

$x = 50$ anos,

$\Theta = 10\%$

$PRR = R\$1.000.000,00$

AT83=6%

$$\begin{aligned}
 PPR(1 - \Theta) &= Q_x \times \ddot{a}_{40}^{(12)} \\
 1.000.000(1 - 0,1) &= \frac{Q \times N_{50}^{(12)}}{D_{50}} \\
 \frac{900.000 \times D_{50}}{N_{50}^{12}} &= Q \\
 Q &= 5.504,30
 \end{aligned}$$

Resposta D

Questão 07 IBA 2015

7 - Para uma Renda Mensal de R\$ 100,00 a diferença entre os termos da expressão $\ddot{a}_x^{(12)} - a_x^{(12)}$ é igual a R\$ _____?

- (A) 1,00
- (B) 12,00
- (C) 100,00
- (D) 120,00
- (E) 553,85

Resolução:

$$100(\ddot{a}_x^{12} - a_x^{(12)}) = 100 \times 1 = 100$$

Resposta C

Questão 08 IBA 2015

8 - Uma pessoa de 20 anos deseja deixar um capital Q crescente, de razão igual ao primeiro Benefício, caso sua morte ocorra entre os 35 e os 65 anos. A formulação do Prêmio Puro e Único é dada por:

- (A) $P_{20}^u = \left[\frac{(R_{35} - R_{65} - 30 \times M_{65})}{D_{20}} \right] \times Q$
- (B) $P_{20}^u = \left[\frac{(M_{35} - M_{65} - 30 \times M_{20})}{D_{20}} \right] \times Q$
- (C) $P_{20}^u = \left[\frac{(R_{35} - R_{65} - 30 \times M_{20})}{D_{20}} \right] \times Q$
- (D) $P_{20}^u = \left[\frac{(N_{35} - N_{65} - 30 \times D_{65})}{D_{20}} \right] \times Q$
- (E) $P_{20}^u = \left[\frac{(S_{35} - S_{65} - 30 \times N_{65})}{D_{20}} \right] \times Q$

Resolução:

$$P_{20}^u = \left(\frac{R_{35} - R_{65}}{D_{20}} - 30 \times \frac{M_{65}}{D_{20}} \right) \times Q$$

$$P_{20}^u = \left[\frac{R_{35} - R_{65} - 30 \times M_{65}}{D_{20}} \right] \times Q$$

Resposta A

Questão 09 IBA 2015 - ANULADA

Questão 10 IBA 2015

10 - Dentre as alternativas permitidas pelos Valores Garantidos, o Prolongamento pode ser concedido:

- (A) No encerramento do contrato.
- (B) No fracionamento do Prêmio e antes do recebimento da última parcela do Benefício.
- (C) Após o pagamento do Prêmio e antes do recebimento do Benefício.
- (D) Apenas no período de diferimento do Benefício, caso o Prêmio tenha sido pago à vista (Prêmio Único).
- (E) Exclusivamente no período de fracionamento do Prêmio.

Resolução:

O prolongamento pode ser concedido apenas durante o fracionamento de prêmio.

Resposta E

Questão 12 IBA 2015

O valor da expressão ${}_1a_x^{(12)}$ é:

- (A) Igual a 100,00
- (B) Menor que 100,00
- (C) Menor que 12,00
- (D) Igual a 12,00
- (E) Maior que 12,00

Resolução:

$${}_1a_x^{(12)} = a_{x:\overline{1}|}^{12} = \left[\frac{N_{x+1}^{12} - N_{x+1+n}}{D_x} + \frac{11}{24} * (1 - {}_nE_x) \right] * 12$$

Resposta C

4.6 Resolução Prova de 2014

Questão 1 IBA 2014

Considerando que um seguro contra morte, imediato e vitalício, tem prêmio puro à vista de R\$ 12.000,00, para uma pessoa de idade “x” e do que incidirão os carregamentos de R\$ 1.000,00 para cadastramento inicial por segurado (despesa única); b) 30% de comissão de corretagem; e c) 20% de despesa administrativa, sendo estas duas últimas incidentes sobre o prêmio comercial correspondente, pode-se afirmar que:

- (A) O prêmio comercial único será de R\$ 26.000,00, apenas para o benefício de R\$ 1.000.000,00
- (B) O prêmio comercial anual será de R\$ 26.000,00, apenas para o benefício de R\$ 1.000.000,00
- (C) O prêmio comercial único será de R\$ 26.000,00, para um determinado benefício
- (D) O prêmio comercial único será de R\$ 6.000,00
- (E) O prêmio comercial anual será de R\$ 6.000,00, se o benefício for de R\$ 100.000,00

Resolução:

$$\begin{aligned} P &= 12000 + 1000 + 0,5P_c \\ &= 13000 + 0,5P_c \rightarrow 0,5P_c = 13000 \rightarrow P_c = 26000 \end{aligned}$$

Resposta C

Questão 2 IBA 2014

Considerando que: q_x é a probabilidade de uma pessoa de idade “x” falecer nesta idade “x”; q_y é a probabilidade de uma pessoa de idade “y” falecer nesta idade “y”; e que $p_x = (1 - q_x)$, e $p_y = (1 - q_y)$, pode-se afirmar que o resultado da equação $[1 - p_x p_y]$ indica a probabilidade de

- (A) ambos vivos
- (B) ambos mortos
- (C) pelo menos um vivo
- (D) pelo menos um morto
- (E) “x” vivo e “y” morto ou “y” vivo e “x” vivo

Resolução:

$$1 - p_x p_y$$

Resposta D

Questão 04 IBA 2014

4 - Considerando que um determinado ramo de seguros no ano de 2013 teve:

- A variável aleatória N , que representa o número de sinistros, tenha média de 100 e variância de 650
- A variável aleatória X , que representa o valor de um sinistro, tenha média de R\$1.000,00 e desvio padrão de R\$ 50,00.
- As variáveis aleatórias N e X são independentes

Usando a aproximação normal, a probabilidade de que o sinistro agregado desse ramo, no ano de 2013, seja menor do que R\$ 90.000,00 é igual a:

- (A) 10,75%
- (B) 15,90%
- (C) 20,10%
- (D) 28,60%
- (E) 34,75%

Resolução:

$$E[S] = E[N] \times E[X] = 100 \times 1.000 = 100.000$$

$$VAR[S] = E[N] \times VAR[X] + (E[X])^2 \times VAR[N]$$

$$VAR[S] = 100 \times (50^2) + (1000^2) \times 650$$

$$VAR[S] = 650.250.000$$

$$\text{logo, } \sigma = \sqrt{650.250.000} = 25.500$$

Desta forma,

$$P(S < 90.000) = P\left(\frac{S - \mu}{\sigma} < \frac{90.000 - 100.000}{25.500}\right)$$

$$P(Z < -0,39) = 0,5 - 0,1517 = 0,3483.$$

Questão 5 IBA 2014

5 - O(s) regime(s) financeiro(s) indicado(s) na estruturação de um plano de renda por sobrevivência é (são):

- (A) somente repartição simples
- (B) somente capitalização
- (C) somente capitalização ou repartição de capitais de cobertura
- (D) somente repartição simples ou repartição de capitais de cobertura
- (E) capitalização, repartição simples ou repartição de capitais de cobertura

Resolução:

Regime de repartição simples:

- Fundo único;
- Pagto. de todos os beneficiários;
- Pacto intergeracional;
- Depende das taxas de natalidade e expectativas de vida;
- Sistema de concessão: BD.

Regime de capitalização:

- Recursos investidos pelos administradores do fundo;
- Renda variável de acordo com as taxas de juros obtidas e a partir das opções de investimentos;
- Sistema de concessão: CD.

Regime de repartição de capitais de cobertura:

- Dimensionamento das receitas pelo atuário, não somente para as despesas do ano, mas também para a fixação de reservas para continuidade do pgto. de benefícios naquele ano até a morte do segurado e dependentes;
- Regime intermediário entre a capitalização e repartição.

Questão 06 IBA 2014

6 - Um segurado de idade x comprou um plano no qual, caso sobreviva por 10 anos, receberá rendas anuais de R\$ 1.000,00 durante esse período. Porém, durante os dois primeiros anos desse prazo, a seguradora não terá qualquer responsabilidade de pagamento de renda. A formulação do prêmio puro único para esta cobertura pode ser dada por:

- (A) $[(D_{x+2}/D_x) + [(N_{x+2} - N_{x+10})/D_{x+2}]] \times 1000$
- (B) $[(N_x - N_{x+8})/D_x] \times 1000$
- (C) $[(N_{x+2} - N_{x+10})/D_x] \times 1000$
- (D) $[(N_{x+2}/N_{x+8})/N_x] \times 1000$
- (E) $[(N_{x+2} - N_{x+10})/N_x] \times 1000$

Resolução:

$${}_2|\ddot{a}_{x:\overline{10}|}^{(1)} \cdot 1.000 =$$

$$\frac{N_{x+2} - N_{x+10}}{D_x} \cdot 1.000$$

Resposta C

Questão 07 IBA 2014

7 - Dois participantes, sendo um de idades “ x ” e outro de idade “ y ”, compraram um plano de seguro no qual caso o primeiro (x) faleça, o segundo (y) receberá um capital único ao final do ano da morte. Se o segundo (y) falecer primeiro, um beneficiário qualquer recebe um capital. A formulação que permite calcular o prêmio puro único é dada por:

- (A) $a_{x|y} + A_{xy}$
- (B) $a_{x|y} + A_y$
- (C) $a_{x|y} + A_{xy}^1$
- (D) $A_{xy}^1 + A_{xy}$
- (E) $A_{xy}^1 + A_y$

Resolução:

Ou seja, compraram um plano de seguro status de vida conjunta (A_{xy}) e um seguro de vida para y (A_y).

Resposta E

Questão 08 IBA 2014

8 - A formulação de cálculo do Prêmio Puro Fracionado Mensal para o seguro contra morte imediato e vitalício no valor Q , considerando o fracionamento postecipado, imediato e vitalício, segundo a metodologia de Woolhouse – cálculo por aproximação.

- (A) $P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_x}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+1}}{D_x} + \frac{11}{24} \right]}$
- (B) $P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_x}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+1}}{D_x} + \frac{11}{24} \times \left[1 - \frac{D_{x+m}}{D_x} \right] \right] \times 12}.$
- (C) $P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_x}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+1}}{D_x} + \frac{11}{24} \right] \times 12}$
- (D) $P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_x}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+1}}{D_x} - \frac{11}{24} \right] \times 12}$
- (E) $P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_x}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+1}}{D_x} - \frac{11}{24} \right]}.$

Resolução:

$$P_x^{(12)} = \frac{Q \cdot A_x}{a_x^{(12)}}$$

$$P_x^{(12)} = \frac{\frac{M_x}{D_x} \times Q}{\left[\frac{N_{x+1}}{D_x} + \frac{11}{24} \right] \times 12}$$

Resposta C

Questão 09 IBA 2014

9 - Em relação aos modelos de população estável e estacionaria, é FALSA a sentença que:

- (A) Uma população fechada sujeita a taxas constantes de fecundidade e mortalidade durante um longo período de tempo é chamada de população estável ou madura
- (B) Em uma população estável a proporção de pessoas em cada grupo de idade não muda no tempo, mas o seu numero pode mudar
- (C) Uma população estável nunca decresce
- (D) Uma população estacionaria é um caso especial da população estável
- (E) Na população estacionaria o tamanho é sempre o mesmo e a taxa de crescimento é zero

Resolução:

- População estável: estrutura etária e crescimento populacional não mudam com o tempo (taxa de crescimento populacional constante).
- População estacionária: uma população estável com tamanho constante (taxa de crescimento populacional constante e igual a zero)

Questão 10 IBA 2014

10 - Indique a alternativa correta para o seguinte caso: “Visto que a população brasileira está mudando seu perfil etário, há maior sobrevivência e, face à menor taxa de fecundidade, está compondo um maior contingente nas faixas etárias mais altas. Estes dois parâmetros tornam o efeito final de proporcionalidade mais significativa. Frente a esta realidade, em relação a uma pessoa de idade x atingir a idade $x+n$, é correto afirmar que sua probabilidade pode ser indicada por:”

- (A) ${}_np_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x}$, para um determinado x , independente de n
 (B) ${}_np_x = q_x$, para qualquer x , independente de n
 (C) ${}_np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$, para qualquer x e n
 (D) ${}_np_x = q_x$, para qualquer x
 (E) ${}_np_x = q_x$, para nenhum x

Resolução:

O texto presente no enunciado fala sobre probabilidade de sobrevivência, logo

$${}_np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}, \text{ para qualquer } x \text{ e } n$$

Resposta C

Questão 11 IBA 2014

11 - Com base nos dados contidos na Tábua de Comutação abaixo, para uma pessoa de 20 anos o Prêmio Comercial Único do benefício mensal de R\$ 1.000,00, a ser recebido no final de cada mês, vitaliciamente à partir dos 50 anos, considerando ainda que o carregamento total é de 10% sobre o preço de venda, resulta o valor de:

Tábua Comutação: AT 83 a 6% - Funções Anuais e Mensais.

x	q_x	l_x	d_x	D_x	N_x	$N_x^{(12)}$	M_x
0	0,002690	10.000	27	10.000,0000	172.779,6090	2.017.763,5955	220,0214
10	0,000382	9.930	4	5.544,9308	95.092,2166	1.110.278,9767	162,3517
20	0,000505	9.887	5	3.082,9105	51.903,5754	605.699,8842	144,9715
30	0,000759	9.827	7	1.710,9643	27.905,9666	325.354,4751	131,3805
40	0,001341	9.736	13	946,5217	14.602,5012	169.962,2361	119,9643
50	0,004057	9.508	39	516,1590	7.272,6371	84.396,6844	104,4995

Observação: valores arredondados.

- (A) R\$ 218.300,00
- (B) R\$ 217.200,00
- (C) R\$ 31.300,00
- (D) R\$ 30.400,00
- (E) R\$ 30.200,00

Resolução:

$$P = B_{30|\ddot{a}_{20}^{12}} \rightarrow P = B \frac{N_{50}^{12}}{D_{20}} = \frac{84396,6844}{3082,9105} \cdot 1000$$

$$P = 27375,65$$

$$Pc = P + 0,1Pc$$

$$Pc = \frac{P}{0,9} \rightarrow Pc = 30417,39$$

Resposta E

Questão 12 IBA 2014

12 - Considerando ainda a Tábua de Comutação: AT 83 a 6%, anterior, e tendo por base que uma pessoa de 30 anos contratou um seguro Ordinário de Vida – OV, ou seja: contra morte, imediato e vitalício, com benefício de R\$ 1.000.000,00 e com prêmio pago no início de cada ano, também de forma imediata e vitalícia, podemos informar que a Reserva Matemática após 20 anos de vigência é de RS

- (A) R\$ 0,00 (zero), por não existir Reserva Matemática neste período
- (B) R\$ 1.000.000,00
- (C) R\$ 54.110,00
- (D) R\$ 136.121,00
- (E) R\$ 202.456,00

Resolução:

$$P_{30} = \frac{1.000.000 \cdot A_{30}}{\ddot{a}_{30}^{(12)}}$$

$$P_{30} = 1.000.000 \cdot \frac{M_{30}}{D_{30}} \cdot \frac{D_{30}}{N_{30}^{(12)}} = 403,8072$$

Resposta D

4.7 Teste seus conhecimentos

Questão 09 IBA 2018

Usando as funções de Comutação da tabela AT 83 - 6%, anteriormente indicada e considerando que o $H_x^{(12)}$ hipotético de 110, como fator de uma pensão mensal de R\$ 1.000,00, a ser recebida no final de cada mês, de forma vitalícia pelo cônjuge sobrevivente e temporária para os filhos - até os 24 anos, quando universitários, pode-se afirmar que o Prêmio Puro Anual para um Titular (segurado principal) de 50 anos é de:

Observação: valores arredondados

- (A) R\$ 0,45
- (B) R\$ 4,06
- (C) R\$ 110,00
- (D) R\$ 438,05
- (E) R\$ 446,27

Questão 11 IBA 2016

leas

Questão 11 IBA 2015

O valor da expressão $\ddot{a}_{\overline{x:1}|}$ é:

- (A) exatamente 1,1
(B) menor que 1,0
(C) exatamente 1,0

(E) maior que 1,5

(E) maior que 1,5

O valor da expressão ${}_1a_x^{(12)}$ é:

(E) Maior que 12,00

Questão 03 IBA 2014

3 - Uma pessoa de 50 anos de idade tem duas opções: receber imediatamente, à vista, R\$ 100.000,00, ou receber uma renda anual de valor igual a R, no início de cada ano, a começar a partir dos 70 anos. Considere as seguintes informações:

- $\frac{1}{1+i} = 0,04$
- $A_{50} = 0,30$
- $A_{70} = 0,35$
- $A_{50:20}^1 = 0,09$

Sabendo que as duas opções são atuarialmente equivalentes, o valor aproximado de R é igual a:

- (A) R\$ 6.154,00
- (B) R\$ 8.091,00
- (C) R\$ 10.256,00
- (D) R\$ 11.049,00
- (E) R\$ 12.035,00

Questão 04 IBA 2017

Com base nos dados contidos na Tábua de Comutação abaixo, para uma pessoa de 20 anos o Prêmio Comercial Único do benefício mensal de R\$ 1.000,00, a ser recebido no final de cada mês, vitaliciamente à partir dos 50 anos, considerando ainda que o carregamento total é de 10% sobre o preço de venda, resulta o valor de:

Tábua de comutação AT 83 a 6% - Funções anuais e mensais.

x	q_x	l_x	d_x	D_x	N_x	N_x^{12}	M_x
0	0,0027	10000	27	10000	172779,61	2017763,6	220,0221
10	0,0004	9930	4	5544,93	95092,22	1110278,98	162,3524
20	0,0005	9887	5	3082,91	51903,58	655699,88	144,9722
30	0,0008	9827	7	1710,96	27905,97	325354,48	131,3812
40	0,0013	9736	13	946,52	14602,5	169962,24	119,965
50	0,0041	9508	39	516,16	7272,64	84396,68	104,5002

Observação: valores arredondados para centenas.

- (A) R\$ 218.300,00
(B) R\$ 217.200,00
(C) R\$ 31.300,00
(D) R\$ 30.400,00
(E) R\$ 30.100,00

Questão 07 IBA 2017

Adotando a fórmula de Woolhouse, o cálculo da aproximação do P_x^u , para o benefício de uma renda unitária mensal, antecipada, imediata e temporária de “m” anos é dada pela seguinte formulação:

$$(A) P_x^u = \left[\frac{N_{x+n} - N_{x+n+m}}{D_x} + \frac{13}{24} \times \frac{D_{x+n} - D_{x+n+m}}{D_x} \right] \times 13$$

$$(B) P_x^u = \left[\frac{N_x - N_{x+m}}{D_x} - \frac{11}{24} \times \left(1 - \frac{D_{x+m}}{D_x} \right) \right] \times 12$$

$$(C) P_x^u = \left[\frac{N_x - N_{x+m}}{D_x} + \frac{11}{24} \times \left(1 - \frac{D_{x+m}}{D_x} \right) \right] \times 12$$

$$(D) P_x^u = \left[\frac{N_{x+1} - N_{x+m+1}}{D_x} + \frac{11}{24} \times \left(1 - \frac{D_{x+m}}{D_x} \right) \right] \times 12$$

$$(E) P_x^u = \left[\frac{N_{x+n} - N_{x+n+m}}{D_x} - \frac{13}{24} \times \frac{D_{x+n} - D_{x+n+m}}{D_x} \right] \times 13$$

Questão 10 IBA 2017

O prêmio líquido anual de um determinado seguro de R\$ 10.000,00, sendo sua vigência é das 24 horas do dia 11/set/2016 até às 24 horas do dia 11/set/2017 (ano não bissexto). Desse modo, utilizando o critério exato ou pró-rata dia, o PG - Prêmio Ganho a ser registrado em 31/dez/2016 será de:

Obs.: critério de precisão = arredondamento na unidade de real (R\$).

- (A) R\$ 417,00;
- (B) R\$ 9.583,00;
- (C) R\$ 9.000,00;
- (D) R\$ 6.959,00;
- (E) R\$3.041,00.

lea

Capítulo 5

Matemática Financeira

5.1 Resolução Prova de 2019

Questão 14 IBA 2019

Qual o valor do capital que, aplicado a uma taxa de juros compostos de 2,0% ao mês, resultou, em 10 meses, num montante de R\$ 15.237,43?

- (A) R\$ 6.250,00
- (B) R\$ 10.000,00
- (C) R\$ 12.000,00
- (D) R\$ 12.500,00
- (E) R\$ 12.750,00

Resolução:

Na HP 12-C:

2 →

10 →

15237,43 →

→ Resultado: 12.500,00

Resposta D

Questão 15 IBA 2019

Uma loja de eletro-eletrônicos vende uma televisão LCD de 40 polegadas à vista por R\$ 1.050,00 ou em 12 prestações mensais de R\$ 98,25, sendo a primeira paga no ato da compra. A

taxa de juros composta mensal cobrada na venda a prazo é de:

- (A) 1,83%
- (B) 2,18%
- (C) 0,48%
- (D) 1,93%
- (E) 2,13%

Resolução:

$\boxed{g} \rightarrow \boxed{7}$
 $98,25 \rightarrow \boxed{CHS} \rightarrow \boxed{PMT}$
 $-1050 \rightarrow \boxed{PV}$
 $4 \rightarrow \boxed{n}$
 $\boxed{i} \rightarrow \text{Resultado: } 2,18\%$

Resposta B

Questão 16 IBA 2019

Um automóvel novo é vendido à vista por R\$ 68.500,00 ou nas seguintes condições: entrada de 20% do valor à vista e o saldo em 48 prestações mensais de R\$ 2.250,00. Sabendo que a primeira prestação será paga em 30 dias após a compra, a taxa de juros mensal praticada nesse financiamento é de:

- (A) 3,20%
- (B) 2,04%
- (C) 3,39%
- (D) 2,14%
- (E) 3,02%

Resolução:

Na HP 12-C

$68500 \rightarrow \boxed{\text{Enter}} \rightarrow 0.8 \rightarrow \boxed{\times} \rightarrow \boxed{PV}$
 $2250 \rightarrow \boxed{CHS} \rightarrow \boxed{PMT}$
 $48 \rightarrow \boxed{n}$
 $\boxed{i} \rightarrow \text{Resultado: } 3,20\%$

Resposta A

Questão 17 IBA 2019

Um equipamento pode ser adquirido à vista por R\$ 3.500,00 ou em duas prestações iguais de R\$ 1.823,39, uma no ato da compra e outra após 30 dias. Considerando o ano comercial, a taxa de juros composto mensal utilizada no financiamento é de:

- (A) 8,75%
- (B) 8,65%
- (C) 2,67%
- (D) 2,78%
- (E) 2,87%

Resolução:

Na HP 12-C

3500 → → 1823,39 → →

1823,39 → →

1 → → Resultado: 8,75%

Resposta A

Questão 18 IBA 2019

Um executivo pretende ter uma renda mensal de R\$ 6.000,00, durante 50 meses, começando daqui a 4 meses. O valor mínimo que deverá aplicar hoje à taxa de 1% ao mês para gerar estas rendas é:

- (A) R\$ 235.176,71
- (B) R\$ 233.677,90
- (C) R\$ 231.765,87
- (D) R\$ 230.120,77
- (E) R\$ 228.260,19

Resolução:

Na HP 12-C

6000 → →

46 →

1 →

O resultado (235.176,71), é o valor para daqui quatro meses, precisamos trazer este valor a valor presente.

235176,71 → **FV**

3 → **n** 1 → **i**

PV → Resultado: 228.260,19

Resposta E

Questão 19 IBA 2019

Uma transportadora investiu R\$ 120.000,00 na compra de um caminhão e o utilizou por 10 anos. Ao final de cada um dos 10 anos, os ganhos adicionais decorrentes desse investimento foram de R\$ 15.000,00 e a venda do caminhão após 10 anos do investimento gerou uma renda de R\$ 50.000,00. A taxa interna de retorno do investimento foi de:

- (A) 7,87%
- (B) 8,58%
- (C) 9,45%
- (D) 10,28%
- (E) 11%

Resolução:

120000 → **CHS** → **g** → **CF₀**

15000 → **g** → **CF_j**

9 → **g** → **N_j**

65000 → **g** → **CF_j**

f → **IRR** → Resultado: 8,58%

Resposta B

Questão 20 IBA 2019

Planejando a complementação de sua aposentadoria, um executivo resolve aplicar R\$ 1.500,00 por mês, durante 60 meses, em um fundo que rende 1% ao mês. Ele pretende com a aplicação do montante obtido, gerar uma renda mensal de x reais, durante 80 meses, até esgotar seu saldo. Sabendo que a primeira parcela de x reais é recebida um mês após o último depósito, podemos afirmar que o valor de x é:

- (A) R\$ 2.231,89
- (B) R\$ 2.343,76
- (C) R\$ 2.435,46
- (D) R\$ 2.534,96
- (E) R\$ 2.629,71

Resolução:

1500 → CHS

60 → n

1 → i

FV

O valor refere-se ao valor acumulado, como ele deseja utilizar este valor por 80 meses

122504,50 → PV

80 → n

1 → i PMT → Resultado: 2.231,89

Resposta A

5.2 Resolução Prova de 2018

Questão 13 IBA 2018

Um capital foi aplicado a juros compostos, durante 9 meses, rendendo um montante igual ao triplo do capital aplicado. Qual a taxa trimestral da aplicação?

- (A) 2,00%
- (B) 2,21%
- (C) 4,42%
- (D) 22,11%
- (E) 44,22%

Resolução:

Na HP 12-C:

100 CHS PV

300 FV

3 n

i → Resultado: 42,22

Questão 15 IBA 2018

Uma geladeira está sendo vendida em parcelas iguais de R\$ 432,00, sendo a primeira parcela no ato da compra e as demais nos 3 meses subsequentes. Se a taxa de juros vigente é de 2,25% ao mês, o valor para pagamento à vista que poderia ser aceito pelo vendedor seria de:

- (A) R\$ 1.635,01
- (B) R\$ 1.653,01
- (C) R\$ 1.563,01
- (D) R\$ 1.671,80
- (E) R\$ 1.761,80

Resolução:

Na HP 12-C:

3
2.25
432

432
Resultado: 1.671,795

Questão 16 IBA 2018

O capital de R\$ 25.432,36 foi aplicado, a juros simples, à taxa de juros de 2,76% ao mês. O valor dos juros produzidos no final do ano é de:

- (A) R\$ 33.580,89
- (B) R\$ 33.850,89
- (C) R\$ 8.148,53
- (D) R\$ 8.418,53
- (E) R\$ 9.458,32

Resolução:

Na HP 12-C:

25432.36

2.67

12

Resultado: 8.148,53

Resposta C

Questão 17 IBA 2018

Ao aplicar determinado capital, a uma taxa de juros compostos de 2,00% ao mês, durante 18 meses, obteve um montante de R\$ 34.512,45. O capital aplicado foi de:

- (A) R\$ 24.416,22
- (B) R\$ 24.146,22
- (C) R\$ 24.154,22
- (D) R\$ 24.164,22
- (E) R\$ 24.145,22

Resolução:

Na HP 12-C:

34512.45

2

18

Resultado: -24.164,22

Resposta D

Questão 18 IBA 2018

Um capital C foi aplicado a juros simples durante 8 meses, à taxa de 1% ao mês: o montante foi reaplicado a juros compostos, durante 5 meses, à taxa de 2% ao mês capitalização mensal. Sabendo que o montante final da 2ª aplicação foi de R\$ 10.000,00, o valor do capital inicial C foi:

- (A) R\$ 8.286,50
- (B) R\$ 8.386,40
- (C) R\$ 8.486,30

(D) R\$ 8.586,20

(E) R\$ 8.686,10

Resolução:

Na HP 12-C:

10000 $\boxed{\text{FV}}$

2 $\boxed{\text{i}}$

5 $\boxed{\text{n}}$

Resultado: -9.057,308 $\boxed{\text{CHS}}$ $\boxed{\text{ENTER}}$

1.08 $\boxed{\div}$

Resultado: 8.386,40

OBS.:

Juros simples: $M = J + C$

$J = C \cdot i \cdot n$

$M = C \cdot i \cdot n + C = C(1 + i \cdot n)$

$$C = \frac{M}{(1 + i \cdot n)}$$

Juros Compostos: $FV = PV(1 + i)^n$

Resposta B

Questão 19 IBA 2018

Dois capitais de R\$ 300.000,00 cada, são aplicados em dois bancos X e Y. No banco X a taxa foi de 16% ao ano com capitalização anual e prazo de 172 dias. No banco Y o prazo foi de 188 dias. Considerando o ano comercial de 360 dias, a taxa anual com capitalização mensal do banco Y, de modo que os montantes sejam iguais, vale aproximadamente:

(A) 13,04%

(B) 13,54%

(C) 14,04%

(D) 14,54%

(E) 5,04%

Resolução:

Dados:

$$PV = \begin{cases} \text{Banco X} \begin{cases} i = 16\% \text{ a.a.} \\ n = 172 \text{ dias} \end{cases} \\ \text{Banco Y} \begin{cases} i = ? \text{ a.a.} \\ n = 188 \text{ dias} \end{cases} \end{cases}$$

Os períodos de todas as variáveis sempre devem ser o mesmo. Assim, temos a opção de deixar tudo ao ano ou tudo ao dia. Utilizando a HP 12-C, abaixo é apresentado os dois cenários:

Ao ano (mais rápido)	Ao dia (valor exato)
172 <input type="text" value="ENTER"/>	<input type="text" value="f"/> <input type="text" value="Cl<sub>x</sub>"/>
360 <input type="text" value="÷"/>	1 <input type="text" value="n"/>
0,477778 <input type="text" value="n"/>	16 <input type="text" value="i"/>
16 <input type="text" value="i"/>	1 <input type="text" value="PV"/>
300000 <input type="text" value="CHS"/> <input type="text" value="PV"/>	<input type="text" value="FV"/>
<input type="text" value="FV"/> → 322933,34	360 <input type="text" value="n"/>
<input type="text" value="f"/> <input type="text" value="Cl<sub>x</sub>"/>	<input type="text" value="i"/> → 0,041236% a.d.
188 <input type="text" value="ENTER"/>	300000 <input type="text" value="CHS"/> <input type="text" value="PV"/>
360 <input type="text" value="÷"/>	172 <input type="text" value="n"/>
0,522222 <input type="text" value="n"/>	<input type="text" value="FV"/> → 322045,96
300000 <input type="text" value="CHS"/> <input type="text" value="PV"/>	188 <input type="text" value="n"/>
322933,34 <input type="text" value="FV"/>	<input type="text" value="i"/> → 0,03772% a.d.
<input type="text" value="i"/> → 14,63 ≈ 14,54% a.a.	360 <input type="text" value="n"/>
	1 <input type="text" value="PV"/>
	<input type="text" value="FV"/>
	1 <input type="text" value="n"/>
	<input type="text" value="i"/> → 14,54% a.a.

Resposta D

Questão 20 IBA 2018

Uma televisão é vendida à vista por R\$ 2.000,00 ou a prazo com 20% de entrada mais duas parcelas mensais de R\$ 850,00 cada. A taxa mensal de juros do financiamento é:

- (A) 4,14%
- (B) 3,94%
- (C) 3,74%

(D) 3,54%

(E) 3,34%

Resolução:

Dados

À vista: 2000

À prazo: 20% = 400,00

+ 2 = 850

PV = 2000 - 400 = 1600

Na HP 12-C:

1600

850

2

→ Resultado: 4,14

Resposta A

5.3 Resolução Prova de 2017

Questão 13 IBA 2017

Um empréstimo de R\$ 100.000,00 pode ser pago de 5 (cinco) diferentes formas. Efetue os cálculos necessários e indique a opção que representa qual é a modalidade de pagamento mais vantajosa para o devedor, ao considerarmos o valor presente da operação a juros compostos.

(A) Seis parcelas mensais postecipadas de R\$ 17.500,00.

(B) Seis parcelas mensais antecipadas de R\$ 17.250,00.

(C) Doze parcelas mensais postecipadas de R\$ 9.000,00.

(D) Doze parcelas mensais antecipadas de R\$ 9.000,00.

(E) Parcela única de R\$ 115.500,00 doze meses após o recebimento do empréstimo.

Resolução:

Na HP12C (Lembre-se de sempre limpar a memória da calculadora antes de iniciar o exercício)

PV (Valor presente do empréstimo) = 100.000

N (Número de parcelas nas alternativas, ex:) = 12

PMT (Valor da parcela nas alternativas) = 9.000

i (quando pressionar o i, geralmente ele indicará a taxa postecipada, para visualizar a taxa p/ antecipada pressione as teclas citadas a seguir.)

g

BEG (em azul na tecla 7, repare que estará escrito na tela BEGIN, o que indica que o valor que aparecerá corresponde a taxa antecipada)

Para retornar a postecipada basta pressionar:

g

END (em geral na tecla 8)

i

Assim, as taxas encontradas para cada alternativa foram:

A) 1,41207% a.m.

B) 1,39695% a.m.

C) 1,20434%a.m

D) 1,43131% a.m.

E) 1,2081% a.m.

Logo, a opção mais vantajosa para o devedor é a que apresenta a menor taxa, portanto, letra C.

Resposta C

Questão 14 IBA 2017

Uma pessoa contraiu um empréstimo de R\$ 60.000,00 através do SAC (Sistema de Amortização Constante) para pagamento que 60 meses à taxa de 1,0% ao mês. O valor dos juros pagos até a metade do prazo será:

(A) R\$ 9.000,00.

(B) R\$ 13.650,00.

(C) R\$ 14.484,78.

(D) R\$ 18.000,00.

(E) R\$24.500,00.

Resolução:

Dados:

$$i = 1\% \text{ a.m.}$$

$$n = 60 \text{ meses}$$

$$VP = 60.000$$

Para saber o valor pago até a metade do prazo, precisamos usar soma de PA.

Assim,

$$\frac{60.000}{60} = 1.000$$

$$\text{Amortização } (A = \frac{VP}{n})$$

$$1^\circ \text{ parcela de juros: } 60.000 \cdot 0,01 = 600$$

30º parcela de juros:

$$SD_{t-1} = (n - (t - 1)) \cdot \text{amortização}$$

$$SD_{29} = (60 - (30 - 1)) \cdot 1000$$

$$SD_{29} = 31.000$$

$$Juros = SD_{t-1} \cdot i$$

$$Juros = 31.000 \cdot 0,01 = 310$$

Soma até a metade do prazo (n=30)

$$PA = \frac{(a_1 + a \cdot n)}{2}$$

$$PA = \frac{(600 + 310)}{2} \cdot 60$$

$$PA = 13.650$$

Resposta B

Questão 15 IBA 2017

Um investidor aplicou R\$ 100.000,00 em um CDB prefixado de 60 dias à taxa bruta de 15% ao ano (juros comerciais). Sabendo que o imposto de renda é igual a 22,5% do juro, determine a taxa real bimestral de juros auferida pelo investidor, sabendo que a taxa de inflação do período

foi de 1,2%.

(A) 1,42%.

(B) 1,22%.

(C) 1,02%.

(D) 0,82%.

(E) 0,62%.

Resolução:

$$PV = 100.000$$

$$n = 60 \text{ dias} = 2 \text{ meses}$$

$$i = 15\% \text{ a.a} = 1,1715\% \text{ a.m.}$$

$$\begin{aligned}iq &= (1 + i)^{\left(\frac{q}{t}\right)} - 1 \\&= (1 + 0,15)^{\left(\frac{1}{12}\right)} - 1 \\&= 1,1715\% \text{ a.m}\end{aligned}$$

$$FV = ?$$

Na HP12C:

$$100.000$$

CHS

PV

2

n

$$1,1715$$

i

FV

$$FV = 102.356,72$$

$$\text{Juros} = 2.356,72$$

$$\text{IR (22,5\% do juros)} = 530,26$$

Logo, $2.356,72 - 530,26 = 1.826,46$

Inflação (1,2% sobre o PV) = 1.200,00

Ganho efetivo = 626,46

Assim, $\frac{626,46}{100.000} = 0,624\%$

Resposta E

Questão 16 IBA 2017

Em três anos sucessivos um fundo de renda fixa rendeu 8,5%, 9% e 10,5%. A taxa de rendimento acumulado dos três anos foi de:

- (A) 28,00%
- (B) 28,76%
- (C) 29,84%
- (D) 30,68%
- (E) 31,22%

Resolução:

$$i_{acumulada} = [(1 + 0,085) \cdot (1 + 0,09) \cdot (1 + 0,105)] - 1]$$

$$i_{acumulada} = 30,68\%$$

Resposta D

Questão 18 IBA 2017

Um projeto de investimento, cujo aporte de capital inicial é de R\$ 20.000,00, irá gerar, após um período retorno de R\$ 35.000,00. A Taxa Interna de Retorno (TIR) desse investimento é:

- (A) 34%
- (B) 43%
- (C) 75%
- (D) 175%

(E) 275%.

Resolução:

$$\begin{aligned}0 &= -20.000 + \frac{35.000}{(1 + TIR)^1} \\+20.000 &= +\frac{35.000}{(1 + TIR)} \\20.000 + 20.000TIR &= +35.000 \\TIR &= \frac{+35.000 + 20.000}{20.000} \\TIR &= +0,75\end{aligned}$$

Resposta C

Questão 19 IBA 2017

Um indivíduo precisa pagar três parcelas para quitar a compra de um terreno. São cobrados juros compostos de 30% ao semestre. As parcelas são de R\$ 120.000,00; R\$ 180.000,00 e R\$ 338.000,00 e vencem em seis meses, um ano e dois anos, respectivamente. Esses três pagamentos podem ser substituídos por um único pagamento, daqui a um ano, valor de:

- (A) R\$ 458.461,54
- (B) R\$ 518.461,54.
- (C) R\$ 536.000,00
- (D) R\$ 596.000,00
- (E) R\$ 638.000,00

Resolução:

- I) R\$ 120.000,00
- II) R\$ 180.000
- III) R\$ 338.000,00

1º Temos que levar todos os pagamento para daqui a 1 ano.

I) Na HP12C:

120000 → CHS → PV

1 (semestre) \rightarrow

\rightarrow Resultado = 156.000

II) Já esta no tempo correto.

III) Na HP12C:

338000 \rightarrow

2 \rightarrow

30 \rightarrow

\rightarrow Resultado = 200.000

Logo, $156.000 + 180.000 + 200.000 = \text{R\$ } 536.000,00$

Resposta C

Questão 20 IBA 2017

Um automóvel pode ser financiado no regime de juros compostos em dois pagamento: um entrada de R\$ 20.000,00 e uma parcela de R\$ 20.000,00 seis meses após a entrada. Um comprador propõe como segunda parcela o valor de R\$ 17.000,00, que deverá ser pago oito meses após a entrada. Sabendo-se que a taxa contratada é de 2,0% ao mês, o valor de entrada deverá ser igual a:

(A) R\$ 26.580,72

(B) R\$ 25.455,00

(C) R\$ 24.580,10

(D) R\$ 23.455,22

(E) R\$ 23.250,07

Resolução:

Situação I

Na HP12C = ?

\rightarrow

6 \rightarrow

2 \rightarrow

\rightarrow Resultado = 17.759,42

Assim, o total sem juros é R\$ 37.7759,42

Situação II $\boxed{PV} = ?$

17.000 $\rightarrow \boxed{FV}$

8 $\rightarrow \boxed{n}$

2 $\rightarrow \boxed{i}$

$\boxed{PV} \rightarrow \text{Resultado} = 14.509,34$

Logo, $37.759,42 - 14.509,34 = \text{R\$ } 23.250,07$

Resposta E

5.4 Resolução Prova de 2016

Questão 13 IBA 2016

Um capital ficou aplicado durante 10 meses à taxa de juros simples de 1,5% a.m. O valor resgatado nesta aplicação foi reaplicado à taxa de juros compostos de 1% a.m., com capitalização mensal, durante 8 meses. No final o total resgatado foi de R\$1.494,34. O valor do capital no início da 1ª aplicação foi:

- (A) R\$ 1.200,00
- (B) R\$ 1.203,17
- (C) R\$ 1.189,10
- (D) R\$ 1.192,24
- (E) R\$ 1.194,92

Resolução: Se trata de uma questão que combina Juros Simples (no 1º momento) e Juros Compostos (no 2º momento).

1º) Juros Simples: $M = C \cdot J$

$t = 10$ meses $PV = ?$ $i = 0,015$ a.m

$M = x + x \cdot 0,015 \cdot 10$

$M = 1,15x$

2º) Juros Compostos: $FV = PV(1 + i)^n$

$t = 8$ meses $FV = 1.494,34$ $i = 0,01$ a.m

$1494,34 = 1,15 \times (1,01)^8$

$$x = 1.200,00$$

Resposta A

Questão 14 IBA 2016

Um capital de R\$ 200.000,00, aplicado à taxa de juros compostos de 5% ao mês com capitalização mensal, produzirá ao final de 2 anos o montante de:

- (A) R\$ 440.000,00
- (B) R\$ 240.000,00
- (C) R\$ 645.019,99
- (D) R\$ 445.020,00
- (E) R\$ 450.000,00

Resolução:

$$PV = 200.000,00$$

$$i = 5\%$$

$$n = 24$$

$$FV = 200000(1,05)^{24}$$

$$FV = 645.019,99$$

Resposta C

Questão 15 IBA 2016

Um imóvel está sendo vendido nas seguintes condições:

- Uma parcela de \$10.000 no ato da compra.
- Uma parcela de \$20.000 que será paga 30 dias após a data da compra.
- Uma parcela de \$50.000 que será paga 360 dias após a data da compra.
- 120 parcelas mensais no valor de \$1.000 cada, vencendo-se a primeira parcela 60 dias após a data da compra.

Se a taxa de juros do financiamento é 1% a.m., o preço para pagamento à vista do imóvel é:

- (A) R\$ 143.500,52
- (B) R\$ 143.874,96
- (C) R\$ 143.184,86

(D) R\$ 142.810,42

(E) R\$ 116.359,37

Resolução:

$$P_1 = 10000$$

$$P_2 = \frac{20000}{(1,01)^1} = 19.801,98$$

$$P_3 = \frac{50000}{(1,01)^{12}} = 44.372,46$$

$$P_4 = 1000 \cdot \frac{(1,01)^{120} - 1}{(1,01)^{120} \cdot 0,01} = 69.700,52$$

$$P'_4 = \frac{P_4}{(1,01)^1}$$

$$P'_4 = \frac{69700,52}{1,01} = 69.010,42$$

$$PV = P_1 + P_2 + P_3 + P'_4 = 143.184,86$$

Resposta C

Questão 16 IBA 2016

Uma grande empresa desconta do salário anual de seus funcionários certa porcentagem para um plano de previdência privada. O desconto é de $x\%$ sobre R\$ 28.000,00 de renda anual, mais $(x + 2)\%$ sobre o montante anual da parcela do salário que excede R\$ 28.000,00. O funcionário João teve desconto total de $(x + 0,25)\%$ do seu salário anual para o plano de previdência privada. O salário anual de João, em reais, sem o desconto do plano de previdência é:

(A) R\$ 28.000,00

(B) R\$ 32.000,00

(C) R\$ 35.000,00

(D) R\$ 42.000,00

(E) R\$ 56.000,00

Resolução:

Aplicação de desconto

$$\frac{28000x + (x + 0,02) \cdot (m - 28000)}{m} = x + 0,0025$$

$$m = \frac{560}{0,0175}$$

$$m = 32.000,00$$

Resposta B

Questão 17 IBA 2016

Quanto se deve aplicar a 12% a.m. para serem obtidos os mesmos juros simples que os produzidos por R\$ 400.000,00, emprestados a 15% a.m., durante o mesmo período

- (A) R\$ 420.000,00
- (B) R\$ 450.000,00
- (C) R\$ 480.000,00
- (D) R\$ 500.000,00
- (E) R\$ 520.000,00

Resolução:

$$i = 12\% \text{ a.m.}$$

$$C_1 \cdot i_1 \cdot t = C_2 \cdot i_2 \cdot t$$

$$C_1 \cdot 0,12 = 400000 \cdot 0,15$$

$$C_1 = \frac{400000 \cdot 0,15}{0,12} = 500.000,00$$

Resposta D

Questão 18 IBA 2016

Uma duplicata foi descontada racionalmente 4 meses antes do vencimento a uma taxa de 2,0% a.m. Se o desconto foi de R\$ 4.000,00, qual o valor atual?

- (A) R\$ 3.200,00
- (B) R\$ 5.000,00
- (C) R\$ 8.000,00

(D) R\$ 32.000,00

(E) R\$ 50.000,00

Resolução:

Desconto Comercial Simples: $D = N \cdot d \cdot n$

$$4000 = N \cdot 0,02 \cdot 4$$

$$\left(\frac{4000}{0,02 \cdot 4} \right) = 50.000,00$$

Resposta E

Questão 19 IBA 2016

Para a venda de um par de tênis de R\$ 200,00, a loja Alfa possui apenas dois planos de pagamento: à vista, com desconto comercial de 10%, ou em 30 dias, com acréscimo de 5% sobre o valor de R\$ 200,00. A taxa de custo financeiro que o adquirente paga ao optar pela alternativa de compra a prazo (juros simples) é:

(A) 5% ao mês

(B) 10% ao mês

(C) 15% ao mês

(D) 16,67% ao mês

(E) 18,24% ao mês

Resolução:

$$AV = 200 \cdot \left(1 - \frac{10}{100} \right) = 180 \text{ reais}$$

$$\text{Prazo} = 200 + 200 \cdot \frac{5}{100} = 210 \text{ reais}$$

$$\left(\frac{210}{180} - 1 \right) \cdot 100 = 16,67\% \text{ ao mês}$$

Resposta D

Questão 20 IBA 2016

Apliquei um capital de R\$ 230.000,00, a juros compostos, no Banco X que paga juros de 18,0% ao ano, com capitalização anual, durante 156 dias. Qual deveria ser a taxa anual, capitalizada

anualmente, para obter o mesmo montante no Banco Y pelo quatro meses e 28 dias? Considere que o ano comercial, com 360 dias.

- (A) 18,5% ao ano
- (B) 19,06% ao ano
- (C) 20,0% ao ano
- (D) 24,0% ao ano
- (E) 30,0% ao ano

Resolução:

$x \rightarrow i = 18\% \text{ a.a por } 156 \text{ dias}$

$y \rightarrow i = x\% \text{ a.a por } 148 \text{ dias}$

$$230000(1,18)^{\left(\frac{156}{360}\right)} = 230000(1+i)^{\left(\frac{148}{360}\right)}$$

$$1,18^{156} = (1+i)^{148}$$

$$i = 1,18^{\left(\frac{156}{148}\right)} - 1$$

$$i = 19,06\%$$

Resposta B

5.5 Resolução Prova de 2015

Questão 13 IBA 2015

De acordo com o Banco Central do Brasil (BCB), as taxas de juros cobradas pelas instituições financeiras, no cheque especial, às pessoas jurídicas, no período compreendido entre 18/12/2014 a 24/12/2014, variavam de 2,88% ao mês a 12,70% ao mês. As taxas equivalentes ao ano variam de:

- (A) 34,56% a 152,40%
- (B) 40,60% a 152,40%
- (C) 34,56% a 319,84%

(D) 40,60% a 319,84%

(E) 35,46% a 142,20%

Resolução:

Utilizando as fórmulas:

$$i_q = [(1 + i_t)^{\frac{q}{t}} - 1] \times 100$$

Logo,

$$i_q = [(1 + 0,0288)^{\frac{12}{1}} - 1] \times 100 = 40,60\%a.a.$$

$$i_q = [(1 + 0,127)^{\frac{12}{1}} - 1] \times 100 = 319,84\%a.a.$$

Na HP 12C

Para taxa de 2,88% a.m., na HP 12-C:	Para taxa de 12,70% a.m., na HP 12-C:
<div>f Cl_x (para limpar)</div> <div>12 n</div> <div>2.88 i</div> <div>1 PV</div> <div>FV</div> <div>1 n</div> <div>$i \rightarrow$ Resultado 40,595</div>	<div>f Cl_x (para limpar)</div> <div>12 n</div> <div>12.70 i</div> <div>1 PV</div> <div>FV</div> <div>1 n</div> <div>$i \rightarrow$ Resultado 319,84</div>

Resposta D

Questão 15 IBA 2015

Uma geladeira está sendo vendida em parcelas iguais de R\$ 432,00, sendo a primeira parcela no ato da compra e as demais nos 3 meses subsequentes. Se a taxa de juros vigente é de 2,25% ao mês, o valor para pagamento à vista que poderia ser aceito pelo vendedor seria de:

(A) R\$ 1.635,01

(B) R\$ 1.653,01

(C) R\$ 1.563,01

(D) R\$ 1.671,80

(E) R\$ 1.761,80

Resolução:

Na HP 12-C:

3

2.25

432

432

Resultado: 1.671,795

Resposta D

Questão 16 IBA 2015

Um capital ficou aplicado durante 5 meses a taxa de juros simples de 3,25% ao mês. O valor resgatado nesta aplicação foi reaplicado a taxa de juros compostos de 2,24% ao mês, durante 7 meses, sendo resgatado R\$3.457,36. O valor do capital aplicado no início da primeira aplicação foi de:

- (A) R\$2.960,73
- (B) R\$2.690,73
- (C) R\$2.654,86
- (D) R\$2.456,86
- (E) R\$2.546,86

Resolução:

Fazer em duas etapas de trás para frente, a começar pelos juros compostos:

1ª Parte (juros compostos)

Na HP12C:

3.457,36 FV

7 n

2,24 i

PV

PV = 2.960,73

2ª parte (Juros simples)

$$M = C + J = C + C * i * t = C * [1 + (i * t)]$$

$$M = 2960,73$$

$$i = 3,25$$

$$t = 5$$

$$2.960,73 = C * [1 + (3,25\% * 5)]$$

$$C = \frac{2.960,73}{1,1625}$$

$$C = 2.546,86$$

Resposta E

Questão 17 IBA 2015

Um investidor aplicou R\$100.000,00 em um CDB prefixado de 60 dias à taxa bruta de 15% ao ano (juros comerciais). Sabendo que o imposto de renda é igual a 22,5% do juro, determine a taxa real bimestral de juros auferida pelo investidor, sabendo que a taxa de inflação do período foi de 1,2%.

- (A) 1,42%
- (B) 1,22%
- (C) 1,02%
- (D) 0,82%
- (E) 0,62%

Resolução:

Capital investido = 100.000,00

Encontrar a taxa equivalente:

$$1 + i_b = (1 + i_a)^{\frac{1}{6}}$$

$$i_b = (1 + 15\%)^{\frac{1}{6}} - 1$$

$$i_b = 2,36\%$$

Na HP12C

1,15

6 \rightarrow $\frac{1}{x}$ \rightarrow y^x

1 \rightarrow $-$

100 \rightarrow \times

i \rightarrow Resultado = 2,36%

Rentabilidade bruta = R\$ 100.000,00 * 2,36% = R\$ 2.356,71

Imposto de renda: 22,5% * R\$ 2.356,71 = R\$ 530,26

Resultado = Capital Investido + Rentabilidade bruta – IR = R\$ 101.826,45

Rentabilidade líquida = Resultado/Capital investido

$$\text{Rentabilidade líquida} = \frac{101.826,45}{100.000,00}$$

Rentabilidade líquida = 1,83%

Taxa real bimestral = Taxa nominal bimestral – inflação do período

Taxa real bimestral = 1,83% – 1,2%

Taxa real bimestral = 0,62%

Resposta E

Questão 18 IBA 2015

Um empréstimo de R\$20.000,00 concedido hoje à taxa de 2% ao mês, deverá ser liquidado em três prestações vencíveis daqui a um, dois e cinco meses. Sabendo que a 1ª prestação (vencível daqui a um mês) é de R\$5.000,00 e que a 2ª prestação (vencível daqui a dois meses) é de R\$8.000,00, podemos concluir que o valor da 3ª prestação (vencível daqui a cinco meses) é:

- (A) R\$8.079,79
- (B) R\$8.129,79
- (C) R\$8.179,79
- (D) R\$8.229,79
- (E) R\$8.279,79

Resolução:

Valor Presente Total = 20.000,00

$i = 2\%$ a.a.

Fórmula Valor Futuro:

$$VF = VP * (1 + i)^n$$

Cálculo do VP da 1ª Prestação:

$$5000 = VP * (1 + 0,02)^1$$

$$VP = \frac{5000}{1,02}$$

$$VP = 4901,96$$

Cálculo do VP da 2ª Prestação:

$$8000 = VP * (1 + 0,02)^2$$

$$VP = \frac{8000}{1,0404}$$

$$VP = 7689,35$$

Cálculo do VP restante

$$VP_{total} - VP_{1^{a}parcela} - VP_{2^{a}parcela} = 20000 - 4901,96 - 7689,35 = 7408,69$$

Cálculo da 3ª Prestação

$$VF = 7408,69 * (1 + 0,02)^5$$

$$VF = 8179,79$$

Resposta C

Questão 20 IBA 2015

Na compra de um apartamento de R\$460.000,00 uma pessoa deu uma entrada de R\$100.000,00 e financiou o restante em 180 meses pelo SAC (Sistema de Amortização Constante) à taxa de 1% ao mês.

O valor do juro pago por ocasião do pagamento da 50ª prestação foi:

- (A) R\$2.580,00
- (B) R\$2.600,00
- (C) R\$2.620,00
- (D) R\$2.640,00
- (E) R\$2.660,00

Resolução:

Dados: $SD_0 = 460.000,00 - 100.000 = 360.000$ $n = 180$ meses

$i = 1\%$ a.m. $= 0,1$

$PMT_{50} = ?$

Resolução:

$$A_1 = \frac{SD_0}{n} = \frac{360.000}{180} = 2.000,00$$

Em SAC a sequência de valores das prestações se assemelha ao comportamento de uma progressão aritmética decrescente, logo:

$$a_n = a_1 + (n - 1) * r, \text{ sendo :}$$

$$r = j_{\text{uros}_{\text{atual}}} - j_{\text{uros}_{\text{anterior}}}$$

Logo:

$$J_1 = SD_0 * i = 360.000 * 1\% = 3.600,00$$

$$J_2 = SD_1 * i = (360.000 - 2000) * 1\% = 358.000 * 1\% = 3.580,00$$

$$r = j_{\text{uros}_{\text{atual}}} - j_{\text{uros}_{\text{anterior}}}$$

$$r = 3.580 - 3.600 = -20$$

Então,

$$a_n = a_1 + (n - 1) * r$$

$$J_{50} = J_1 + (n - 1) * r$$

$$J_{50} = J_1 + (50 - 1) * (-20)$$

$$J_{50} = 3600 + (-980) = 2.620,00$$

Resposta C

5.6 Resolução Prova de 2014

Questão 13 IBA 2014

Uma pessoa contraiu um empréstimo de R\$ 60.000,00 através do SAC (Sistema de Amortização Constante) para pagamento em 60 meses à taxa de 1,0 % ao mês. O valor dos juros pagos até a metade do prazo será:

- (A) R\$ 9.000,00
- (B) R\$ 13.650,00
- (C) R\$ 14.484,78
- (D) R\$ 18.000,00
- (E) R\$ 24.500,00

Resolução:

$$i = 1\% \text{ a.m}$$

$$n = 60 \text{ meses; metade do prazo} = 60/2 = 30 \text{ meses}$$

$$PV = \text{R\$ } 60.000,00$$

Em SAC a sequência de valores das prestações e juros se assemelha ao comportamento de uma progressão aritmética decrescente, logo:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \times r$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) * n}{2}$$

sendo:

$$r = \text{juros atual} - \text{juros anterior}$$

$$n = \text{numero de termos}$$

Juros:

$$J_1 = SD_0 * i = 60.000 * 1\% = 600,00$$

$$J_2 = SD_1 * i = 60.000 - 1000 * 1\% = 59.000 * 1\% = 590,00$$

$$r = 590 - 600 = - 10,00$$

Logo,

$$J_{30} = J_1 + (30 - 1) * (-10)$$

$$J_{30} = 600 + (-290)$$

$$J_{30} = 310,00$$

Valor total de juros pagos (soma de PA)

$$S_n = \frac{((J_1 + J_n) * n)}{2}$$

$$S_n = \frac{((J_1 + J_{30}) * n)}{2}$$

$$S_n = \frac{((600 + 310) * 30)}{2}$$

$$S_n = R\$13.650,00$$

Resposta B

Questão 15 IBA 2014

Um título do Governo, com prazo de vencimento de 60 dias, com valor de resgate de R\$ 100.000,00, pode ser adquirido hoje por R\$ 98.000,00. A taxa mensal de juros simples que vai remunerar o investidor, se ele vier a adquirir o título, é de:

- (A) 1,00% ao mês
- (B) 1,02% ao mês
- (C) 1,24% ao mês
- (D) 2,00% ao mês
- (E) 3,00% ao mês

Resolução:

$$J = C * i * t$$

$$M = C + J$$

$$M = C + C * i * t$$

$t = 60 \text{ dias} = 2 \text{ meses}$

$i = ?$

$$100.000 = 98.000 * [1 + (i * 2)]$$

$$1,0204 - 1 = 2i$$

$$i = \frac{0,0204}{2} = 0,0102 * 100 = 1,02\%$$

Resposta B

Questão 16 IBA 2014

Uma geladeira está sendo vendida em três parcelas iguais de R\$ 400,00, sendo a primeira parcela no ato da compra e as demais nos dois meses subsequentes. Se a taxa de juros vigente no mercado é de 3,0% ao mês, o valor para pagamento à vista que poderia ser aceito pelo vendedor seria:

- (A) R\$ 1.092,00
- (B) R\$ 1.098,17
- (C) R\$ 1.116,00
- (D) R\$ 1.131,44
- (E) R\$ 1.165,39

Resolução:

Na HP12C

400 → PMT

3 → n

3 → i

PV → Resultado = 1.131,44

Resposta D

Questão 17 IBA 2014

No final de um ano precisarei ter acumulado R\$ 228.000,00. Para conseguir meus objetivos farei duas aplicações financeiras a juros compostos, de valores iguais, sendo a primeira hoje e a segunda daqui a seis meses. Sabendo-se que o rendimento das aplicações é de 10,0% ao mês, com capitalização mensal, pergunta-se qual o valor dessas aplicações?

- (A) R\$ 44.128,30
- (B) R\$ 45.000,00
- (C) R\$ 46.000,00
- (D) R\$ 46.435,95
- (E) R\$ 48.234,00

Resolução:

Achar a taxa equivalente ao semestre:

$$1 + i_s = (1 + i_m)^6$$

$$i_s = (1 + i_m)^6 - 1$$

$$i_s = (1 + 0,10)^6 - 1$$

$$i_s = 0,7716$$

Na HP12 (usar g BEGIN, dado que a primeira prestação será no início)

Cálculo da taxa de juros equivalente:

1,10 →

6 →

1 →

100 →

→ Resultado = 77,16%

Cálculo da parcela:

77,1561 i

2 n

228.000 FV

PMT

PMT = 46.435,95

Questão 19 IBA 2014

Quanto tempo é necessário para um capital dobrar o valor à taxa de 10% ao mês em regime de juros simples?

- (A) 1 mês
- (B) 10 meses
- (C) 1 ano
- (D) 1 ano e 2 meses
- (E) 1 ano e 10 meses

Resolução:

$$J = C * i * t$$

$$M = C + J$$

$$M = 2C$$

$$t = ?$$

$$i = 10\%$$

$$M = C + J$$

$$M = C + C * i * t$$

$$2C = C * [1 + (i * t)]$$

$$\frac{2C}{C} = 1 + 0,10t$$

$$2 - 1 = 10t$$

$$i = \frac{1}{0,10} = 10$$

Resposta B

Questão 20 IBA 2014

Qual o valor do capital que, aplicado a uma taxa de juros compostos de 2,0% ao mês, resultou, em 10 meses, num montante de R\$15.237,43?

- (A) R\$ 6.250,00
- (B) R\$ 10.000,00
- (C) R\$ 12.000,00
- (D) R\$ 12.500,00
- (E) R\$ 12.750,00

Resolução:

$$C = \frac{S_n}{(1+i)^n}$$
$$C = \frac{15.237,43}{(1,02)^{10}}$$
$$C = 12.499,99 = 12.500,00$$

Resposta D

5.7 Teste seus conhecimentos

Questão 17 IBA 2017

Uma pessoa, preparando-se para a sua aposentadoria, resolve fazer 240 aplicações mensais em um fundo de investimento, para que um mês após o último depósito comece a receber uma renda mensal de R\$ 2.000,00 por 15 anos. Prevendo-se uma taxa real de juros de 0,8% ao mês, o depósito mensal deverá ser de:

- (A) R\$ 190,43
- (B) R\$ 264,07
- (C) R\$ 380,86
- (D) R\$ 540,42
- (E) R\$ 721,13

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. At the bottom edge, there are two circular punch holes, suggesting it's designed to be part of a binder or folder. The paper appears clean and unused.

Questão 14 IBA 2018

(A) R\$ 600.999,85

(B) R\$ 600.888,85

(C) R\$ 466.636,49

(D) R\$ 466.363,49

(E) R\$ 300.499,93

- (A) R\$ 600.999,85
(B) R\$ 600.888,85
(C) R\$ 466.636,49
(D) R\$ 466.363,49
(E) R\$ 300.499,93

Questão 14 IBA 2015

Qual a taxa anual equivalente a 2,0% a.m. na capitalização composta?

- (A) 0,02%
- (B) 0,12%
- (C) 1,02%
- (D) 24,00%
- (E) 26,82%

Questão 14 IBA 2015

Um investidor tem a oportunidade de adquirir um imóvel através de um leilão, em um bairro com boa perspectiva de valorização, por R\$450.000,00. Sua expectativa é manter o imóvel em carteira por 4 anos e vendê-lo por R\$650.000,00. Os gastos anuais para manutenção do imóvel (IPTU, condomínio, taxa de bombeiros, etc.) são: R\$4.000,00 no primeiro ano; R\$4.500,00 no segundo ano e R\$5.000,00 no terceiro ano. Sabendo que o seu custo de oportunidade do capital é de 6,5% ao ano, o Valor Presente Líquido (VPL) e a Taxa Interna de Retorno (TIR) deste investimento são, respectivamente, de:

- (A) R\$67.122,59 e 10,31%
- (B) R\$67.212,59 e 10,13%
- (C) R\$43.397,43 e 8,95%
- (D) R\$43.937,43 e 8,59%
- (E) R\$33.561,30 e 5,16%

Questão 19 IBA 2015

Em três anos sucessivos um fundo de renda fixa rendeu 8,5%, 9% e 10,5%. A taxa de rendimento acumulado dos três anos foi de:

- (A) 28%
(B) 28,76%
(C) 29,84%
(D) 30,68%
(E) 31,22%

les

Questão 14 IBA 2014

Indique a que taxas de juros, simples e composta, respectivamente, devemos aplicar um capital para que ele duplique em 50 meses: (A) 1,00% ao mês e 0,70% ao mês

- (B) 1,55% ao mês e 1,85% ao mês
(C) 2,00% ao mês e 1,40% ao mês
(D) 2,50% ao mês e 1,80% ao mês
(E) 5,00% ao mês e 3,38% ao

[illegible]

Questão 18 IBA 2014

Certa importância foi depositada em um Banco e, depois de algum tempo, rendeu juros de R\$ 1.600,00, que representavam 80% do capital. Qual o tempo em que o capital esteve empregado,

- (A) 5 meses e 20 dias
(B) 5 meses
(C) 4 meses e 10 dias
(D) 4 meses
(E) 6 meses e 5 dias

leas

Capítulo 6

Economia, Contabilidade e Finanças

6.1 Resolução Prova de 2019

Questão 21 IBA 2019

Determinada empresa adquiriu, em 31/12/2009, uma máquina por R\$ 119.000,00, à vista. A vida útil econômica estimada na data de aquisição foi de 10 anos e o valor residual de R\$ 9.000,00. Em 31/12/2010, a empresa reavaliou a vida útil da máquina e determinou que a vida útil remanescente era de 5 anos e o valor residual de R\$ 5.000,00. Com base nestas informações, o valor da depreciação acumulada evidenciado no Balanço Patrimonial da empresa, em 31/12/2011, foi:

- (A) R\$ 22.000,00
- (B) R\$ 31.600,00
- (C) R\$ 33.800,00
- (D) R\$ 38.000,00
- (E) R\$ 45.600,00

Resolução:

Como a máquina foi adquirida em 2009 por 119.000 e analisou-se que a vida útil é de 10 anos e o valor residual de 9.000, espera-se que em 2019 esta máquina passe a valer 9.000. Isto significa que espera-se uma depreciação de 110.000 em 10 anos, que representa uma depreciação de 11.000 anual ($\frac{110.000}{10}$).

Isto significa que em 31/12/2010 depreciou-se 11.000, o que fez com que a máquina passasse a valer 108.000.

Contudo, foi feita uma nova avaliação, onde verificou-se que o tempo de vida remanescente

era de 5 anos e o valor residual de 5.000. O que significa que espera que a máquina que em 2010 vale 108.000 dure até 2015 quando passará a valer 5.000. Ou seja uma depreciação de 103.000 em 5 anos, que representa uma depreciação anual de 20.600 ($\frac{103.000}{5}$).

Logo, em 31/12/2011 depreciou-se 20.600. Portanto a depreciação acumulada evidenciada no Balanço Patrimonial da empresa em 31/12/2011 é de 31.600 (11.000 + 20.600).

Resposta B

Questão 22 IBA 2019

O fato gerador de receita de um seguro é:

- (A) A assinatura da proposta de seguro enviado pela seguradora.
- (B) A assinatura da proposta de seguro pelo segurado.
- (C) Início da vigência.
- (D) Emissão de apólice.
- (E) Recebimento do prêmio da apólice.

Resolução:

Segundo o inciso 1º do artigo 121 da circular Susep Nº517. "Para os produtos de risco, o fato gerador da receita é a emissão do prêmio/contribuição ou a vigência do risco, o que ocorrer primeiro."

Resposta C

Questão 23 IBA 2019

Sobre os indicadores contábeis e suas análises, os indicadores de liquidez avaliam a capacidade de pagamento das obrigações, de curto ou de longo prazo, da empresa com seus ativos, sejam, também, os de curto ou longo prazo. Entre os indicadores de liquidez, podemos citar, EXCETO:

- (A) Corrente.
- (B) Imediata.
- (C) Seca.
- (D) Geral.
- (E) Robusta.

Resolução:

Os indicadores de liquidez são:

- Liquidez corrente: Mostra se a empresa está cumprindo com as obrigações imediatas. Para medir a liquidez corrente, são usados dados do ativo circulante, por exemplo, estoque, caixa, contas a receber, entre outros, e do passivo circulante, como empréstimos a vencer, fornecedores a pagar etc.

Sua fórmula é: $\text{Liquidez corrente} = \text{ativo circulante} / \text{passivo circulante}$.

- Liquidez Seca : Pode-se conceituar da mesma forma da liquidez corrente, contudo, são retirados os estoques da conta, deduzindo-se que eles serão liquidados naturalmente em uma provável circunstância de exigência.

$\text{Liquidez seca} = (\text{ativo circulante} - \text{estoques}) / \text{passivo circulante}$.

- Liquidez imediata : Mostra a capacidade de pagamento da empresa sobre o que já é dinheiro ou que pode ser convertido em dinheiro de forma rápida (resgate em até 90 dias).

$\text{Liquidez imediata} = \text{recursos disponíveis imediatos} / \text{passivo circulante}$.

- Liquidez geral : Exibe a situação da instituição em longo prazo. Ou seja, compara a capacidade em longo e curto prazo. Ao apresentar o índice menor que 1, a empresa, em tese, estaria com problemas financeiros e teria dificuldades em cumprir suas obrigações.

$\text{Liquidez geral} = (\text{ativo circulante} + \text{realizável a longo prazo}) / (\text{passivos circulantes} + \text{passivo não circulante})$.

Resposta E

Questão 24 IBA 2019

Um dos principais relatórios é o parecer da auditoria. Ele é um dos relatórios que validam os números contábeis advindos do balanço patrimonial e outras demonstrações contábeis publicadas. Entre os tipos de parecer, segundo a NBC T11, podemos citar, EXCETO:

- (A) Com ressalva.
- (B) Sem ressalva.
- (C) Adverso.
- (D) Abstenção de opinião por limitação na extensão.
- (E) Com manifestações públicas.

Resolução:

De acordo com as normas brasileiras de contabilidade T11 os tipos de pareceres são: com ressalva, sem ressalva, adverso, com abstenção de opinião.

Segundo a NPA 01- Norma de Procedimento de auditoria 01- IBRACON

O parecer sem ressalva é emitido quando o auditor está convencido sobre todos os aspectos relevantes dos assuntos tratados no item 4 deste Pronunciamento. O parecer do auditor independente deve expressar essa convicção de forma clara e objetiva.

O parecer com ressalva é emitido quando o auditor conclui que o efeito de qualquer discordância ou restrição na extensão de um trabalho não é de tal magnitude que requeira parecer adverso ou abstenção de opinião.

O auditor deve emitir parecer adverso quando verificar que as demonstrações contábeis estão incorretas ou incompletas, em tal magnitude que impossibilite a emissão do parecer com ressalvas.

O parecer com abstenção de opinião é emitido quando houver uma limitação significativa na extensão de seus exames que impossibilite o auditor expressar opinião sobre as demonstrações contábeis por não ter obtido comprovação suficiente para fundamentá-la.

Resposta E

Questão 25 IBA 2019

A LEI DE SAY foi elaborada pelo economista clássico francês Jean-Baptiste Say. Essa lei significa que:

- (A) A demanda cria sua própria oferta.
- (B) O consumo pode crescer mediante o efeito renda.
- (C) A oferta cria a sua própria demanda.
- (D) É necessário subir os juros para que a inflação caia.
- (E) O consumo pode cair caso haja desemprego.

Resolução:

A concepção de Say que dita a grosso modo que toda produção encontra uma demanda, onde toda renda é inteiramente gasta na compra de mercadorias e serviços, e, portanto, não pode haver um excesso de produção ou renda em relação a demanda ou as despesas efetivamente realizadas.

Resposta C

Questão 26 IBA 2019

No ramo de previdência e seguros, existe um fenômeno que ocorre quando planos de previdência com pagamento de rendas vitalícias tendem a atrair a contratação de segurados com melhor saúde em relação aos segurados dos planos de seguro de vida que oferecem pagamento de indenização por motivo de óbito. Esse fenômeno conhecido no ramo atuarial como anti-seleção pode ser melhor comparado com qual fenômeno econômico:

- (A) Oligopólio.
- (B) Risco moral.
- (C) Seleção adversa.
- (D) Propensão ao risco.
- (E) Curvas de indiferença.

Resolução:

O fato de um beneficiário ter melhor saúde em relação a outros, trata de assimetria de informação, na economia oligopólio, risco moral e seleção adversa são exemplos de assimetria de informações, seguem as definições:

- Oligopólio: é uma forma evoluída de monopólio, no qual um grupo de organizações promovem o domínio de determinada oferta de produtos e/ou serviços.
- se refere à possibilidade de um agente econômico mudar seu comportamento de acordo com os diferentes contextos nos quais ocorrem as transações econômicas.
- é um fenômeno de informação assimétrica que ocorre quando os compradores "selecionam" de maneira incorreta determinados bens e serviços no mercado.

o fenômeno atuarial destacado no enunciado refere-se a seleção adversa, pois os compradores de seguros mais saudáveis tendem a contratar planos de previdência com pagamento de rendas vitalícias.

Resposta C

Questão 27 IBA 2019

Se um bem tem uma demanda elástica em relação a variações em seu preço, então:

- (A) Um aumento no seu preço, tudo mais mantido constante, provoca aumento no gasto do consumidor com o bem.
- (B) Sua função de demanda será uma reta paralela ao eixo dos preços.

- (C) Um aumento no seu preço, tudo mais mantido constante, causará uma variação menos do que proporcional na quantidade demandada.
- (D) Um aumento no seu preço, tudo mais mantido constante, provoca redução no gasto do consumidor com o bem.
- (E) Sua função de demanda será uma reta paralela ao eixo das quantidades.

Resolução:

se um bem possui demanda elástica significa que se ocorrer um pequena mudança de preço (aumento de "P") ocorrerá grande variação na quantidade vendida (redução de "Q").

Resposta D

6.2 Resolução Prova de 2018

Questão 21 IBA 2018

Marque a alternativa abaixo que represente a demanda conjunta:

- (A) é a demanda por bens que têm entre si uma relação de complementaridade
- (B) é a quantidade de um bem ou serviço desejado por um consumidor
- (C) é a demanda por bens para qual existir uma capacidade de pagamento
- (D) é o somatório de todas as demandas individuais por um certo bem
- (E) é a quantidade de um bem disponibilizado no mercado por certo preço

Resolução:

Teoria Microeconômica: Demanda conjunta ocorre quando os bens possuem relação de complementariedade.

Resposta: A

Questão 22 IBA 2018

A inflação configura uma situação na qual os preços sobem de forma constante e continuada. A escassez de produtos do setor secundário da economia e os efeitos climáticos quando afetam a produção agrícola podem gerar uma:

- (A) inflação de custos
- (B) inflação inercial
- (C) inflação exógena
- (D) inflação de demanda
- (E) estagflação

Resolução:

A inflação de demanda se caracteriza por um aumento na procura de um determinado bem, sem que exista uma resposta compatível da oferta, assim, ocorre um aumento no valor desse bem para equilibrar a economia.

Resposta: D

Questão 23 IBA 2018

Sobre a redução ao valor recuperável de ativos, impairment, pode-se afirmar que:

- (A) Tem como objetivo assegurar que os ativos não estejam registrados contabilmente por um valor superior àquele passível de ser recuperado por uso ou por venda
- (B) São exemplos desta redução: Provisão para créditos de liquidação duvidosa; provisão para redução dos estoques ao valor de mercado; Provisão matemática de benefícios a conceder; e, Provisão de bem em uso de Ativos Permanentes
- (C) Para determinar o valor recuperável de um ativo, faz-se necessária a determinação do valor líquido de venda desse ativo, apenas
- (D) O valor recuperável de um ativo é sua estimativa dos fluxos de caixa futuros que a entidade espera obter com esse ativo
- (E) Estimativas, médias e cálculos sintéticos não podem oferecer uma aproximação razoável para determinar o valor líquido de venda de um ativo

Resolução:

Teste de Impairment = Redução ao Valor Recuperável.

Resposta: A

Questão 24 IBA 2018

Uma das práticas mais comuns na Análise de Balanços de Seguradoras é a avaliação por indicadores, análise vertical e horizontal. Sobre o indicador de Comercialização, podemos indicar que é mensurado da seguinte forma:

- (A) Prêmios cedidos / Prêmios emitidos
- (B) Sinistros retidos / Prêmios ganhos
- (C) Custos de aquisição / Prêmios ganhos
- (D) Despesas administrativas / Prêmios ganhos
- (E) Despesas administrativas / Prêmios emitidos

Resolução:

Como estamos analisando um indicador de Comercialização, desejamos algo no formato $\frac{Despesa}{Ganho}$.

Resposta: C

Questão 25 IBA 2018

Sobre o indicador de Imobilização, que é um indicador de estrutura de capital, pode ser mensurado, para seguradoras, da seguinte forma:

- (A) (Ativo Circulante + Ativo Não Circulante) / Imobilizado
- (B) (Passivo Circulante + Ativo Circulante) / Imobilizado
- (C) (Ativo Não Circulante - Ativo Realizável a Longo Prazo) / Patrimônio Líquido
- (D) Ativo Não Circulante / Patrimônio Líquido
- (E) Ativo Não Circulante / Passivo Não Circulante

Resolução:

Parte do P.A. que se encontra aplicado no ativo permanente, ou seja, quanto maior o investimento no A.P., menos recursos sobrarão para bancar o ativo circulante.

Resposta: C

Questão 26 IBA 2018

Com relação aos ativos garantidores nas entidades de previdência, é correto afirmar:

- (A) São ativos que garantem o pagamento das despesas administrativas da entidade de previdência
- (B) São ativos que devem ser vendidos diariamente para pagamentos dos beneficiários
- (C) Só podem ser títulos de renda fixa ou imóveis
- (D) é calculado através de uma provisão matemática e depende estritamente de cálculos atuariais
- (E) São recursos que garantem as provisões técnicas e podem ser alocados, dentre outros, em títulos de renda fixa, de renda variável e imóveis

Resolução:

Definição de ativos Garantidores.

Resposta: E

Questão 27 IBA 2018

Para expansão de sua capacidade produtiva, a Cia Aberta aumentou o seu capital social mediante emissões de 2.000 novas ações, cujo o valor nominal foi R\$ 1,00. No entanto, devido às condições de mercado, as ações foram negociadas a R\$ 1,10, à vista. Para a emissão das ações, a Cia Aberta incorreu em custos de R\$ 300,00. Com base nas informações acima, a Cia Aberta reconheceu um aumento:

- (A) de capital no valor de R\$ 2.000,00
- (B) de capital no valor de R\$ 2.200,00
- (C) de capital no valor de R\$ 1.700,00
- (D) de capital no valor de R\$ 1.900,00
- (E) nas Despesas Financeiras no valor de R\$ 300,00

Resolução:

Quantidade de novas ações: 2.000

Valor nominal: R\$ 1,00

Valor de mercado: R\$ 1,10

Custo de emissão: R\$ 300,00

$$\text{Ganho} = (\text{Qtd. novas ações} \times \text{Valor nominal}) - \text{Custo de emissão}$$

$$= (2.000 \times 1,00) - 300,00$$

$$= 1.700,00$$

Resposta C

6.3 Resolução Prova de 2017

Questão 21 IBA 2017

Se um bem tem demanda elástica em relação a variações em seu preço, então:

- (A) Um aumento no seu preço, tudo o mais mantido constante, provoca aumento no gasto do consumidor com o bem
- (B) Sua função de demanda será uma reta paralela ao eixo dos preços
- (C) Um aumento no seu preço, tudo o mais mantido constante, causará uma variação menos do que proporcional na quantidade demandada
- (D) Um aumento no seu preço, tudo o mais mantido constante, provocará redução no gasto do consumidor com o bem
- (E) Sua função de demanda será uma reta paralela ao eixo das quantidades

Resolução:

Definição da demanda elástica em relação ao preço, um aumento deste, tudo mais constante, provoca uma redução no gasto do consumidor em relação ao bem.

Resposta: D

Questão 22 IBA 2017

Suponha que um consumidor possa escolher entre dois bens: A e B e sua função utilidade seja dada por: $U(X_A, X_B) = X_A + X_B$. Se a renda desse consumidor é 1.000 unidades monetárias, o seu gasto com os bens A e B:

- (A) Dependerá dos preços de A e B
- (B) Depende se estes bens são substitutos ou complementares
- (C) Será de 400 com o bem A e 600 com o bem B

- (D) Será de 600 com o bem A e 600 com o bem B
(E) Será de 500 com o bem A e 500 com o bem B

Resolução:

Dada a função de utilidade $U(X_A, X_B) = X_A + X_B$, pode-se afirmar apenas que os gastos com os bens A e B dependerá de seus preços.

Resposta: A

Questão 23 IBA 2017

Considere as seguintes informações para uma economia fechada e com governo: $Y = 1.200$; $C = 100 + 0,7Y$; $I = 200$, onde:

- Y = produto agregado
- C = consumo agregado
- I = investimento agregado

Com base nessas informações, pode-se afirmar que, considerando o modelo Keynesiano simplificado, para que a autoridade econômica consiga um aumento de 10% no produto agregado, os gastos do governo terão que sofrer um aumento de:

- (A) 60%
(B) 30%
(C) 20%
(D) 10%
(E) 8%

Resolução:

$$C = 100 + 0,7(1200)$$

$$C = 940$$

Modelo Keynesiano Simplificado:

$$Y = C + I + G$$

$$1200 = 940 + 200 + G$$

$$G = 60$$

Como queremos um aumento de 10% em Y:

$$1320 = 1024 + 200 + G$$

$$G = 96 \quad \text{assim: } \frac{96}{60} = 1,6$$

Resposta: A

Questão 24 IBA 2017

De acordo com a interpretação das normas internacionais, IFRS 4, não é exemplo de contrato de seguro, EXCETO:

- (A) Título de capitalização
- (B) SWAPS
- (C) Previdência com anuidade certa
- (D) Opção de ações
- (E) Seguro prestamista

Resolução:

A IFRS4 estabelece como contrato de seguro o seguro prestamista (ou de crédito), que preveja indenizações específicas, a fim de reembolsar o detentor por uma perda que registra, devido ao fato de um devedor específico não efetuar o pagamento.

Resposta: E

,

Questão 25 IBA 2017

O fato gerador do IOF sobre operações de seguro vem da(o):

- (A) Assinatura da proposta de seguro enviado pela seguradora.
- (B) Assinatura da proposta de seguro pelo segurado.
- (C) Início da vigência.
- (D) Emissão de apólice.

(E) Recebimento do prêmio da apólice.

Resolução:

Recebimento do prêmio da apólice única movimentação financeira das opções.

Resposta: E

Questão 26 IBA 2017

Os juros dos parcelamentos dos prêmios de seguros devem ser contabilizados como:

- (A) Receita operacional líquida
- (B) Receita financeira no resultado
- (C) Receita financeira diferida, sendo apropriada por competência do parcelamento
- (D) Ativo Circulante ou Permanente, dependendo do ciclo operacional
- (E) Receita operacional diferida, sendo apropriada pelo seu montante

Resolução:

Para esta Questão deve-se observar que:

- Estamos trabalhando com receita, portanto D é falsa;
- Receita operacional relaciona-se apenas a venda de seguros, A e E são falsas;
- Parcelamento não se encerrou, B é falsa;
- C descreve o procedimento a ser adotado.

Resposta: C

Questão 27 IBA 2017

Sobre os ativos garantidores da seguradoras, estes são bastantes importante para os investimentos, principalmente para o controle exercidos pela contabilidade sobre os saldos destas contas. Desta forma, em relação aos títulos, valores imobiliários e imóveis que uma seguradora pode utilizar para garantir as suas provisões técnicas, o percentual que representa o valor máximo a ser investido, principalmente em renda variável, ações tradicionais:

- (A) 100%

- (B) 80%
- (C) 49%
- (D) 35%
- (E) 30%

Resolução:

Legislação SUSEP.

Resposta: E

6.4 Resolução Prova de 2016

Questão 21 IBA 2016

No ramo de previdências e seguros, existe um fenômeno que ocorre quando planos de previdências com pagamento de rendas vitalícias tendem a atrair a contratação de segurados com melhor saúde em relação aos segurados dos planos de seguro de vida que oferecem pagamento de indenização por motivo de óbito. Esse fenômeno conhecido no ramo atuarial como anti seleção pode ser melhor comparado com qual fenômeno econômico:

- (A) Oligopólio
- (B) Risco moral
- (C) Seleção Adversa
- (D) Propensão ao risco
- (E) Curvas de Indiferença

Resolução:

Seleção Adversa = Anti-Seleção.

Resposta: C

Questão 22 IBA 2016

Quando a garantia de um produto é emitida diretamente pelo comerciante, fabricante ou varejista não denota risco de seguro para seguradora, esta não contabiliza de acordo com o IFRS 4, mas sim de acordo com:

- (A) IAS 23
- (B) IAS 19
- (C) IAS 37
- (D) IAS 39
- (E) CPC 11

Resolução:

IAS 37, tem como objetivo definir critérios de reconhecimento e bases de mensuração aplicáveis a provisões, contingências passivas e ativas, bem como definir regras para que sejam divulgadas informações suficientes nas notas explicativas nas demonstrações contábeis, para permitir que os usuários entendam sua natureza, oportunidade e valor. Lembrando que CPC 25 - IAS 37.

Resposta: C

Questão 23 IBA 2016

O objetivo maior da introdução do IFRS 4 no Brasil, através do CPC 11, foi para:

- (A) Trazer melhorias para a contabilização de contratos de seguros.
- (B) Revisar totalmente a contabilidade de seguros.
- (C) Trazer uma resposta aos escândalos contábeis que ocorreram nos últimos anos.
- (D) Amenizar a pressão das autoridades normativas.
- (E) Dar maior subjetividade a Contabilidade na apuração dos efeitos econômicos das entidades securitárias e previdenciárias.

Resolução:

Uma maneira simples de se analisar a Questão é lembrar que o objetivo de uma nova norma é trazer melhorias para o setor.

Resposta: A

Questão 24 IBA 2016

Para o mercado de seguros e resseguros, o fato gerador da receita é:

- (A) A data efetiva do recebimento.

- (B) A vigência do risco.
- (C) A data do fechamento do contrato.
- (D) A data de emissão da apólice do seguro.
- (E) Após o término da vigência do seguro, no caso de ocorrência de sinistro.

Resolução:

Caderno de Seguros: Teses Nº 23. Práticas Contábeis das Operações de Seguros. Funenseg Acervo Digital.

Resposta: B

Questão 25 IBA 2016

A Seguradora ABC mantém uma margem de solvência de R\$ 18.000.000,00. Considerando que ela opere em todo território nacional e que seu capital adicional seja R\$ 13.000.000,00:

- (A) O Patrimônio Líquido Ajustado da seguradora deve ser no mínimo R\$ 18.000.000,00.
- (B) O capital mínimo requerido da seguradora é R\$ 13.000.000,00.
- (C) O Patrimônio Líquido Ajustado da seguradora deve ser superior a R\$ 28.000.000,00.
- (D) O Patrimônio Líquido Ajustado da seguradora deve estar entre R\$ 18.000.000,00 e R\$ 28.000.000,00.
- (E) O capital mínimo requerido é R\$ 31.000.000,00.

Resolução:

De acordo com a resolução CNSP Nº 178, de 2007 temos que:

- O capital mínimo requerido é equivalente a soma do capital base com o capital adicional (Capítulo I, artigo 2º inciso I);
- O capital base para operar em todo o país é de R\$ 15.000.000,00 (Anexo I);
- A insuficiência de patrimônio líquido ajustado deverá ser aferida em relação ao maior dos valores entre a margem de solvência e o capital mínimo requerido.

Logo, o capital mínimo requerido é de R\$ 28.000.000,00 (R\$ 15.000.000,00 de capital base e R\$ 13.000.000,00 de capital adicional), como o capital mínimo requerido é maior do que a margem de solvência (R\$ 18.000.000,00), o patrimônio líquido ajustado deverá ser superior a R\$ 28.000.000,00 para a seguradora ABC.

Questão 26 IBA 2016

Em 11/04/2009, a seguradora Egito recebeu pedido de cancelamento da apólice de seguro n. 1.979. O período coberto pela apólice foi de 180 dias. Conforme tabela de segundo prazo, a seguradora Egito deve restituir 30% do prêmio comercial, o que prefaz R\$ 550,00. O saldo da PPNG dessa apólice na data do cancelamento era R\$ 1.000,00. Nesse caso, desconsiderando comissão, a seguradora obtém resultado:

- (A) Positivo de R\$ 450,00.
- (B) Positivo de R\$ 835,00.
- (C) Positivo de R\$ 150,00.
- (D) Negativo de R\$ 835,00.
- (E) Negativo de R\$ 450,00.

Resolução:

PPNG = Provisão de Prêmios não ganhos.

Resposta: A

6.5 Resolução Prova de 2015

Questão 21 IBA 2015

De acordo com a teoria microeconômica, a diferença básica entre firmas que operam em concorrência perfeita e firmas que operam em monopólio (monopolista) é que:

- (A) A elasticidade da procura diante do monopolista tem um valor maior do que a elasticidade da procura ante o concorrente perfeito.
- (B) O concorrente perfeito pode vender quanto quiser a determinado preço, enquanto o monopolista tem que reduzir seu preço sempre que quiser qualquer aumento de suas vendas.
- (C) O monopolista não pode cobrar um preço que lhe proporcione lucro substancial, ao passo que o concorrente perfeito sempre pode ter um lucro desse tipo.

- (D) O monopolista procura maximizar lucros, enquanto o concorrente perfeito procura igualar o preço a custo médio.
- (E) O monopolista apresenta uma curva de custo médio sempre decrescente, enquanto o concorrente perfeito não apresenta nenhuma curva de custos.

Resolução:

Teoria Microeconômica.

Resposta: B

Questão 22 IBA 2015

A Teoria da Utilidade Esperada estima que, na presença de incerteza, os indivíduos:

- (A) procuram maximizar o retorno esperado, reduzindo a utilidade média, mesmo que isso implique em uma maior exposição ao risco;
- (B) esperam maximizar o retorno esperado, reduzindo a utilidade média, segundo uma escala de valor comum e única do bem ou serviços, a todos os indivíduos;
- (C) tendem a estabelecer, para o bem ou serviço, uma escala de valor esperada, comum e única a todos os indivíduos;
- (D) não mais se comportam de forma racional, em função das perdas esperadas;
- (E) devem se comportar como se estivessem maximizando a expectativa de uma função de utilidade, considerando todos os eventos possíveis.

Resolução:

A utilidade esperada é a estimativa que deve ser maximizada nas decisões utilitárias, ou seja, maximizar a função de utilidade.

Resposta: E

Questão 23 IBA 2015 - ANULADA

Questão 24 IBA 2015

Sobre a redução ao valor recuperável de ativos, impairment, pode-se afirmar que:

- (A) Tem como objetivo assegurar que os ativos não estejam registrados contabilmente por um valor superior àquele passível de ser recuperado por uso ou por venda.
- (B) São exemplos desta redução: Provisão para créditos de liquidação duvidosa; provisão para redução dos estoques ao valor de mercado; Provisão Matemática de Benefícios a conceder; e, Provisão de bem em uso de Ativos Permanentes.
- (C) Para determinar o valor recuperável de um ativo faz-se necessária a determinação do valor líquido de venda desse ativo, apenas.
- (D) O valor recuperável de um ativo é sua estimativa dos fluxos de caixa futuros que a entidade espera obter com esse ativo.
- (E) Estimativas, médias e cálculos sintéticos não podem oferecer uma aproximação razoável para determinar o valor líquido de venda de um ativo.

Resolução:

Teste de Impairment = Redução ao Valor Recuperável.

Resposta: A

Questão 25 IBA 2015

Uma das práticas mais comuns na Análise de Balanço de Seguradoras é a avaliação por indicadores, análise vertical e horizontal. Sobre o Indicador de Comercialização, podemos indicar que é mensurado da seguinte forma:

- (A) Prêmios cedidos / Prêmios emitidos
- (B) Sinistros retidos / Prêmios ganhos
- (C) Custos de aquisição / Prêmios ganhos
- (D) Despesas administrativas / Prêmios ganhos
- (E) Despesas administrativas / Prêmios emitidos

Resolução:

Como estamos analisando um indicador de Comercialização, desejamos algo no formato $\frac{\text{Despesa}}{\text{Ganho}}$.

Resposta: C

Questão 26 IBA 2015

Sobre o indicador de Imobilização, que é um indicador de estrutura de capital, pode ser mensurado, para seguradoras da seguinte forma:

- (A) $(\text{Ativo Circulante} + \text{Ativo não Circulante}) / \text{Imobilizado}$
- (B) $(\text{Passivo Circulante} + \text{Ativo Circulante}) / \text{Imobilizado}$
- (C) $(\text{Ativo não Circulante} - \text{Ativo Realizável a Longo Prazo}) / \text{Patrimônio Líquido}$
- (D) $\text{Ativo Não Circulante} / \text{Patrimônio Líquido}$
- (E) $\text{Ativo Não Circulante} / \text{Passivo Não Circulante}$

Resolução:

Parte do P.A. que se encontra aplicado no ativo permanente, ou seja, quanto maior o investimento no A.P., menos recursos sobrarão para bancar o ativo circulante.

Resposta: C

Questão 27 IBA 2015

Com relação aos ativos garantidores nas entidades de previdência, é correto afirmar:

- (A) São ativos que garantem o pagamento das despesas administrativas da entidade de previdência.
- (B) São ativos que devem ser vendidos diariamente para pagamentos dos benefícios dos participantes.
- (C) Só podem ser títulos de renda fixa ou imóveis.
- (D) É calculado através de uma provisão matemática e depende estritamente de cálculos atuariais.
- (E) São recursos que garantem as provisões técnicas e podem ser alocados, dentre outros, em títulos de renda fixa, de renda variável e imóveis.

Resolução:

Definição de ativos Garantidores.

Resposta: E

6.6 Resolução Prova de 2014

Questão 21 IBA - 2014

A empresa XYZ deve contabilizar o terreno recebido em doação da Prefeitura de Campo Médio da seguinte maneira:

- (A) D - Caixa; C - Lucros Acumulados
- (B) D - Imobilizado; C - Reserva de capital
- (C) D - Imobilizado; C - Resultado de Exercícios Futuros
- (D) D - Diferido; C - Lucros Acumulados
- (E) D - Resultados de Exercícios Futuros; C - CMV

Resolução:

Deve-se observar que terreno consiste em um bem a ser alocado na conta imobilizado e Reserva de Capital.

Resposta: B

Questão 22 IBA 2014

O Produto Nacional de um país, medido a preços correntes, aumentou consideravelmente entre dois anos. Isso significa que:

- (A) Ocorreu um incremento real na produção
- (B) O país apresenta taxas significativas de crescimento do produto real
- (C) O investimento real entre os dois anos não se alterou
- (D) O país está atravessando um período inflacionário
- (E) Nada se pode concluir, pois é necessário ter informações sobre o comportamento dos preços nesses dois anos

Resolução:

Vale lembrar que: $PNB = PIB + \text{Total de Rendas Recebíveis do Exterior} - \text{Total de Rendas Enviadas ao Exterior}$.

Resposta: E

Questão 23 IBA 2014

No Balanço Patrimonial de uma Companhia Seguradora que operasse apenas seguro de automóvel, com produção crescente e sem qualquer tipo de cessão de risco, a Provisão de Prêmios Não-Ganhos figuraria no:

- (A) Ativo, como conta devedora
- (B) Passivo, como conta credora
- (C) Ativo, como conta credora
- (D) Passivo, como conta devedora
- (E) Ativo, como conta retificadora

Resolução:

Toda provisão é alocada na conta passivo.

Resposta: B

Questão 24 IBA 2014

Em relação a diversos aspectos econômicos, avalie as afirmativas a seguir e assinale a correta:

- (A) o Produto Interno Bruto (PIB) é o valor de mercado de todos os bens e serviços finais e intermediários produzidos pelas empresas nacionais em um determinado período de tempo
- (B) em um país há 40 milhões de trabalhadores, 10 milhões de estudantes (que não estão procurando emprego) e 10 milhões de desempregados. A taxa de desempregos é de 25%
- (C) no período de um 1 ano o nível de preços do Brasil aumentou 10% , o nível de preços dos EUA aumentou 5% e a taxa de câmbio nominal (expressa em R\$/, US\$) aumenta 5%. Então a taxa de câmbio real não se alterou nesse período
- (D) a economia de um país é descrita pela equação $Y = C + I + G + X - M$, em que Y é o PIB, C, o consumo privado, I é o investimento, G são os gastos do governo, X, as exportações e M, as importações. O consumo é expresso pela equação $C = 20 + 0,8Y$. Considerando que as variáveis I, G, M e X são exógenas. Nesse caso, o multiplicador Keynesiano é igual a 5
- (E) a curva de demanda com que um monopolista se defronta é dado por $P = 16 - 2Q$. Seu custo total é dado por $CT = 5 + Q + 0,5Q^2$. O preço cobrado por este monopolista é 8, a quantidade produzida é 3 e o lucro do monopolista é igual 12,5

Resolução:

Função do Consumo: $C = \bar{c} + c + cY_d$, onde:

- C : Consumo
- \bar{c} : Consumo autônomo
- c : Propensão marginal a consumir
- Y_d : Rendimento disponível

Multiplicador Keynesiano: $\frac{1}{1 - c}$

$$C = 20 + 0,8Y_d \Rightarrow \frac{1}{1 - 0,8} = 5 \quad (6.1)$$

Resposta: D

Questão 25 IBA 2014

Sobre as provisões das entidades abertas de previdência complementar, podemos citar, EXCETO:

- (A) Provisão de excedentes financeiros
- (B) Provisão por insuficiência de contribuições
- (C) Provisão de riscos não expirados
- (D) Provisão matemática para resgates
- (E) Provisão de benefícios a regularizar

Resolução:

A provisão matemática para resgates é requerida apenas para capitalização.

Resposta: D

Questão 26 IBA 2014

De acordo com a interpretação das normas internacionais, IFRS 4, não é exemplo de contrato de seguro, EXCETO:

- (A) Títulos de capitalização
- (B) Swaps

- (C) Previdência com anuidade certa
- (D) Opções de ações
- (E) Seguro prestamista

Resolução:

A IFRS 4 estabelece como contrato de seguro o seguro prestamista (ou de crédito), que preveja indenizações específicas, a fim de reembolsar o detentor por uma perda que registra devido ao fato de um devedor específico não efetuar o pagamento.

Resposta: E

Questão 27 IBA - 2014

Sobre a Contabilidade e o Risco das Entidades Fechadas de Previdência Complementar, a PREVIC expõe que:

- (A) As informações contábeis devem ser elaboradas tempestivamente, sobretudo para que possam ser utilizadas no processo decisório.
- (B) A EFPC deve identificar, avaliar e monitorar os riscos operacionais inerentes aos processos e sistemas considerados relevantes. Importante observar que o adequado gerenciamento do risco operacional está diretamente relacionado ao conhecimento dos processos existentes na entidade.
- (C) A EFPC deve manter uma estrutura apropriada de gerenciamento de risco, podendo incluir a criação de uma área específica que identifique, avalie periodicamente os riscos e apresente medidas com vistas a mitigá-los.
- (D) A EFPC deve avaliar a conveniência e a viabilidade de criação de uma área de auditoria interna. Esse órgão desempenha relevante papel, que compreende avaliações dos processos, dos sistemas de informações, dos controles internos e do gerenciamento de riscos.
- (E) Na execução dos perfis de financiamentos, a EFPC deverá atentar os controles internos de avaliação de riscos, bem como para os limites de alocação de ativos, passivos e patrimônio líquido previstos na legislação.

Resposta: E

Segundo manual da PREVIC, A, B, C, e D não são obrigatórias.

6.7 Teste seus conhecimentos

Questão 27 IBA 2016

A inflação configura uma situação na qual os preços sobem de forma constante e continua. A escassez de produtos do setor secundário da economia e os efeitos climáticos quando afetam a produção agrícola podem gerar uma:

- (A) Inflação de custos.
- (B) Inflação inercial.
- (C) Inflação exógena.
- (D) Inflação de demanda.
- (E) Estagflação.



Capítulo 7

Profissionalismo e Ética

7.1 Resolução Prova de 2019

Questão 28 IBA 2019

Com relação a ética no caso dos atuários brasileiros, NÃO podemos afirmar que:

- (A) Utilizando o bom senso, sempre é fácil saber qual é a forma de se fazer as coisas com ética, bem como colocá-las em prática.
- (B) Em caso de inobservância ao Código de Ética Profissional do Atuário, a Comissão de Ética julgará o mérito da questão com base no seu Regimento Interno e apresentará relatório formal, contendo suas conclusões e, se for o caso, a penalidade a ser aplicada pelo Presidente do IBA.
- (C) O Regimento Interno da Comissão de Ética estabelece que a acusação de inobservância ao Código de Ética, contra atuário, deverá ser formalizado por escrito, por pessoa física ou jurídica, dirigida à Comissão de Ética, contendo todas as informações necessárias, juntamente com todas as provas documentais de que dispuser, para a apuração do fato.
- (D) A Comissão de Ética pode concluir sobre a aplicação de penas de advertência, suspensão e desligamento aos membros do IBA.
- (E) A Comissão de Ética pode aplicar penalidades de impedimento de filiação ao IBA.

Resolução:

- (A) Bom senso é muito válido. Porém, há um regimento que orienta e deve ser respeitado.
- (B) Correto. Capítulos III e IV do Regimento Interno da Comissão de Ética.
- (C) Correto. Artigo 6º do Regimento Interno da Comissão de Ética.
- (D) Correto. Capítulo IV do Regimento Interno da Comissão de Ética.
- (E) Correto. Capítulo IV do Regimento Interno da Comissão de Ética.

Resposta A

Questão 29 IBA 2019

Quanto ao contexto do trabalho atuarial, é INCORRETO afirmar que:

- (A) O trabalho atuarial nunca acontece em um mundo tão simples quanto aquele implícito nas suposições e metodologias que são a base da maioria dos modelos usados por atuários.
- (B) Os problemas que os atuários enfrentam são bidimensionais em uma perspectiva atuarial que é primariamente financeira e matemática, compondo a perspectiva do segurador e do segurado.
- (C) O atuário deve estar familiarizado com as tendências econômicas, tecnológicas, médicas e sociais da comunidade que podem afetar o valor das obrigações do seguro.
- (D) O contexto nunca é estático, as condições econômicas mudam, novas leis são criadas e as atitudes sociais mudam, a tecnologia se desenvolve e os consumidores se tornam mais exigentes.
- (E) O contexto do trabalho atuarial difere de país para país, de área de prática, de empresa para empresa e de cliente para cliente.

Resolução:

O mundo é dinâmico e complexo, ao se atentar apenas a uma dicotomia, o Atuário deixa de observar diversas variáveis que podem ter um peso importante.

Resposta B

Questão 30 IBA 2019

João, um Atuário membro do IBA, ficou responsável por opinar junto aos seus consultores quanto ao trabalho do Atuário José e sua equipe, realizado no passado, sendo este trabalho de interesse conflitante entre diversas partes. A luz do código de Ética, é CORRETO afirmar que:

- (A) João deve se dar por impedido em emitir opinião, informando existirem razões de ordem moral que desaconselham a sua participação, tendo em vista já existir trabalho de cunho atuarial realizado por José no passado e que abrange o mesmo objeto.
- (B) João deve, obrigatoriamente, sempre que possível, trabalhar em coordenação com José, a fim de obter uma solução em conjunto.
- (C) João deve avaliar o trabalho realizado por José e, em caso de concordância plena, assiná-lo como se tivesse contado com sua efetiva participação à época.

(D) Trata-se de caso omissivo e de apreciação obrigatória, a ser resolvido pela Comissão de Ética do IBA, em conformidade com os princípios de ordem moral e éticos.

(E) João deve empenhar-se em orientar os seus clientes, de preferência por escrito, em tudo que não venha ferir a lei, o contrato profissional, a técnica, a moral ou a dignidade profissional e pessoal, após ouvi-los previamente e feito meticolosos estudos, fornecendo-lhes dados e elementos precisos sobre o objetivo das consultas que lhe tiverem sido formuladas.

Resolução:

Segundo o Código de Ética Profissional do Atuário, em seu Capítulo II, artigo 4º, alínea b; um dos deveres fundamentais do Atuário no exercício da profissão é: orientar os seus clientes, de preferência por escrito, em tudo que não venha ferir a lei, o contrato profissional, a técnica, a moral ou a dignidade profissional e pessoal, após ouvi-los previamente e feito meticolosos estudos, fornecendo-lhes dados e elementos precisos sobre o objetivo das consultas que lhe tiverem sido formuladas.

Resposta E

7.2 Resolução Prova de 2018

Questão 28 IBA 2018

Entre as alternativas abaixo, marque aquela que NÃO representa um argumento em linha com um fato de uma avaliação atuarial não poder ser elaborada e assinada por profissional não atuário:

- (A) Aos atuários é concedido poder do monopólio na execução de determinados serviços, com o objetivo de assegurar a mais alta qualidade que, se fornecido de outra maneira,
- (B) A profissão atuarial deve esclarecer que o parecer atuarial deve ser elaborado apenas por atuários
- (C) Os órgãos reguladores e fiscalizadores podem recusar avaliações atuariais elaboradas por economistas
- (D) Os atuários detêm conhecimentos que incluem a ciência contábil e estão habilitados para assinar auditorias independentes das demonstrações contábeis
- (E) O estatístico detém conhecimento equivalente ao de um atuário profissional do ramo não vida, porém, não se considera habilitado para assinar esse tipo de avaliação atuarial

Resolução:

Segundo o manual de profissionalismo as alternativas A, B, C e E estão corretas. Apesar do conhecimento contábil presente nas Ciências Atuariais, não os habilita em assinar auditorias nesta área.

Resposta: D

Questão 29 IBA 2018

Os critérios para que uma organização se torne um membro da Associação Atuarial Internacional (IAA) englobam algumas das características-chaves de um órgão profissional. Marque a alternativa que NÃO corresponde a um pré-requisito:

- (A) Ter um código de ética aceitável
- (B) Aplicar um procedimento disciplinar aceitável
- (C) Emitir padrões de práticas profissionais, com um procedimento aceitável para esboçar e reforçar os padrões
- (D) Assegurar o compromisso de que a qualificação profissional, no âmbito educacional, de seus membros, considerados plenamente aptos a exercerem a profissão, esteja de acordo com as diretrizes mínimas de educação exigidas pela IAA
- (E) Ter poderes de representação na forma de um conselho profissional

Resolução:

Segundo o Manual de Profissionalismo, Seção 1.4.2.(página 15), para ser membro do IAA, um órgão atuarial profissional deve ter: "Um código de ética aceitável, um procedimento disciplinar aceitável, emitir padrões de práticas profissionais, com um procedimento aceitável, para esboçar e reforçar os padrões"

Resposta: E

Questão 30 IBA 2018

Quanto ao contexto do trabalho atuarial, assinale a afirmativa FALSA.

- (A) Pode ser útil estar ciente das plataformas e partidos políticos que não estão no governo, mas que podem vir a ser governo ou assumir uma posição de influência no futuro, visto que

os governos eventualmente incentivam certos setores ou produtos oferecendo-lhes tributação mais favorável

- (B) Os níveis de pagamento nas classes de seguro são particularmente impactados pelas decisões judiciais
- (C) Mudanças na disponibilidade, natureza e extensão dos benefícios da previdência pública afetam em proporção direta a demanda por previdência privada, ou seja, o aumento na demanda de um sempre é acompanhado pelo aumento na demanda da outra
- (D) As tendências e condições econômicas são de grande importância, tais como: retorno dos investimentos para produtos financeiros, crescimento salarial para fundos de pensão cujos planos são da modalidade de benefício definido e ajuste de inflação na importância segurada de apólices de seguro de longo prazo
- (E) Uma tendência demográfica na maioria dos países desenvolvidos é o envelhecimento da população, com índices de fertilidade e mortalidade caindo, gerando menos pessoas economicamente ativas e mais em idade de aposentadoria e, conseqüentemente, elevando os custos de pensão por idade e seguro saúde

Resolução:

Não se pode afirmar quanto às proporções de demanda relacionando os sistemas público e privado de previdência.

Resposta: C

7.3 Resolução Prova de 2017

Questão 28 IBA 2017

De acordo com o Código de Ética, os honorários profissionais do Atuário **NÃO PODERÃO** ser fixados de acordo com:

- (A) A complexidade e a relevância do trabalho
- (B) A localidade da prestação do serviço
- (C) A situação econômica e financeira do cliente
- (D) A fixação de valores inferiores às recomendações mínimas publicadas pelo IBA, exclusivamente para caso especial de prestação por Atuário sem experiência profissional prévia no ramo
- (E) A peculiaridade de tratar-se de cliente eventual, habitual ou permanente

Resolução:

Segundo o capítulo III do código de ética profissional elaborado pelo IBA, que dispõem "DOS HONORÁRIOS PROFISSIONAIS DO ATUÁRIO".

Resposta: D

Questão 29 IBA 2017

Sobre o papel da Comissão de Ética, de acordo com o disposto na Apostila de Profissionalismo do IBA, pode-se **AFIRMAR** que:

- (A) A advertência é a pena mais branda passível de ser aplicada ao infrator
- (B) A acusação de inobservância ao Código de Ética poderá ser formalizada por sustentação oral dirigida a Comissão de Ética, desde que não anônima
- (C) A acusação de inobservância ao Código de Ética não poderá ser formalizada por pessoa jurídica
- (D) A acusação de inobservância ao Código de Ética poderá ser formalizada por pessoa física a fim de se denunciar pessoa jurídica prestadora de serviço atuarial
- (E) A pena máxima de eliminação do quadro do IBA, poderá ser, excepcionalmente, acumulada com pena de multa pecuniária, a ser fixada em assembleia geral

Resolução:

Segundo a sessão 1.6.3 "Papel da Comissão de Ética do IBA" (página 20), a advertência é a pena mais branda a ser aplicada a um possível infrator.

Resposta: A

Questão 30 IBA 2017

Sobre a assistência social e o seguro social, de acordo com a Apostila de Profissionalismo do IBA, assinale a alternativa **INCORRETA**:

- (A) Os benefícios sociais podem ser financiados por contribuições individuais dos trabalhadores ou por impostos advindos dos lucros das empresas

- (B) Os benefícios de caráter assistencial são definidos com base nas necessidades político-sociais, geralmente dependendo menos das contribuições dos indivíduos e mais do financiamento governamental suportados por todos os cidadãos
- (C) Se o nível de benefícios sociais ofertado diminui, a tendência é que a demanda por serviços financeiros por parte dos indivíduos aumente, como os relacionados a contratação de previdência privada complementar
- (D) Se o nível de benefícios sociais ofertado diminui, a tendência é que a demanda por serviços financeiros por parte do governo diminua, como os relacionados ao pagamento de juros da dívida pública
- (E) O sistema de seguro social chamado “do berço à sepultura” (cradle-to-grave) tem se tornado cada vez mais comum, a exemplo do ocorrido na China

Resolução:

Sobre a assistência social e o seguro social, seção 2.5 (página 25).

Resposta: E

7.4 Resolução Prova de 2016

Questão 28 IBA 2016

Julgue a opção INCORRETA sobre características relacionadas à ciência atuarial:

- (A) Multidisciplinaridade.
- (B) Políticas.
- (C) Riscos.
- (D) Tecnologia.
- (E) Estática.

Resolução:

Quanto às características da Ciência Atuarial, dentre as alternativas, é incorreto dizer que a mesma é estática. Tal Ciência lida direto com o dinamismo e constantes transformações que a sociedade está sujeita, seja da ótica demográfica, tecnológica, econômica, etc...

Resposta: E

Questão 29 IBA 2016

Julgue alternativa CORRETA acerca de profissionalismo:

- (A) O monopólio concedido às profissões não é boa prática, tendo em vista que impede a livre competição entre às forças de trabalho.
- (B) As entidades de classe tem como objetivo,entre outros, promover qualidade na prestação dos serviços relacionados a profissão.
- (C) A profissão atuarial é responsável por gerir contratos de risco de longo prazo e não sofre influência de outras profissões.
- (D) A ciência atuarial trata de temas eminentemente quantitativos e, por isso, não adota um código de Ética específico.
- (E) As práticas contábeis estão sempre em consonância com as práticas atuariais.

Resolução:

Segundo o manual de Profissionalismo do IBA, as entidades de classe possuem, dentre outros objetivos, promover a qualidade na prestação de serviços relacionados à profissão.

Observa-se que: Monopólio é definido na Seção 1.2.2 (página 6), "O monopólio nesse contexto significa que os membros da profissão são vistos como únicos com capacidade de executar determinadas tarefas e, na maioria dos casos, isto é reforçado pela legislação".

Resposta: B

Questão 30 IBA 2016

Julgue a alternativa INCORRETA acerca dos organismos relacionados à atuária no país e no mundo:

- (A) A Escola Nacional de Seguros (FUNENSEG) atua na educação e treinamento em seguros.
- (B) A Associação Atuarial Internacional (IAA) serve como um fórum de discussão e deliberação para as questões profissionais da comunidade atuarial mundial.
- (C) O IBA foi criado logo após a criação da profissão de atuário.
- (D) A ciência atuarial já era conhecida pelo presidente da república em 1941.
- (E) A Comissão de Ética apura casos de inobservância ao Código de Ética.

Resolução:

No Brasil a Ciência Atuarial foi reconhecida em 1941, com a criação do IBA ocorrendo em 1944, a profissão de atuário apenas foi criada em 1969.

Resposta: C

7.5 Resolução Prova de 2015

Questão 28 IBA 2015

João, atuário, é convocado por seu chefe para participar de uma equipe de auditoria atuarial que emitirá parecer sobre a carteira de uma seguradora na qual ele trabalhava anteriormente como atuário responsável técnico, exatamente no período a ser auditado. Assinale a opção **VERDADEIRA** segundo o Código de Ética Profissional do Atuário.

- (A) João deve dar publicidade quanto ao seu trabalho anterior e realizar o atual trabalho de auditoria, fazendo evidenciar tal fato no relatório de auditoria atuarial.
- (B) João deve guardar absoluto sigilo quanto ao seu trabalho anterior e realizar o atual trabalho de auditoria, comunicando o fato ao órgão fiscalizador.
- (C) João deve declarar-se impedido de realizar suas funções para a auditoria em questão.
- (D) João pode desenvolver suas funções como auditor atuarial, desde que haja concordância entre a empresa auditora e a empresa auditada.
- (E) Trata-se de um caso omissivo, sem previsão expressa, a ser resolvido por consulta à Comissão de Ética do IBA.

Resolução:

Segundo consta no Código de Ética do Instituto Brasileiro de Atuária no artigo 4º, inciso "d", João deve declarar-se impedido de realizar suas funções para a auditoria em questão, pois estaria auditando a si mesmo.

Resposta C

Questão 29 IBA 2015

Na publicação de trabalhos científicos, será **OBSERVADA** a seguinte norma ética:

- (A) As discordâncias em relação às opiniões ou trabalhos devem ter cunho estritamente pessoal; porém, a crítica, que não pode visar à matéria, mas sim ao autor, não deve deixar de ser feita.
- (B) Quando de pesquisas em colaboração, é de boa norma que na publicação seja dada maior ênfase aos autores de maior posição hierárquica, sem prioridade ao idealizador do trabalho ou pesquisa.
- (C) É lícito utilizar dados, informações ou opiniões colhidas em fontes não públicas ou particulares, desde que com referência ao autor ou com sua autorização expressa.
- (D) Nem todo o trabalho científico deve ser acompanhado da citação da bibliografia utilizada.
- (E) É preferível propositadamente deixar de citar os trabalhos atuariais nacionais, sobre determinado assunto, com o intuito de não criticá-lo para o preservar.

Resolução:

Segundo o artigo 23º do Código de Ética do Instituto Brasileiro de Atuária, que trata das publicações de trabalhos científicos elaborados por Atuários, é lícito utilizar dados, informações ou opiniões em fontes não públicas ou particulares, desde que sejam definidamente referenciadas ou com a autorização expressa do autor.

Resposta C

Questão 30 IBA 2015

Com relação a fiscalização e observância do Código de Ética Profissional do Atuário, assinale a opção **FALSA**:

- (A) Cabe ao IBA divulgar o código e enviaar todos os esforços no sentido do seu perfeito acatamento.
- (B) É dever do Atuário auxiliar na fiscalização do Código, levando ao conhecimento dos órgãos competentes, com a necessária discrição, as informações que constatar ou de que tiver notícias.
- (C) Em caso de inobservância do Código, a comissão de Ética julgará o mérito da Questão com base no seu Regimento Interno e apresentará relatório formal contendo suas conclusões e, se for o caso, os termos da comunicação da penalidade a ser endereçada pelo presidente do IBA em decorrência do julgamento realizado.
- (D) Membros da presidência, vice-presidência, diretoria e conselho fiscal, incluindo seus suplentes, não podem acumular cargos na Comissão de Ética.

- (E) A Comissão de Ética decidirá sobre a pena a ser aplicada ao infrator sempre por decisão com unanimidade de votos, cabendo recurso do infrator julgado culpado a Assembleia Geral Extraordinária.

Resolução:

Segundo o Código de Ética, Capítulo VIII, “DA FISCALIZAÇÃO DA OBSERVÂNCIA DO CÓDIGO”, quanto a fiscalização e cumprimento do código: “As decisões da Comissão de Ética serão tomadas com voto favorável de, pelo menos, 3 (três) dos seus membros em reuniões que contem com a presença de 5 (cinco) membros”. Portanto, a alternativa falsa é a alternativa **E**.

Resposta E

7.6 Resolução Prova de 2014

Questão 28 IBA 2014

As exigências para que uma organização representativa da profissão atuarial se torne membro pleno da Associação Atuarial Internacional (IAA) são:

- (A) Ter estatutos semelhantes ao do IAA / ter código de ética e procedimento disciplinar severos / realizar assembleias técnicas anuais / emitir adequados e suficientes padrões de práticas profissionais dos atuários;
- (B) Realizar qualificação profissional do atuário de acordo com as diretrizes mínimas do IAA / ter código de ética e procedimento disciplinar aceitáveis / emitir adequados e suficientes padrões de práticas profissionais dos atuários;
- (C) Ter código de ética e procedimento disciplinar aceitáveis / manter com assiduidade reuniões para o encontro de profissionais atuários membros / realizar qualificação profissional do atuário de acordo com as diretrizes mínimas do IAA;
- (D) Ter estatutos compatíveis com o do IAA / ter código de ética e procedimento disciplinar aceitáveis / ter um membro profissional na direção do IAA / realizar qualificação profissional do atuário de acordo com as diretrizes mínimas do IAA;
- (E) Ter estatutos semelhantes ao do IAA / ter código de ética e procedimento disciplinar severos / manter reuniões técnicas entre os profissionais / emitir adequados e suficientes padrões de práticas profissionais dos atuários.

Resolução:

Segundo o Manual de Profissionalismo, Seção 1.4.2.(página 15), para ser membro do IAA, um órgão atuarial profissional deve ter: “Um código de ética aceitável, um procedimento disciplinar aceitável, emitir padrões de práticas profissionais, com um procedimento aceitável, para esboçar e reforçar os padrões”.

Resposta: B

Questão 29 IBA 2014

Pelo código de ética profissional do atuário em vigor, o atuário que precisa pronunciar-se sobre caso que saiba estar entregue a outro atuário deve:

- (A) solicitar por escrito ao cliente, ou ao solicitante do trabalho, a concordância que uma cópia de seu parecer técnico seja enviado ao outro atuário, visando um sadio e respeitoso debate técnico-profissional;
- (B) pedir a autorização do outro atuário antes de atuar no caso;
- (C) reunir-se com outro atuário para discutir previamente o caso, de forma a que seu relatório não contrarie o do colega;
- (D) comunicar ao Instituto Brasileiro de Atuária que está sendo contratado para pronunciar-se sobre caso que está entregue a outro atuário, pedindo a mediação desse Instituto;
- (E) exigir que o outro atuário lhe envie toda documentação que possua sobre o caso, visando estar suficientemente informado para opinar sobre a Questão.

Resolução:

Segundo o Código de Ética, Capítulo IV, “DO INTERCÂMBIO E DOS DEVERES PROFISSIONAIS DO ATUÁRIO EM RELAÇÃO AOS COLEGAS E À CLASSE” Art. 13º: ”ao pronunciar-se sobre caso que saiba estar entregue aos cuidados de outro atuário, deverá solicitar por escrito ao cliente, ou ao solicitante do trabalho a concordância de que a cópia de seu parecer seja enviada para que aquele analise e apresente as considerações técnicas que julgar necessária, mantendo um sadio e respeitoso debate técnico e profissional que propicie a melhoria dos serviços técnicos atuariais utilizados pelos usuários.

Resposta: A

Questão 30 IBA 2014

Quanto à profissão atuarial, sua regulamentação e aspectos organizacionais, pode-se afirmar, EXCETO:

- (A) A profissão atuarial é reconhecida mundialmente como importante no processo de tomada de decisão dentro do setor de finanças, seguros e gestão de riscos, em geral, contribuindo para o bem estar da sociedade.
- (B) O Instituto Brasileiro de Atuária (IBA) é, atualmente, um conselho de classe profissional.
- (C) O Decreto 66.408 / 70 regulamenta o exercício da profissão de atuário.
- (D) A Associação Atuarial Internacional (IAA) emite as International Actuarial Notes, que podem, eventualmente, contrariar resoluções do IBA, mesmo sendo este um membro do IAA, visto que tais normas não possuem efeito vinculante sobre qualquer associação nacional.
- (E) A profissão atuarial pode ser considerada como de interesse público, a despeito de grande parte da população não possuir qualquer tipo de seguro.

Resolução:

O IBA não atua como conselho de classe profissional.

Resposta: B

Capítulo 8

Sugestão Plano de Estudos

Organize seus estudos para Prova do Iba - Parte 1 Revisão de Teoria			
Data início	Data Fim	Revisar Teoria do sub tema:	Revisar Exercícios nº:
---/---/---	---/---/---	Distribuição de Sobrevivência e Tábuas de Mortalidade/Sobrevivência	2019 (3-4-12) 2017 (9) 2016 (1-3-5-6-7-10) 2015 (2-5-6-9) 2014 (11-12)
---/---/---	---/---/---	Seguro de Vida	2019 (5) 2018 (1) 2017 (2) 2014 (3-7)
---/---/---	---/---/---	Anuidades	2019 (2) 2018 (4-11) 2015 (7-12)
---/---/---	---/---/---	Prêmio	2019 (7) 2018 (7-8-9-10) 2017 (4-7-8-10-12) 2016 (2-9) 2015 (1-3-8) 2014 (1-6-9)

Organize seus estudos para Prova do Iba - Parte 1 Revisão de Teoria

Data início	Data Fim	Revisar Teoria do sub tema:	Revisar Exercícios nº:
---/---/---	---/---/---	Reserva sobre o prêmio puro	2019 (8) 2018 (6) 2017 (1) 2016 (8) 2015 (4)
---/---/---	---/---/---	Valores Garantidos	2019 (11) 2017 (6) 2016 (11) 2015 (10)
---/---/---	---/---/---	Função de Várias Vidas	2019 (10) 2018 (5) 2017 (3-5) 2016 (4) 2014 (2-8)
---/---/---	---/---/---	Teoria do Risco Individual e Coletivo	2019 (6) 2018 (2) 2014 (4)
---/---/---	---/---/---	Teoria da Ruína	2019 (9) 2017 (11)
---/---/---	---/---/---	Teoria da Credibilidade	2018 (3)
---/---/---	---/---/---	Métodos de Financiamentos	2018 (12) 2014 (5)
---/---/---	---/---/---	Teoria da População	2019 (1) 2014 (10)
---/---/---	---/---/---	Ambiente geral das instituições de risco	2019 (4-5-7) 2015 (1-10) 2014 (1-2-4-5)

Organize seus estudos para Prova do Iba - Parte 1 Revisão de Teoria

Data início	Data Fim	Revisar Teoria do sub tema:	Revisar Exercícios nº:
---/---/---	---/---/---	Avaliação de riscos	2019 (2-3-6-8) 2018 (3-4-7-8-10) 2016 (3) 2015 (6) 2014 (6)
---/---/---	---/---/---	Precificação de riscos	2019 (9) 2018 (9) 2017 (4-5) 2016 (4-5) 2015 (4) 2014 (7)
---/---/---	---/---/---	Constituição de reservas e avaliação de passivos	2019 (1-10) 2018 (6) 2016 (2-8) 2015 (8) 2014 (3-8-9-10)
---/---/---	---/---/---	Monitoramento de experiência	2018 (1) 2017 (10) 2015 (2-3-5-7-9)
---/---/---	---/---/---	Solvência	2018 (2) 2017 (3)
---/---/---	---/---/---	Cálculo e distribuição de lucros (excedentes)	2018 (5) 2016 (9)
---/---/---	---/---/---	Cálculo de Probabilidade	2019 (16-17-18-20) 2018 (12-13-15-17) 2016 (12-13-16-18-19-20) 2015 (11-13-16-18-19-20) 2014 (11-18)

Organize seus estudos para Prova do Iba - Parte 1 Revisão de Teoria

Data início	Data Fim	Revisar Teoria do sub tema:	Revisar Exercícios nº:
---/---/---	---/---/---	Variável Aleatória	2019 (11-13) 2018 (14-16-19) 2017 (11-14-17-18-19) 2016 (11-14-15-17) 2015 (12-14-15-17) 2014 (12-13-14-17)
---/---/---	---/---/---	Inferência Estatística	2019 (12-14-15-19) 2018 (11-18-20) 2014 (15-16-19-20)
---/---/---	---/---/---	Princípio da Modelagem Estatística	2019 (21-24) 2018 (24-26-30) 2016 (21-22-26) 2015 (21) 2014 (22)
---/---/---	---/---/---	Modelos Lineares de Regressão	2019 (22-23-25-26) 2018 (21-23-27-28-29) 2016 (27) 2015 (24-25-29-30) 2014 (21-25-28)
---/---/---	---/---/---	Modelos Lineares Generalizados	2019 (27-28) 2018 (22) 2015 (26) 2014 (30)
---/---/---	---/---/---	Análise de Séries Temporais	2018 (25) 2015 (22) 2014 (23)
---/---/---	---/---/---	Análise Multivariada	2019 (29-30) 2015 (23-27-28) 2014 (26-29)
---/---/---	---/---/---	Técnicas de Amostragem	2017 (27) 2014 (24-27)

Organize seus estudos para Prova do Iba - Parte 1 Revisão de Teoria

Data início	Data Fim	Revisar Teoria do sub tema:	Revisar Exercícios nº:
---/---/---	---/---/---	Juros simples e compostos	2019 (13-14-17) 2018 (13-16-17-18-20) 2016 (13-14-17) 2015 (16-18) 2014 (14-15-18-19-20)
---/---/---	---/---/---	Taxas de juros efetivas e nominais.	2019 (15) 2016 (19) 2015 (13-19)
---/---/---	---/---/---	Valor presente e futuro de um capital.	2018 (14-15) 2017 (13-20) 2015 (15) 2014 (16)
---/---/---	---/---/---	Fluxos de caixa e projeções financeiras.	2019 (19) 2016 (16) 2015 (17)
---/---/---	---/---/---	Equivalência de fluxos de caixa	2019 (18) 2018 (19)
---/---/---	---/---/---	Anuidades e Perpetuidades.	2019 (16-20) 2016 (20) 2014 (17)
---/---/---	---/---/---	Sistemas de Amortização de Dívidas.	2015 (20) 2014 (13)
---/---/---	---/---/---	Critérios para análise de investimentos	2015 (14)
---/---/---	---/---/---	Processo Contábil das empresas e instituições em geral, securitárias e previdenciárias.	2019 (21) 2018 (27) 2016 (27) 2015 (24) 2014 (21-23)
---/---/---	---/---/---	Demonstrações Contábeis das empresas e instituições em geral, securitárias e previdenciárias.	2019 (24) 2018 (23) 2016 (25)

Organize seus estudos para Prova do Iba - Parte 1 Revisão de Teoria			
Data início	Data Fim	Revisar Teoria do sub tema:	Revisar Exercícios n°:
---/---/---	---/---/---	Análise Econômico-Financeira das Demonstrações Contábeis.	2019 (23) 2018 (24-25) 2015 (25-26)
---/---/---	---/---/---	IFRS 4	2019 (22) 2018 (26) 2016 (22-23-24) 2015 (27) 2014 (25-26-27)
---/---/---	---/---/---	Microeconomia	2019 (26) 2016 (21) 2015 (21-22-23)
---/---/---	---/---/---	Macroeconomia	2019 (25-27) 2018 (21-22) 2014 (22-24)
---/---/---	---/---/---	Profissionalismo e Ética	2019 (28-29-30) 2018 (28-29-30) 2017 (28-29-30) 2016 (28-29-30) 2015 (28-29-30) 2014 (28-29-30)