

# Teoria do Risco

## Aula 1

Danilo Machado Pires  
danilo.pires@unifal-mg.edu.br

<https://atuaria.github.io/portalthalley/index.html>

# Introdução

Desde as antigas civilizações o ser humano sempre se preocupou com as incertezas do futuro...

O homem teve a necessidade de criar formas de proteção contra os perigos para a sua família e para o seu patrimônio

# Introdução

Os comerciantes mesopotâmicos e fenícios:



Os hebreus:



# Introdução

- Por volta de 1347, na cidade de Gênova as atividades de seguros começam a se popularizar...
  - “A apolizza” “A promessa”
  - Seguro de transporte marítimo.
  - Primeiros estudos da matemática atuarial.
- No século XVI o sistema de seguros europeu faliu,
  - Técnicas de gestão de risco intuitivas.
  - Técnicas pouco elaboradas.

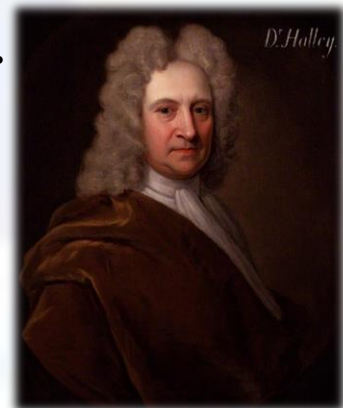


# Introdução

- Século XVII, Fermat e Pascal idealizaram a teoria de probabilidades.



- Edmond Halley cria primeira tábua de mortalidade sobre princípios científicos concretos (1693).



# Introdução

- Século XX surge a teoria do risco coletivo.
  - Modelo de Crámer –Lundberg.
  - Ramo vida e ramo não vida...
- A matemática atuarial é o ramo da Matemática intimamente ligada ao segmento de seguros...
  - Avaliar riscos
  - Avaliar sistemas de investimentos.
  - Estabelecer políticas de investimentos.
- Estabelecer valor de prêmios
  - Seguro ligados a vida ( Cálculo atuarial- Sinistros só ocorrem uma vez)
  - Seguro ligado a danos ( Teoria do risco - Sinistros podem ocorrer várias vezes)

# Introdução

*“Pelo fato do atuário lidar com conceitos técnicos diversos, como conceitos estatísticos, econômicos e financeiros passou-se a usar o termo geral **Ciências atuariais** para o ramo do conhecimento relacionado a análise de risco e expectativas financeiras.”*

BRITO, Irene; GONÇALVES, Patrícia; RAMOS, Pedro Lima. O risco e a ruína na atividade seguradora. **Boletim da SPM**, v. 75, p. 1-29, 2017.

# Teoria do risco

- ...reside em estabelecer um modelo de tarifação eficiente frente aos sinistros que chegam ao segurador.
- ...tem como objetivo principal estabelecer para o “bem” sob análise um prêmio justo para um dado futuro mensurável,...



# Modelos de Risco

I) Qual é a melhor estimativa do valor total das indenizações a serem pagas?

II) Qual o prêmio que a seguradora deve emitir para cobrir os sinistros com uma margem de segurança?

Dois padrões a serem seguidos!!

# Conceitos Estatísticos

A teoria do risco é inerente à teoria estatística, portanto a compreensão de determinados termos e conceitos estatísticos assim como algumas propriedades, se faz necessária ou até mesmo fundamental.

# Conceitos Estatísticos

- Conceitos Estatísticos
  - Variável Aleatória e função de distribuição
    - Variável aleatória Discreta
      - Importantes modelos discretos
    - Variável aleatória Contínua
      - Importantes modelos de contínuos
  - Variável aleatória multidimensional
  - Esperança e Variância de variáveis aleatórias.
    - Esperança sujeito a valor limite.
  - Covariância e Correlação entre variáveis aleatórias.
  - Desigualdade de Jensen
  - Momentos ordinários e função Geradora de Momentos

## ➤ **MODELOS DE RISCO**

- Modelo de risco individual anual

- ...

- Modelo de risco coletivo anual

- ...

## ➤ **CÁLCULO DE PRÊMIOS**

- Seguro e utilidade

- Princípios de cálculos de prêmios

- Propriedades desejáveis ao prêmio

- Medida de Risco

- **Processo Estocástico para frequência de sinistros e sinistralidade**

- ...

- **Processo de ruína**

- ...

# Variável Aleatória

A variável aleatória pode ser entendida como uma função  $X(\cdot)$  que associa a cada evento pertencente a uma partição do espaço amostral  $\Omega$  um número real.

$$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$



**EXEMPLO 1:** Suponha o lançamento de 3 moedas, com probabilidade de sair coroa igual a  $q$  (sucesso) e  $1 - q$  (fracasso). A variável aleatória “Número de coroas” pode ser caracterizada por:

Resp.

$$R = \{0, 1, 2, 3\}, \quad R \subset \mathbb{R}$$

$R$  é a imagem de  $X(\cdot)$

| Moeda 1      | Moeda 2      | Moeda 3      | N° de coroas | Probabilidades |                 |
|--------------|--------------|--------------|--------------|----------------|-----------------|
| Cara         | Cara         | Cara         | 0            | $q^0(1 - q)^3$ | $q^0(1 - q)^3$  |
| <b>Coroa</b> | Cara         | Cara         | 1            | $q^1(1 - q)^2$ | $3q^1(1 - q)^2$ |
| Cara         | <b>Coroa</b> | Cara         |              | $q^1(1 - q)^2$ |                 |
| Cara         | Cara         | <b>Coroa</b> |              | $q^1(1 - q)^2$ |                 |
| <b>Coroa</b> | <b>Coroa</b> | Cara         | 2            | $q^2(1 - q)^1$ | $3q^2(1 - q)^1$ |
| <b>Coroa</b> | Cara         | <b>Coroa</b> |              | $q^2(1 - q)^1$ |                 |
| Cara         | <b>Coroa</b> | <b>Coroa</b> |              | $q^2(1 - q)^1$ |                 |
| <b>Coroa</b> | <b>Coroa</b> | <b>Coroa</b> | 3            | $q^3(1 - q)^0$ | $q^3$           |

| $X$ (n° de coroas) | $P(X)$          |
|--------------------|-----------------|
| 0                  | $(1 - q)^3$     |
| 1                  | $3q^1(1 - q)^2$ |
| 2                  | $3q^2(1 - q)^1$ |
| 3                  | $q^3$           |

# Variáveis aleatórias Discretas

Assume somente um número enumerável de valores (finito ou infinito).

$$P(X = x)$$

Função de probabilidade (fp)

$$0 \leq P(X = x_i) \leq 1$$

para todo  $i$ .

$$\sum_{i=1}^{\infty} P(X = x_i) = 1$$

# Variáveis aleatórias Contínuas

Corresponderem aos dados de medida, pertencentes a  $\mathbb{R}, \dots$

$f(x)$  Função de densidade (f.d.p)

$f(x) \geq 0$  para qualquer valor de  $x$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

**EXEMPLO 2:** Um apólice de seguro cobre uma perda aleatória  $X$ , com um valor de franquia  $d$ , onde  $0 < d < 1$ . A perda é modelada como um variável aleatória contínua com densidade  $f_X(x) = 2x$  para  $0 < x < 1$ . Sabe-se que a probabilidade da seguradora pagar uma indenização menor que 0,5 é 64%. Calcule o valor da franquia.

**Solução**

$$Y = X - d$$

$$P(Y \leq 0,5) = P(X \leq 0,5 + d) = 0,64 = \int_0^{0,5+d} 2x dx$$

$$(0,5 + d)^2 = 0,64$$

$$0,25 + d + d^2 = 0,64$$

$$d = 0,3$$



- No **exemplo 2** foi feita uma modificação na variável aleatória  $X$  de forma a se obter a variável aleatória  $Y = \text{Max}(0; X - d) = (X - d)_+$  em que  $d$  corresponde ao valor da franquia.
- A variável aleatória  $Y$  corresponde ao valor de excesso de dano acima da franquia para todas as severidades ocorridas  $X$ .
- Situação teórica em que os segurados informariam ao segurador **todos os sinistros ocorridos**, mesmo aqueles cujo valor ficou abaixo da franquia dedutível (esses considerados pela seguradora como de valor 0).
- O segurador trata os sinistros avisados com severidade abaixo da franquia como sendo sinistros de valor 0.

# Função de distribuição acumulada

Função de distribuição de probabilidade, simplesmente função de distribuição.

$$F_X(x_k) = P(X \leq x_k) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{x_k} f_X(z) dz \\ \sum_{i=0}^k P(X = x_i) \end{cases}$$

$\Phi(x)$

# Função de distribuição acumulada

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0;$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} F_X(x) = 1;$
- Se  $x_1 \leq x_2$ , então  $F_X(x_1) \leq F_X(x_2)$ ,  $F_X(x)$  é uma função crescente de  $x$ ;
- $P_X(x_1 \leq X \leq x_2) = F_X(x_2) - F_X(x_1);$

# Função de distribuição acumulada

- O conhecimento da função permite obter diversas informações sobre a variável.
- A composição das funções de probabilidade faz parte da modelagem teórica das realizações das variáveis aleatórias...

# Função Sobrevivência/ Excesso de Danos

$$\bar{F}_X(x) = P(X > x) = 1 - F_X(x) = S_X(x)$$

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \bar{F}_X(x) = 1;$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \bar{F}_X(x) = 0;$
- Se  $x_1 > x_2$ , então  $\bar{F}_X(x_1) > \bar{F}_X(x_2)$ , é uma função decrescente de  $x$ ;



### EXEMPLO 3 Entregar!!!

Considere a função de sobrevivência dada por:

$$\bar{F}_X(x) = 115^{-\frac{1}{3}}(115 - x)^{\frac{1}{3}}; \quad 0 \leq x \leq 115.$$

Calcule  $f(x)$ .

Sempre que duas ou mais variáveis aleatórias são levadas em conta, três tipos de distribuição de probabilidade são definidas.

**A distribuição conjunta,** descreve o comportamento de todas elas simultaneamente.

**A distribuição marginal,** descreve o comportamento de uma delas isoladamente, desconsiderando as demais.

**A distribuição condicional,** descreve o comportamento de uma variável aleatória isoladamente dado que as outras assumem determinado valor.

# Probabilidade condicional

Sejam  $X_1$  e  $X_2$  duas variáveis aleatórias discretas definidas no mesmo espaço de probabilidades. Definimos a função de probabilidade condicional de  $X_1$  dado  $X_2$ , por:

$$P_{X_1|X_2}(x_1|x_2) = \frac{P_{X_1,X_2}(x_1, x_2)}{P_{X_2}(x_2)}$$

onde  $P_{X_1,X_2}(x_1, x_2)$  é a função de probabilidade conjunta de  $X_1$  e  $X_2$ .

# Probabilidade condicional

Sejam  $X_1$  e  $X_2$  duas variáveis aleatórias contínuas definidas no mesmo espaço de probabilidades. Definimos a função de densidade condicional de  $X_1$  dado  $X_2$ , por:

$$f_{X_1|X_2}(x_1|x_2) = \frac{f_{X_1,X_2}(x_1, x_2)}{f_{X_2}(x_2)}$$

Em que  $f_{X_1,X_2}(x_1, x_2)$  é a função densidade conjunta de  $X_1$  e  $X_2$  e  $f_{X_2}(x_2)$  é função densidade marginal de  $X_2$ .

# Independência de variáveis aleatórias

A independência é um requisito importante que permite resolver, com rigor matemático e sem aproximações, muitos problemas de interesse prático.

**Definição:** Duas variáveis aleatórias,  $X$  e  $Y$  definidas no mesmo espaço de probabilidade, são independentes se a informação sobre uma delas não altera a probabilidade de ocorrência da outra.



# Independência de variáveis aleatórias

Para variáveis aleatórias discretas:

$$X, Y \text{ independentes} \Leftrightarrow P_{X,Y}(x, y) \equiv P_X(x)P_Y(y), \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Para variáveis aleatórias contínuas:

$$X, Y \text{ independentes} \Leftrightarrow f_{X,Y}(x, y) \equiv f_X(x)f_Y(y), \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

**EXEMPLO 4:** Suponha que  $X$  e  $Y$  tenham distribuição conjunta dada por  $a$  e  $b$ . Determine as distribuições marginais e diga se  $X$  e  $Y$  são independentes.

a)  $f_{X,Y}(x,y) = 0,0008e^{(-0,02x-0,04y)}I_{(0,\infty)}(x)I_{(0,\infty)}(y)$

b)

| $X \backslash Y$ | 0   | 1   | 2   |
|------------------|-----|-----|-----|
| 0                | 1/8 | 0   | 0   |
| 1                | 0   | 3/8 | 0   |
| 2                | 0   | 0   | 3/8 |
| 3                | 1/8 | 0   | 0   |

**EXEMPLO 4:** Suponha que  $X$  e  $Y$  tenham distribuição conjunta dada por  $a$  e  $b$ . Determine as distribuições marginais e diga se  $X$  e  $Y$  são independentes.

a)  $f_{X,Y}(x,y) = 0,0008e^{(-0,02x-0,04y)}I_{(0,\infty)}(x)I_{(0,\infty)}(y)$

$$\int_0^{\infty} f_{X,Y}(x,y)dx = f_Y(y) = 0,04e^{-0,04y}$$

$$\int_0^{\infty} f_{X,Y}(x,y)dy = f_X(x) = 0,02e^{-0,02x}$$

b)

| $X \backslash Y$ | 0   | 1   | 2   | $P(X = x)$ |
|------------------|-----|-----|-----|------------|
| 0                | 1/8 | 0   | 0   | 1/8        |
| 1                | 0   | 3/8 | 0   | 3/8        |
| 2                | 0   | 0   | 3/8 | 3/8        |
| 3                | 1/8 | 0   | 0   | 1/8        |
| $P(Y = y)$       | 2/8 | 3/8 | 3/8 |            |

Suponha que  $X$  e  $Y$  tenham distribuição conjunta dada por  $a$  e  $b$ . Determine as distribuições marginais e diga se  $X$  e  $Y$  são independentes.

a)  $f_{X,Y}(x,y) = 0,0008e^{(-0,02x-0,04y)}I_{(0,\infty)}(x)I_{(0,\infty)}(y)$

$$\int_0^{\infty} f_{X,Y}(x,y)dx = f_Y(y) = 0,04e^{-0,04y}$$

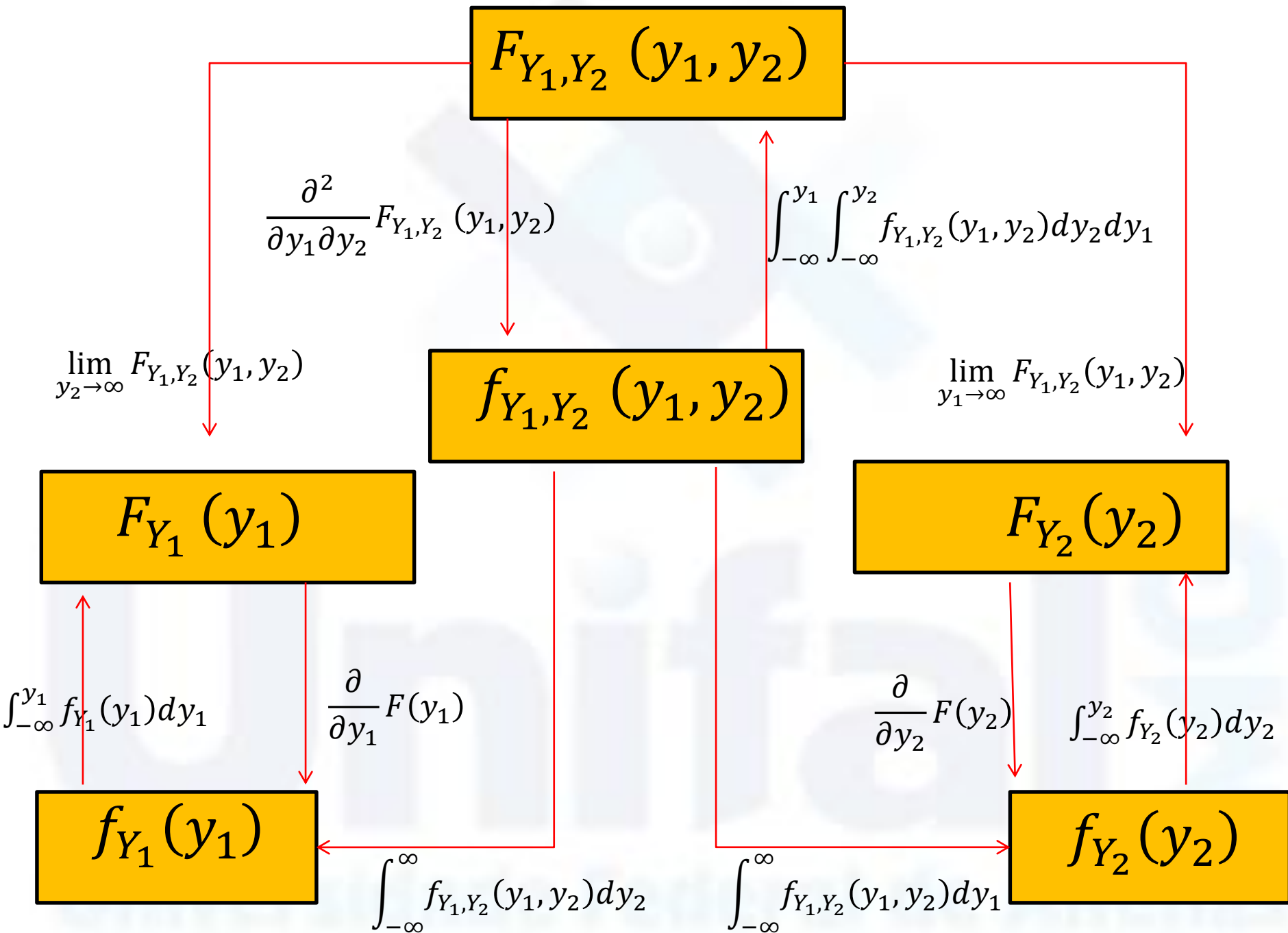
$$\int_0^{\infty} f_{X,Y}(x,y)dy = f_X(x) = 0,02e^{-0,02x}$$

$$f_{X,Y}(x,y) = f_Y(y)f_X(x)$$

b)

| $X \backslash Y$ | 0   | 1   | 2          | $P(X = x)$ |
|------------------|-----|-----|------------|------------|
| 0                | 1/8 | 0   | 0          | 1/8        |
| 1                | 0   | 3/8 | 0          | 3/8        |
| 2                | 0   | 0   | <b>3/8</b> | <b>3/8</b> |
| 3                | 1/8 | 0   | 0          | 1/8        |
| $P(Y = y)$       | 2/8 | 3/8 | <b>3/8</b> |            |

$$P_{X,Y}(2,2) \neq P_X(2)P_Y(2)$$



$$F_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2)$$

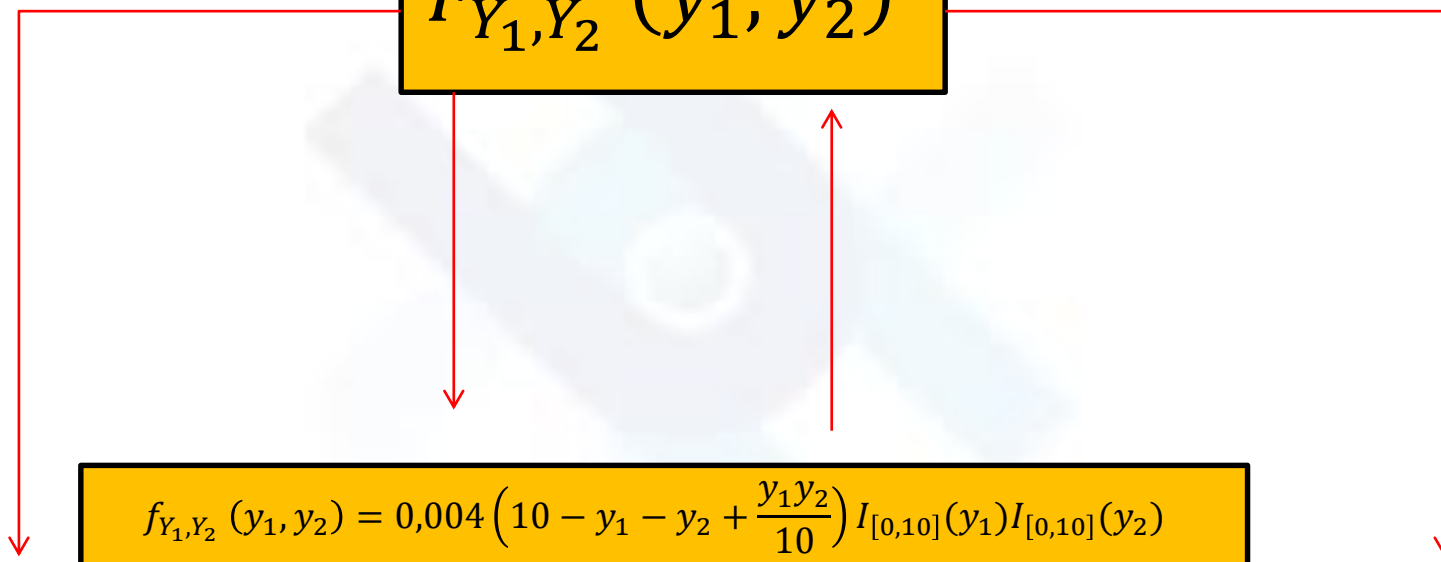
$$f_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = 0,004 \left( 10 - y_1 - y_2 + \frac{y_1 y_2}{10} \right) I_{[0,10]}(y_1) I_{[0,10]}(y_2)$$

$$F_{Y_1}(y_1)$$

$$F_{Y_2}(y_2)$$

$$f_{Y_1}(y_1)$$

$$f_{Y_2}(y_2)$$



$$f_{Y_1}(y_1) = \int_0^{10} 0,004 \left( 10 - y_1 - y_2 + \frac{y_1 y_2}{10} \right) dy_2$$

$$f_{Y_1}(y_1) = 0,004 \left( 10y_2 - y_1 y_2 - \frac{y_2^2}{2} + \frac{y_1 y_2^2}{20} \right) \Big|_0^{10}$$

$$f_{Y_1}(y_1) = 0,004(50 - 5y_1)$$


---

$$f_{Y_2}(y_2) = \int_0^{10} 0,004 \left( 10 - y_1 - y_2 + \frac{y_1 y_2}{10} \right) dy_1$$

$$f_{Y_2}(y_2) = 0,004 \left( 10y_1 - \frac{y_1^2}{2} - y_1 y_2 + \frac{y_2 y_1^2}{20} \right) \Big|_0^{10}$$

$$f_{Y_2}(y_2) = 0,004(50 - 5y_1)$$

$$F_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2)$$

$$f_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = 0,004 \left( 10 - y_1 - y_2 + \frac{y_1 y_2}{10} \right) I_{[0,10]}(y_1) I_{[0,10]}(y_2)$$

$$F_{Y_1}(y_1)$$

$$F_{Y_2}(y_2)$$

$$f_{Y_1}(y_1) = 0,004(50 - 5y_1)I_{[0,10]}(y_1)$$

$$f_{Y_2}(y_2) = 0,004(50 - 5y_2)I_{[0,10]}(y_2)$$



$$F_{Y_1}(y_1) = \int_0^{y_1} f_{Y_1}(u) du = \int_0^{y_1} 0,004(50 - 5u) du$$

$$F_{Y_1}(y_1) = 0,004 \left( 50u - \frac{5u^2}{2} \right) \Big|_0^{y_1} = 0,2 \left( y_1 - \frac{y_1^2}{20} \right)$$

$$F_{Y_1}(y_1) = \begin{cases} 0 & y_1 \leq 0 \\ 0,2 \left( y_1 - \frac{y_1^2}{20} \right) & 0 < y_1 \leq 10 \\ 1 & y_1 > 10 \end{cases}$$


---

$$F_{Y_2}(y_2) = \int_0^{y_2} f_{Y_2}(u) du = \int_0^{y_2} 0,004(50 - 5u) du$$

$$F_{Y_2}(y_2) = \begin{cases} 0 & y_2 \leq 0 \\ 0,2 \left( y_2 - \frac{y_2^2}{20} \right) & 0 < y_2 \leq 10 \\ 1 & y_2 > 10 \end{cases}$$

$$F_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2)$$

$$f_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = 0,004 \left( 10 - y_1 - y_2 + \frac{y_1 y_2}{10} \right) I_{[0,10]}(y_1) I_{[0,10]}(y_2)$$

$$F_{Y_1}(y_1) = \begin{cases} 0 & y_1 \leq 0 \\ 0,2 \left( y_1 - \frac{y_1^2}{20} \right) & 0 < y_1 \leq 10 \\ 1 & y_1 > 10 \end{cases}$$

$$F_{Y_2}(y_2) = \begin{cases} 0 & y_2 \leq 0 \\ 0,2 \left( y_2 - \frac{y_2^2}{20} \right) & 0 < y_2 \leq 10 \\ 1 & y_2 > 10 \end{cases}$$

$$f_{Y_1}(y_1) = 0,004(50 - 5y_1)I_{[0,10]}(y_1)$$

$$f_{Y_2}(y_2) = 0,004(50 - 5y_1)I_{[0,10]}(y_2)$$

$$F_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = \int_0^{y_2} \int_0^{y_1} 0,004 \left( 10 - u - v + \frac{uv}{10} \right) du dv$$

$$\int_0^{y_1} 0,004 \left( 10 - u - v + \frac{uv}{10} \right) du = 0,004 \left( 10u - \frac{u^2}{2} - uv + \frac{u^2 v}{20} \right) \Big|_{u=0}^{u=y_1} = 0,004 \left( 10y_1 - \frac{y_1^2}{2} - y_1 v + \frac{y_1^2 v}{20} \right)$$

$$F_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = \int_0^{y_2} 0,004 \left( 10y_1 - \frac{y_1^2}{2} - y_1 v + \frac{y_1^2 v}{20} \right) dv$$

$$F_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = 0,004 \left( 10y_1 v - \frac{y_1^2}{2} v - \frac{y_1 v^2}{2} + \frac{y_1^2 v^2}{40} \right) \Big|_{v=0}^{v=y_2}$$

$$F_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = 0,004 \left( 10y_1 y_2 - \frac{y_1^2 y_2}{2} - \frac{y_1 y_2^2}{2} + \frac{y_1^2 y_2^2}{40} \right)$$

$$F_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = \begin{cases} 0 & y_1 \leq 0, y_2 \leq 0 \\ 0,004 \left( 10y_1y_2 - \frac{y_1^2y_2}{2} - \frac{y_1y_2^2}{2} + \frac{y_1^2y_2^2}{40} \right) & 0 < y_1 \leq 10, 0 < y_2 \leq 10 \\ 0,2 \left( y_1 - \frac{y_1^2}{20} \right) & 0 < y_1 \leq 10, y_2 > 10 \\ 0,2 \left( y_2 - \frac{y_2^2}{20} \right) & 0 < y_2 \leq 10, y_1 > 10 \\ 1 & y_1 > 10, y_2 > 10 \end{cases}$$

$$F_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = \begin{cases} 0 & y_1 \leq 0, y_2 \leq 0 \\ 0,004 \left( 10y_1y_2 - \frac{y_1^2y_2}{2} - \frac{y_1y_2^2}{2} + \frac{y_1^2y_2^2}{40} \right) & 0 < y_1 \leq 10, 0 < y_2 \leq 10 \\ 0,2 \left( y_1 - \frac{y_1^2}{20} \right) & 0 < y_1 \leq 10, y_2 > 10 \\ 0,2 \left( y_2 - \frac{y_2^2}{20} \right) & 0 < y_2 \leq 10, y_1 > 10 \\ 1 & y_1 > 10, y_2 > 10 \end{cases}$$

$$f_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = 0,004 \left( 10 - y_1 - y_2 + \frac{y_1y_2}{10} \right) I_{[0,10]}(y_1) I_{[0,10]}(y_2)$$

$$F_{Y_1}(y_1) = \begin{cases} 0 & y_1 \leq 0 \\ 0,2 \left( y_1 - \frac{y_1^2}{20} \right) & 0 < y_1 \leq 10 \\ 1 & y_1 > 10 \end{cases}$$

$$F_{Y_2}(y_2) = \begin{cases} 0 & y_2 \leq 0 \\ 0,2 \left( y_2 - \frac{y_2^2}{20} \right) & 0 < y_2 \leq 10 \\ 1 & y_2 > 10 \end{cases}$$

$$f_{Y_1}(y_1) = 0,004(50 - 5y_1)I_{[0,10]}(y_1)$$

$$f_{Y_2}(y_2) = 0,004(50 - 5y_1)I_{[0,10]}(y_2)$$

**EXEMPLO 5:** Uma apólice de seguro cobre uma perda aleatória  $X$ , com um valor de franquia  $d$ , onde a seguradora somente é notificada pelo segurado quando a severidade do sinistro supera a franquia dedutível, ou seja, o valor das severidades conhecidas pela seguradora é definida por  $Y$ , tal que:

$$Y = (X - d) | (X > d)$$

Considerando que a perda é modelada como um variável aleatória contínua com densidade  $f_X(x) = 2x$  para  $0 < x < 1$  e que  $d = 0,3$ , obtenha  $f_Y(y)$ .

**Solução**

## EXEMPLO 5-Solução

$$Y = (X - d)|X > d$$

Partimos do modelo de distribuição  $F_Y(y)$ . Assim:

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X - d \leq y|X > d)$$

$$P(X \leq y + d|X > d) = \frac{P(X \leq y + d, X > d)}{P(X > d)} = \frac{P(y + d > X > d)}{P(X > d)}$$

$$F_Y(y) = \frac{F_X(y + d) - F_X(d)}{\bar{F}_X(d)}$$

Consequentemente

$$f_Y(y) = \frac{dF_Y(y)}{dy} = \frac{1}{\bar{F}_X(d)} \left[ \frac{dF_X(y + d)}{dy} - \frac{dF_X(d)}{dy} \right] = \frac{f_X(y + d)}{\bar{F}_X(d)}$$

## EXEMPLO 5-Solução

$$f_Y(y) = \frac{f_X(y + d)}{\bar{F}_X(d)} = \frac{2(y + d)}{\int_d^1 2x dx} = \frac{2(y + d)}{1 - d^2}$$

Logo

$$f_Y(y) = \frac{2y + 0,6}{0,91}, 0 < y < 0,7$$



- No **exemplo 5** foi feita uma modificação na variável aleatória  $X$  de forma a se obter a variável aleatória  $Y = (X - d) | (X > d)$  em que  $d$  corresponde ao valor da franquia.
- A variável aleatória  $Y$  corresponde ao valor de excesso de danos ocorridos somente para os sinistros acima da franquia.
- A seguradora somente é notificada pelo segurado sobre os sinistros que superam a franquia ( $d$ ),
- $Y$  é uma variável **aleatória truncada**, pois é obtida mediante a operação de restringir o domínio da variável aleatória original e redimensionar adequadamente a probabilidade sobre o novo domínio.
  - Uma distribuição truncada pode ser considerada como uma distribuição **condicionada a uma restrição** intervalar no suporte da distribuição.

- Os **exemplos 2 e 5** são exemplos de modificações na variável aleatória da severidade de sinistros no sentido de introduzir o conceito de franquias dedutíveis,

$$Y = \text{Max}(0; X - d) = (X - d)_+$$

$$Y = (X - d) | (X > d)$$

- ...O segurador transfere ao segurado uma parte do risco ao estipular que somente arcará com as indenizações que excede um determinado patamar de franquia.

# Referências

Magalhães, M. N. Lima, A. C. P. **Noções de Probabilidade e Estatística**, Editora USP: São Paulo, 2001.

JAMES,B. R.; Probabilidade: **Um Curso em nível intermediário**, IMPA, Rio de Janeiro, 3 ed., 2004.

PIRES,M.D.;COSTA,L.H.;FERREIRA,L.;MARQUES,R. **Teoria do risco atuarial: Fundamentos e conceitos**. Curitiba, CRV 2020.

