

# Aula 18 Comutação- Seguros Anuidades

Danilo Machado Pires

[danilo.pires@unifal-mg.edu.br](mailto:danilo.pires@unifal-mg.edu.br)

Leonardo Henrique Costa

[leonardo.costa@unifal-mg.edu.br](mailto:leonardo.costa@unifal-mg.edu.br)



# Comutação- Seguro vitalício

- **Seguro de vida inteiro** que paga um benefício unitário no final do ano de morte.

$$\begin{aligned} A_x &= \sum_{t=0}^{\infty} v^{t+1} {}_t p_x q_{x+t} = \sum_{t=0}^{\infty} v^{t+1} \frac{l_{x+t}}{l_x} \left( \frac{l_{x+t} - l_{x+t+1}}{l_{x+t}} \right) \\ A_x &= \sum_{t=0}^{\infty} v^{t+1} \left( \frac{l_{x+t} - l_{x+t+1}}{l_x} \right) = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{v^{x+t+1}}{v^x} \left( \frac{l_{x+t} - l_{x+t+1}}{l_x} \right) \\ A_x &= \sum_{t=0}^{\infty} \frac{v^{x+t+1} (l_{x+t} - l_{x+t+1})}{l_x v^x} = \frac{1}{l_x v^x} \sum_{t=0}^{\infty} v^{x+t+1} (l_{x+t} - l_{x+t+1}) \\ A_x &= \frac{1}{D_x} \sum_{t=0}^{\infty} C_{x+t} = \frac{M_x}{D_x} \end{aligned}$$

# Comutação- Dotal Puro

➤ Dotal puro,  $n$  anos

$$A_{x:\overline{n}|^1} = v^m {}_m p_x$$

$$A_{x:\overline{n}|^1} = v^m \left( \frac{l_{x+m}}{l_x} \right)$$

$$A_{x:\overline{n}|^1} = \frac{v^{m+x} (l_{x+m})}{v^x l_x}$$

$$A_{x:\overline{n}|^1} = \left( \frac{D_{x+m}}{D_x} \right)$$

# Comutação- Seguro Vitalício Diferido

- Seguro de vida inteiro diferido por m anos.

$${}_m|A_x = A_{x:\overline{m}|^1}A_{x+m}$$

$${}_m|A_x = \left( \frac{D_{x+m}}{D_x} \right) \left( \frac{M_{x+m}}{D_{x+m}} \right) = \left( \frac{M_{x+m}}{D_x} \right)$$

# Comutação- Seguro Temporário

➤ Seguro de vida temporário.

$${}_n|A_x = A_x - A_{x^{1:\overline{n}|}}$$

$$\left(\frac{M_{x+n}}{D_x}\right) = \frac{M_x}{D_x} - A_{x^{1:\overline{n}|}}$$

$$A_{x^{1:\overline{n}|}} = \frac{M_x}{D_x} - \left(\frac{M_{x+n}}{D_x}\right) = \left(\frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}\right)$$

# Comutação- Dotal Misto

➤ Dotal Misto.

$$A_{x:\overline{n}|} = A_{x^1:\overline{n}|} + A_{x:\overline{n}|^1}$$

$$A_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

$$A_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}$$

# Comutação- Seguro de vida

$$A_x = \frac{M_x}{D_x}$$

$$A_{x^{1:\overline{n}|}} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

$$A_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}$$

$${}_m|A_x = \frac{M_{x+m}}{D_x}$$

$${}_m|A_{x^{1:\overline{n}|}} = \frac{M_{x+m} - M_{x+m+n}}{D_x}$$

# Comutação-Anuidades

➤ Renda vitalícia imediata antecipada:

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\infty} v^t {}_t p_x = \sum_{t=0}^{\infty} v^t \frac{l_{x+t}}{l_x}$$

$$\ddot{a}_x = \frac{\sum_{t=0}^{\infty} l_{x+t} v^x v^t}{l_x v^x} = \frac{\sum_{t=0}^{\infty} l_{x+t} v^{x+t}}{l_x v^x} = \frac{\sum_{t=0}^{\infty} D_{(x+t)}}{l_x v^x}$$

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$$



# Comutação-Anuidades

➤ Renda vitalícia Postecipada:

$$a_x = \sum_{t=1}^{\infty} v^t {}_t p_x = \sum_{t=1}^{\infty} v^t \frac{l_{x+t}}{l_x}$$

$$a_x = \frac{\sum_{t=1}^{\infty} l_{x+t} v^{x+t}}{l_x v^x} = \frac{\sum_{t=1}^{\infty} D_{(x+t)}}{l_x v^x} = \frac{\sum_{t=0}^{\infty} D_{(x+1+t)}}{l_x v^x} = \frac{N_{x+1}}{D_x}$$

$$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x}$$

# Comutação-Anuidades

- Renda Vitalícia diferida antecipada e postecipada:

$${}_m|\ddot{a}_x = A_{x:\overline{m}|^1}\ddot{a}_{x+m}$$

$${}_m|\ddot{a}_x = \left(\frac{D_{x+m}}{D_x}\right) \left(\frac{N_{x+m}}{D_{x+m}}\right) = \left(\frac{N_{x+m}}{D_x}\right)$$

Logo

$${}_m|a_x = \left(\frac{N_{x+m+1}}{D_x}\right)$$

# Comutação-Anuidades

➤ Renda temporária imediata antecipada e postecipada:

$$\ddot{a}_{x:\bar{n}|} = \ddot{a}_x - {}_n| \ddot{a}_x$$

$$\ddot{a}_{x:\bar{n}|} = \frac{N_x}{D_x} - \frac{N_{x+n}}{D_x}$$

$$\ddot{a}_{x:\bar{n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

$$a_{x:\bar{n}|} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}$$

# Comutação-Anuidades

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$$

$$\ddot{a}_{x:\bar{n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

$$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x}$$

$$a_{x:\bar{n}|} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}$$

$${}_m|\ddot{a}_x = \left( \frac{N_{x+m}}{D_x} \right)$$

$${}_m|\ddot{a}_{x:\bar{n}|} = \frac{N_{x+m} - N_{x+m+n}}{D_x}$$

$${}_m|a_x = \left( \frac{N_{x+m+1}}{D_x} \right)$$

$${}_m|a_{x:\bar{n}|} = \frac{N_{x+m+1} - N_{x+m+n+1}}{D_x}$$

## ➤ Exemplo

Seja uma pessoa de 40 anos que queira comprar uma anuidade que paga 1 u.m. Considerando a tábua de mortalidade AT-2000 masculina. Responda aos itens abaixo, usando a tabela de comutação.

- a) calcule o Prêmio Puro Único a ser pago pelo segurado para comprar essa anuidade com pagamento imediato antecipados, sendo a taxa de juros 5% *a. a.*
- b) calcule o Prêmio Puro Único a ser pago pelo segurado para comprar essa anuidade com pagamento imediato postecipado, sendo a taxa de juros 5% *a. a.*
- c) Refaça os exercícios (a) e (b) usando a taxa de juros de 3%.