



**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

---

**ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления» (ИУ)**

**КАФЕДРА «Информационная безопасность» (ИУ8)**

**Отчёт**

**по лабораторной работе № 4  
по дисциплине «Интеллектуальные технологии информационной безопасности»**

**Тема: «Изучение алгоритма обратного распространения ошибки (метод Back Propagation)»**

**Вариант 1**

**Выполнил: Антипов И.С.,  
студент группы ИУ8-63**

**Проверил: Волосова Н.К.,  
преподаватель каф. ИУ8**

**г. Москва,  
2021 г.**

## 1. Цель работы

Исследовать функционирование многослойной нейронной сети (МНС) прямого распространения и ее обучение методом обратного распространения ошибки.

## 2. Условие

Задана архитектура многослойной нейронной сети:

$$1 - 2 - 1$$

Входной вектор:

$$x = (1, 2)$$

Выходной вектор:

$$t = (0.4)$$

Необходимо обучить нейронную сеть при помощи метода обратного распространения ошибки.

Функция активации:

$$f(net) = \frac{1 - \exp(-net)}{1 + \exp(-net)} \in (-1, 1)$$

Её производная:

$$\frac{df(net)}{dnet} = \frac{1}{2} [1 - f^2(net)]$$

Начальные веса:

$$w_{ij}^1 = w_{jm}^2 = 0$$

Значение суммарной среднеквадратичной ошибки:

$$\varepsilon = 0.001$$

## 3. Ход работы

Первый этап обучения – по заданному входному сигналу рассчитать значения нейронов на скрытом слое, а далее на выходном слое.

$$1) x_i^1 \equiv x_i, i = \overline{0, N}$$

$$\begin{aligned}
2) \text{ } net_j^1(k) &= \sum_{i=1}^N w_{ij}^1(k) x_i^1 + w_{0j}^1(k), \quad j = \overline{1, J} \\
3) \text{ } x_j^2(k) &\equiv out_j^1(k) = f[net_j^1(k)], \quad j = \overline{1, J} \\
4) \text{ } net_m^2(k) &= \sum_{j=1}^J w_{jm}^2(k) x_j^2(k) + w_{0m}^2(k), \quad m = \overline{1, M} \\
5) \text{ } y_m(k) &\equiv out_m^2(k) = f[net_m^2(k)], \quad m = \overline{1, M}
\end{aligned}$$

Второй этап обучения – оценка ошибки нейронов выходного слоя, а после этого нейронов скрытого слоя.

$$\begin{aligned}
1) \text{ } \delta_m(k) &\equiv \delta_m^2(k) = \frac{df[net_m^2(k)]}{dnet_m^1(k)} [t_m - y_m(k)], \quad m = \overline{1, M} \\
2) \text{ } \delta_j^1(k) &= \frac{df[net_j^1(k)]}{dnet_j^1(k)} \sum_{m=1}^M w_{jm}^2(k) \delta_m(k), \quad j = \overline{1, J}
\end{aligned}$$

Третий этап – настройка весов выходного и скрытого слоев.

$$\begin{aligned}
w_{ij}^1(k+1) &= w_{ij}^1(k) + \Delta w_{ij}^1(k), \quad \Delta w_{ij}^1(k) = \eta x_i \delta_j^1(k) \\
w_{jm}^2(k+1) &= w_{jm}^2(k) + \Delta w_{jm}^2(k), \quad \Delta w_{jm}^2(k) = \eta x_j^2 \delta_m^2(k)
\end{aligned}$$

Обучение происходит до тех пор, пока суммарная среднеквадратичная ошибка не превысит некоторого заданного значения.

$$E(k) = \sqrt{\sum_{j=1}^M [t_j - y_j(k)]^2} \leq \varepsilon$$

Результаты обучения приведены в таблице 1. График зависимости суммарной квадратичной ошибки от количества эпох приведен на рисунке 1.

### Таблица 1. Результаты обучения

	k	y	hidden weight		output weight			E
1	0.000	[0.0000, 0.0000]	[0.0000, 0.0000]	[0.1000, 0.0000, 0.0000]	0.400			
2	0.050	[0.0012, 0.0012]	[0.0000, 0.0000]	[0.1873, 0.0000, 0.0000]	0.350			
3	0.093	[0.0056, 0.0056]	[0.0000, 0.0000]	[0.2633, 0.0001, 0.0000]	0.307			
4	0.131	[0.0142, 0.0142]	[0.0000, 0.0000]	[0.3294, 0.0005, 0.0000]	0.269			
5	0.163	[0.0277, 0.0277]	[0.0000, 0.0000]	[0.3870, 0.0013, 0.0000]	0.237			
6	0.191	[0.0462, 0.0462]	[0.0001, 0.0001]	[0.4373, 0.0027, 0.0000]	0.209			
7	0.215	[0.0696, 0.0696]	[0.0002, 0.0002]	[0.4814, 0.0047, 0.0000]	0.185			
8	0.236	[0.0979, 0.0979]	[0.0005, 0.0005]	[0.5200, 0.0074, 0.0000]	0.164			
9	0.255	[0.1307, 0.1307]	[0.0010, 0.0010]	[0.5540, 0.0107, 0.0000]	0.145			
10	0.271	[0.1676, 0.1676]	[0.0017, 0.0017]	[0.5839, 0.0146, 0.0001]	0.129			
11	0.285	[0.2081, 0.2081]	[0.0027, 0.0027]	[0.6103, 0.0190, 0.0001]	0.115			
12	0.298	[0.2516, 0.2516]	[0.0042, 0.0042]	[0.6336, 0.0238, 0.0002]	0.102			
13	0.309	[0.2976, 0.2976]	[0.0060, 0.0060]	[0.6541, 0.0288, 0.0003]	0.091			
14	0.320	[0.3455, 0.3455]	[0.0083, 0.0083]	[0.6722, 0.0340, 0.0004]	0.080			
15	0.329	[0.3947, 0.3947]	[0.0111, 0.0111]	[0.6880, 0.0393, 0.0005]	0.071			
16	0.338	[0.4446, 0.4446]	[0.0144, 0.0144]	[0.7018, 0.0445, 0.0006]	0.062			
17	0.345	[0.4946, 0.4946]	[0.0183, 0.0183]	[0.7138, 0.0495, 0.0008]	0.055			
18	0.352	[0.5443, 0.5443]	[0.0226, 0.0226]	[0.7242, 0.0543, 0.0010]	0.048			
19	0.359	[0.5933, 0.5933]	[0.0275, 0.0275]	[0.7332, 0.0587, 0.0012]	0.041			
20	0.365	[0.6412, 0.6412]	[0.0328, 0.0328]	[0.7409, 0.0628, 0.0014]	0.035			
21	0.370	[0.6878, 0.6878]	[0.0386, 0.0386]	[0.7474, 0.0665, 0.0016]	0.030			
22	0.374	[0.7328, 0.7328]	[0.0448, 0.0448]	[0.7529, 0.0698, 0.0018]	0.026			
23	0.378	[0.7763, 0.7763]	[0.0514, 0.0514]	[0.7575, 0.0726, 0.0021]	0.022			
24	0.382	[0.8180, 0.8180]	[0.0583, 0.0583]	[0.7613, 0.0751, 0.0023]	0.018			
25	0.385	[0.8580, 0.8580]	[0.0656, 0.0656]	[0.7645, 0.0773, 0.0024]	0.015			
26	0.388	[0.8963, 0.8963]	[0.0730, 0.0730]	[0.7671, 0.0791, 0.0026]	0.012			
27	0.390	[0.9329, 0.9329]	[0.0807, 0.0807]	[0.7692, 0.0806, 0.0028]	0.010			
28	0.392	[0.9679, 0.9679]	[0.0885, 0.0885]	[0.7709, 0.0818, 0.0029]	0.008			
29	0.394	[1.0014, 1.0014]	[0.0965, 0.0965]	[0.7722, 0.0828, 0.0030]	0.006			
30	0.395	[1.0333, 1.0333]	[0.1046, 0.1046]	[0.7732, 0.0836, 0.0031]	0.005			
31	0.396	[1.0639, 1.0639]	[0.1128, 0.1128]	[0.7740, 0.0842, 0.0032]	0.004			
32	0.397	[1.0931, 1.0931]	[0.1211, 0.1211]	[0.7746, 0.0847, 0.0033]	0.003			
33	0.398	[1.1211, 1.1211]	[0.1294, 0.1294]	[0.7750, 0.0850, 0.0033]	0.002			
34	0.399	[1.1479, 1.1479]	[0.1377, 0.1377]	[0.7753, 0.0852, 0.0033]	0.001			
35	0.399	[1.1737, 1.1737]	[0.1461, 0.1461]	[0.7755, 0.0854, 0.0034]	0.001			

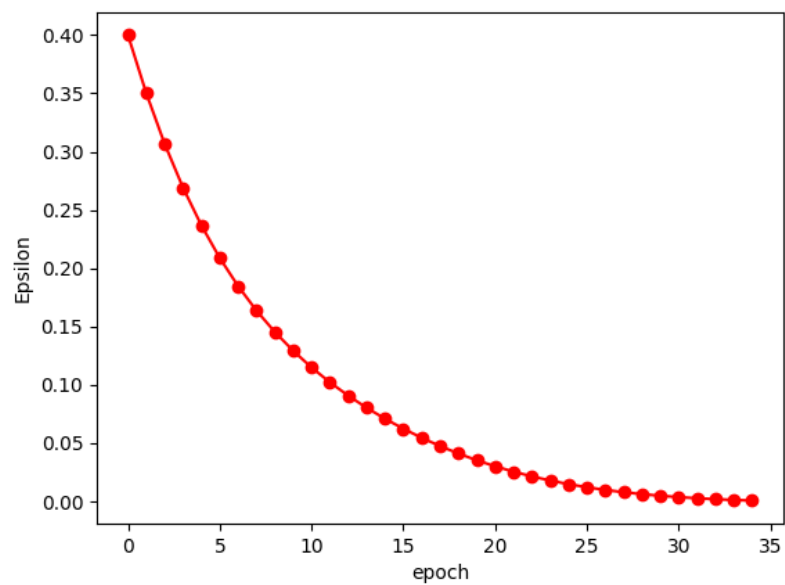


Рисунок 1 – График суммарной ошибки нейронной сети на полной выборке  
Код программы приведен в Приложении А.

#### **4. Выводы**

В ходе выполнения лабораторной работы было произведено обучение многослойной нейронной сети (МНС) прямого распространения с помощью метода обратного распространения ошибок.

Нейронная сеть смогла обучиться и выдать значения, которые отличаются от оригинала меньше заданной величины.

## Приложение А. Исходный код программы

*Файл main.py*

```
import math
import matplotlib.pyplot as plot

class NeuralNetwork:
    def __init__(self, eta, x, t, N, J, M, target_epsilon):
        self.__eta = eta
        self.__x = x
        self.__t = t
        self.__N = N
        self.__J = J
        self.__M = M
        self.__epoch = 0
        self.__target_epsilon = target_epsilon
        self.__epsilon = 1

        self.__first_w = [[0] * (N + 1) for _ in range(J)]
        self.__first_net = [0] * J
        self.__first_out = [0] * J
        self.__first_error = [0] * J

        self.__second_w = [[0] * (J + 1) for _ in range(M)]
        self.__second_net = [0] * M
        self.__second_out = [0] * M
        self.__second_error = [0] * M

        self.__all_epsilon = []

    def count_first_net(self, i):
        self.__first_net[i] = self.__first_w[i][0]
        for j in range(1, self.__N + 1):
            self.__first_net[i] += self.__first_w[i][j] * self.__x[j - 1]

    def count_second_net(self, i):
        self.__second_net[i] = self.__second_w[i][0]
        for j in range(1, self.__J + 1):
            self.__second_net[i] += self.__second_w[i][j] * self.__first_out[j -
1]

    def count_f(self, net):
        return (1 - math.exp((-1) * net)) / (1 + math.exp((-1) * net))

    def count_df(self, net):
        return 0.5 * (1 - (self.count_f(net) ** 2))

    def count_epsilon(self):
        self.__epsilon = 0
        for i in range(len(self.__t)):
            self.__epsilon += (self.__t[i] - self.__second_out[i]) ** 2
        self.__epsilon = math.sqrt(self.__epsilon)

    def count_sum(self, j):
        result = 0
        for i in range(self.__M):
            result += self.__second_w[i][j] * self.__second_out[i]
        return result
```

```

def get_epsilon(self):
    return self.__all_epsilon

def get_epoch(self):
    return self.__epoch

def study(self):
    done = False

    while not done:
        for i in range(self.__J):
            self.count_first_net(i)
            self.__first_out[i] = self.count_f(self.__first_net[i])

        for i in range(self.__M):
            self.count_second_net(i)
            self.__second_out[i] = self.count_f(self.__second_net[i])

        for i in range(self.__M):
            df = self.count_df(self.__second_net[i])
            self.__second_error[i] = df * (self.__t[i] -
self.__second_out[i])

            for i in range(self.__J):
                df = self.count_df(self.__first_net[i])
                self.__first_error[i] = df * self.count_sum(i)

            for i in range(self.__J):
                self.__first_w[i][0] += self.__eta * self.__first_error[i]
                for j in range(self.__N):
                    self.__first_w[i][j + 1] += self.__eta * self.__x[j] *
self.__first_error[i]

            for i in range(self.__M):
                self.__second_w[i][0] += self.__eta * self.__second_error[i]
                for j in range(self.__J):
                    self.__second_w[i][j + 1] += self.__eta *
self.__first_out[j] * self.__second_error[i]

        self.__epoch += 1
        self.count_epsilon()
        self.__all_epsilon.append(self.__epsilon)

        f_w_string = ""
        for i in range(self.__J):
            f_w_string += "["
            f_w_string += ', '.join([str("%.3f" % it) if it < 0 else
str("%.4f" % it) for it in self.__first_w[i]])
            f_w_string += "]"

        s_w_string = ""
        for i in range(self.__M):
            s_w_string += "["
            s_w_string += ', '.join([str("%.3f" % it) if it < 0 else
str("%.4f" % it) for it in self.__second_w[i]])
            s_w_string += "]"

        print("|", str(self.__epoch).ljust(2),
            "|", str(', '.join(str("%.3f" % it) for it in
self.__second_out)).ljust(5),
            "|", str(f_w_string).ljust(34),
            "|", str(s_w_string).ljust(25),

```



```

        "|", str("%.3f" % self.__epsilon).ljust(5), "|")
    done = self.__epsilon <= self.__target_epsilon

    print("+", "-" * 2, "+", "-" * 5, "+", "-" * 34, "+", "-" * 25, "+", "-"
* 5, "+")

def print_graph(errors, epoch):
    ep = [[i] for i in range(epoch)]
    plot.ylabel('Epsilon')
    plot.xlabel('epoch')
    plot.plot(ep, errors, "ro-")
    plot.show()

def start():
    print("Task Full", '\n')
    print("+", "-" * 2, "+", "-" * 5, "+", "-" * 34, "+", "-" * 25, "+", "-" *
5, "+")
    print("|", "k".ljust(2), "|", "y".ljust(5), "|", "hidden weight".ljust(34),
"|", "output weight".ljust(25),
    "|", "E".ljust(5), "|")
    print("+", "-" * 2, "+", "-" * 5, "+", "-" * 34, "+", "-" * 25, "+", "-" *
5, "+")

    nw = NeuralNetwork(0.5, [1, 2], [0.4], 1, 2, 1, 0.001)
    nw.study()
    print_graph(nw.get_epsilon(), nw.get_epoch())

if __name__ == '__main__':
    start()

```