

求解方程的数值解

zhangtao

1 化简

$$N \frac{\partial P(k, t)}{\partial t} = \frac{1}{\langle f(x) \rangle} [-f(x)P(k, t) + f(k-1)P(k-1, t)] + \frac{1}{\bar{k}} [-kP(k, t) + (k+1)P(k+1, t)]$$

当 $t \rightarrow \infty$ 得到稳定时的特解:

$$f(k) = \frac{(k+1)P(k+1)}{P(k)} \frac{\langle f(x) \rangle}{\bar{k}}$$

分离变量: $P(k, t) = P(k)P(t)$, 将 $P(t)$ 看成对 $P(k)$ 的一个比例系数作用量。将上式带入原式, 并用上式化简得到:

$$\dot{P}(t) - \left(\frac{1}{N \langle f(k) \rangle} f(k-1) \frac{P(k-1)}{P(k)} - \frac{k}{N \bar{k}} \right) P(t) = 0$$

现在给定

$$f(k) = k + 1 - \lambda$$

得到

$$P(k) = \left[\frac{\bar{k}}{\langle f(k) \rangle} \right]^k k^{-\lambda}$$

带入上式得到:

$$\dot{P}(t) + \frac{1}{N} \frac{\lambda}{\bar{k}} P(t) = 0$$

其中

$$k = 2L/N$$

带入得到:

$$\dot{P}(t) + \frac{\lambda}{2L} P(t) = 0$$

令

$$\alpha = \frac{\lambda}{2L}$$

则有

$$\dot{P}(t) + \alpha P(t) = 0$$

即问题化为对一阶线性常微分方程进数值求解。

2 Python 数值解

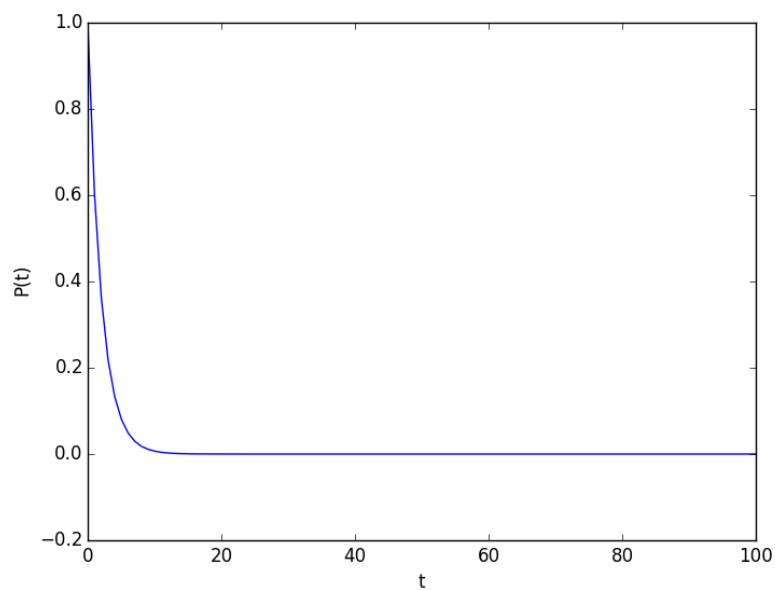
```
from scipy.integrate import odeint
import numpy as np

def Net(P, t):
    a = 0.5
    return -a*P

t = linspace(0.0,1000,1000)

y = odeint(Net,1,t)

plot(t,y)
xlabel('t')
ylabel('P(t)')
show()
```



3 小结

可知随着时间的演变 $P(t)$ 对 $P(k)$ 的作用越来越小。