求解方程的数值解

zhangtao

1 化简

$$N\frac{\partial P(k,t)}{\partial x} = \frac{1}{\langle f(x)\rangle}\left[-f(x)P(k,t) + f(k-1)P(k-1,t)\right] + \frac{1}{\bar{k}}\left[-kP(k,t) + (k+1)P(k+1,t)\right]$$

当 t→ ∞ :

$$f(k) = \frac{(k+1)P(k+1)}{P(k)}\frac{\langle f(x)\rangle}{\bar{k}}$$

分离变量: $P(k,t) = P(k)P(t)$, 将 P(t) 看成对 P(k) 的一个比例系数作用量。将上式带入原式，并用上式化简得到：

$$\dot{P(t)} - \left(\frac{1}{N\langle f(k)\rangle}f(k-1)\frac{P(k-1)}{P(k)} - \frac{k}{N\bar{k}}\right)P(t) = 0$$

现在给定

$$f(k) = k + 1 - \lambda$$

得到

$$P(k) = \left[\frac{\bar{k}}{\langle f(k)\rangle}\right]^k k^{-\lambda}$$

带入上式得到：

$$\dot{P}(t) - \frac{1}{N}\frac{1-\lambda}{\bar{k}}P(t) = 0$$

其中

$$k = 2L/N$$

带入得到：

$$\dot{P}(t) - \frac{1-\lambda}{2L}P(t) = 0$$

令

$$\alpha = \frac{1-\lambda}{2L}$$

则有

$$\dot{P}(t) - \alpha P(t) = 0$$

即问题化为对一阶线性常微分方程进数值求解。

2 Python 数值解

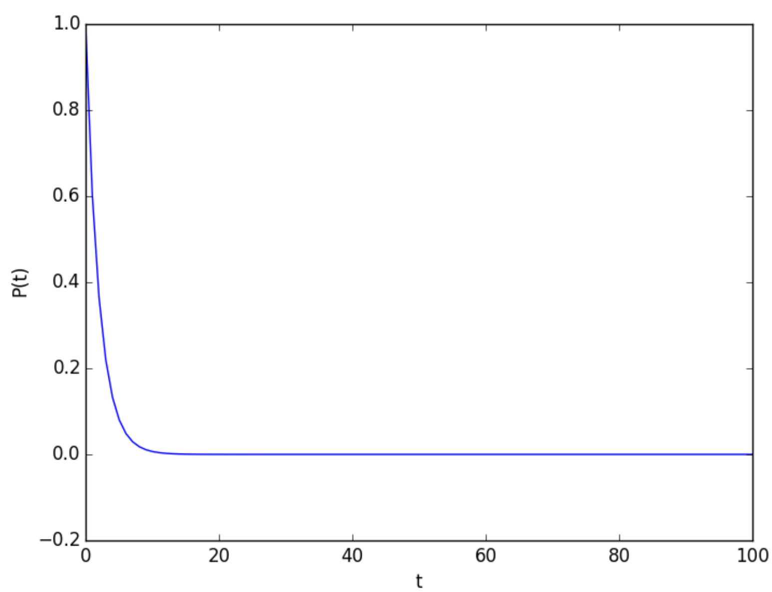
```
from scipy.integrate import odeint
import numpy as np

def Net(P, t ):
    a = 0.5
    return -a*P

t = linspace(0.0,1000,1000)

y = odeint(Net,1,t)

plot(t,y)
xlabel('t')
ylabel('P(t)')
show()
```



3 小结

可知随着时间的演变 $\mathrm{P(t)}$ 对 $\mathrm{P(k)}$ 的作用越来越小。