

一南昌大学考试试卷

【适用时间：2022~2023 学年秋季学期 试卷类型：[A] 卷】

教师填写栏	课程编号:	550GL013	试卷编号:	10024
	课程名称:	高等数学(1)		
	开课学院:	数学与计算机学院	考试形式:	闭卷
	适用班级:	2022 理工类	考试时间:	120 分钟
	试卷说明:	1、本试卷共 6 页。 2、考试结束后，考生不得将试卷、答题纸和草稿纸带出考场。		

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	累分人 签名
题分	15	15	14	21	21	14					100	
得分												

考生填写栏	考生姓名:	考生学号:
	所属学院:	任课老师及序号:
	所属专业:	考试日期:
	考 生 须 知	1、请考生务必查看试卷中是否有缺页或破损。如有立即举手报告以便更换。 2、严禁代考，违者双方均开除学籍； 严禁自备草稿纸、携带手机、携带小抄等入场，违者按考试违规处理。 3、请务必填写“任课老师及序号”，如***老师，序号***。
	考 生 承 诺	本人知道考试违纪、作弊的严重性，将严格遵守考场纪律，如若违反则愿意接受学校按有关规定处分！ 考生签名:

得 分	评阅人

一、填空题（每空 3 分，共 15 分）

- 1、函数 $y = \sqrt{3-x} + \arctan \frac{1}{x}$ 的定义域是 _____。
- 2、如果 $f(x)$ 为偶函数，且 $f'(0)$ 存在，则 $f'(0) =$ _____。
- 3、曲线 $y = xe^{-x}$ 的拐点为 _____。
- 4、 $d \left[\int_0^{x^2} \sqrt{1+t^2} dt \right] =$ _____。
- 5、 $\int_0^5 \frac{dx}{\sqrt{25-x^2}} =$ _____。

得 分	评阅人

二、单项选择题（每空 3 分，共 15 分）

- 1、设 $F(x)$ 是连续函数 $f(x)$ 的一个原函数，则必有（ ）。
 (A) $F(x)$ 是偶函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是奇函数； (B) $F(x)$ 是奇函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是偶函数；
 (C) $F(x)$ 是周期函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是周期函数； (D) $F(x)$ 是单调函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是单调函数。
- 2、设 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内连续，且 $f(0)=0$ ， $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1-\cos x} = 2$ ，则在点 $x=0$ 处 $f(x)$ （ ）。
 (A) 取得极大值； (B) 取得极小值；
 (C) 不可导； (D) 可导，且 $f'(0) \neq 0$ 。
- 3、设函数 $f(x) = |x^3 - 1| \phi(x)$ ，其中 $\phi(x)$ 在 $x=1$ 处连续，则 $\phi(1)=0$ 是 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导的（ ）。
 (A) 充分必要条件； (B) 必要但非充分条件；
 (C) 充分但非必要条件； (D) 既非充分也非必要条件。
- 4、下列不等式不成立的是（ ）。
 (A) $\int_0^1 x^3 dx < \int_0^1 x^2 dx$ ； (B) $\int_1^2 (\ln x)^2 dx < \int_1^2 \ln x dx$ ；
 (C) $\int_0^1 x dx < \int_0^1 \ln(1+x) dx$ ； (D) $\int_1^3 x^2 dx < \int_1^3 x^3 dx$ 。

5、函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处的可导性和连续性情况为 ()。

- (A) 不连续也不可导; (B) 连续并且可导;
(C) 不连续但可导; (D) 连续但不可导。

三、计算题 (共 2 小题, 每小题 7 分, 共 14 分)

得 分	评阅人

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x \int_a^x f(t) dt}{x - a}$, 其中 $f(x)$ 连续。

2. 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{6+x} \right)^{\frac{x-1}{2}}$

得 分	评阅人

四、计算题（共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分）

1. 求不定积分 $\int \sqrt{x} \sin \sqrt{x} dx$

2. 求不定积分 $\int \frac{x - \cos x}{1 + \sin x} dx$

3. 求定积分 $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x^2 \sqrt{1+x^2}} dx$

五、解答题（共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分）

得 分	评阅人

1. 设函数 $x = x(t)$ 由方程 $t \cos x + x = 0$ 确定, 函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^{y-2} - xy = 1$ 确定, 求复合函数 $y = y(x(t))$ 在 $t = 0$ 处的导数 $\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0}$ 。
2. 求微分方程 $y' + y \tan x = \sin 2x$ 的通解。
3. 设 $y = x^2 \sin x$, 求 $y^{(50)}$ 。

得 分	评阅人

六、应用题与证明题（共 2 小题，每小题 7 分，共 14 分）

1. 求由曲线 $y = e^{-x}$ 与该曲线过点 $(-1, e)$ 的切线及 x 轴所围图形的面积。

2. 若 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 且 $f(a) = f(b) = 0$ 及存在 c 使 $f(c) > 0 (a < c < b)$,

证明: 在 (a, b) 内必存在 ξ , 使 $f''(\xi) < 0$ 。