

—南昌大学考试试卷—

【适用时间：2023~2024 学年秋季学期 试卷类型：[A] 卷】

教师 填写 栏	课程编号：	550GL013	试卷编号：	
	课程名称：	高等数学（1）上		
	开课学院：	数计学院	考试形式：	闭卷
	适用班级：	2023 级本科生	考试时间：	120 分钟
	试卷说明：	1、本试卷共 4 页。 2、考试结束后，考生不得将试卷、答题纸和草稿纸带出考场。		

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	累分人 签 名
题分	15	10	15	30	24	6					100	
得分												

考 生 填 写 栏	考生姓名：		考生学号：	
	所属学院：		所属班级：	
	所属专业：		考试日期：	
	考 生 须 知	1、请考生务必查看试卷中是否有缺页或破损。如有立即举手报告以便更换。 2、严禁代考，违者双方均开除学籍； 严禁自备草稿纸、携带手机、携带小抄等入场，违者按考试违规处理。		
	考 生 承 诺	本人知道考试违纪、作弊的严重性，将严格遵守考场纪律，如若违反则愿意接受学校按有关规定处分！ <div>考生签名：_____</div>		

一、单项选择题（第 1~5 题，每空 3 分，共 15 分）

得 分	评阅人

- 函数 $y = \sqrt{1-x} + \arccos \frac{x+1}{2}$ 的定义域是 ()
 (A) $x \leq 1$ (B) $-3 \leq x \leq 1$ (C) $(-3, 1)$ (D) $\{x|x < 1\} \cap \{x|-3 \leq x \leq 1\}$
- 设函数 $f(x)$ 对任意 x, y 满足 $f(x+y) = f(x) + f(y)$, 且 $f'(0) = 1$, 则 ()
 (A) $f'(x) = f(x)$ (B) $f'(x) = 0$ (C) $f'(x) = 1$ (D) 以上都不对
- 在区间 $[-1, 1]$ 上, 满足罗尔中值定理条件的函数是 ()
 (A) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ (B) $f(x) = (x+1)^2$ (C) $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ (D) $f(x) = x^2 + 1$
- 设 $F(x)$ 的导函数为 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, 且 $F(1) = \frac{3}{2}\pi$, 则 $F(x) =$ ()
 (A) $\arcsin x$ (B) $\arcsin x + \frac{\pi}{2}$ (C) $\arccos x + \pi$ (D) $\arcsin x + \pi$
- 设 $f(x) = x \sin x + \cos x$, 下列命题中正确的是 ()
 (A) $f(0)$ 是极大值, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 是极小值 (B) $f(0)$ 是极小值, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 是极大值
 (C) $f(0)$ 是极大值, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 也是极大值 (D) $f(0)$ 是极小值, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 也是极小值

二、判断题（第 6~10 题，每空 2 分，共 10 分）

得 分	评阅人

- 若函数 $y = f(x)$ 有 $f'(x_0) = 2$, 则当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, 该函数在 $x = x_0$ 处的微分 dy 与 Δx 是同阶无穷小. ()
- 微分方程 $\frac{dx}{x^2 - xy + y^2} = \frac{dy}{2y^2 - xy}$ 是一阶线性微分方程. ()

8. 设二阶可导函数 $f(x)$ 满足 $f(1)=f(-1)=1$, $f(0)=-1$ 且 $f''(x)>0$, 则 $\int_{-1}^1 f(x)dx > 0$.

()

9. $y=f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的最大值点一定是极大值点. ()

10. $\int_{-1}^1 \frac{1}{x} dx = 0$. ()

三、填空题 (第 11~15 题, 每空 3 分, 共 15 分)

得 分	评阅人

11. 曲线 $f(x)=x-\ln(1+x)$ 的凹区间是_____

12. 已知 $y^2-2xy+9=0$ 确定函数 $y=f(x)$, 则 $dy=$ _____

13. $\int_{-\pi}^{\pi} (\sin^3 x + \sqrt{\pi^2 - x^2}) dx =$ _____

14. 曲线 $\rho=2\cos\theta$ 所围图形面积为_____

15. 计算反常积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx =$ _____

四、计算题 (第 16~20 题, 每题 6 分, 共 30 分)

得 分	评阅人

16. 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$

17. 设 $\begin{cases} x = \sin t \\ y = t \sin t + \cos t \end{cases}$ (t 为参数), 求 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{t=\frac{\pi}{4}}$

18. 计算 $\int \frac{x + \ln(1-x)}{x^2} dx$

19. 设 $f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{\pi - t} dt$, 计算 $\int_0^\pi f(x) dx$

20. 求微分方程 $y' - \tan x \cdot y = \sec x$ 满足初始条件 $y|_{x=0}=0$ 的特解

五、解答题（第 21~23 题，每题 8 分，共 24 分）

得 分	评阅人

21. 设 $f(x)$ 可导, 且 $f(0)=0, f'(0)=1$, 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t f(x^2 - t^2) dt}{x^2(1 - e^{x^2})}$

22. 求由抛物线 $y=2x^2$ 和直线 $x=1$ 及 x 轴所围平面区域绕 y 轴旋转一周而成的旋转体体积 V_y

23. 设曲线方程为 $y=e^{-x} (x \geq 0)$, 在此曲线上找一点, 使过该点的切线与两个坐标轴所夹平面图形的面积最大, 并求出该面积.

六、证明题（第 24 题，6 分）

得 分	评阅人

24. 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 3]$ 上可导, 且满足 $f(2) + f(3) = 2 \int_0^1 f(x) dx$,

证明: 至少存在一点 $\xi \in (0, 3)$, 使得 $f'(\xi)=0$