Tema 2: Imprecisión e Incertidumbre

2.1: Razonamiento Impreciso. Lógica Difusa.

- **Imprecisión de la Información. Lógica Difusa. Conjuntos Difusos. Operaciones.**
- **Proceso Inferencial: Fusificación, Defusificación, Inferencia Difusa.**
- **Entornos y Aplicaciones**

2.2: Incertidumbre. Razonamiento Probabilístico.

- **Conceptos básicos. Aplicación Teoría de la Probabilidad. Modelos simples.**
- **Redes Bayesianas**

Bibliografía

- **Inteligencia Artificial: Un enfoque moderno.** Rusell, Norvig. Prentice Hall, 2004. Cap. 13, 14, 16
- **Inteligencia Artificial. Técnicas, métodos y aplicaciones.** Varios autores. McGraw Hill (2008) Cap.6-7
- **Inteligencia Artificial. Una nueva síntesis.** N. Nilsson McGraw Hill (2000).

Otras referencias:

- FuzzyClips (desarrollado por National Research Council , Canada)
- European Centre for Soft Computing (http://www.softcomputing.es/)

Razonamiento Aproximado: información incompleta, incierta y/o imprecisa.

- **Imprecisión: Grado de precisión del conocimiento (Tema 2.1)**

Datos conocidos aproximadamente, precisión de las medidas, datos cualitativos y/o simbólicos, etc.

- ***Hechos:*** Hoy llueve 'mucho', Es 'bastante cierto' que…, El dolor duró casi 2 horas, ...
- ***Reglas:*** Los hombres ricos son felices,
  Si muy nuboso entonces probablemente llueva mucho
  Los coches 'caros' duran 'mucho'.
  Si el agua está 'muy fría', abre 'mucho' el grifo de la caliente.

Lógica difusa de Zadeh Definición de conjuntos (conceptos, predicados) difusos y extensión de las reglas de inferencia.

Razonamiento difuso

- **Incertidumbre: Grado de certeza del conocimiento (Tema 2.2)**

Instrumentos defectuosos, confianza en las medidas, en las reglas, etc.

- ***Hechos:*** La probabilidad de que hoy llueva es 0.6
- ***Reglas:*** Si humedad>80%, hay un 90% de probabilidad que llueva
- **Conocimiento incompleto:** Se realizan suposiciones y/o no se tienen en cuenta detalles, en base a su baja probabilidad.

Métodos Probabilísticos (Teoría de Bayes) ***Redes Bayesianas***

Tema 2.2.- Incertidumbre. Razonamiento Probabilístico

Extensiones del Razonamiento Clásico

Los sistemas convencionales de razonamiento, basados en la lógica de predicados de primer orden, trabajan con información***:***

completa**, **consistente**, **inalterable** y **estática.

Ello da lugar a la necesidad de tratar con otros modelos de Razonamiento:

- **Razonamiento incierto (probabilístico):** Información ***incierta*** (en lugar de simplemente CIERTO o FALSO).
- **Razonamiento impreciso (difuso, fuzzy):** Información ***imprecisa*** (conceptos imprecisos, en vez de conjuntos clásicos, o predicados de primer orden).
- **Razonamiento no-monótono**: Los axiomas y/o reglas de inferencia se extienden para que sea posible razonar con *información incompleta, por defecto, hipotética, no-monótona, dependiente y cambiante*.
- **Razonamiento temporal:** Razonamiento sobre la *dinámica de la información* en un mundo dinámico. El tiempo es una variable importante del razonamiento.

Los expertos humanos deben poder tomar decisiones en base a información:

dinámica, incierta, incompleta, imprecisa y contradictoria.

por lo que se necesita ampliar la base de la lógica clásica a fin de poder ***representar y tratar*** información con dichas características.

Incertidumbre

En general, los sistemas no representan todo el conocimiento, ni tienen acceso a todo el conocimiento sobre el entorno:

Planifico un viaje de 30' para llegar al aeropuerto.

- No debo inferir llegar al aeropuerto a tiempo, sino: "*espero llegar a tiempo si el coche no se avería, si no se queda sin gasolina, si no hay un gran atasco, etc.*"
- Hay probabilidad de retrasos, tal que un mayor margen de tiempo daría más seguridad, pero también aumentaría la posibilidad de una espera improductiva.

Un paciente refiere un dolor de muelas.

- Ello puede ser debido a una "caries" o a una "infección".
- En base a ciertas evidencias, causalidad e inferencia probabilística podré confirmar con mayor o menor probabilidad el diagnóstico.

- Una decisión racional (un plan, diagnóstico, conclusión, respuesta, etc.) depende de los grados de creencia de los distintos datos y relaciones que la soportan.

Razones principales de un conocimiento incompleto/incierto :

- *Simplificaciones:* Se obvian antecedentes no relevantes o de ocurrencia frecuente/infrecuente.
- *Ignorancia teórica:* No es habitual tener un conocimiento teórico completo (al 100%) del dominio.
- *Ignorancia práctica:* Fallo de datos, pruebas, medidas, fiabilidad observaciones, etc.
- *Mundo real no determinista*: consecuencias inesperadas, incidencias externas, etc.

- De esta forma, una regla "***antecedente* $\rightarrow$ *consecuente***" no es una consecuencia lógica, sino un ***grado de creencia*** sobre la consecuencia, dado un antecedente (quizás con su propio ***grado de creencia***).

La herramienta básica para tratar con el razonamiento incierto es la *Teoría de la Probabilidad*

Raz. Incierto (probabilístico): Obtener respuestas en base a información/reglas inciertas

Habitualmente, tardo 30’ en llegar al aeropuerto. Por la hora que es, *puede* haber un leve atasco. Al menos, *espero* no tener ningún problema con el coche.

¿Con qué holgura debería salir?

He instalado un sistema de alarma en mi casa, que *es de esperar* que se active si entra un ladrón. Y *confío* que, si suena, acuda la policía. Al llegar a casa, veo que la policía ha acudido.

¿Puede ser debido a que hay un ladrón?

¿Puede ser debido a que ha sonado la alarma sin haber un ladrón?

El testigo de un accidente nocturno, en el que un taxi implicado se da a la fuga, *asegura* que el taxi era azul. Todos los taxis de la ciudad son verdes o azules, aunque hay el doble de verdes que azules. Experimentaciones posteriores demuestran que, con poca iluminación, la distinción entre azul y verde es *fiable* un 75%.

¿Qué credibilidad tiene el testigo respecto al color azul del taxi?

Un juez tiene el criterio de juzgar la culpabilidad de un acusado en base a si se prueba que tiene sus huellas en el arma, tiene motivos, y no tiene coartada.
La policía detiene a un sospechoso, en base a unas, *algo borrosas*, huellas en el arma. El acusado *parece* tener un posible móvil, ya que tiene una fuerte enemistad con la víctima, pero aduce una coartada, aunque no del todo *fiable*.

¿Es culpable?

Esquema de Razonamiento Incierto

Sistema Lógico	Sistema con Incertidumbre
e: antecedente, ***h***: consecuente Implicación : $e \rightarrow h$	***e***: ***Evidencias***, ***h***: ***Hipótesis***. ***Regla Incierta:*** $e \rightarrow h$, con una creencia asociada

Evidencia: Razones (datos) por las que las conclusiones (hipótesis) son creídas.

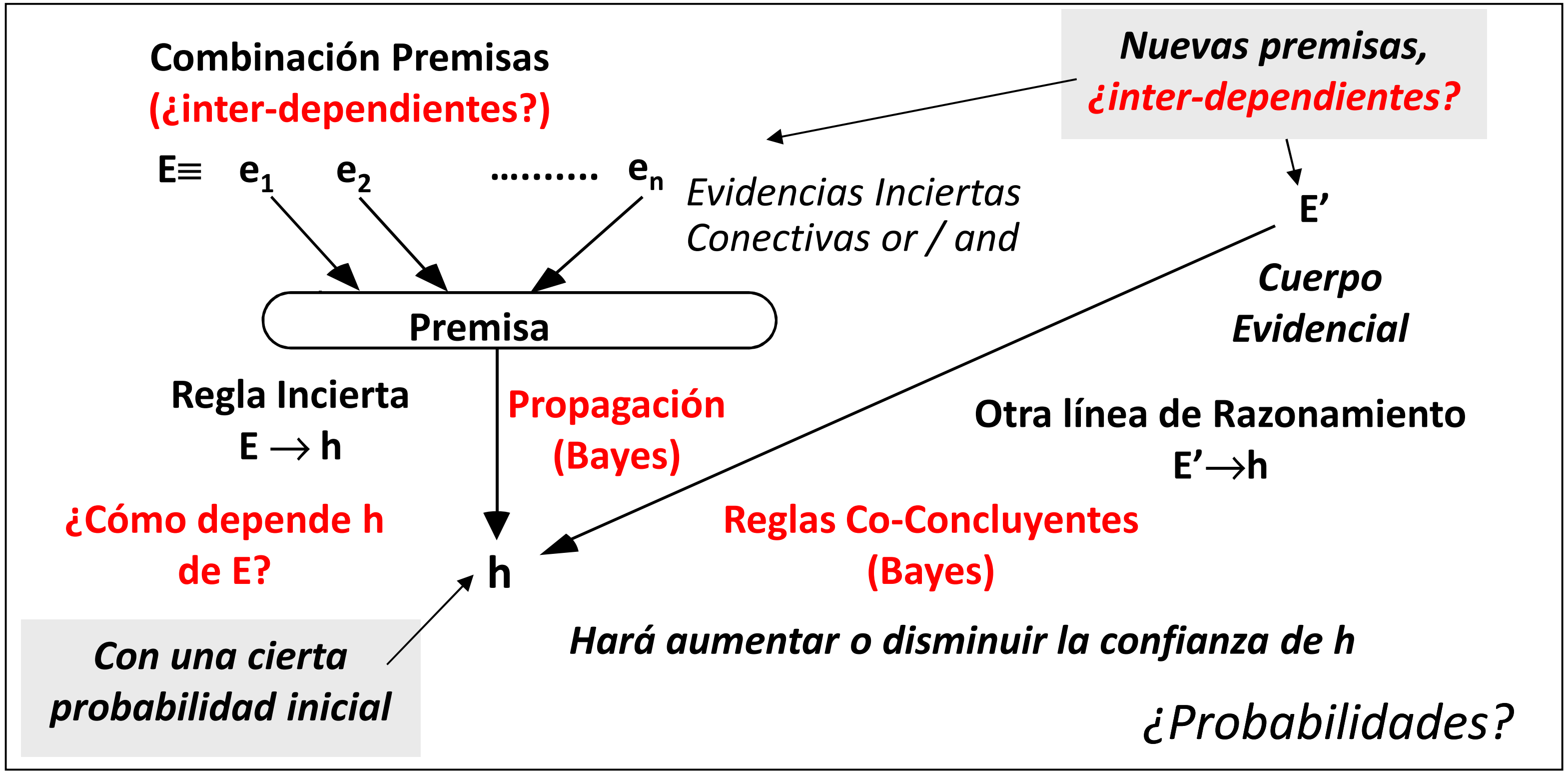
Las evidencias son observaciones (datos) con *grados de creencia*.

Regla incierta:

La *presencia/ausencia* de evidencias *soportan/rebajan* la creencia sobre hipótesis: **($e \rightarrow h$), ($\neg e \rightarrow \neg h$)**

- Se extiende la noción de 'implicación' para representar el grado con el que la hipótesis h es confirmada *(o rebajada)* por la presencia *(o ausencia)* de la evidencia e.
- La certeza sobre una hipótesis se obtendrá en base a una acumulación de observaciones competitivas (evidencias).
- Nuevas y discriminantes evidencias deben incrementar o decrementar la creencia sobre la hipótesis.

$$e_1 \rightarrow h, \quad e_2 \rightarrow h, \quad e_3 \rightarrow h, \ldots, \quad e_n \rightarrow h$$



Ha habido cierta discusión sobre si la teoría de la probabilidad *(formal)* es adecuada para representar la incertidumbre en un sistema inteligente.

Principales argumentos en contra:

- Probabilidad NO es lo mismo que creencia. Dificultad para modelar el conocimiento.
- Complejidad del razonamiento. Interdependencia de premisas y/o conclusiones.
    - Dos variables X, Y son independientes sii $\forall x \in X, \forall y \in Y$: $P(x, y) = P(x) * P(y)$
    - Dos variables están correlacionadas sii no son independientes.
      Correlación positiva si $P(x, y) > P(x) * P(y)$ y negativa en caso contrario.
- La causalidad implica correlación, pero no a la inversa!! **Ej. ¿más helados implica más ahogados?**

INCONVENIENTE-1: “Creencia” no es lo mismo que “Probabilidad”

- Un grado de creencia 0.8 *no significa que “es cierto en un 80% de los casos”*, sino una alta expectativa (80%) de que se cumpla.
- Además, la creencia suele ser subjetiva: El humano maneja creencias (subjetivo), lo cual se debe cuantificar (probabilidad), lo que tiene sus implicaciones matemáticas.

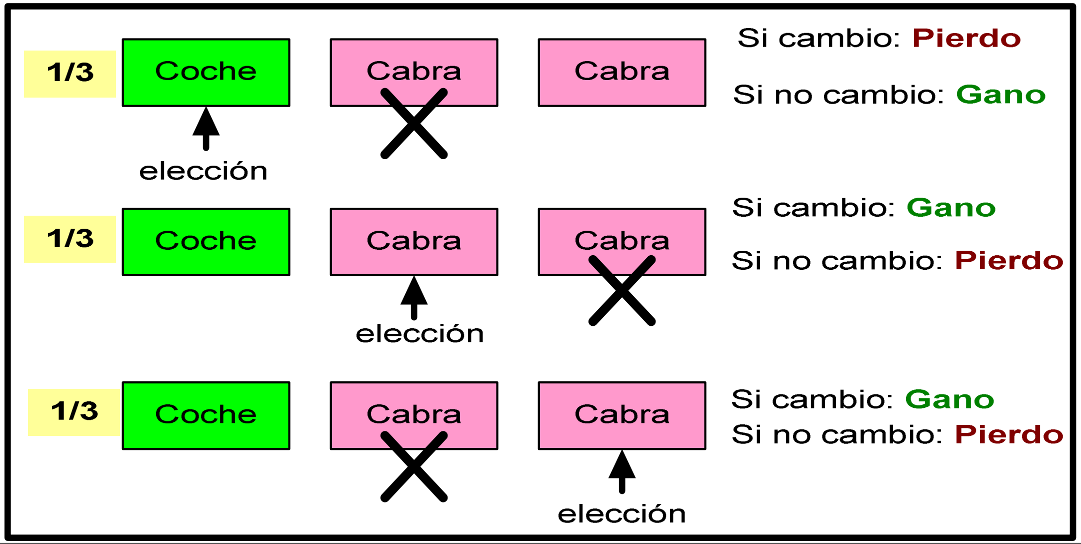
Supongamos que, en un concurso, podemos escoger entre tres puertas: detrás de una de ellas hay un coche, y detrás de las otras dos, una cabra. Escogemos una puerta, y el presentador, que sabe lo que hay detrás de las puertas, abre otra que contiene una cabra (*Paradoja de Monty Hall)*

VIDEO

Entonces pregunta: "¿Quiere cambiar de puerta?" ¿Es mejor cambiar la elección?

Una suposición errónea es que, una vez sólo quedan dos puertas, ambas tienen la misma probabilidad (50%) de contener el coche.

Es falso ya que el presentador abre la puerta después de la elección de jugador. La probabilidad que había de que el coche estuviera en la puerta que abre se acumula en la tercera puerta.



Una adecuada decisión debe basarse en una adecuada representación del conocimiento.

La probabilidad de ganar el coche si cambiamos de puerta es de 2/3 (66 %),

si no cambiamos, es de 1/3 (33 %)

Interpretaciones de la Probabilidad (verosimilitud, credibilidad, …)

Interpretación Frecuentista: Asimilado a la repetición de un experimento *(Aprendizaje, clasificación)*

$$\text{Probabilidad (A)} = \lim_{n\to\infty} f_n(A)$$

Aprendizaje, Clasificación

Donde $f_n(A)$ es la frecuencia de ocurrencia de A , en una repetición de n experimentos:

$f_n(A) = h(A)/n$, siendo h(A) las veces que ocurre A en los n experimentos.

No aplicable en entornos estocásticos, donde no hay garantías de que las condiciones de un experimento se vayan a reproducir exactamente (resultado partido de fútbol).

Interpretación Clásica: Considera que todos los resultados son igualmente verosímiles. Sigue el principio de Indiferencia (Laplace, Keynes).

$$\text{Probabilidad (A)} = \text{casos\_favorables} / \text{casos\_posibles}$$

Ejem: la probabilidad de sacar un 6 en un dado es 1/6. Aplicable en entornos estocásticos, aleatorizados.

Interpretación Subjetiva: refleja la creencia subjetiva/personal en la probabilidad de un suceso, en un contexto que generalmente no se va a repetir y basándose en la información disponible.

Razonamiento, Conocimiento, Intuición

Ejemplo: Concursos, supongo que aprobados estarán entre 70% y 90%, resultados en deportes, etc.

Suele utilizarse cuando las interpretaciones anteriores no son aplicables. *Están basadas en todas las experiencias, evidencias e información disponible.*

INCONVENIENTE-2: Complejidad de la representación (modelo) y de las inferencias

NOCIONES BÁSICAS PROBABILIDAD

- Probabilidad de un hecho: P(x) *(Se asimilaría a la creencia en x, hecho individual)*

  Los grados de creencia, representados como probabilidades, deben cumplir los axiomas de la teoría de la probabilidad.

  $0 \leq P(a) \leq 1$, $P(a) + P(\neg a) = 1$, $P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$

- *Probabilidad de un estado concreto del mundo:* Probabilidad conjunta de varios hechos interdependientes: $P(x_1, x_2, \dots x_n)$.

  Con variables *discretas*, la *probabilidad conjunta* completa se puede representar mediante una tabla de $|x_1|*|x_2|* \dots *|x_n|$ entradas, donde el sumatorio de todas la probabilidades es 1: $\sum_{i=1,n} P(x_i)=1$

Ejemplo:
$X_1, X_2 \in \{T, F\}$

	x_1=T	x_1=F
x_2=T	$\boxed{0.4}$	0.3
x_2=F	$\boxed{0.1}$	0.2

Por ejemplo: $P(x_1=T,\ x_2=T) = 0,4$

La complejidad resulta $|x_i|^n$, luego es **muy complejo** representar la probabilidad conjunta de un conjunto de datos.

Inferencia: Podemos utilizar la Probabilidad Condicional. ¿Probabilidad b, dado a?: $P(b/a) = P(a \wedge b) / P(a)$

Por ejemplo: Síntoma: x_1: dolor, Diagnóstico: x_2: gripe ¿$P(x_2\text{:gripe=T} / x_1\text{:dolor=T})$?

$$P(x_2\text{:gripe=T} / x_1\text{:dolor=T}) = P(x_2\text{:gripe=T} \wedge x_1\text{:dolor=T}) / P(x_1\text{:dolor=T}) = 0,4 / (0,4 + 0,1)\ ) = 0,8$$

La aplicación de la probabilidad condicional para realizar inferencias requiere disponer de la tabla que representa la probabilidad conjunta. Es inviable en problemas realistas: Complejidad $|x_i|^n$

Para realizar inferencias podemos aplicar la Regla de Bayes:

$P(a \wedge b) = P(a/b)\ P(b)$
$P(a \wedge b) = P(b/a)\ P(a)$

Aplicando e igualando miembros

- Dato (a) y una regla $(a \rightarrow b)$
- Regla de Bayes: $P(b/a) = P(a/b)\ P(b)\ /\ P(a)$

Donde :

P(b/a): Probabilidad de b, dada a

P(a/b): probabilidad de observar a, dada b
P(b): Probabilidad a priori de b
P(a): Probabilidad a priori de a

Por ejemplo:

Conocemos: Dolor_de_cabeza → Gripe

Observamos que una persona le duele la cabeza y sabemos que:

Probabilidad a priori de dolor: 0.05
Probabilidad a priori de gripe: 0.00002
Probabilidad de tener dolor, si tiene gripe: 0.5

Con una regla clásica, podríamos deducir 'Gripe' mediante el hecho 'Dolor_de_Cabeza'

$$P\ (gripe/dolor) = P(dolor/gripe)\ P(gripe)\ /\ P(dolor) = 0.5 * 0.00002\ /\ 0.05 = 0.0002$$

El razonamiento para obtener P(b/a) requiere

conocer las probabilidades a priori, P(a) y P(b), y la probabilidad dependiente P(a/b)

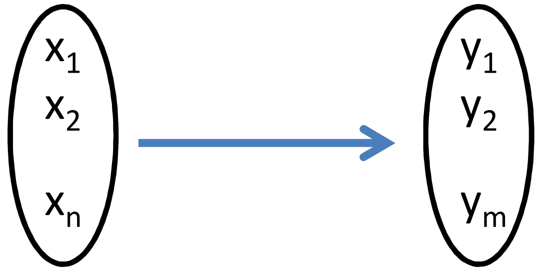
Regla de Bayes General

En general disponemos de un

- **conjunto de datos** $X=\{x_1, x_2, ..., x_n\}$,

que permiten deducir un

- **conjunto de resultados** $Y=\{y_1, y_2, ..., y_m\}$:



$X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ *Cuerpo Evidencial*

$Y=\{y_1, y_2, ..., y_m\}$ *Cuerpo Hipótesis*

Entonces, $P(Y/X) = P(X/Y) * P(Y) / P(X) =$

$$= \underline{P(\{x_1, x_2, ..., x_n\}/\{y_1, y_2, ..., y_m\})} \; * \; \underline{P(y_1, y_2, ..., y_m)} \; / \; \underline{P(\{x_1, x_2, ..., x_n\})}$$

La aplicación de esta regla requiere:

- *Representar la interdependencia de las variables X:* Probabilidad conjunta de cada combinación del valor de las variables $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$: Tabla con una complejidad $|x_i|^n$.
- *Representar la interdependencia de las variables Y:* Probabilidad conjunta de cada combinación del valor de las variables $\{y_1, y_2, ..., y_m\}$: Tabla con una complejidad $|y_i|^m$.
- *Representar la relación causal entre las variables X e Y:* Probabilidades condicionales P(X/Y), *observancias de X dadas Y*, para cada combinación posible de las variables de X con cada combinación posible de las variables de Y. Complejidad: $|x_i|^n * |y_i|^m$

Además, suele requerirse encadenamiento: puede ocurrir que se tenga la observación de un conjunto de evidencias E' $\{e_1, e_2, ..., e_n\}$, que permita obtener la probabilidad sobre los antecedentes X, etc.....

$E \Rightarrow X \Rightarrow Y$ debiéndose calcular: $P(Y/X,E) = P(X/Y, E) * P(Y/E) / P(X/E)$

La aplicación formal de Bayes es inviable en la práctica (computacionalmente costosa)

Formulacion Típica de un problema de Diagnóstico

$P(Y/X) = P(X/Y) * P(Y) / P(X)$

Hallazgo:

- Se obtiene el valor de una variable evidencia. *Por ejemplo, x_i='fiebre alta en un individuo'.*

Evidencias:

- Conjunto de todos los hallazgos $X=\{x_1, x_2, …., x_n\}$ para un determinado individuo.

  Por ejemplo, con 5 variables evidencia, podemos tener:

  joven, hombre, presenta vómitos, si tiene antecedentes familiares, si tiene fiebre.

Diagnóstico *(hipótesis)*:

- Valor que toman las variables aleatorias consecuentes $Y=\{y_1, y_2, …., y_n\}$.

  Cada valor y_i refiere el diagnóstico de una enfermedad.

Probabilidad a priori del diagnóstico P(Y): $P(y_1 = v_1, ….., y_m = v_m)$.

- Representa la probabilidad de un diagnóstico concreto, cuando no se conoce nada acerca de los hallazgos, es decir, cuando se carece de evidencia.

Probabilidad a posteriori de un diagnóstico: p(Y/X).

- Es decir: $P(Y/X)= P((y_1 = v_1,….., y_m = v_m) / (x_1=v'_1, x_2=v'_2, …, x_n=v'_n))$.
- Representa la probabilidad de un diagnóstico concreto cuando se conocen *n* hallazgos (evidencia).

x_1, x_2, x_n $\longrightarrow$ y_1, y_2, y_m

$X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$
Cuerpo Evidencial

$Y=\{y_1, y_2, ..., y_m\}$
Cuerpo Hipótesis

Conjunto de Evidencias
edad, sexo, antecedentes,
fiebre, etc.

← Observaciones / Hallazgos
Varón, 35 años, fiebre alta,…

PROCESO

Probabilidad Inicial
$P(\{y_1, y_2, ..., y_m\})$

P((Gripe, Infección, Anemia, …..)/(*Varón, 35 años, fiebre alta,….*))

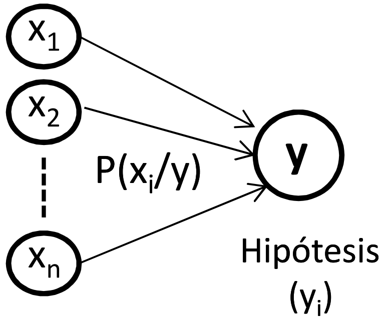
Diagnóstico
Gripe, Infección,
Anemias, etc…

$$P(Y/X) = P(X/Y) * P(Y) / P(X) =$$
$$P(\{x_1, x_2, ..., x_n\}/\{y_1, y_2, ..., y_m\}) \;*$$
$$P(y_1, y_2, ..., y_m) \;/\; P(\{x_1, x_2, ..., x_n\})$$

Simplificación: *Modelo Simple de Bayes.* Asume que:

(i) las variables evidencia $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ son independientes entre sí, e independientemente observables, y

(ii) las variables conclusión $\{y_i\}$ son excluyentes entre sí.



Evidencias Independientes

$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = Z$

Luego $P(Y/X) = P(X/Y) * P(Y) / P(X)$ resulta:

$$P(y, (x_1, x_2, \dots, x_n)) = P(y) \; \Pi_i \, (P(x_i/y)) \; / \; Z$$

Aplicado en clasificadores simples bayesianos

Pero no es aplicable en todos los casos:

- Requiere independencia entre las variables X
- Requiere exclusión mutua entre las variables Y
- Requiere conocer la tabla de dependencia condicional $P(x_i/y)$

$\Rightarrow$ *Redes Bayesianas*

Otras simplificaciones: se han propuesto diferentes modelos para tratar la incertidumbre, más simples, pero informalmente basados en Bayes:

- Modelo de Probabilidades Subjetivas: Factores de Suficiencia (LS) y Necesidad (LN),
- Teoría Evidencial; Factores de Credibilidad (MD) e Incredibilidad (MB),
- Factores de Certeza (Mycin). Simplificadamente: a (cf1), $a \rightarrow b$ (cf2): b (cf1 *cf2)

La aplicación de estos modelos simples conlleva muchos riesgos de obtener resultados no adecuados.

En resumen,

a) Resulta muy complejo hacer un razonamiento incierto <u>formalmente</u> basado en la Teoría de la Probabilidad

- Formalización consistente de la *creencia* como *probabilidad*, respetando sus axiomas.
- *Inter-dependenci*a del cuerpo evidencial $E=\{e_1, e_2, \ldots e_n\}$.
- *Complejidad matemática* para la representación y aplicación de Bayes. Raramente se conocen todos los valores de las probabilidades condicionales (P(h/e)) y sus dependencias.

b) La aplicación de modelos simples conlleva muchos riesgos de obtener resultados no adecuados.

<u>Argumento de Finetti (1931):</u>

- Dado un escenario de apuestas, si un Jugador-1 basa sus decisiones en unas creencias que violan los axiomas de la teoría de la probabilidad o no reflejan acertadamente el mundo, es de esperar que el Sistema-1 tienda a perder dinero… pero:

  Hay una combinación de apuestas de un Jugador-2
  que garantiza que el Jugador1 perderá dinero en <u>todas las apuestas</u>.

Actualmente, modelo más aceptado para tratar la **incertidumbre**: **Redes Bayesianas**

Adicionalmente, para el tratamiento del **conocimiento difuso**:

- Lógica difusa (muchas aplicaciones válidas).
- Redes Bayesianas Híbridas (contiene variables discretas y continuas).

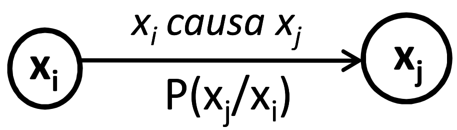
El debate sobre el método más adecuado permanece abierto.

Redes Bayesianas

- Término acuñado por Judea Pearl (1985).
- **Modelo probabilista** inspirado en la **causalidad**
- Asociado aun **modelo gráfico**, cuyos nodos representan variables y los arcos las relaciones causales
- **Simplifica** enormemente el razonamiento probabilístico (a cambio de unas guías de diseño de la red bayesiana): **Gran desarrollo y aplicabilidad**
- Permite **actualizar la información** que se concluye (nodos-objetivo) a partir de una información de entrada (nodos-evidencia), posiblemente subjetiva, y de las relaciones causales de la red.
- Inferencias de tipo ***abductivo* y *predictivo***
- Desarrollo de **algoritmos eficientes**, modelos de **diagnóstico**, y entornos de aplicación.

Redes Bayesianas (modelo gráfico probabilístico)

Grafo acíclico que representa en sus arcos las dependencias condicionales (probabilísticas) entre las variables del dominio:

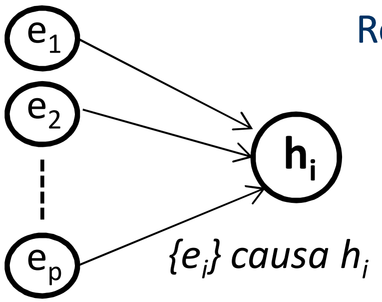


x_i	$P(x_j=T/x_i)$	$P(x_j=F)/x_i$
T		
F		

- Nodos: Variables aleatorias (datos o conclusiones). Asumimos {T, F}.
- Arcos: Dependencia condicional entre variables: $x_i \rightarrow x_j$ (x_i es padre de x_j)

Las variables pueden ser dependientes (conclusiones) o independientes (datos o evidencias):

- Variables independientes, $\{e_i\}$, tienen probabilidades a priori: $P(e_1)$, $P(e_2)$, …, $P(e_k)$, o bien son observadas y tienen un valor dado $P(e_i)=1$
- Variables dependientes (h_i) tienen una distribución de probabilidad condicionada:



Representada mediante una Tabla de Probabilidad Condicional

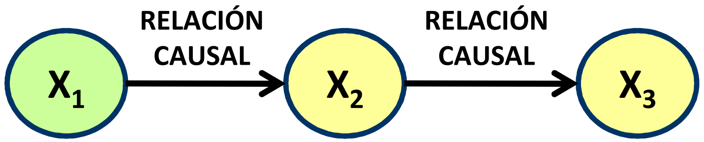
$e_1, e_2, \ldots, e_p$	$P(h_i=T/(e_1, e_2, \ldots, e_p))$
Si $e_i \in \{T, F\}$, 2^p combinaciones	

$P(h_i=F / (e_1, e_2, \ldots, e_p))$ es el complementario

La Tabla de Probabilidad Condicional representa la dependencia causal que existe entre los valores que toma la variable h_i respecto a los valores que toman su variables padres ($e_1, e_2, \ldots, e_p$)

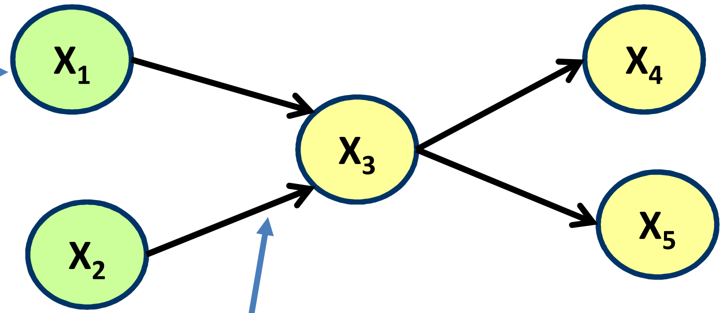
Una Red Bayesiana proporciona una descripción completa de las dependencias (<u>relaciones de causalidad</u>) en el dominio.

Ejemplos de Redes Bayesianas



Probabilidad a priori $P(X_1)$

Tienen probabilidades Dependientes
$P(X_2/X_1)$, $P(X_3/X_2)$



Probabilidades a priori $P(X_1)$, $P(X_2)$

Tienen probabilidades Dependientes
$P(X_3/X_1,X_2)$, $P(X_4/X_3)$, $P(X_5/X_3)$

Ejemplo de probabilidad priori

$P(X_1=T)$	$P(X_1)=F$
0.8	0.2

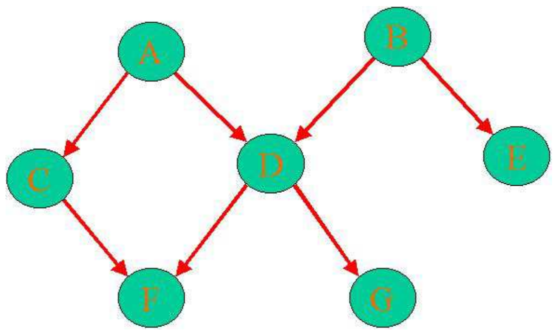
Ejemplo de probabilidad condicional

X_1	X_2	$P(X_3=T)$	$P(X_3=F)$
X1=T	X2=T	0.6	0.4
X1=T	X2=F	0.2	0.8
X1=F	X2=T	0.8	0.2
X1=F	X2=F	0.7	0.3

La relación de dependencia causal incrementa/decrementa la probabilidad de la conclusión dependiendo del cumplimiento o no de las premisas.

$Xi \rightarrow Xj$ $\Rightarrow$ La observancia de x_i aumenta/disminuye la probabilidad de x_j
La no-observancia de x_i disminuye/aumenta la probabilidad de x_j

Una red bayesiana es una representación correcta del dominio si cada nodo es condicionalmente independiente (de forma directa) del resto de variables (excepto de sus padres). Problema de diseño!

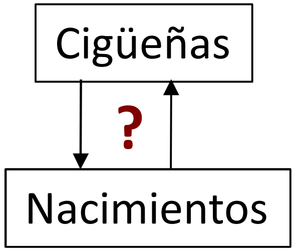


También hay que distinguir entre causalidad y mera correlación

(La causalidad implica correlación, pero no a la inversa!)

Ejemplo (Díez, UNED):

Un estudio llevado a cabo en Inglaterra demostró que había una fuerte correlación entre el número de cigüeñas de cada localidad y el número de nacimientos.

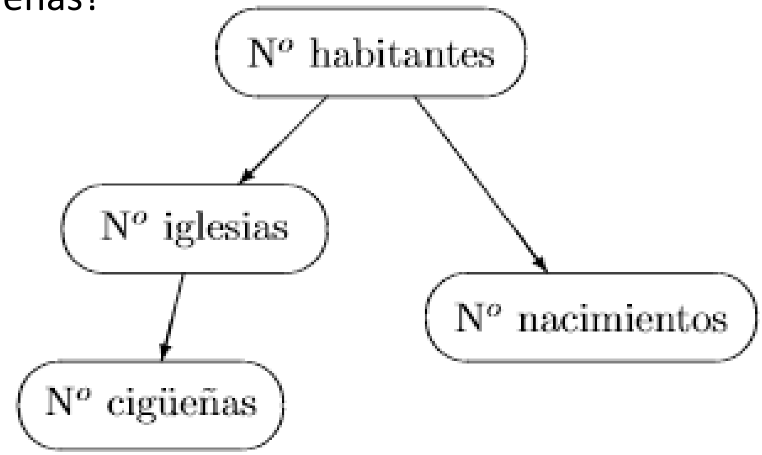


- ¿Podría utilizarse este hallazgo para afirmar que las cigüeñas traen a los niños?
- ¿O es la presencia de niños lo que atrae a las cigüeñas?

La explicación más simple es que a más habitantes, más iglesias y más campanarios donde las cigüeñas pueden poner los nidos.

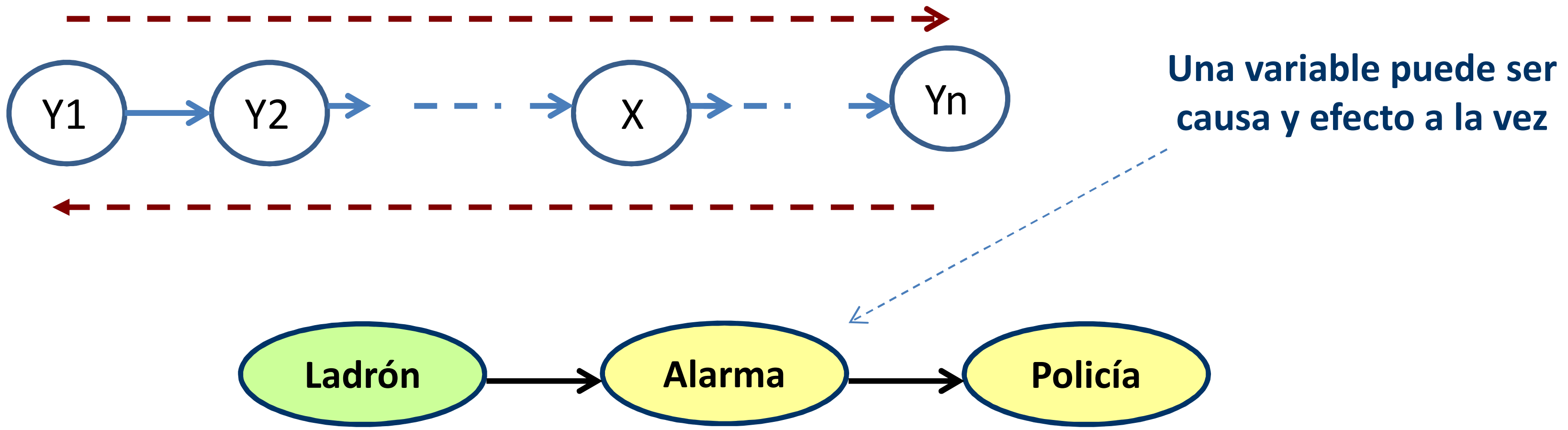
Hay una cierta correlación entre habitantes, cigüeñas y nacimientos.

La correlación entre número de cigüeñas y nacimientos no implica causalidad.



Esquemas de Dependencias Causales *(Se identifican tres patrones básicos)*

1) Conexión Serie: Causa $\rightarrow$ Efecto

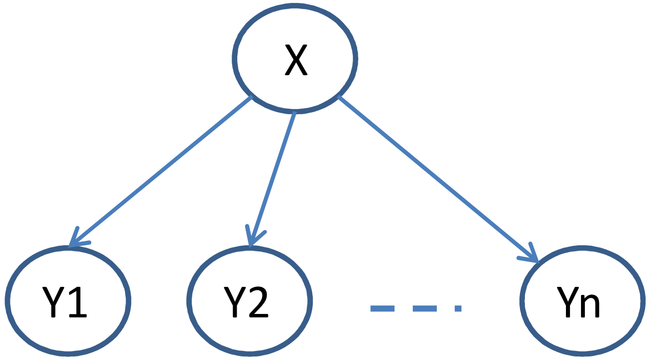


La evidencia se transmite de un extremo a otro, salvo que una variable intermedia esté instanciada:

- Y_1 condiciona los resultados de Y_2, que es causa de Y_3, y así sucesivamente hasta Y_n.
- Un valor cierto de Y_1 influirá sobre la certidumbre de Y_n.
- Una evidencia sobre Y_n transmite certidumbre hasta Y_1.

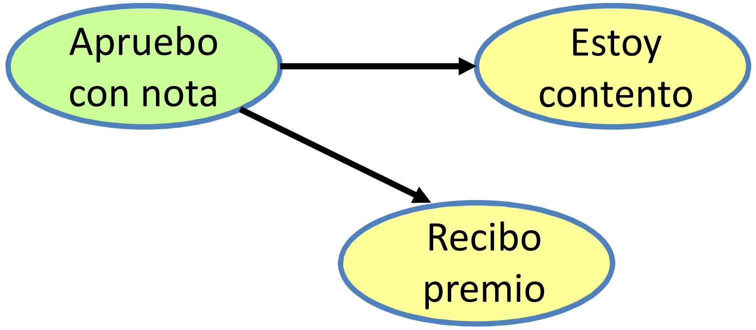
Pero si una variable intermedia X es conocida (está instanciada), las variables Y_1 e Y_n dejan de influirse mutuamente (pasan a ser independientes, separadas).

2) Conexión Divergente: Causa $\longrightarrow$ {Efectos}



Una causa X produce diversos efectos Y_i

(una enfermedad X puede manifestarse a través de los síntomas Y_i)



Si estoy contento, modifico mi certidumbre sobre haber aprobado con nota y, a su vez, de recibir un premio

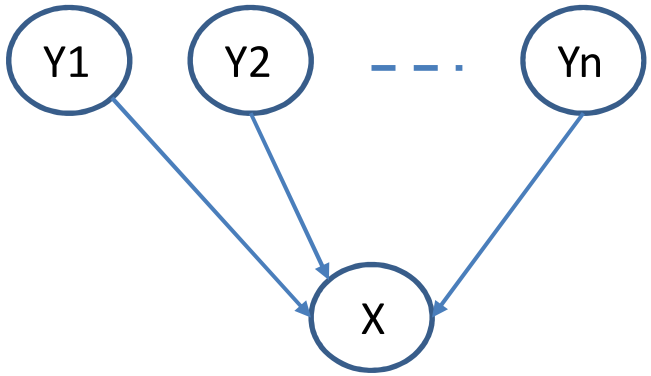
La evidencia se transmite entre los hijos de una conexión divergente, salvo que la variable padre esté instanciada:

- Una información sobre una variable Y_i influye en cualquier otra variable Y_j a través de X.
  - *Ejemplo: Una evidencia sobre Y_1 modificará nuestra certidumbre en X, y ésta nuestra credibilidad en Y_2, Y_3, ..., Y_n.*
- Dos variables Y_i e Y_j son dependientes, si no tenemos certeza sobre X.

Pero si X es conocida *(está instanciada),* se bloquea el flujo de información entre Y_i e Y_j, y pasan a ser independientes.

3) Conexión Convergente: {Causas} $\rightarrow$ Efecto

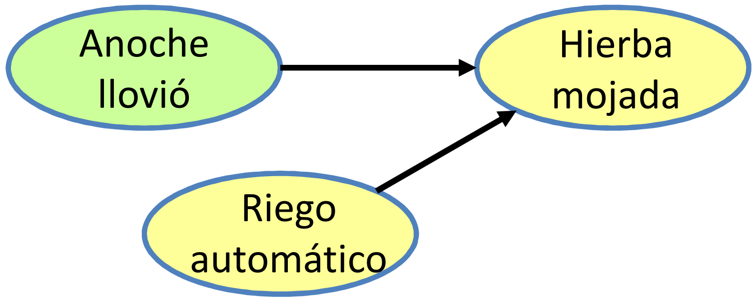
La evidencia no se transmite entre los padres de una conexión convergente, salvo que la variable que las conecta esté instanciada (o uno de sus descendientes sea conocido).



Distintas causas Y_i pueden producir un mismo efecto X

- ***Si el efecto X es desconocido***, cada una de sus posibles causas Y_i no aporta información sobre las otras posibles causas: Las variables Y_i son independientes.

- ***Si el efecto X es conocido*** (o una de sus consecuencias/descendientes), la evidencia de una causa Y_i puede producir un cambio de credibilidad en el resto de las causas Y_j.



Si la hierba está mojada, conocer o no si anoche llovió puede afectar a saber si funcionó el riego automático.

Ejemplo Estando trabajando, mi vecino Adán me llama diciendo que la alarma de mi casa está sonando. Pero mi vecina Eva no me llama. Sé que algunas veces, a causa de pequeños temblores, la alarma se dispara.

conocimiento $\Rightarrow$ diseño

DISEÑO RED BAYESIANA

Se debe determinar (dar como entrada):

- *Variables independientes (datos, evidencias)*
- *Variables dependientes (conclusiones)*
- *Arcos: dependencias causales entre variables (reglas)*

Causa $\rightarrow$ Efecto
Causa $\rightarrow$ {Efectos}
{Causas} $\rightarrow$ Efecto

Y obtener como salida:

- *Probabilidades iniciales de las variables independientes (datos, evidencias)*
- *Tabla Probabilidades condicionales (arcos a las variables dependientes)*

Variables (instanciadas sobre {T, F})**:**

Independientes: Ladrón, Temblor   *Dependientes:* Alarma, Llamada-Adán, Llamada-Eva

Conocimiento Causal (Red Bayesiana):

Un ladrón puede activar la alarma $\Rightarrow$ Si ladrón entonces alarma
Un temblor puede activar la alarma $\Rightarrow$ Si temblor entonces alarma
La alarma puede causar que Adán llame $\Rightarrow$ Si alarma entonces Llamada-Adán
La alarma puede causar que Eva llame $\Rightarrow$ Si alarma entonces Llamada-Eva

Ejemplo-1 Estando trabajando, mi vecino Adán me llama diciendo que la alarma de mi casa está sonando. Pero mi vecina Eva no me llama. Sé que algunas veces, a causa de pequeños temblores, la alarma se dispara.

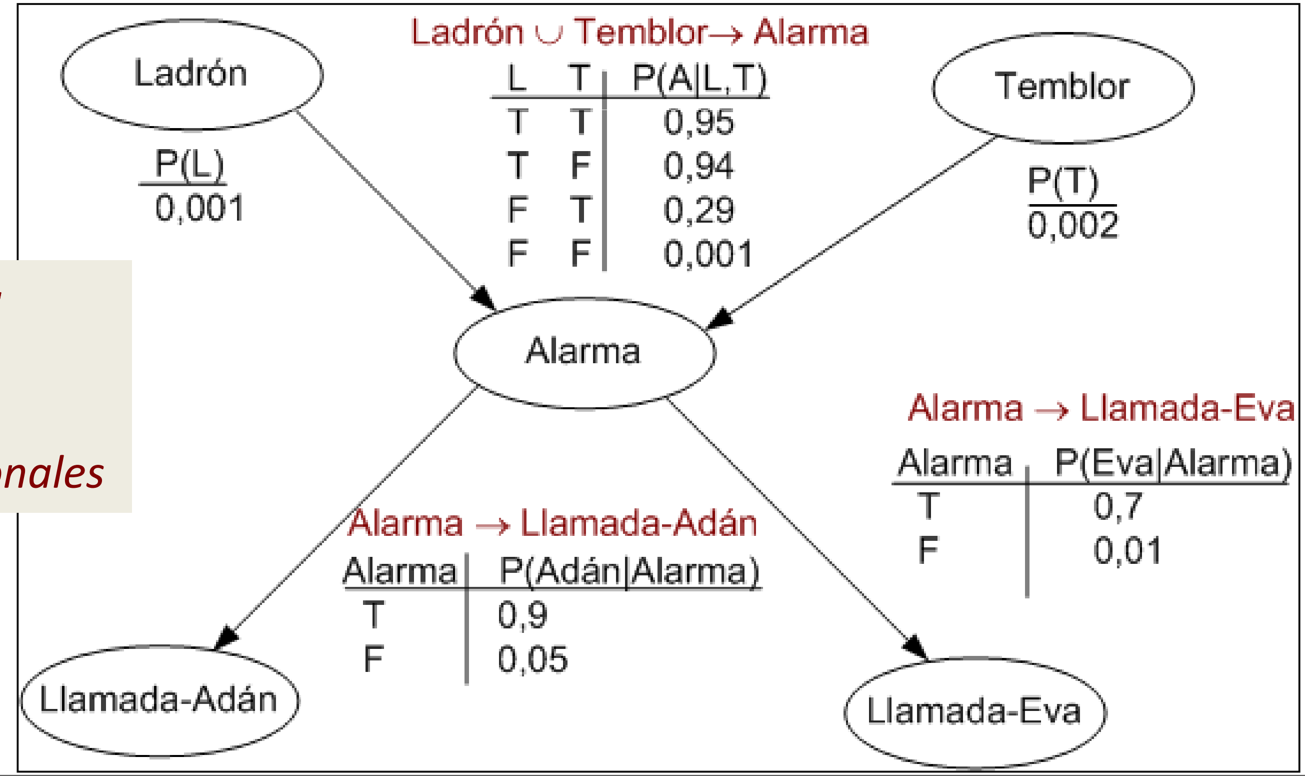
Variables (instanciadas sobre {T, F})**:**

Independientes: Ladrón, Temblor *Dependientes:* Alarma, Llamada-Adán, Llamada-Eva

Conocimiento Causal (Red Bayesiana):

Un ladrón puede activar la alarma	$\Rightarrow$	Si ladrón entonces alarma
Un temblor puede activar la alarma	$\Rightarrow$	Si temblor entonces alarma
La alarma puede causar que Adán llame	$\Rightarrow$	Si alarma entonces Llamada-Adán
La alarma puede causar que Eva llame	$\Rightarrow$	Si alarma entonces Llamada-Eva

Diseño de la Red Bayesiana
1. *Variables, Arcos*
2. *Probabilidades a priori*
3. *Probabilidades condicionales*



Ejemplo-2

Un alumno podría obtener su titulo de carrera (CARRERA) si aprueba una asignatura-A (APROBAR).

También tiene más posibilidades de trabajo (TRABAJO) si acredita conocimientos de la asignatura-A (APROBAR).

El alumno puede superar la asignatura-A estudiando (ESTUDIA) o copiando (COPIA).

EJEMPLO-3 (E. Millán)

Juan está estornudando. Las causas posibles son que se ha resfriado o que tiene rinitis. La rinitis puede estar causada porque sus amigos tienen un gato y Juan es alérgico a los gatos. La evidencia que sugiere que sus amigos tienen un gato es que algunos muebles tienen arañazos.

¿Por qué estornuda Juan?

Variables Observación (o Evidencia)	**Variables Objetivo**	**Variables Factores, Auxiliares**
(Observables directamente)	***(No observables directamente)***	***(Ayudan al modelado)***
Arañazos	Juan-Alergia	Rinitis
Estornudar	Juan-Resfriado	Gato

Las Variables Factores pueden ser:

- ***Promotoras***: La variable afectada es más probable cuando están presentes.
- ***Inhibidoras***: La variable afectada es menos probable cuando están presentes.
- ***Requeridas***: Si no presentes, no ocurre la variable afectada.
- ***Preventivas***: si están presentes, no ocurre la variable afectada.

- *La rinitis puede producir estornudos*
- *El resfriado puede producir estornudos*
- *La existencia de un gato puede producir rinitis si se es alérgico*
- *Un gato puede hacer arañazos*

EJEMPLO (E. Millán)

Juan está estornudando. Las causas posibles son que se ha resfriado o que tiene rinitis. La rinitis puede estar causada porque sus amigos tienen un gato y Juan es alérgico a los gatos. La evidencia que sugiere que sus amigos tienen un gato es que algunos muebles tienen arañazos**.**

¿Por qué estornuda Juan?

Variables Observación (o Evidencia)
(Observables directamente)
Arañazos
Estornudar

Variables Objetivo
(No observables directamente)
Juan-Alergia
Juan-Resfriado

Variables Factores, Auxiliares
(Ayudan al modelado)
Rinitis
Gato

- *La rinitis puede producir estornudos*
- *El resfriado puede producir estornudos*
- *La existencia de un gato puede producir rinitis si se es alérgico*
- *Un gato puede hacer arañazos*

Ejemplo-4 (Charniak)

Supongamos que quiero saber si mi mujer está en casa, basándome en la siguiente información:

- Si mi esposa *sale* de casa (esta fuera), usualmente (pero no siempre) enciende la *luz* de la entrada
- Hay otras ocasiones en las que también enciende la luz de la entrada
- Si *no hay nadie en casa*, el *perro está fuera*
- Si el perro tiene *problemas intestinales*, también se *deja fuera*
- Si el *perro está fuera,* oigo sus *ladridos*
- Podría oír ladridos y pensar que son de mi perro aunque no fuera así

Variables:

- Fuera (mujer no en casa) $\rightarrow$ Perro, Luz,
- Luz (luz en la entrada),
- Perro (perro fuera) $\rightarrow$ Ladra
- Inst (problemas intestinales) $\rightarrow$ Perro
- Oigo (oigo al perro ladrar)

Distribución de Probabilidad Conjunta Completa: *ESTADO* en una Red Bayesiana

Distribución de Probabilidad Conjunta de una Red Bayesiana:

Distribución de probabilidad para todas las variables $\{X_i\}$:

$$P(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \Pi_{i=1,n} P(x_i / padres(x_i))$$

donde, si x_i es variable independiente $P(x_i / padres(x_i)) = P(x_i)$.

La distribución de probabilidad conjunta tiene una entrada para cada asignación posible a las variables.

Si $x_i \in \{T, F\}$, 2^n entradas.

La Distribución de Probabilidad Conjunta puede usarse para responder a <u>cualquier pregunta</u> en el dominio. Por ejemplo:

- Probabilidad de un *estado conjunto de toda la red* (todas las variables): Una entrada de $P(x_1, x_2, \ldots, x_n)$
- Probabilidad de un estado parcial de la red (probabilidad de que algunas variables tomen un valor). Por ejemplo, la variable x_k no se considera: $P(x_1, x_2, \ldots, x_k=T, \ldots\ldots, x_n) + P(x_1, x_2, \ldots, x_k=F, \ldots\ldots, x_n)$
- Probabilidad de que alguna variable tome un valor: $P(x_k=T) / (P(x_k=T) + P(x_k=F))$

En la aplicación de una red bayesiana:

- Las variables independientes pueden tener una valor observado, P(Xi=xi)=1, o probabilidades a priori.
- Existen algoritmos típicos para la propagación de probabilidades en redes bayesianas.

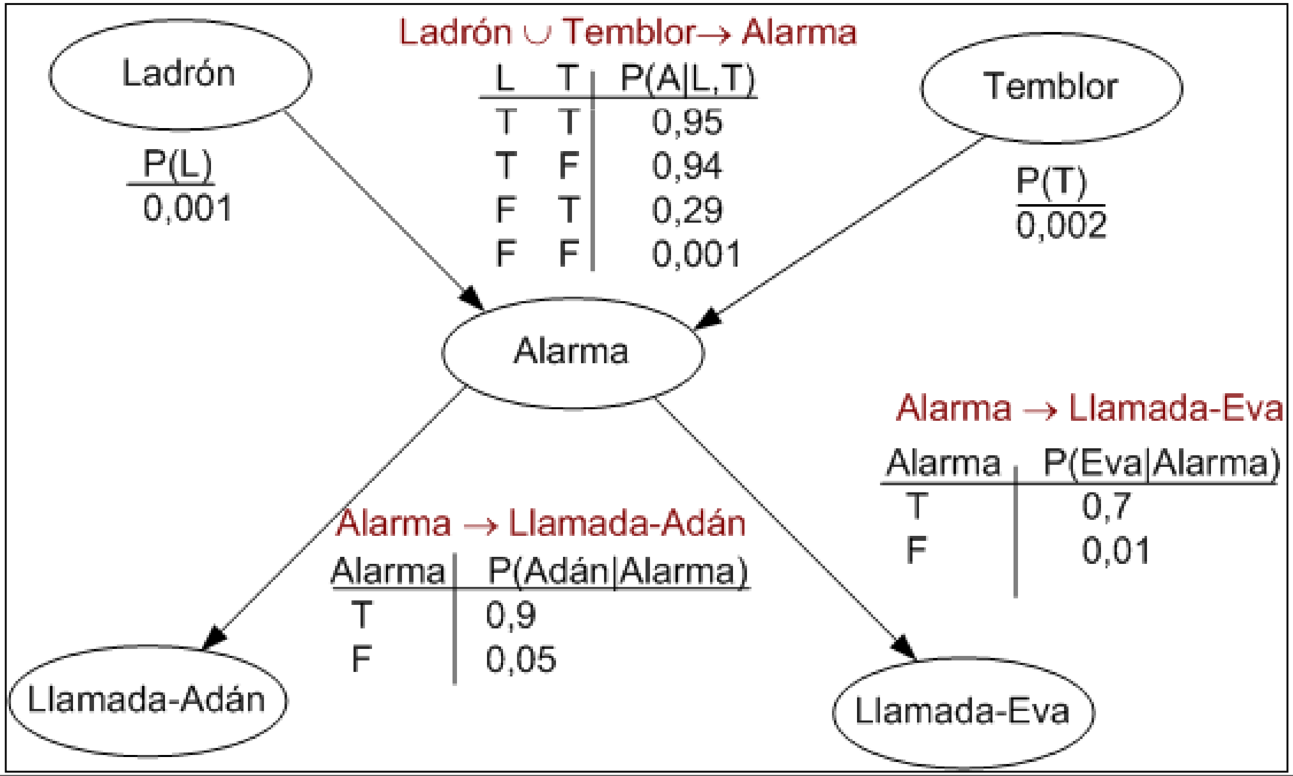
Ejemplo Estando trabajando, mi vecino Adán me llama diciendo que la alarma de mi casa está sonando. Pero mi vecina Eva no me llama. Sé que algunas veces, a causa de pequeños temblores, la alarma se dispara.

Variables (instanciadas sobre {T, F}):

Independientes: Ladrón, Temblor *Dependientes:* Alarma, Llamada-Adán, Llamada-Eva

Conocimiento Causal (Red Bayesiana):

Un ladrón puede activar la alarma ⇒ Si ladrón entonces alarma
Un temblor puede activar la alarma ⇒ Si temblor entonces alarma
La alarma puede causar que Adán llame ⇒ Si alarma entonces Llamada-Adán
La alarma puede causar que Eva llame ⇒ Si alarma entonces Llamada-Eva



Aplicación: Probabilidad Conjunta de todas las variables

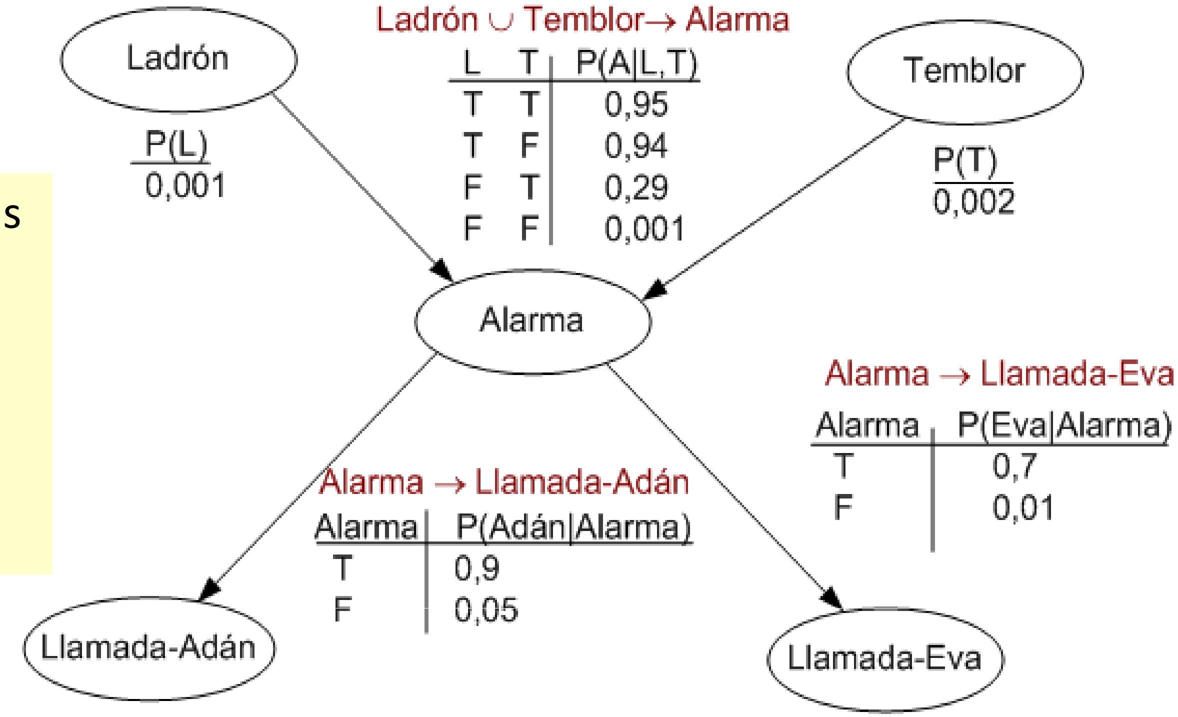
Probabilidad conjunta de todas las variables $\{x_i\}$:

$$\Pi_{i=1,n} P(x_i / padres(x_i))$$

donde,

si x_i es independiente:

$$P(x_i / padres(x_i)) = P(x_i)$$



Mi vecino Adán me llama diciendo que la alarma de mi casa está sonando. Pero mi vecina Eva no me llama. ¿Cuál es la probabilidad conjunta de que no sea un temblor y sea un ladrón?

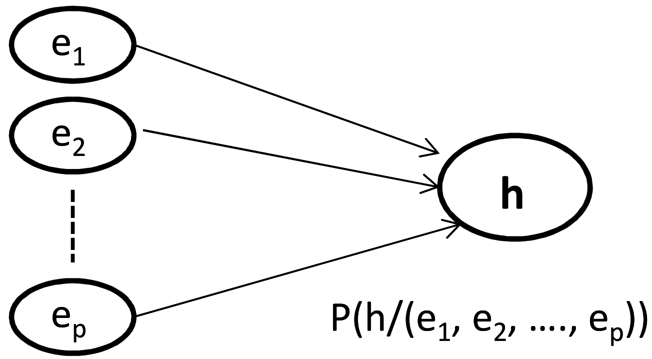
P (Ladrón, ¬Temblor, Alarma, Adán, ¬Eva) =

P(Ladrón) * **P**(¬Temblor) * **P**(Alarma/(Ladrón,¬Temblor)) * **P**(Adán/Alarma) * **P**(¬Eva/Alarma) =

0,001 * (1 - 0,002) * 0,94 * 0,9 * (1 - 0,7) = **<u>0,000253</u>**

¿Y la probabilidad de que la alarma suene, Adán y Eva me llamen, pero no sea un temblor ni un ladrón?

En una red bayesiana, la **Tabla de Probabilidad Condicional** representa la dependencia causal que existe entre los valores que toma variable h respecto a los valores que toman su variables padres (e_1, e_2, …., e_p):



En el diseño debe tenerse en cuenta diversos factores:

- Dependencia entre las variables $\{e_i\}$: ¿hay evidencias dependientes entre sí, tal que no deben acumular probabilidad sobre h?

  Ejemplo:

  Si alguien ve todas las finales de fútbol, entonces el fútbol es su afición favorita
  Si alguien ve la final de la Copa del Rey, entonces el fútbol es su afición favorita
  Si alguien es de un equipo de fútbol, entonces el fútbol es su afición favorita

  1. Si conocemos que *'Pedro vio todas las finales de fútbol'*, podemos deducir que es aficionado al fútbol.
  2. Pero la evidencia de que *'Pedro vio la final de la Copa del Rey'* es totalmente dependiente y no debe incrementar la probabilidad de la hipótesis, ya que no añade nueva información.
  3. En cambio, si conocemos que *'Pedro es de un equipo de fútbol'*, entonces sí incrementa su probabilidad.

- Distinguir entre evidencias independientes, pero mutuamente excluyentes sobre h *(la creencia de h será debida solo a una de ellas):*

$$\textit{Toma-veneno} \vee \textit{Se-Dispara} \rightarrow \textit{Muere}$$

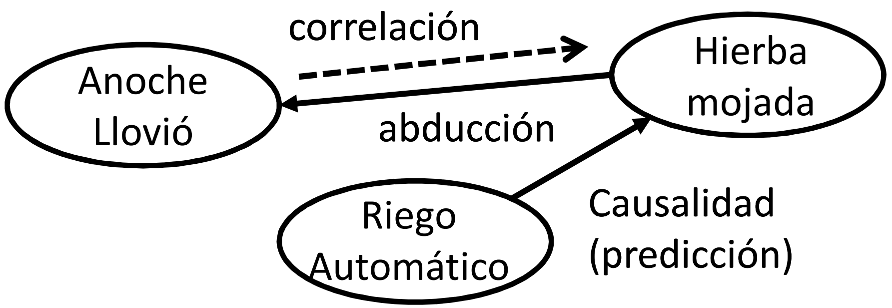
Y evidencias independientes pero no excluyentes sobre h, tal que su existencia acumula creencia sobre h. (*La creencia de h será debida a la acumulación de todas sus evidencias):*

$$\textit{Mamífero} \rightarrow \textit{Humano} \qquad \textit{Omnívoro} \rightarrow \textit{Humano}$$

- Si una red bayesiana (grafo dirigido acíclico) representa relaciones causales, no debe mezclarse con relaciones abductivas *(ciclos implícitos)*.

R1: Anoche funcionó el riego automático $\rightarrow$ Hierba mojada por la mañana
R2: Hierba mojada por la mañana $\rightarrow$ Anoche llovió

Si constatamos que anoche funcionó el riego, podemos llegar a deducir que anoche llovió.



Causalidad implica correlación, pero no a la inversa.

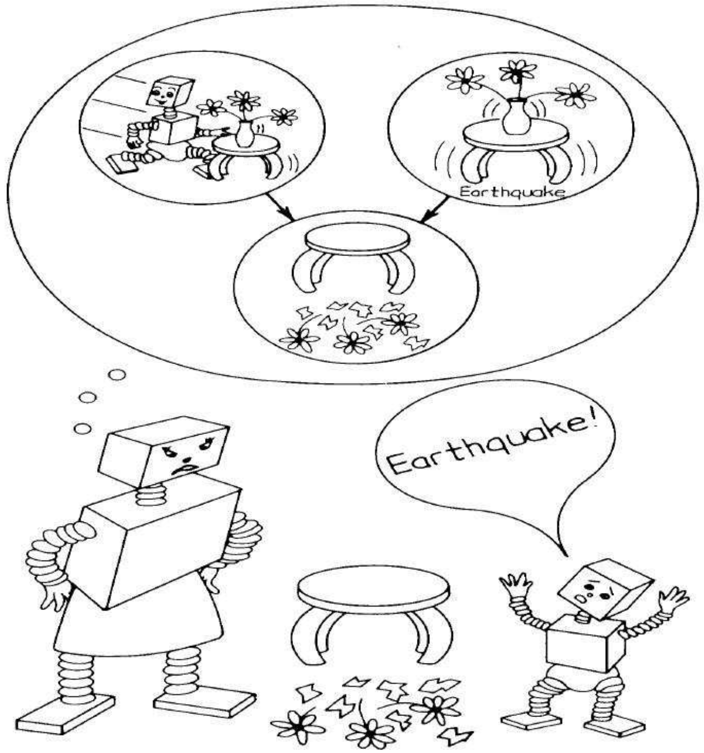
$$\frac{\text{Causa, Causa}\rightarrow\text{Efecto}}{\text{Efecto}}$$

Deducción

$$\frac{\text{Efecto, Causa}\rightarrow\text{Efecto}}{\text{Causa}}$$

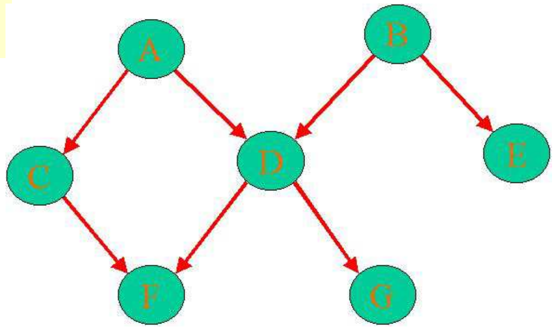
Abducción

La mezcla de causales 'causales (deductivas)' (R1) con relaciones de 'diagnóstico (abductivas)' (R2) suele dar resultados catastróficos:



Probabilistic Reasoning in a Causal Network

Respuesta a preguntas (tras observación de eventos)



Dada una Red Bayesiana,

E: Conjunto de variables evidencias (observables)

Y: Conjunto de variables no-evidencia (ocultas)

Se realiza la observancia de variables-evidencia: **e**, evento observado: $e \in E$, $P(e) = 1$

Y se requiere una información sobre una variable: ¿P(x=v)?

X: Variables pregunta

El objetivo es obtener la distribución de probabilidad a posteriori de la variable pregunta:

$$P(x=v/e) = \alpha \Sigma_Y P(x=v, e, y).$$

- Sumatorio sobre <u>todas las combinaciones</u> de valores posibles de las variables *Y* no observadas

  Un factor de normalización α debe asegurar que $P(x=v/e) + P(\neg(x=v)/e)=1$

- La inferencia probabilística es computacionalmente intratable en el peor de los casos.

  La complejidad depende de si los eventos observados son variables dependientes o independientes.

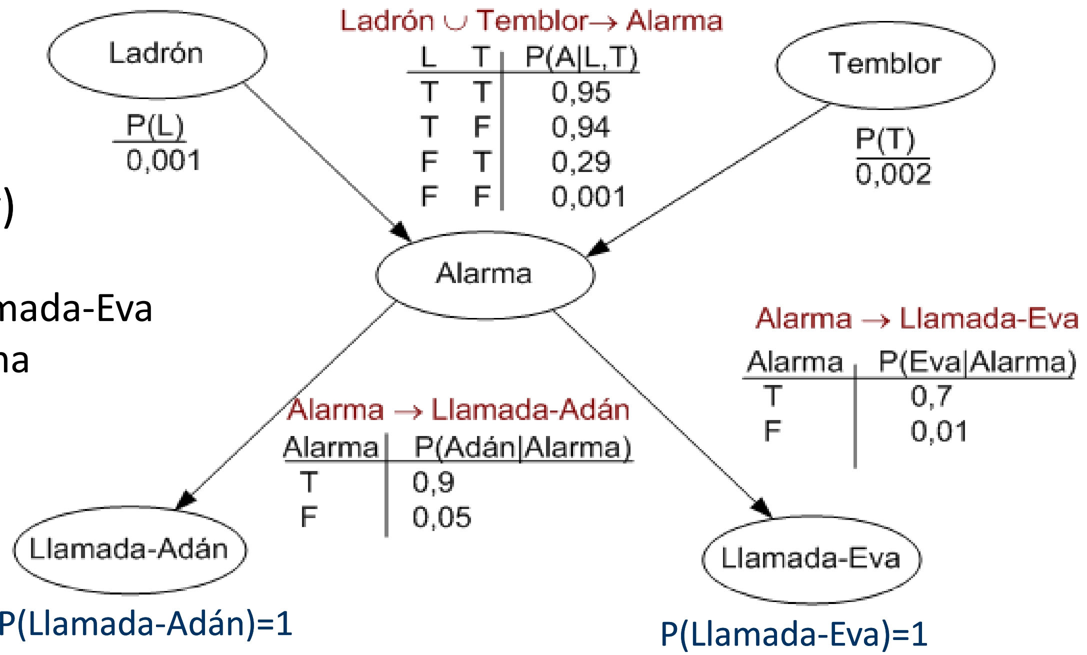
- Existen algoritmos para realizar inferencias aproximadas, aplicables en casos reales cuando las inferencias exactas son imposibles.

Adán y Eva me llaman, ¿Hay un ladrón?

$P(x=v/e) = \alpha \Sigma_Y P(x=v, e, y)$

Evidencias: Llamada-Adan, Llamada-Eva

Variables no observadas: Alarma



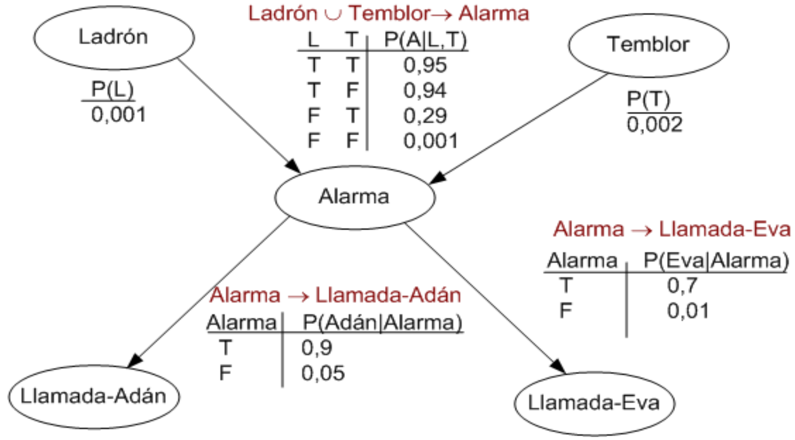
P (Ladrón=T / (Llamada-Adán=T, Llamada-Eva=T)) =

P (Ladrón=T / (Alarma=T, Llamada-Adán=T)) +
P (Ladrón=T / (Alarma=F, Llamada-Adán=T)) +
P (Ladrón=T / (Alarma=T, Llamada-Eva=T)) +
P (Ladrón=T / (Alarma=F, Llamada-Eva=T))

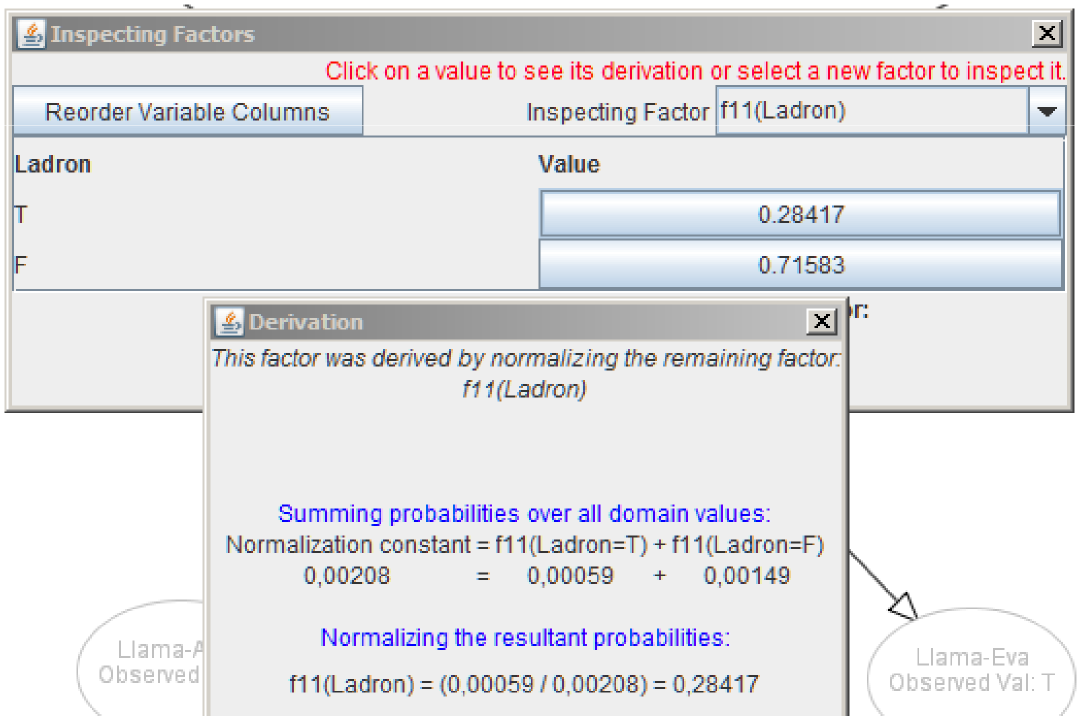
Y posterior normalización:

P (Ladrón=T) / (Llamada-Adán=T, Llamada-Eva=T)) +
P (Ladrón=F) / (Llamada-Adán=T, Llamada-Eva=T)) =1

Adán y Eva me llaman, ¿Hay un ladrón?

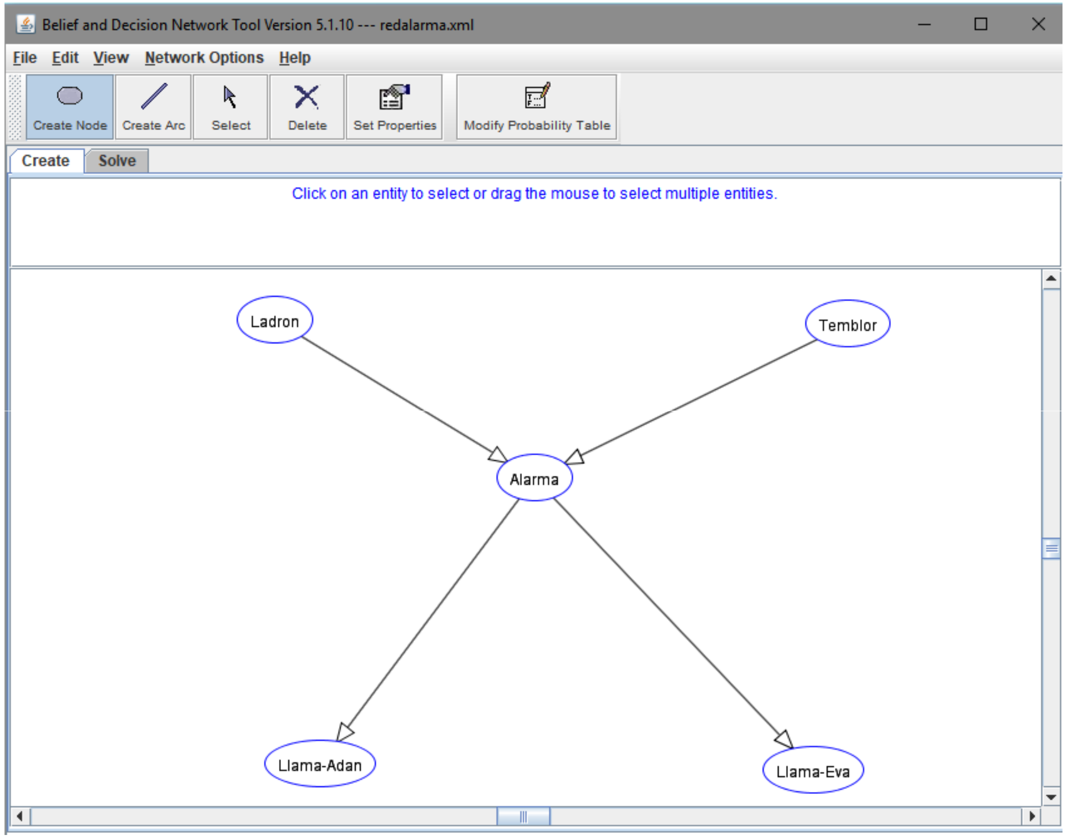


P(Llamada-Adán)=1 P(Llamada-Eva)=1



Herramienta de Aplicación (http://www.aispace.org/bayes/index.shtml)

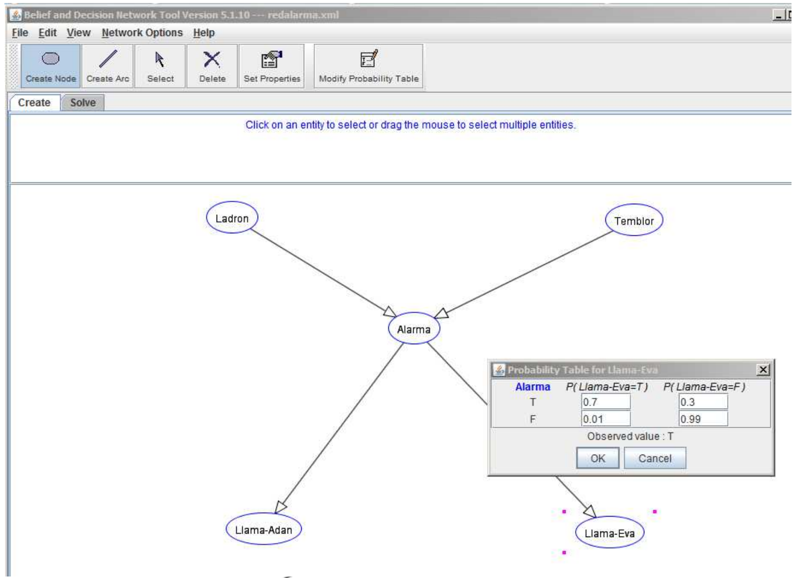
Otros: MSBNx (http://research.microsoft.com/adapt/MSBNx)
Norsys (http://www.norsys.com/netica.html), etc.



Permite definir una red Bayesiana y realizar inferencias probabilísticas en base al conocimiento causal

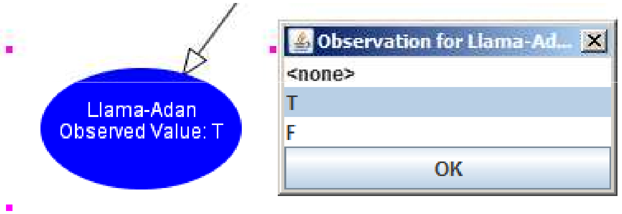
ETAPAS

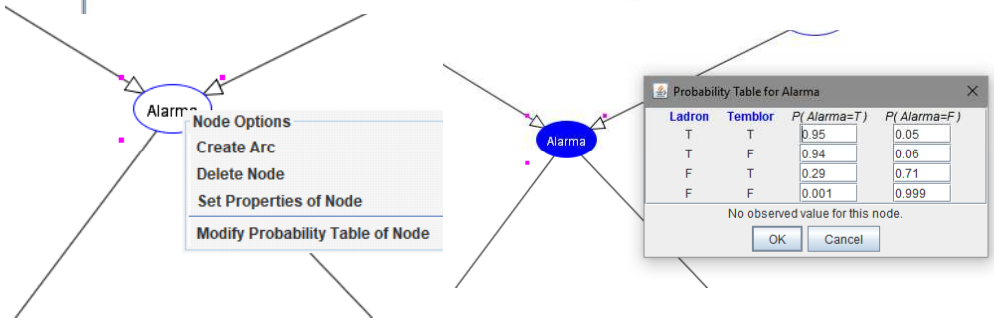
1) Crear la red (Create): nodos (variables), arcos, probabilidades a priori, y probabilidades dependientes (condicionales).



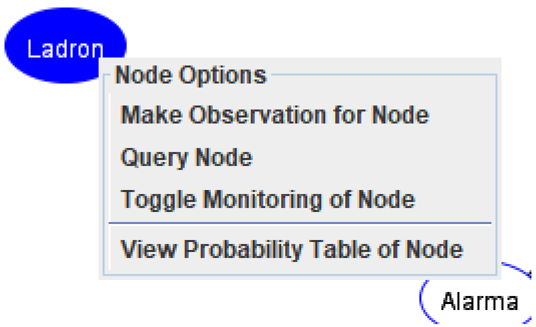
2) Resolver la red (Solve)

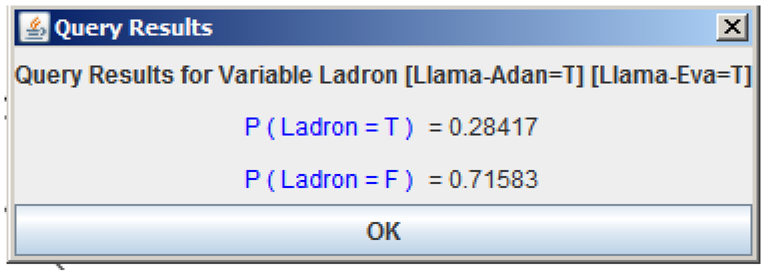
Dar valor a las variables observadas





3) Interrogar variable pregunta (query)





Ejemplo-2

Prob. a priori:
P(Ladrón=T) = 0.1
P(Ladrón=F) = 0.9

Prob. Dependiente (Alarma/Ladrón):

Ladrón	P(Alarma=T)	P(Alarma=F)
T	0.8	0.2
F	0.1	0.9

Prob. Dependiente (Policía/Alarma):

Alarma	P(Policía=T)	P(Policía=F)
T	0.7	0.3
F	0.01	0.99

Caso-1: ¿Qué probabilidad hay de que haya un ladrón, suene la alarma y acuda la policía?

P(Ladrón) * P(Alarma=T/Ladrón=T) * P(Policía=T/Alarma=T) = 0.1 * 0.8 * 0.7 = 0.056 *(Prob. Conjunta)*

Caso-2: ¿Qué probabilidad hay de que haya un ladrón? P(Ladrón=T) = 0.1 (*Probabilidad a priori*)

Caso-3: ¿Qué probabilidad hay de que suene la alarma? (*¿P(Alarma=T)?, sin observaciones*)

P(Alarma=T) = P(Ladrón=T) * P(Alarma=T/Ladrón=T) + P(Ladrón=F) * P(Alarma=T/Ladrón=F) =
= (0.1 * 0.8) + (0.9 * 0.1) = 0.17 *Nota: de aquí sale que P(Alarma=F) = 1 - 0.17 = 0.83*

Caso-4: ¿Qué probabilidad hay de que acuda la policía? (*¿P(Alarma=T)?, sin observaciones*)

P(Policía=T) = P(Alarma=T) * P(Policía=T/Alarma=T) + P(Alarma=F) * P(Policía=T/Alarma=F) =
= (0.17*0.7) + (0.83*0.01) = 0.1273

Prob. a priori:
P(Ladrón=T) = 0.1
P(Ladrón=F) = 0.9

Prob. Dependiente:

Ladrón	P(Alarma=T)	P(Alarma=F)
T	0.8	0.2
F	0.1	0.9

Prob. Dependiente:

Alarma	P(Policía=T)	P(Policía=F)
T	0.7	0.3
F	0.01	0.99

Caso-5: Hay un ladrón (observado, lo que quiere decir que P(Ladrón=T)=1). ¿Qué probabilidad hay de que acuda la policía: P(Policía=T) ?

P(Policía=T) = P(Policía=T/Alarma=T) * P(Alarma=T/Ladrón=T) **+**
P(Policía=T/Alarma=F) * P(Alarma=F/Ladrón=T) =
= 0.7 * 0.8 + 0.01 * 0.2 = 0.562

Caso-6: ¿Qué probabilidad hay de que haya un ladrón y acuda la policía?

P(Ladrón) * P(Alarma=T/Ladrón=T) * P(Policía=T/Alarma=T) +
+ P(Ladrón) * P(Alarma=F/Ladrón=T) * P(Policía=T/Alarma=F) =
= (0.1 * 0.8 * 0.7) + (0.1 * 0.2 * 0.01) = 0.056 + 0.0002 = 0.0562

Prob. a priori:
P(Ladrón=T) = 0.1
P(Ladrón=F) = 0.9

Prob. Dependiente:

Ladrón	P(Alarma=T)	P(Alarma=F)
T	0.8	0.2
F	0.1	0.9

Prob. Dependiente:

Alarma	P(Policía=T)	P(Policía=F)
T	0.7	0.3
F	0.01	0.99

Caso-7: La policía ha acudido: observado P(Policía=T)=1. ¿Qué probabilidad hay de que haya sonado la alarma?

P(Alarma=T) / [(P(Alarma=T) + P(Alarma=F)] = 0.119 / [0.119 + 0.0083] = 0.9348 *(*normalización*)*

Dado que:

P(Alarma=T) = P(Policía=T/Alarma=T) * [P(Alarma=T/Ladrón=T) * P(Ladrón=T) **+**
P(Alarma=T/Ladrón=F) * P(Ladrón=F)] = 0.7 * [0.8 * 0.1 + 0.1 * 0.9] =0.119

P(Alarma=F) = P(Policía=T/Alarma=F) * [P(Alarma=F/Ladrón=T) * P(Ladrón=T) **+**
P(Alarma=F/Ladrón=F) * P(Ladrón=F)] = 0.01 * [0.2 * 0.1 + 0.9 * 0.9] =0.0083

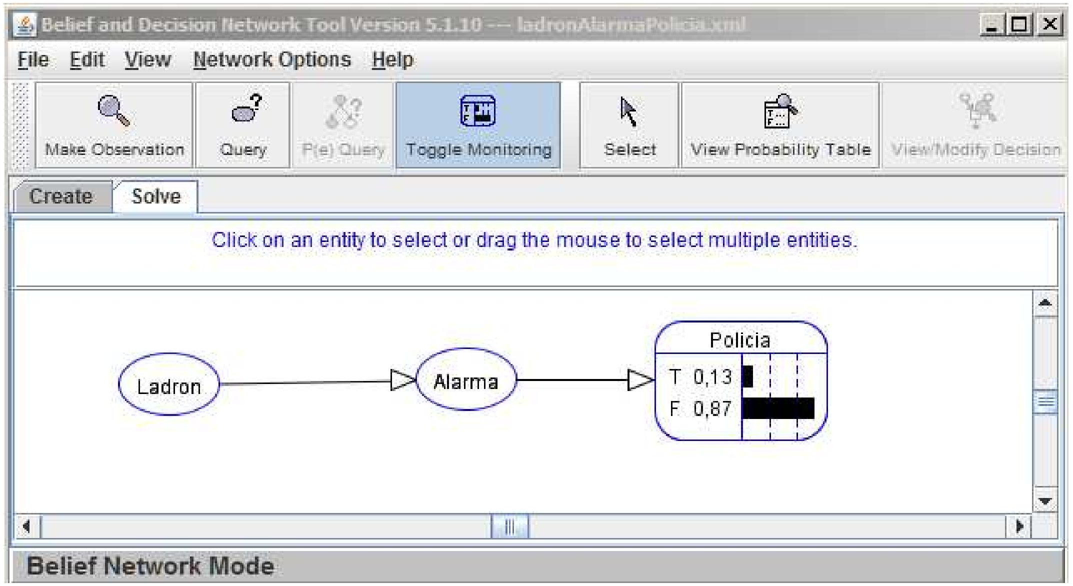
Caso-8: La policía ha acudido: P(Policía=T)=1. ¿Qué probabilidad hay de que haya un ladrón?

P(Ladrón=T) / [(P(Ladrón=T) + P(Ladrón=F)] = 0.0562 / [0.0562 + 0.0711] = 0.44148 *(*normalización*)*

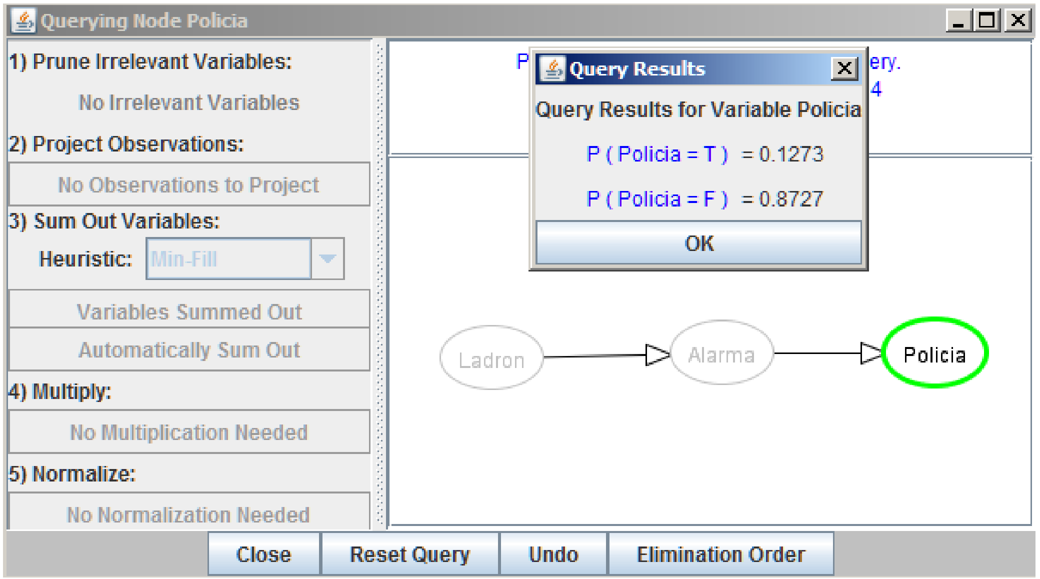
Dado que:

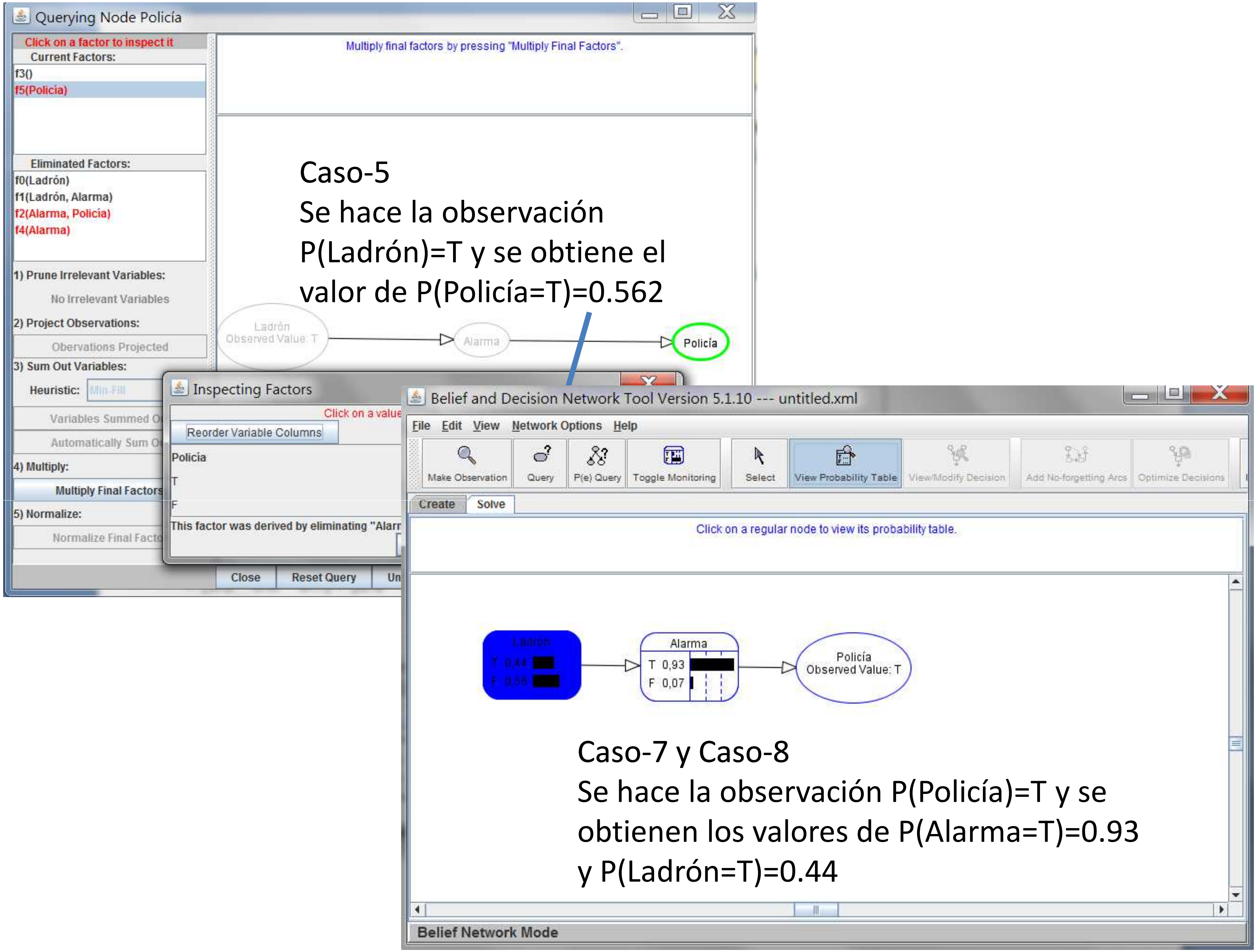
P(Ladrón=T) = P(Ladrón=T) * [P(Ladrón=T/Alarma=T) * P(Alarma=T/Policía=T) +
P(Ladrón =T/Alarma=F) * P(Alarma=F/Policía=T) =
0.1 * [0.8 * 0.7 + 0.2 * 0.01] = 0.1 * 0.562 = 0.0562

P(Ladrón=F) = ….= 0.0711


Belief and Decision Network Tool Version 5.1.10 --- ladronAlarmaPolicia.xml
File Edit View Network Options Help
Make Observation
Query
P(e) Query
Toggle Monitoring
Select
View Probability Table
View/Modify Decision
Create
Solve
Click on an entity to select or drag the mouse to select multiple entities.
Ladron
Alarma
Policia
T 0,13
F 0,87
Belief Network Mode

Caso-4


Querying Node Policia
1) Prune Irrelevant Variables:
No Irrelevant Variables
2) Project Observations:
No Observations to Project
3) Sum Out Variables:
Heuristic:
Min-Fill
Variables Summed Out
Automatically Sum Out
4) Multiply:
No Multiplication Needed
5) Normalize:
No Normalization Needed
Query Results
Query Results for Variable Policia
P (Policia = T) = 0.1273
P (Policia = F) = 0.8727
OK
Ladron
Alarma
Policia
Close
Reset Query
Undo
Elimination Order



Caso-5
Se hace la observación P(Ladrón)=T y se obtiene el valor de P(Policía=T)=0.562

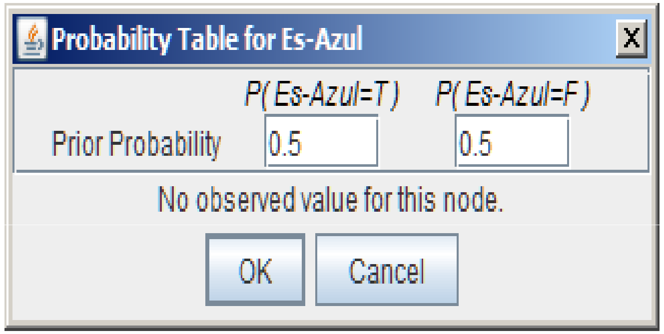
Caso-7 y Caso-8
Se hace la observación P(Policía)=T y se obtienen los valores de P(Alarma=T)=0.93 y P(Ladrón=T)=0.44

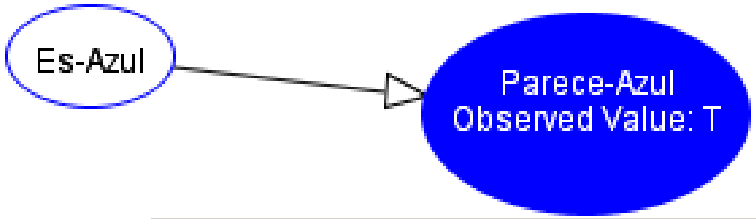
EJEMPLO *(Russell, Norvig):*

El testigo de un accidente nocturno, en el que un taxi implicado se da a la fuga, asegura que el taxi era azul. Todos los taxis de la ciudad son verdes o azules.

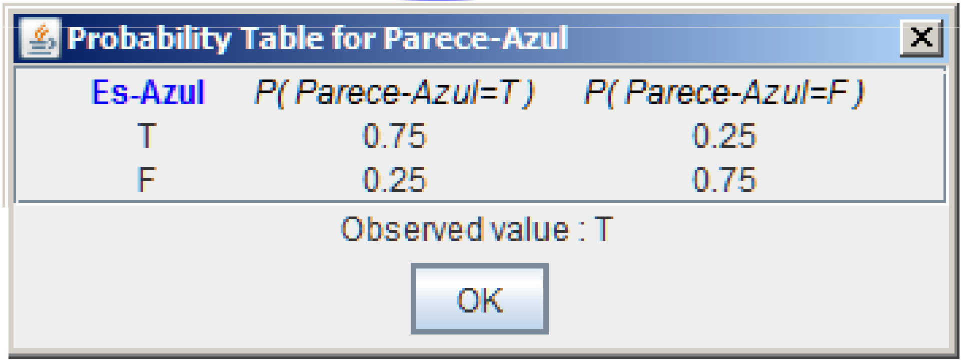
Sin embargo, exhaustivas experimentaciones posteriores demuestran que, bajo condiciones de poca iluminación, la distinción entre azul y verde es fiable un 75%. ¿Es posible calcular la credibilidad del color azul del taxi?

Principio de Indiferencia de Laplace⇒ P(A)=0,5

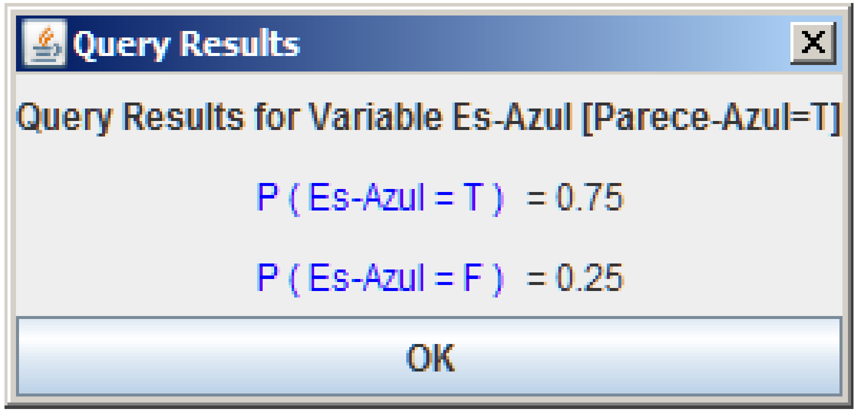




P(PA/A)=0,75

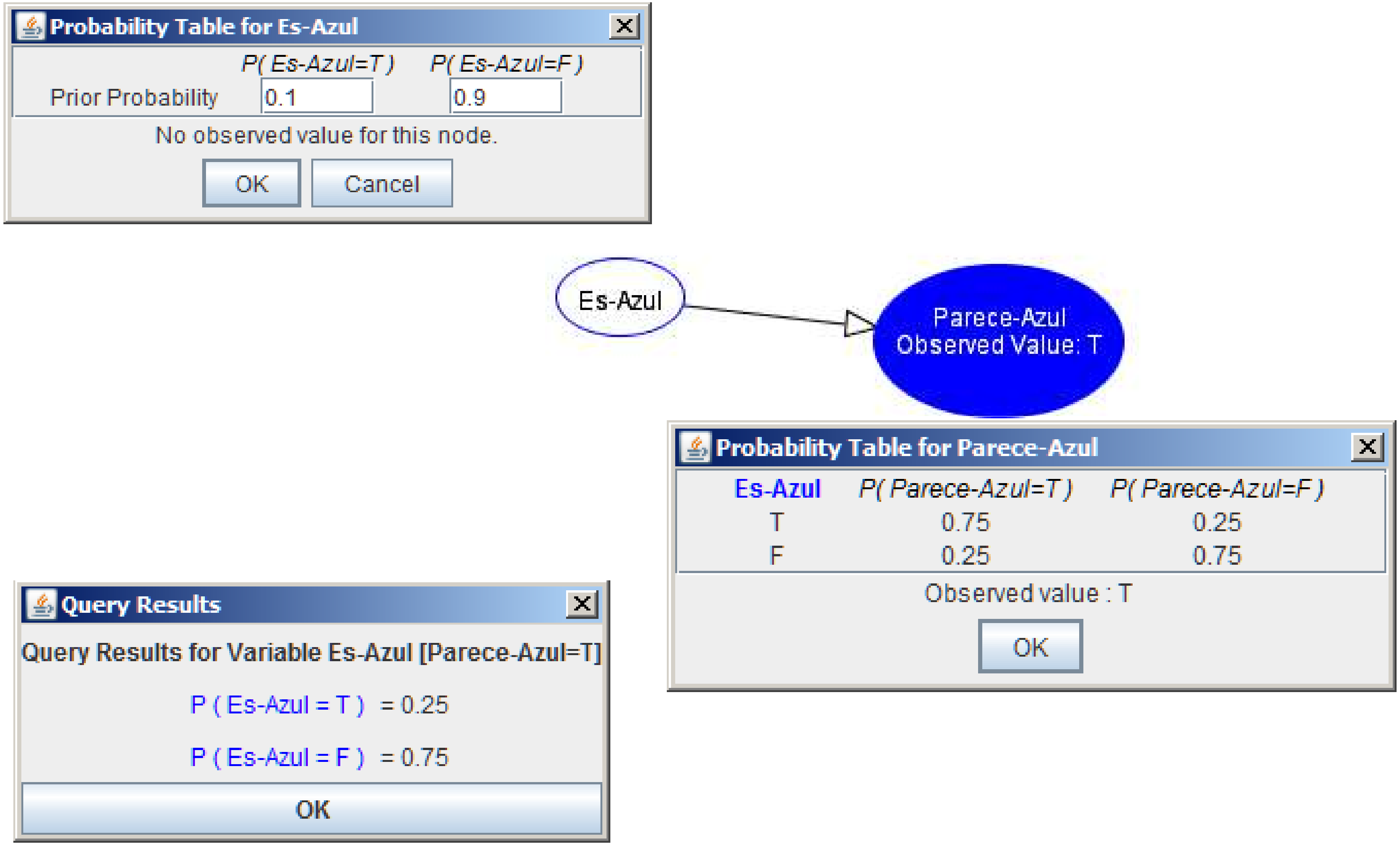


Similar a casos 7-8 anteriores



¿Y si solo 1 de cada 10 taxis son azules?

¿Y si solo 1 de cada 10 taxis son azules?



Ejercicio propuesto (5% evaluación)

Entrega en Tarea Poliformat (antes prox. martes)

Huellas	Motivo	No-Coartada	Culpable
T	T	T	0.9
T	T	F	0.7
T	F	T	0.5
T	F	F	0.3
F	T	T	0.8
F	T	F	0.8
F	F	T	0.5
F	F	F	0.001

Un juez tiene el criterio de juzgar la culpabilidad de un acusado en base a si se prueba que tiene sus huellas en el arma, tiene un motivo, y no tiene una coartada.

La policía detiene al sospechoso con estas pruebas:

Se encuentran huellas en el arma (Creencia: 0.9), posiblemente debido a otros factores.
El acusado tiene un motivo (Creencia: 0.5), posiblemente debido a otros factores.
El acusado tiene una coartada (Creencia: 0.7), posiblemente debido a otros factores.

¿Es culpable?

- Utilizando en el entorno anterior, diseñad la red bayesiana y responded: ¿es culpable?
- Incluid diversas variaciones en las creencias de las pruebas que aporta la policía.
- Obtened inferencias con eventos observados P(e)=1.
- Introducid nueva información (datos) que permitan deducir las probabilidades sobre huellas, motivos o coartadas del acusado.

- Las Redes Bayesianas son una forma natural (y gráfica) de representar las relaciones causales condicionales.

  Es el método actualmente más aceptado para tratar la incertidumbre en sistemas de IA y hacer inferencias probabilísticas.

  Etapas: (i) Diseño de la Red Bayesiana (conocimiento causal dominio), (ii) Observación de Evidencias (problema), (iii) Respuesta a preguntas (Inferencia Bayesiana)

- Los algoritmos de propagación de las probabilidades dependen de la topología de la red bayesiana (árbol, poliárboles, redes multiconectadas, etc.)

  Existen diversos tipos y modelos de redes bayesianas, adaptados a cada problemática:

  - Redes Bayesianas Dinámicas: Cambian con el tiempo, y lo ocurrido en (t) tiene relación con lo que suceda en (t+1).
  - Redes de Markov: Subconjunto de las Redes Bayesianas.
  - Redes Gaussianas (variables continuas, distribución Gaussiana).
  - Redes Bayesianas Híbridas (contiene variables discretas y continuas), etc.