Mécanique des fluides

Théorème de transport :

$$\frac{d}{dt}\left[\iiint_{D(t)} g\, dV\right] = \iiint_{D(t)} \frac{\partial g}{\partial t} dV + \oiint_{S(t)} g\vec{v}.\vec{dS}$$

Décrire un fluide

Eulérien : On regarde passer les particules

Lagrangien : On suit une particule

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}.\vec{\nabla}$$

Ligne de courant : Tangente à $\vec{v}$

Trajectoire : Ensemble des positions d'une particule

Tension superficielle : $\gamma\ (N.m^{-1})$

Énergie de surface : $\delta W = \gamma\, dS$

$\gamma_{eau} = 72{,}8\ mN.m^{-1}$

Longueur capillaire : $l_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$

Tensioactifs : Hydrophile + phobe $\Rightarrow$ diminue γ

Conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}.(\rho\vec{v}) = 0 \quad / \quad \frac{D\rho}{Dt} + \rho\vec{\nabla}.\vec{v} = 0$$

Incompressible : $\vec{\nabla}.\vec{v} = 0$

Navier - Stokes :

$$\rho\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v}.\vec{\nabla})\vec{v} = -\vec{\nabla}p + \rho\vec{g} + \eta\vec{\Delta}\vec{v}$$

Quel type de fluide ?

Newtonien : contrainte = η × vitesse déformation + **incompressible**

Fluide parfait : $\lambda_{th} = 0$, $\eta = 0$

Euler : $\rho\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v}.\vec{\nabla})\vec{v} = -\vec{\nabla}p + \rho\vec{g}$

Stationnaire, incompressible, homogène

Si $\vec{\nabla}\wedge\vec{v} \neq \vec{0}$, alors **le long d'une ligne de courant** on a :

Si $\vec{\nabla}\wedge\vec{v} = \vec{0}$ (irrotationnel), alors **partout** dans le fluide on a :

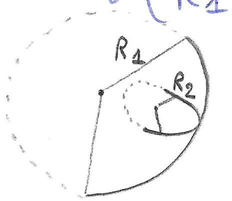
Relation de Bernoulli :

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = C$$

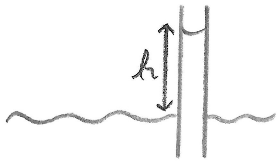
Applications

Loi de Laplace :

$$\Delta P = \gamma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$



Loi de Jurin :



$$h = \frac{2\gamma\cos\theta}{r\rho g}$$

Loi de Young - Dupré : $\cos\theta = \frac{\gamma_{SG} - \gamma_{SL}}{\gamma_{LG}}$