

Gravitation

Niveau : CPGE

Pré-requis :

- Mécanique du point (PFD, TMC)
- Electrostatique (Théorème de Gauss)

Bibliographie :

- Physique Tout-en-un PCSI, Dunod
- Mécanique (Fondaments et applications), Pérez, Dunod
- Mécanique du point, Florence Viot, Dunod

Introduction

I. Force d'interaction gravitationnel

A. Champ de gravitation

B. Experience

C. Mouvement à force centrale : Lois de Kepler

II. Mouvement du satellite (ou applications)

A. Trajectoire

B. Mise en place d'un satellite

Points de Lagrange :

Ce sont 5 points où un objet peut rester en équilibre dans un système à 2 corps (ex : Soleil-Terre, Terre-Lune). Ils prennent en compte à la fois la gravité et la force centrifuge due au référentiel tournant.

L1, L2, L3 : alignés avec les deux masses.

L4, L5 : forment un triangle équilatéral avec les deux corps (stables).

James Webb est placé en L2 donc Le satellite reste aligné Soleil-Terre-JWST donc :

- Pas d'éclipses (il est toujours dans le prolongement Terre-Soleil)
- Très stable thermiquement : facile de refroidir les instruments (essentiel pour JWST)
- Peut observer l'Univers profond sans perturbation terrestre
- Facile à masquer le Soleil avec un pare-soleil

Dans le système Soleil-Terre :

Point	Position	Stabilité	Utilisations
L1	Entre Soleil et Terre	Semi-stable	Observations du Soleil (SOHO, DSCOVR)
L2	Derrière la Terre (1,5 M km)	Semi-stable	James Webb, Euclid
L3	De l'autre côté du Soleil (opposé Terre)	Instable	Jamais utilisé (trop lointain)
L4	Forme triangle équilatéral 60° avant Terre	Stable	Hypothétiques satellites
L5	Idem, mais 60° après	Stable	Potentiels astéroïdes, projets

Satellites géostationnaires :

Définition : orbite circulaire où le satellite reste immobile dans le ciel (vu depuis le sol)

Altitude $\approx 35\,786$ km.

Période = 24 h \rightarrow ils restent fixes au-dessus d'un point de l'équateur (surtout sur le plan équatorial, sinon il oscillerait dans le ciel et ne sera pas géostationnaire)

Utilisés pour télécoms, météo, etc.

Satellites en orbite basse :

Altitude : 200 à 2 000 km

Période : quelques dizaines de minutes (environ 90 min à 300 km)

Haute résolution visuelle / Faible latence de communication / Moins d'énergie pour y accéder / Meilleure protection contre les radiations (encore dans la magnétosphère)

Utilisés par ISS / Imagerie terrestre (ex : Sentinel, SPOT) / Télédétection

Pk on met pas tous en orbite basse ?

- Un satellite bas couvre une petite portion de la Terre à chaque instant. Pour une couverture mondiale \rightarrow il faut beaucoup de satellites
- À 400–1000 km d'altitude, la période orbitale est courte (~ 90 min). Donc le satellite ne reste pas au-dessus du même point \rightarrow pas adapté pour météo, télécoms fixes
- Orbite est saturée : des milliers de satellites actifs ou inactifs. Risque de collision élevé \rightarrow plus de gestion, de correction d'orbite, etc

GPS est en orbite moyenne (20 000 km) : couverture constante, pas trop haute

A re-voir

Déviations de la verticale (ou "écart à la verticale") :

Le champ gravitationnel pointe exactement vers le centre de masse de la Terre. Le champ de pesanteur est la somme vectorielle : $\vec{g}_{pes} = \vec{g}_{grav} + \vec{g}_{centrifuge}$ donc il est légèrement incliné par rapport à la direction radiale.

Cette inclinaison est très faible, de l'ordre de quelques secondes d'arc

Un référentiel galiléen est un référentiel en translation rectiligne uniforme (pas accéléré).

Or, la Terre tourne sur elle-même \rightarrow donc c'est un référentiel en rotation, donc non galiléen. Cela entraîne l'apparition de forces fictives : forces Centrifuge et Coriolis.

Donc le champ de pesanteur n'est pas purement gravitationnel car il faut ajouter la force centrifuge due à la rotation de la Terre.

À l'équateur, la vitesse de rotation de la Terre est maximale (environ 1670 km/h). Un lanceur orienté vers l'est bénéficie de cette vitesse initiale "gratuite", comme une impulsion en plus. Cela permet de réduire la quantité de carburant nécessaire pour atteindre l'orbite.

La Terre n'est pas vraiment sphérique elle est un géoïde aplati : rayon plus grand à l'équateur qu'aux pôles. La gravité \vec{g} dépend du rayon \rightarrow plus on est loin du centre, plus g diminue. Alors g est le plus faible à l'équateur, et le plus fort aux pôles. En plus, la force centrifuge est maximale à l'équateur

2 / Approche énergétique

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2)$$

$$E_p = -\mathcal{G} \frac{M_T m}{r}$$

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}m \frac{C^2}{r^2} + E_p = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_{p,eff}$$

Pour $E_{m1} > 0$, le mouvement est entre r_1 et $+\infty \rightarrow$ Etat libre

Pour $E_{m2} < 0 \rightarrow$ Etat lié

Pour l'exemple du télescope James Webb : Au sol, il se trouve dans un état lié. Pour qu'il soit en état libre il doit avoir une vitesse minimale de $v_{min} = 3,53 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Questions posées par l'enseignant (avec réponses)

Question : Que décrit vraiment cette quantité g ?

Réponse : il y a des corrections à prendre en compte. La plus importante concerne les effets inertiels liés au fait que le référentiel terrestre n'est pas galiléen. C'est ce terme qui explique que le lancement des satellites se fait le plus proche possible de l'équateur. La Terre n'est pas vraiment sphérique donc g n'est pas la même partout. Les reliefs ont un effet aussi mais minoritaire.

Question : Couplage entre gravitation et effets inertiels ?

Réponse : Force de marée / Déviation vers l'est (Train)

Question : James Webb est une trajectoire libre ? Est-ce qu'il tourne pas autour de la Terre ? La force de gravitation est $1/r$ donc c'est une force à longue portée. A partir de quand on dit qu'on est en état libre ?

Réponse : Ce satellite est à un point dit de Lagrange où les forces gravitationnelles de la Terre et du Soleil s'équilibrent, il n'est plus en orbite autour de la Terre.

Question : Satellite géostationnaire ? A quel rayon ? Quelle utilisation ?

Réponse : Satellite géostationnaire a une vitesse de rotation égale à celle de la Terre pour être toujours fixe sur un point de la Terre. Il orbite à environ 36 000 km de la Terre.

Questions sur l'expérience :

Question : Pourquoi l'expérience n'a pas bien marché ? Toutes les erreurs sont liées à l'ordinateur ?

Réponse : Il y a des erreurs à cause du suivi automatique de Tracker. La caméra n'est pas vraiment perpendiculaire au mouvement. Mais il y a des effets de frottement pas du tout négligeable car la balle est très légère.

Commentaires lors de la correction de la leçon

Pour l'expérience vaut mieux utiliser une balle plus lourde pour ne pas avoir des effets de frottement d'air. Vaut mieux aussi faire une chute libre et pas un rebond.

Montrer un peu plus les plans de symétries en calculant la force gravitationnelle et le théorème de Gauss gravitationnel.

C'est dommage d'appliquer Kepler à la Terre. Vaut mieux parler du Système Solaire.

Il manque un peu plus de calcul pour montrer au Jury que vous êtes capable d'aller plus loin.

On peut aussi parler de la vitesse de libération et les frondes gravitationnelles.

Questions posées par l'enseignant (avec réponses)

Question : Quelles sont les premières expériences qui ont été faites sur la gravitation ? Ex-périence sur principe d'inertie ?

Réponse : Galilée est connu pour ses expériences mettant en évidence qu'un changement de vitesse s'accompagne forcément d'une force (principe d'inertie). De plus, il met en avant le lien quadratique entre la position et le temps de parcours dans le cas d'une chute sur plan incliné.

https://zestedesavoir.com/tutoriels/614/la-physique-au-temps-de-newton/383_la-chute-des-corps/1959_les-experiences-de-galilee/

Et bien sûr Kepler.

Question : C'est quoi $\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}$? Quelle formule a été trouvée en 1er, gravitation ou électrostatique ? Est-ce qu'il y a un équivalent des équations de Maxwell pour la gravitation ?

Réponse : Force de Coulomb. Newton est bien avant Coulomb. D'ailleurs Coulomb a cherché à calquer la forme de sa loi sur celle de Newton, quitte à jouer un peu avec les données...

Oui en remplaçant \vec{E} par \vec{G} : $\text{div} \vec{G} = -4\pi \mathcal{G} \rho$

Question : Quel nom précis à donner pour m et q ?

Réponse : C'est le coefficient d'interaction (ou constante de couplage) entre la particule et le champ charge/champ EB, masse/champ gravitationnel

Question : On définit 2 types de masses. Lesquelles ?

Réponse : Masse gravitationnelle qui intervient dans la force de gravitation. Masse inertielle qui intervient dans le PFD. En mécanique classique, c'est les mêmes. En relativité générale, c'est un postulat : le principe d'équivalence faible.

Question : Pourquoi la Terre est à symétrie sphérique. Comment varie g ?

Réponse : En réalité elle est plus aplatie aux pôles mais là c'est pour faire un calcul simple. Modèle thermodynamique montre que la Terre est ellipsoïde. La grandeur g est liée au poids et égale à $G(R_T)$ au 1er ordre. Aux ordres supérieurs, il faut ajouter la force d'inertie d'entraînement et prendre en considération le fait qu'il y a des déformations donc la Terre n'est pas tout à fait sphérique. Donc la direction de \vec{g} n'est pas exactement celle de la droite reliant le point à la surface avec le centre de gravité de la Terre.

Question : Est-ce qu'on peut définir la notion de poids de précise pour élèves de lycée ?

Réponse : C'est l'opposé de la force qu'on doit appliquer à un objet pour le maintenir en place sur Terre. On pense par exemple à la tension d'un ressort qui maintient un objet en lévitation.

Question : Qu'est-ce qu'un référentiel ?

Réponse : la donnée d'un repère d'espace et d'une horloge

Question : Pas tous les satellites sont géostationnaires. Ils sont sur quel orbite ?

Réponse : orbite basse, moyenne, elliptique :

<https://geoxc-apps.bd.esri.com/space/satellite-explorer/>

Question : Quel est l'objet qui a été envoyé le plus loin par l'être humain ?

Réponse : Les sondes Voyager (1 et 2)

https://fr.wikipedia.org/wiki/Voyager_1

Question : A-t-on essayé de tester des propriétés de la gravitation récemment ?

Réponse :

- Ondes gravitationnelles. Elles ont pu valider la prédiction de la relativité générale.
- Mission MICROSCOPE pour tester l'équivalence faible ([https://fr.wikipedia.org/wiki/MICROSCOPE_\(satellite\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/MICROSCOPE_(satellite)))
- Pleins d'effets liés aux trous noirs (lentille gravitationnelle, etc.)
- matière noire / énergie noire, qui peuvent être partiellement incorporée à la relativité générale

Question : Moment cinétique est constant donc mouvement de M est plan. Pourquoi ?

Réponse : $\vec{L} = m\vec{r} \wedge \vec{v} = \text{cste}$. Soit plan $P \perp \vec{L}$ et contenant M à $t = 0$. Alors,

$$\overrightarrow{OM}(t) = \overrightarrow{OM} + \int \vec{v}(t) dt \in P$$

Questions sur l'expérience :

Question : Comment étaient faites les mesures précédentes ? Comment améliorer ce modèle ? Quelles sont les limites dans ce cas ?

Réponse : Par la même bille. Mais aussi en changeant la bille car le temps de chute libre n'est pas censé varier avec la masse. On peut augmenter la hauteur et dans ce cas on aura une vitesse limite à cause du frottement fluide.

Question : C'est quoi la force de frottement ?

Réponse : $\vec{F} \propto \rho_{\text{fluide}} C_x S v^2$ telque $\rho = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ $C_x \approx 1$ et $S = \pi R^2 \approx 1 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ et $v^2 = 4 \text{ m/s}$ donc $F = 4 \times 10^{-3} \text{ N}$. Le poids de la bille est $2.4 \times 10^{-1} \text{ N}$ donc le frottement est négligeable

Commentaires lors de la correction de la leçon

A améliorer :

- Pas compatible avec le programme de PCSI (pas de Binet ni électrostatique). Il faut commencer par éliminer Binet qui est franchement pas intéressant. Ensuite dire « CPGE » de façon plus générale.
- Au niveau CPGE, ne pas écrire l'équation de la conique, en tout cas pas en première intention.
- Introduction pas bien préparée. Soit introduction historique (Aristote/Galilée/..) ou même les 3 prix Nobel récents : Ondes gravitationnelles / Exoplanètes / Trous Noirs. Soit une introduction thématique (tel objet du quotidien, tel objet astrophysique, etc.)
- L'expérience est très élémentaire et le dispositif n'est pas le plus adapté à cette expérience. Pour la force centrale, le calcul peut être un peu accéléré.
- Faire un schéma ou un transparent pour mieux expliquer la loi des aires
- Il manque une conclusion et discuter les différentes trajectoires par l'équation conique.

- Tu peux aussi parler des effets de marée.
- Parler de la distinction entre G et g (liée aux effets de marées)
- Il faut absolument connecter cette leçon avec le XXI^e siècle, on ne peut pas s'en tenir à Newton/Kepler. Il y a mille possibilités :
 - Exoplanètes (PN 2019)
 - Galaxies et vitesse des étoiles dans une galaxie (ce n'est pas un solide!)
 - Trous noirs supermassifs, déviation de la lumière par des objets massifs (lentilles gravitationnelles, sujet A2023 par exemple)
 - Effets de marée (les marées océaniques bien sûr, mais aussi terrestres, la synchronisation de la Lune avec la Terre, de la Terre avec le Soleil dans le futur, la limite de Roche, le film Interstellar lorsqu'on entre dans un trou noir, les satellites de Jupiter dont Io en particulier. Extrait de Wikipédia : « Avec plus de 400 *volcans* actifs, Io est l'objet le plus géologiquement actif du *Système solaire*. Cette activité géologique extrême est le résultat d'un *réchauffement par effet de marée* dû au *frottement* engendré à l'intérieur de la lune par ses *interactions gravitationnelles* avec *Jupiter* et les autres satellites galiléens — notamment *Europe* et *Ganymède* avec lesquelles elle est en *résonance orbitale*. »
 - principe d'équivalence faible testé par un satellite (MICROSCOPE)
 - points de Lagrange : souvent utilisés par les satellites comme le James Web Space Telescope, Euclid, etc.
 - Parler des satellites géostationnaires et ceux d'orbites basses Super site web : <https://geoxc-apps.bd.esri.com/space/satellite-explorer/>
- Ou à la limite avoir une approche historique avec Galilée/Kepler/Newton et connecter aux découvertes du XX^e.

Exemples de « passages obligés » sur cette leçon

D'autres idées de manip :

- Vaut mieux faire un mouvement parabolique ou balle ping pong par exemple avec une caméra
- Un pendule et étudier la conservation d'énergie mécanique
- La chute libre verticale effectuée fonctionne bien, mais est un peu « pauvre ».