Gravitation

May 26, 2025

Référence

Expérience :

Livre :

- Physique PCSI/PCSI* Tout-en-un, Dunod, 2022
- Satellites de Kepler au GPS, M. Capderou, Springer
- Mécanique (Fondaments et applications), Pérez, Dunod
- Physique PC/PC* Tout-en-un, Dunod, 2016

Prérequis :

- Dynamique du point (Principe fondamental de la dynamique, théorème du moment cinétique)
- Référentiels non galiléens

Niveau : PCSI/CPGE (en prenant la force d'inertie d'entrainement)

Introduction

1 Force d'interaction gravitationnel

1.1 Champ de gravitation

Faire un schéma

Soit deux points M1 et M2 de masse respective m_1 et m_2, la force d'interaction gravitationnel exercée par M1 sur M2 est :

$\overrightarrow{F_{1\to 2}} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\overrightarrow{e_r}$

G est la constante de gravitation et a pour valeur $G = 6.67 \times 10^{-11} m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

De manière similaire à l'électrostatique avec la force de Lorentz, on peut exprimer la force d'interaction gravitationnel en fonction d'un champ de gravitation produit par le point M1 :

$\overrightarrow{F_{1\to 2}} = m_2\left(-G\frac{m_1}{r^2}\overrightarrow{e_r}\right) = m_2\overrightarrow{G}(\overrightarrow{r})$ où $\overrightarrow{G}(\overrightarrow{r})$ est le champ de gravitation (homogène à une accélération).

1.2 Champ de pesanteur

En faisant le bilan des forces appliqués à un objet à l'équilibre suspendu à un fil sur Terre, on trouve que :

$\overrightarrow{0} = m\overrightarrow{G}(R_T) + \overrightarrow{T} + \overrightarrow{f_{ie}}$

On peut calculer le champ de gravitation de la Terre à sa surface : $\parallel \overrightarrow{G}(\overrightarrow{R_T}) \parallel = G\frac{M_T}{R_T^2}$

Et la force d'inertie d'entraînement :

$\overrightarrow{f_{ie}} = -m\overrightarrow{a_e} = m\Omega^2\overrightarrow{HM}$ où H est le projeté orthogonale de P sur l'axe de rotation de la Terre.

Calcul de l'ordre de grandeur de $\overrightarrow{g}$

On retrouve la valeur de la pesanteur terrestre.

D'autres facteurs peuvent être pris en compte la forme géométrique de la Terre.

Expérience de la chute d'une bille (Avec Traker ou avec l'électro-aimant, pas de préférence)

2 Mouvement à force centrale

2.1 Lois de Kepler

Soit le référentiel géocentrique R supposé galiléen. On considère le point M de masse m à une distance $r > R_T$ soumis au champ de gravitation terrestre. Le bilan des forces appliquées à M est :

$\overrightarrow{F_{grav}} = -G\frac{mM_T}{r^2}\overrightarrow{e_r}$

Mettre définition de force centrale (Force dont la direction correspond à la direction entre le centre du champ et le point d'application)

Application du théorème du moment cinétique dans R à M :

$\frac{d\overrightarrow{L_O}}{dt} = \overrightarrow{M_O}(\overrightarrow{F_{grav}}) = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{F_{grav}} = \overrightarrow{0}$ car colinéaire

Donc $\overrightarrow{L_O} = \overrightarrow{cste}$ Or par définition, $\overrightarrow{L_O} = m\overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{v}$ et comme O est fixe dans R, M évolue dans le plan contenant $\overrightarrow{OM}$ et perpendiculaire à $\overrightarrow{L_O}$ (1ère loi de Kepler)

On peut donc se placer dans un repère polaire avec $\overrightarrow{L_O}$ colinéaire à $\overrightarrow{e_z}$ dans lequel $\overrightarrow{v}$ vaut $\dot{r}\overrightarrow{e_r} + r\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta} + 0\overrightarrow{e_z}$

Ainsi $\overrightarrow{L_O} = m\overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{v} = mr^2\dot{\theta}\overrightarrow{e_z} = \overrightarrow{cste} \Leftrightarrow r^2\dot{\theta} = C$ où C est une constante (2ème loi de Kepler)

Il existe un troisième loi de Kepler que l'on démontrera en exercice avec l'équation de trajectoire.

2.2 Trajectoire

On peut montrer que la trajectoire associée à la force centrale peut s'exprimer comme : $r(\theta) = \frac{p}{1+e\cos\theta}$ où p est un paramètre ($p = \frac{C^2}{GM_T}$) et e l'excentricité.

Suivant la valeur de e, on obtient différentes trajectoires :

- $e = 0 \rightarrow$ Trajectoire circulaire
- $0 < e < 1 \rightarrow$ Trajectoire elliptique
- $e = 1 \rightarrow$ Trajectoire parabolique
- $e > 1 \rightarrow$ Trajectoire hyperbolique

On peut utiliser une approche énergétique pour prévoir le type de trajectoire du satellite.

Énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}m(r\dot{\theta})^2 = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}m\frac{C^2}{r^2}$

Énergie potentielle : $E_p = -G\frac{mM_T}{r} + cste$ (l'origine des potentiels est choisie à l'infini donc cste = 0)

Par conservation de l'énergie, on obtient :

$E_m = E_c + E_p = cste \Leftrightarrow E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \left(\frac{1}{2}m\frac{C^2}{r^2} - G\frac{mM_T}{r}\right)$ où $\frac{1}{2}m\frac{C^2}{r^2} - G\frac{mM_T}{r}$ correspond à l'énergie potentielle effective.

Faire graphe de Ep,eff en fonction de r et discuter suivant les niveaux d'énergie mécanique les trajectoires possibles (état libre, état lié).

2.3 Mise en place d'un satellite

Pour mettre en place un satellite en orbite circulaire, il faut qu'il est une certaine énergie et donc une certaine vitesse. La vitesse minimale de satellisation correspond à une orbite circulaire autour de l'astre. Donc sur Terre, $v_1 = \sqrt{\frac{GM_T}{R_t}}$. Cette vitesse est aussi appelé 1ère vitesse cosmique.

Pour placer un satellite une orbite plus importante, il faut lui apporter de l'énergie. Cependant on ne veut pas que le satellite continue à orbiter autour de la Terre. Or, il peut passer dans un état libre si son énergie mécanique devient positive. Dans le cas limite où $E_m = 0$, on trouve que $\frac{1}{2}mv_2^2 = G\frac{mM_T}{r} \Leftrightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2GM_T}{r}}$ où v_2 est appelé la deuxième vitesse cosmique.

Application aux satellites géostationnaires

Expérience quantitative

Objectif de l'expérience

Mesurer la constante de pesanteur g

Matériels

Deux manips possibles : Mesure par caméra:

- Caméra rapide
- Écran
- Règle
- Balles (petite taille et masse non négligeable pour limiter les frottements)

Mesure par chronomètre numérique:

- Chronomètre numérique
- Potence de chute (avec électroaimants)
- Pied à coulisse
- Billes

Protocole

Précautions expérimentales

La mesure par vidéo ne donne pas une bonne valeur de g mais le banc de chute n'est pas extrêmement fiable non plus.