Phénomènes de résonance dans différents domaines de la physique

7 juin 2025

Référence

Expérience :
Livre :
— Physique PC/PC* Tout-en-un, Dunod, 2004
— Physique pour l'agrégation, FFR
— Toute la Thermodynamique, la Mécanique des fluides et les ondes mécaniques, Bocquet, Dunod, 2002
Prérequis :
— Électronique (RLC)
— Oscillateur harmonique amorti
— Pendule simple
— Modèle de l'électron élastiquement lié
Niveau : PC

Introduction

Voir définition résonance dans le dictionnaire de physique (du type Taillet)

1 Oscillateurs harmoniques en régime forcé

1.1 Résonance en position

Circuit d'un RLC série où on récupère la tension aux bornes de C.

Loi des mailles : $L\frac{di}{dt} + Ri + u_c = e \Leftrightarrow LC\frac{d^2u_c}{dt^2} + RC\frac{du_c}{dt} + u_c = e \Leftrightarrow \frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{du_c}{dt} + \omega^2 u_c = \omega^2 e$ où $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ -> équation sous forme canonique d'un oscillateur amorti en régime forcé

On peut exprimer cette équation sous forme complexe afin d'obtenir la fonction de transfert : $(-\omega^2 + \frac{\omega_0}{Q}j\omega + \omega_0^2)\underline{u_c} = \omega_0^2\underline{e} \Leftrightarrow \frac{\underline{u_c}}{\underline{e}} = \frac{1}{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}+j\frac{\omega}{\omega_0}\frac{1}{Q}}$

On cherche les résonances, c'est-à-dire les fréquences pour lesquelles $\frac{d|\underline{H}|}{d\omega} = 0$ et $\mid \underline{H} \mid$ est maximale.

On trouve que : $\omega_R = \omega_0\sqrt{1-\frac{1}{2Q^2}}$ et $Q > 1/\sqrt{2}$

Démonstration expérimentale

1.2 Résonance en vitesse

La grandeur d'intérêt est maintenant le courant. Pour cela, on s'intéresse à la tension aux bornes de R. Comme $i = C\frac{du_c}{dt}$, on peut obtenir l'équation différentielle qui nous intéresse en dérivant par le temps. Or dans l'espace complexe, cela revient à multiplier $\underline{u_c}$ par $jC\omega$.

Comme $\underline{u_r} = Ri = jRC\omega\underline{u_c} = j\frac{\omega}{Q\omega_0}\underline{u_c}$, la fonction de transfert qui nous intéresse est : $\underline{H'}(\omega) = \underline{H}\omega \times j\frac{\omega}{Q\omega_0} \Leftrightarrow \underline{H'}(\omega) = \frac{1}{1+j\frac{1}{Q}\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}$

Système	RLC en C	Pendule pesant $\theta \ll 1$	e^- élastiquement lié
Domaine	élec	méca	e-mag
Grandeur étudiée	$u_C(t)$	$\theta(t)$	$r(t)$
ω_0	$\frac{1}{\sqrt{LC}}$	$\sqrt{g/\ell}$	$\sqrt{k/m}$
Termes dissipatifs	$R_i = RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$	$-\lambda\vec{v}$	$-\frac{m}{\tau}\vec{v}$ (émission)
Facteur de qualité Q	$\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$	$\sqrt{\frac{g}{\ell}} \times \frac{m}{\lambda}$	$Q = \omega_0\tau$
$\mathscr{E}_{\text{cin}}$	$\frac{1}{2}Li^2$	$\frac{1}{2}m\ell^2\dot{\theta}^2$	$\frac{1}{2}m\dot{r}^2$
$\mathscr{E}_{\text{pot}}$	$\frac{1}{2}Cu^2$	$\frac{1}{2}mg\ell\theta^2$	$\frac{1}{2}kx^2$
Macro / micro?	macro	macro	micro

Dans ce cas-là, la résonance a lieu quelque soit Q à la fréquence ω_0. Cependant la largeur et la hauteur dépendent de Q -> $\Delta\omega_R = \frac{\omega_0}{Q}$

Démonstration expérimentale

1.3 Généralisation

Équation généralisable pour un oscillateur harmonique amorti :

$M\frac{d^2X}{dt^2} + \lambda\frac{dX}{dt} + kX = e$ où m correspond à la masse du système, λ à l'amortissement et k à la raideur.

Passage possible dans l'espace complexe

D'un point de vue énergétique, on peut exprimer l'équation précédente sous forme d'énergie cinétique et d'énergie potentielle.

En multipliant l'équation précédente par $\dot{X}$, on obtient : $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}M\dot{X}^2 + \frac{1}{2}kX^2\right) = e\dot{X} - \lambda\dot{X}^2$.

Ordre des termes : Énergie cinétique $\frac{1}{2}M\dot{X}^2$, Énergie potentielle $\frac{1}{2}kX^2$, Puissance fournie $e\dot{X}$ et Puissance dissipée $\lambda\dot{X}^2$

La résonance se traduit par l'accumulation d'énergie dans le système.

Exemple de la balançoire pour mettre en perspective l'importance de la fréquence et de la phase de l'énergie apportée au système pour avoir une résonance.

Apparitions de résonance dans d'autres phénomènes de la physique.

2 Applications de la résonance

2.1 Un phénomène utile...

Parler d'instruments de musique (type corde de guitare) -> l'excitation va sélectionner des modes d'oscillations qui donnent une note en musique

Parler d'oscillateurs à quartz notamment pour les horloges électronique.

Parler de RMN

2.2 mais qu'on peut chercher à éviter

Parler de bruits parasites (exemple dans une voiture lorsqu'on roule à une certaine vitesse)

Parler de protections contre les tremblements de terre (installation d'un pendule massique au niveau du toit pour absorber l'énergie du tremblement de terre à la place du bâtiment.

Parler de l'effet POGO (destruction de fusées et de satellites).

Expérience quantitative

Objectif de l'expérience

Montrer la résonance du RLC série

Matériels

— GBF
— Capacité (1 µF)
— Inductance (1 mH)

— Boîte à décades de résistance
— Oscilloscope
— Câbles pour brancher à l'ordinateur

Protocole

Mesure du diagramme de Bode avec Interface pour obtenir la fréquence de résonance en fonction de R.

Précautions expérimentales

Les valeurs de L et de C sont importantes. Si elles sont mal choisies, on peut avoir un couplage avec l'oscilloscope et avoir plus qu'une fréquence de résonance.