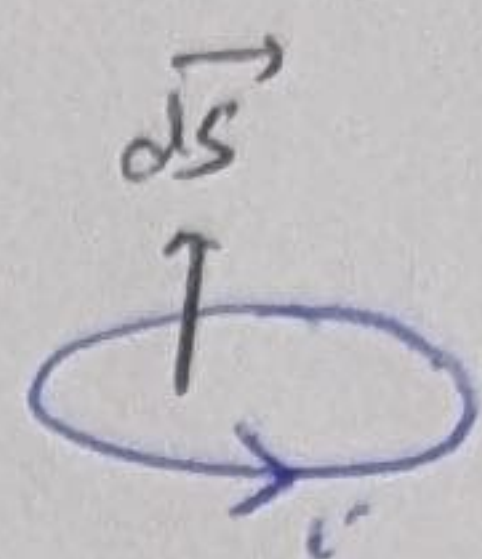


Couplage Inductif

1) Auto-inductance

spire



soit circuit indéformable parcouru par $i(t)$.

selon Max-Amp. ce courant induit champ $\vec{B}_p^{(i,t)}$ appelé

champ propre dont flux à travers surf. de la spire :

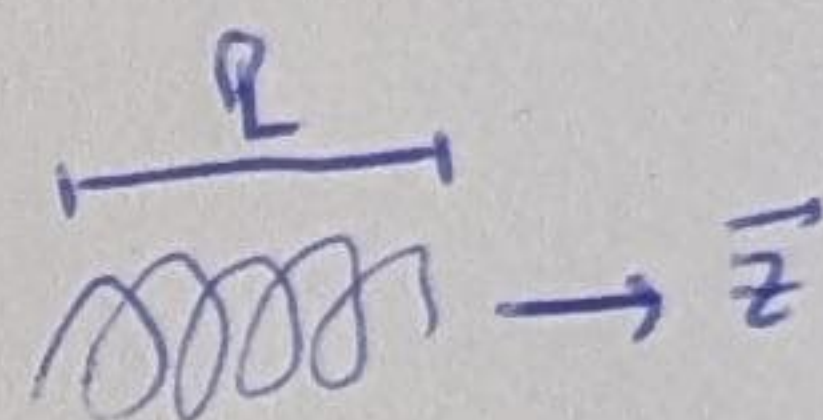
$$\Phi_p = \iint_S \vec{B}_p \cdot d\vec{S} \propto j \propto I$$

en utilisant linéarité Max-Amp (où
courant déplacement n'apparaît pas en ARQS)

on sait que à l'int. bobine :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N}{l} i \vec{u}_z$$

→ longueur bobine



Flux à travers bobine :

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = \frac{\mu_0 N}{l} i \vec{u}_z \cdot \underbrace{4\pi r^2 N \vec{u}_z}_{\text{surface bobine}}$$

$$\Phi = \frac{4\pi r^2 \mu_0 N^2}{l} i$$

$$\Phi = L i$$

↑ inductance propre $[L] = \text{Henry}$

∴ élément de circuit d'inductance L soumis à $i(t)$ génère fem

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} = - L \frac{di(t)}{dt} \quad \text{fem auto-induite}$$

en convention récepteur on retouve $U = L \frac{di}{dt}$

(en négligeant effets résistifs de bob (pas de r))

démonstration ds bobine : invariant par translation en \vec{u}_z
et par rotation autour de \vec{u}_z

$$\Rightarrow \vec{B}_p(r, \theta, z) = \vec{B}_p(r)$$

+ tout plan contenant \vec{u}_z est antisym (i en haut \neq i en bas)

pour distrib courant (cause) $\Rightarrow \vec{B}$ est \perp à ces plans

$$\Rightarrow \vec{B} \in \text{axe } \vec{u}_z \Rightarrow \vec{B} = B(r) \vec{u}_z$$

$$\text{Thm Ampère} = \mu_0 N I = \int_0^l \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

en suppose $l \gg r$ ∴
champ B nul à l'ext. et unif. à l'int.

ne
pas parler
d'éq.
Maxwell

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N i}{l} \vec{u}_z \rightarrow 1 \text{ spire} = \phi_1 = \vec{B} \cdot \vec{S} = \frac{\mu_0 N S i}{l}$$

$$\therefore \text{pour } N \text{ spires} = \phi_N = \frac{\mu_0 N^2 S i}{l}$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$$

Ex : bob. Leybold 250 spires
 $r = 3,5 \text{ cm}$
 $l = 30 \text{ cm}$) voir notice
 $\Rightarrow L = 3 \text{ mH}$

si géométrie circuit change $\Rightarrow L$ change
 $\therefore e \neq -L \frac{di}{dt}$ car L va dépendre de t

$$\left[\begin{aligned} &\star \text{ bob soumise à } u, \text{ ressort } P = ui = Li \frac{di}{dt} \\ &\therefore \mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2} Li^2 \end{aligned} \right]$$

2) Inductance mutuelle

flux issu de circuit 1 peut traverser circuit 2

\Rightarrow circuit 2 sera soumis à variation flux
 (lié à variation courant i_1)

\Rightarrow apparition fem induite $\phi_{1 \rightarrow 2}$

(cette fem va induire un courant ~~induit~~
 qui va induire champ \vec{B} s'opposant
 aux variations de $\vec{B}_1 \Rightarrow$ Lenz)

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \iint_{S_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} = \iint_{S_2} \text{rot } \vec{A}_1 \cdot d\vec{S} = \oint_{\Gamma_1} \vec{A}_1 \cdot d\vec{P}_2$$

par Biot-Savart : $\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J} \wedge \vec{r}'}{r'^3} d\vec{r}' \rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}}{r'} d\vec{r}'$

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = \oint_{\Gamma_2} \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\oint_{\Gamma_1} \frac{i_1 d\vec{\ell}_1}{r_{12}} \right] \cdot d\vec{\ell}_2$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 \oint_{\Gamma_1} \oint_{\Gamma_2} \frac{d\vec{\ell}_1 \cdot d\vec{\ell}_2}{r_{12}} = M_{12} i_1 = \Phi_{1 \rightarrow 2}$$

par symétrie :

$$\Phi_{2 \rightarrow 1} = M_{21} i_2 \text{ aussi}$$

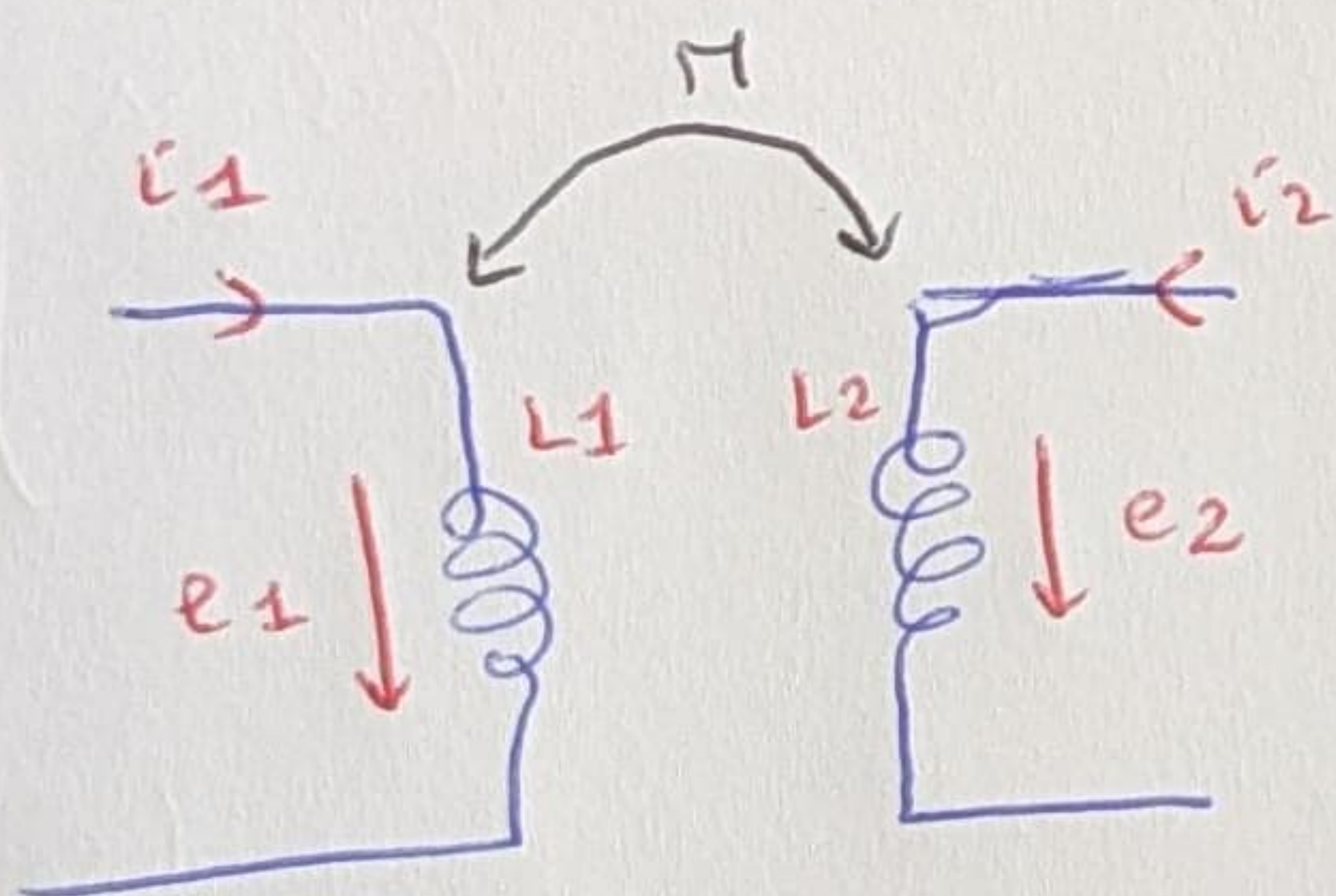
$$\text{et on remarque } M_{21} = M_{12} \equiv M$$

inductance mutuelle

$$[M] = \text{Henry}$$

traduit l'influence mag.
qu'a chaque circuit
sur l'autre

$$\therefore \text{fem de chaque circuit: } \begin{cases} e_1 = -M \frac{di_2}{dt} \\ e_2 = -M \frac{di_1}{dt} \end{cases}$$



les fem ds le
schéma sont
en convention générateur

Expérience

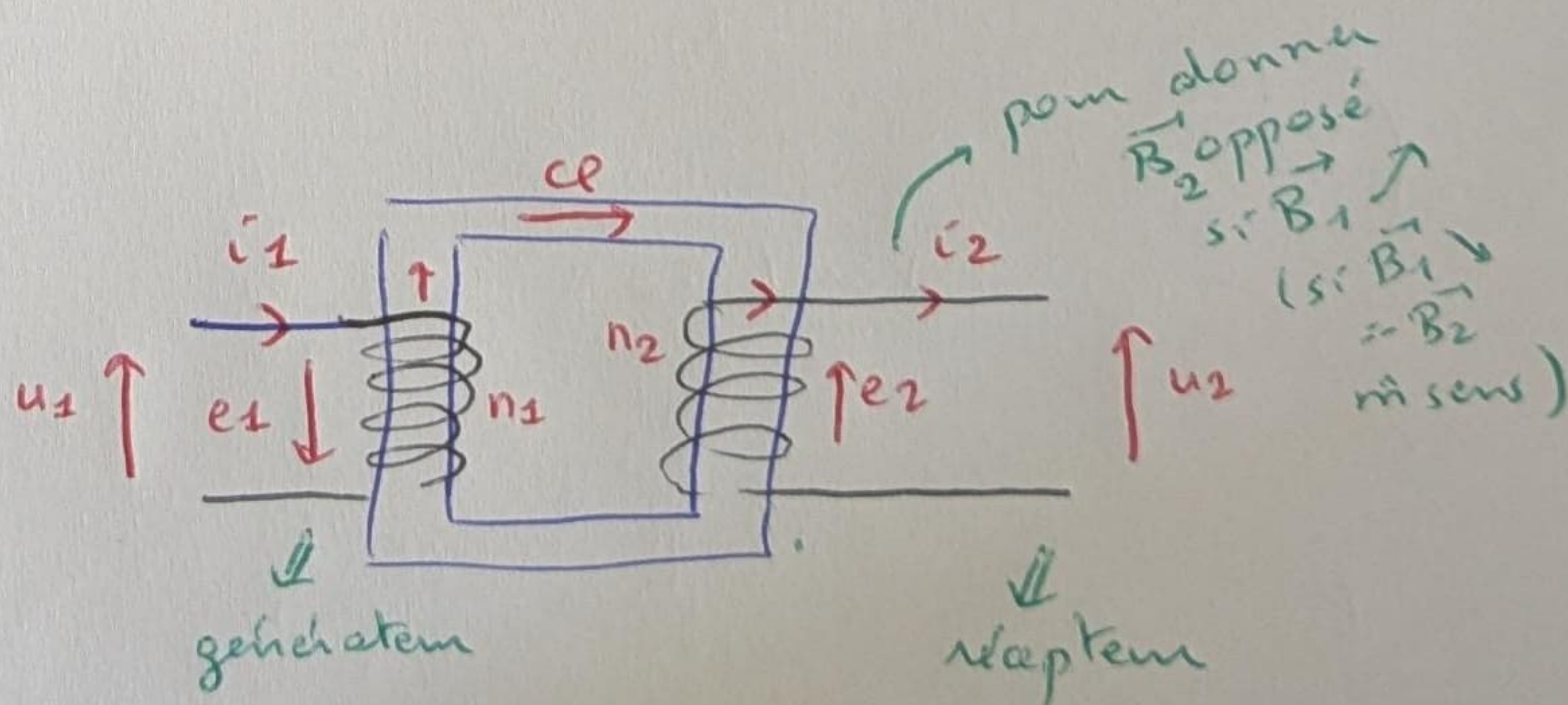
et vérifier $M \leq \sqrt{L_1 L_2}$

3] Applications

1) Transformateur

supposons inductances
pures sans résistance

$$\begin{cases} u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \end{cases}$$



transform. parfait \Rightarrow tout Φ
de 1 va ds 2 $\Rightarrow M = \sqrt{L_1 L_2}$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{u_1}{L_1} = \frac{di_1}{dt} + \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \frac{di_2}{dt} \\ \frac{u_2}{\sqrt{L_1 L_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \frac{di_2}{dt} + \frac{di_1}{dt} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \frac{u_1}{u_2} &= \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \\ \Rightarrow \frac{u_1}{u_2} &= \frac{N_1}{N_2} \end{aligned}$$

\therefore rapport du transformateur

$$m = \frac{N_2}{N_1}$$

$m > 1$ \therefore tension augmente

$m < 1$ \therefore " diminue

($m = 1$ = isolant = $u_2 = u_1$)

\downarrow
si les 2 circuits n'ont aucun lien

\therefore ont des masses \neq

alors on l'utilise pour séparer les 2 circuits

\Rightarrow transformateur d'isolement

* conservation puissance $\therefore u_1 i_1 = u_2 i_2$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{i_2}{i_1}$$

* en réalité = transfo pas parfait

$P_{\text{joule}} = R i^2$
pour réduire \rightarrow fil Cu épais
 \rightarrow refroidissement

pour réduire
utiliser fer doux
ou alliages NiFe

perdes par effet joule
dans les bobines

perdes liées au cycle d'hysteresis
magnétique du fer
 \propto aire cycle

perdes par courants de Foucault

\downarrow
Courants parasites
induits ds Fer
et circulent en boucle
à l'intérieur du noyau
 $=$ effet joule ds Fer

réduction par noyaux en feuilles
minces isolées

Courants de Foucaultsoit conducteur de conductivité σ
soumis à \vec{B}_{ext}

Max-Farad: $\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}_{ext}}{\partial t}$ \Rightarrow on a une fem induite
 \Rightarrow des courants induits (loi Ohm)

ces courants sont ds le vol. du conducteur

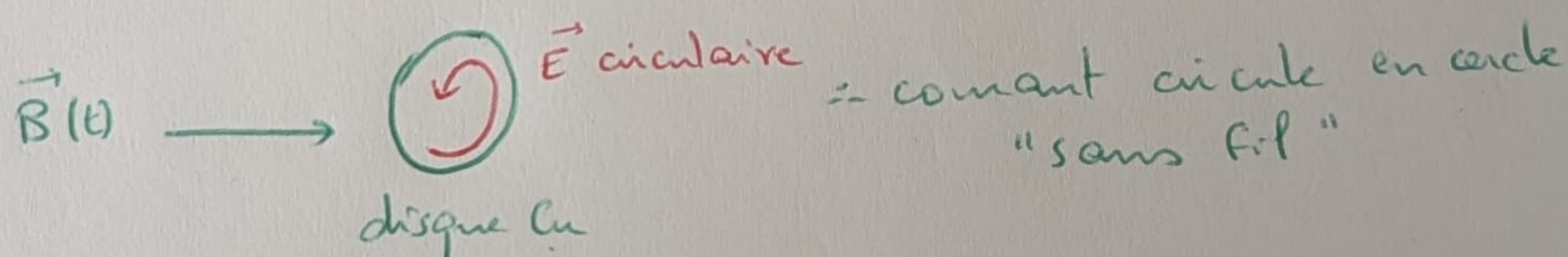
et entraînent pertes par
effet Joule \Rightarrow Ec dissipée en chaleur \Rightarrow courants de Foucault
(1851)

* épaisseur peau $\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma \mu_0 \omega}}$ \Rightarrow dissipation a lieu juste
sur cette échelle

* par $\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ \Rightarrow champ électrique est créé ds la matière

(tombillonnaire) q^- met en mouvement les e^- \Rightarrow les courants formés n'est pas guidés par des fils

(pas de circuit imposé) et forme des boucles

fermées naturelles dans le volume \perp au flux \vec{B} variable

* $P_{Joule} = \vec{J} \cdot \vec{E} = \sigma E^2$ et en régime sinusoïdal $E \propto \omega B$
 $= \sigma \omega^2 B^2$

\vec{B}_{ext} est la source de $\vec{E} \Rightarrow$ m. inv. et des sym. opposés $\Rightarrow \vec{E} = E(r) \vec{e}_\theta$
 d'où "tombillonnaire" ou "non conservatif" car sa src \neq charges
 \downarrow
 car \vec{E} vect et \vec{B} pseudovect

~~XXXXXXXXXX~~

$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}_{ext}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$ $\Rightarrow \vec{E} = - \frac{r}{2} \frac{\partial B}{\partial t} \vec{e}_\theta$
 $= \frac{r}{2} \omega B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_\theta$
 circulation sur cercle de rayon r (2 πr) \rightarrow prenons $B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z \parallel$ axe conduct.
 flux \vec{B} à travers ce cercle (πr^2)

donc courant Foucault:

$$\vec{j}_F = \sigma \vec{E}$$

$$= \frac{1}{2} r \omega B_0 \sigma \sin(\omega t) \vec{e}_\theta$$

I6

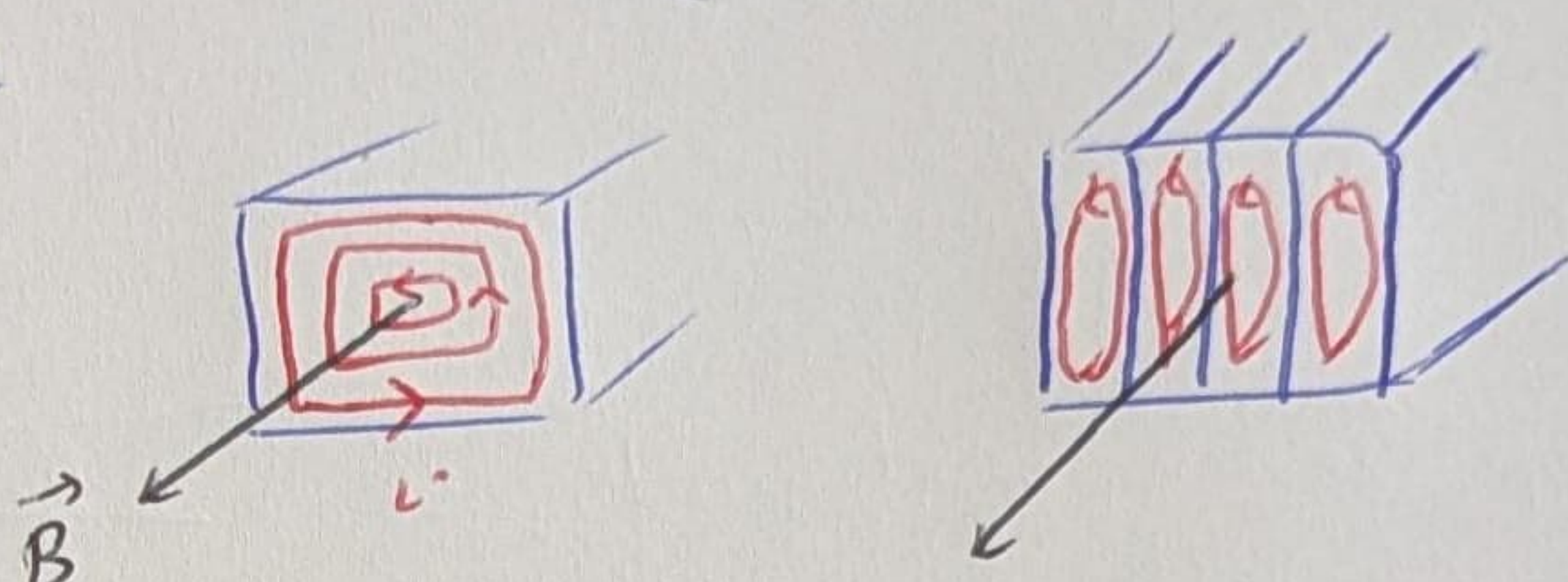
par effet joule: $\langle P_{dissipée} \rangle = \langle \int \vec{j}_F \cdot \vec{E} dV \rangle$ $\xrightarrow{V=2\pi R h}$

$$= \frac{\sigma}{16} \omega^2 B_0^2 V R^2$$

puissance $\propto \omega^2 = \propto \text{freq}^2$ (mais aussi $\delta \propto \frac{1}{\sqrt{\omega}}$)

puissance $\propto V$ et $\propto R^2$

\therefore feuilletage \rightarrow



cette énergie dissipée est un désavantage ds transf.

mais peut être avantage \rightarrow chauffage par induct°
 \rightarrow freinage par courant foucault

Freinage

manip chute aimant ds conducteur + vide'o

~~la chute~~ Pour freiner train = la c'est la roue qui tourne ds champ ext. \rightarrow induction Lorentz

$$\vec{E}_m = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{e} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} + \int_R (\vec{v} \wedge \vec{B}) d\vec{l}$$

- Brevet 1903 et réalisation en 1936

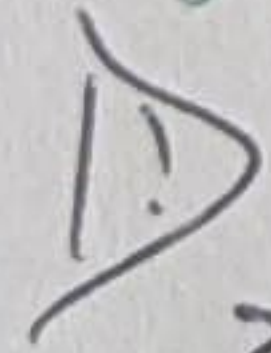
- on n'aura pas freinage total \therefore faut le lien à un syst de freinage

- pas de contact \therefore pas d'usure

- l'énergie est totalement perdue

il faut que métal soit non magnétique comme Cu / Al

car par freinage $\vec{v} \downarrow$
 \therefore induction qui ralentit freinage



* si on met toute la roue ds B (m si elle tourne) \rightarrow pas de ralentissement
 il faut que B soit localisé sur 1 partie de la roue

car si B homogène $\therefore \frac{\partial B}{\partial t} = 0 \rightarrow E_m = \vec{v} \wedge \vec{B} = r \omega B_0 \vec{e}_r$

\therefore on aura \vec{j} purement radial $\therefore \text{div } \vec{j} = 0 =$ courant nul ds conducteur. Si B localisé \therefore pas de \vec{j} radial et courant fait ce qu'il veut \rightarrow dissipation

Chauffage

utiliser pertes joule pour chauffer les casseroles

plaque : circuit parcouru par courant variable $\Rightarrow \vec{B}$ variable

\Rightarrow fond casserole est plongé ds ce \vec{B} variable

\Rightarrow courants de Foucault \Rightarrow effet Joule $q =$ chauffe

puissance dissipée $u \propto i^2 \propto \omega^2$

\Rightarrow freq \nearrow chauffe \nearrow

mais fond casserole est conducteur \Rightarrow champ pénètre
juste sur une épaisseur \sim épaisseur de peau

qui \searrow ~~donc~~ $\frac{1}{\sqrt{\omega}}$ \Rightarrow il faut faire un compromis

le choix effective est 25 kHz

$\xrightarrow{\text{Cu}} \delta = 0,4 \text{ mm}$
très bon conducteur
thermique

Bilan énergétique

$$P dt = m C_p dT$$

Soit le volume \equiv cylindre de rayon $R = 10 \text{ cm}$
et hauteur $= \delta$

La plaque donne $B \sim 1 \text{ mT}$
et $\omega = 2\pi \times 25 \times 10^3$

$$\begin{array}{l} \text{Cu} \\ \sigma = 5,96 \times 10^7 \text{ S/m} \\ \rho = 8960 \text{ kg/m}^3 \\ C_p = 385 \text{ J/kg/K} \end{array}$$

$$\Rightarrow P = 11 \text{ kW}$$

$$\text{vitesse d'augmentation } T = \frac{dT}{dt} = 266 \text{ K/s !}$$

puis la chaleur est diffusée vers le reste de la casserole

c'est une surestimation ~~(on prend pas en compte par ex des)~~
bien sûr

pas besoin d'avoir B fort pour avoir chauffage efficace

30% \rightarrow plaque normal 60% en gaz 40% car chaleur ds casserole et pas
sin plaque \rightarrow pas conduct / rayonn.
par air

Intérêt plaque : bon rendement / diminution accidents domestiques
liés au gaz

mais ne fait pas avec tous les plats : il faut être conducteur
et ferromagnétique pour canaliser \vec{B}
~~Cu / céramique~~ \leftarrow acier / inox \checkmark