Lois de conservation en dynamique

Niveau :
Pré-requis :
- .

Bibliographie :
- Physique PC/PC* Tout-en-un, Dunod, 2022
- Mécanique, Pérez

Introduction

I. Conservation de la quantité de mouvement
A. Principe fondamental de la dynamique
B. Experience Mobiles auto-porteurs
II. Conservation de l'énergie mécanique
A. Théorème de l'énergie mécanique
B. Théorème de Bernoulli
Démonstration par le théorème de l'énergie mécanique
Théorème de Bernoulli pour un écoulement parfait, incompressible, stationnaire d'un fluide homogène évoluant dans le champ de pesanteur le long d'une ligne de champ

C. Sonde Pitot
Faire le schéma Manip expérimental
Expliquer comment fonctionne un anémomètre à fil chaud.
Faire les calculs théoriques pour remonter à la vitesse de l'écoulement.

III. Conservation du moment cinétique
A. Théorème du moment cinétique
B. Lois de Kepler

video danseur glace

Préparer Noether et symétries et invariances et collisions élastiques : 2 git (simon/marchetti)

Titre : M2 - Lois de conservation en dynamique

Présentée par : Hubert COSTE **Rapport écrit par** : Gwilherm JASPARD

Correcteur : Zegers Robin **Date** : 02/12/2024

Bibliographie		
Titre	**Auteurs**	**Éditeur**
Mécanique : fondement et applications (7ème édition)	**Pérez**	**Dunod**
Mécanique 1 (p132 pour la barque)	Bertin, Faroux et Renault	**Dunod**
Mécanique 2 (p198 pour la Bernouilli)	Bertin, Faroux et Renault	**Dunod**
Tout en un, PCSI et PC (Bernouilli, tube de Pitot)		Dunod

Compte-rendu détaillé de la leçon

Pas de photographies de brouillons ! Le compte-rendu doit être rédigé, pour que l'enseignant puisse corriger si nécessaire.

Niveau choisi pour la leçon **: PC**

Pré-requis **:**
Mécanique (PFD, TMC, TEC, solide en rotation)
Hydrodynamique (ligne courant, particule fluide)

Intro :

Notations :
R : référentiel (supposé galiléen
S : système d'étude (m = cste)

Loi de conservation : quantité conservée lors du mouvement
Permet de caractériser le mouvement / simplifier les équations

I / Conservation de la quantité de mouvement

A] Principe fondamental de la dynamique

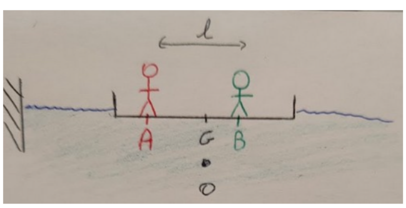
$$\frac{d\hat{p}}{dt} = \sum_i \hat{F}_i = \hat{0}$$

Si S est isolé, alors $\hat{p}$ est conservé
→ plein d'exemples de cette conservation quantité de mouvement (bille de billard, mobiles autoporteurs)

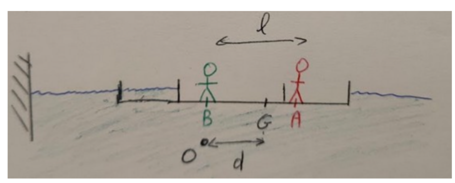
B] Application : barque

— **Système** : { Barque de masse m + 2 passagers de masse m_A et m_B }
— **Référentiel** :
$\mathcal{R}$ d'origine O associé à la rive
$\mathcal{R}'$ d'origine G associé à la barque
— **Hypothèses** : $\mathcal{R}$ galiléen et viscosité de l'eau négligée

$t = t_1$



$t = t_2$



système pseudo-isolé => conservation de $\underline{\hat{p}}$

$\underline{\hat{p}} = m\, \underline{\hat{v}}(G/R) + m_A\, \underline{\hat{v}}(A/R) + m_B\, \underline{\hat{v}}(B/R) = \underline{\hat{0}}$

compo vitesses sur A : $\hat{v}(A/R) = \hat{v}(A/R') + \hat{v}(G/R)$
idem pour B

Dès lors, $(m + m_A + m_B)\, \hat{v}(G/R) + m_A\, \hat{v}(A/R') + m_B\, \hat{v}(B/R') = 0$

En intégrant : $(m + m_A + m_B)\, d + m_A\, l - m_B\, l = 0$
ie $d = (m_A - m_B)*l/(m + m_A + m_B)$

→ si $m_A=m_B$: pas de mouvement
→ si $m >> m_A$ et m_B : rien ne se passee (= porte avion)
→ ici, d ne dépend pas de la vitesse de parcours

(10')

II / Conservation de l'énergie mécanique

A] Théorèmes de l'énergie cinétique et de l'énergie mécanique et de l'énergie cinétique

TEC et TEM découlent du PFD, re-démontrons le rapidement :

$$\frac{d\hat{p}}{dt} = \sum_i \hat{F}_i$$

en multipliant par $\hat{v}$, on trouve : $\frac{d(\frac{1}{2}mv^2)}{dt} = \sum_i P_i(\hat{F}_i) = \frac{dEc}{dt}$

soit $dEc = \sum_i W_i(\hat{F}_i)$

Et si $\hat{F}_i$ conservative alors $\hat{F}_i$ = - $gr\hat{a}d(Ep, i)$

dEp = -$\hat{F}_i$. $d\hat{l}$ = -$\delta W_i(\hat{F}_i)$

Dès lors, on a $\frac{dEm}{dt} = 0$ avec Em = Ec + Ep

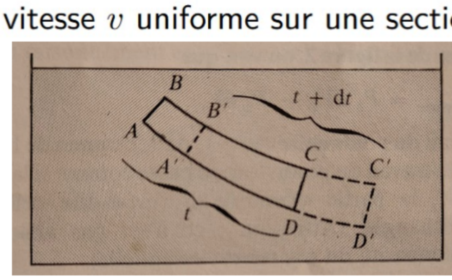
⇒ Appliquons le TEM à une particule de fluide

→ slide
(16')

B] Application : théorème de Bernouilli

Système : particule fluide (échelle mésoscopique)

Hypothèses :
— écoulement parfait (pas de viscosité), stationnaire et incompressible
— masse volumique uniforme
— seul les forces de pression et de pesanteur sont considérées
— pression P et vitesse v uniforme sur une section



incompressibilité : δV_0 = constante = δV_e = δV_s

on introduit :

- z_1 et z_2 les centres de masses de la particule δV_0 à t et t+dt
- $\hat{v}_1$ et $\hat{v}_2$ les vitesses de la particule δV_0 à t et t+dt

- P_1 et P_2 la pression de la particule δV_0 à t et t+dt

d'après le TEC, on a : $dEc = \frac{1}{2}\rho\,\delta V_0\,(v_2^2 - v_1^2)$

on fait l'inventaire des travaux des forces appliquées à δV_0

- pression :

$$\delta W_P = -\iint P\, d\hat{S}.d\hat{l} = (P_1 - P_2)\,\delta V_0$$

- pesanteur :

$$\delta W_G = \rho\,\delta V_0\,(z_1 - z_2)$$

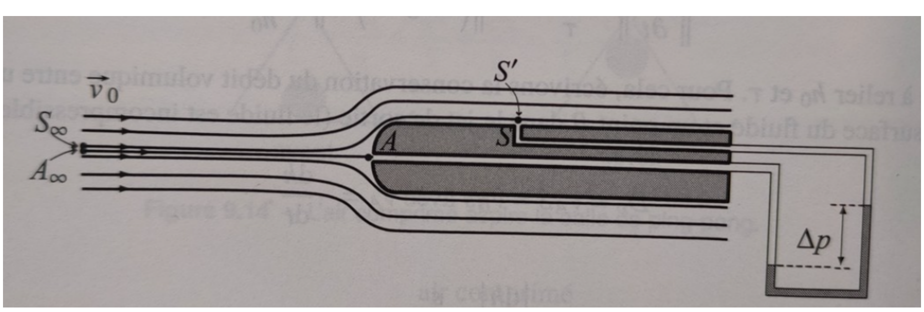
On applique le TEC, on obtient le théorème de Bernouilli

$\frac{1}{2}\rho\, v^2 + P + \rho\, z = cste$ (valable sur une ligne de champ, dans les conditions citées sur slide)

(23')

C] Application : tube de Pitot

→ inventé au 17ème (vitesse Seine)
→ toujours utilisé pour les avions



Bernouilli :

- A_{inf} → A : $\frac{1}{2}\rho\, {v_0}^2 + P_0 = P_A$ (car $v_A = 0$, point arrêt)

- S_{inf} → S : $\frac{1}{2}\rho\, v_0^2 + P_0 = \frac{1}{2}\rho\, v_s^2 + P_s$

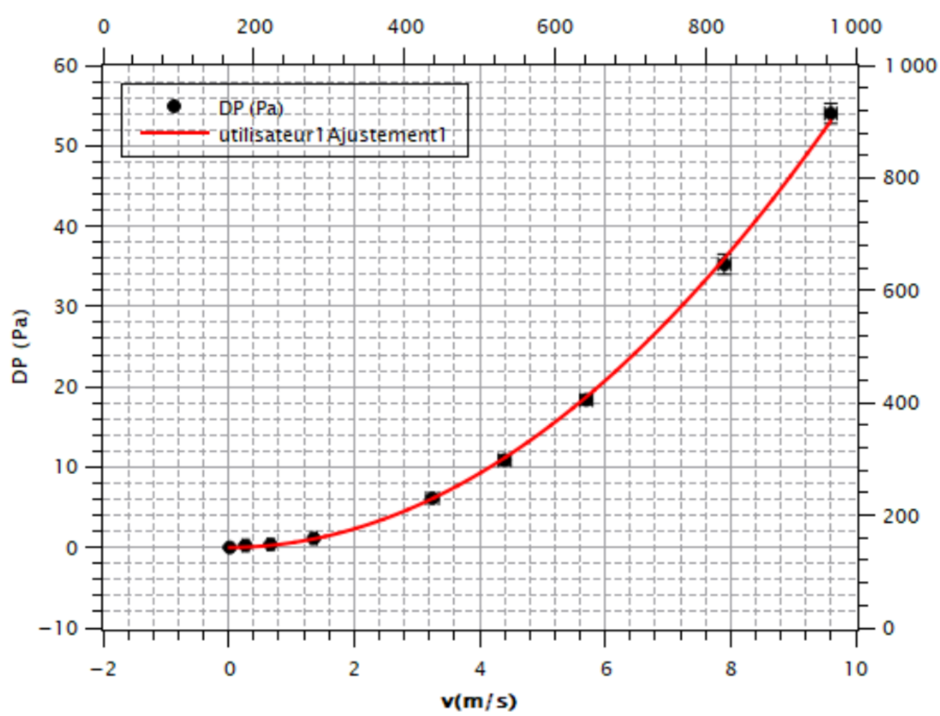
or $v_S = v_0$ (car les lignes de champ ne sont pas perturbées par le tube de Pitot)

Dès lors, on a : $\frac{1}{2}\rho\, v_0^2 = P_A - P_S$

On peut mesurer $P_A - P_S = \Delta P$ avec un manomètre

Expérience :
→ mise en évidence expérimentale :
- soufflerie
- tube de Pitot
- manomètre à fil chaud

=> quand on augmente v, on voit que ΔP augmente
=> en faisant proprement les manips (préparation) on trace ΔP = f(v)
- ajustement quadratique, excellent (χ^2_{red} = 0,2)



(32')

III / Conservation du moment cinétique

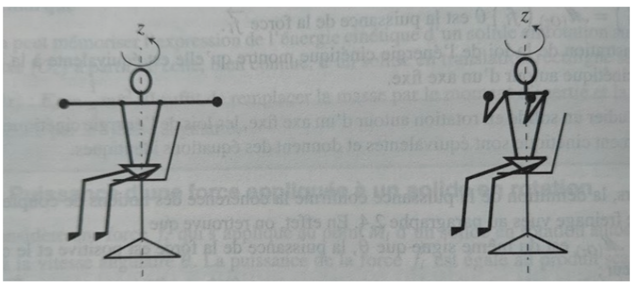
A] Théorème du moment cinétique

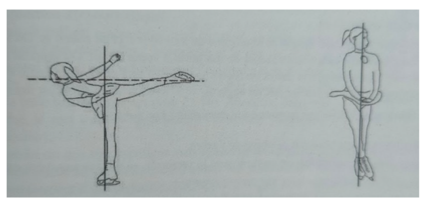
$\frac{d\hat{L}_O}{dt} = \sum_i \hat{M}_O\,(\hat{F}_i)$ donc si S est isolé, alors $\hat{L}_O$ est conservé

B] Exemple d'application

→ Système où $\hat{L}_O$ est conservé : tabouret d'inertie

Système : expérimentateur + tabouret





$$L_z = J\,\omega$$

- bras pliés : $L_z = J_P\,\omega_P$
- bras tendus : $L_z = J_T\,\omega_T$
- or $J_T > J_P$ (car masse plus éloignée de l'axe de rotation) ⇒ $\omega_P > \omega_T$

application : patineur et axel

→ un autre cas où $\hat{L}_O$ est conservé est le cas où le système est soumis à des forces centrales

$\hat{F}$ est selon $\hat{OM}$ donc le TEM donne :

$$\frac{d\hat{L}_O}{dt} = \hat{OM} \wedge \hat{F} = \hat{0}$$

→ dans le cas des planètes, on peut démontrer la 1ère loi de Kepler (mouvement plan)

Conclusion :

- *On a vu des exemples de problèmes où une quantité était conservée (impulsion, énergie méca, moment cinétique)*

- *Il existe aussi d'autres équations de conservation, par exemple :*

  $\frac{d\rho}{dt} + div\,(\hat{j}) = 0$ *(conservation de masse, de charge…)*

(40'30)

.....

Expérience(s) réalisée(s) :

- *Manip : Anémométrie à tube Pitot*

  Référence : TP Série 2 (MÉCANIQUE DES FLUIDES) - Équivalence pression dynamique / énergie interne — Théorème de Bernoulli

Questions posées par l’enseignant (avec réponses)

C’est au binôme de prendre en note les questions posées par l’enseignant. Et autant que possible de prendre en note les **bonnes** réponses (donc pas nécessairement celles données par l’étudiant au tableau)

L’enseignant pourra compléter les questions et bien sûr les réponses.

Merci de respecter le format ci-dessous autant que possible.

Question : Qu’entendez vous par “dp/dt = si isolé est la définition même de R” ?

Réponse :
Définition de R galiléen

Question : Différence isolé / pseudo-isolé ?

Réponse :
isolé = pas de force
pseudo isolé = force qui se compensent (somme des forces nulle)

Question : Peut-on vérifier l’hypothèse de pseudo isolation sur l’exemple de la barque

Réponse :
ici, on s’intéresse à p_x donc ok si on néglige la viscosité
de plus, on a $\hat{R}$ = - m_{tot} $\hat{g}$

Question : Que peut-on dire de plus sur le mouvement de la barque ?

Réponse :
on a intégré l’équation pour trouver le déplacement
on peut aussi trouver des relations sur la dynamique (par exemple la vitesse de la barque à la fin du déplacement de A et B)

Question : Démonstration de TEM, lien entre Ep et travail ?

Réponse :
dEp = $-\hat{F}_i \, . \, d\hat{l} = -\delta W_i(\hat{F}_i)$

Question : Qu’est-ce qu’une ligne de courant ?

Réponse :
lignes parallèles à $\hat{v}$ → équation $d\hat{l} \wedge \hat{v} = \hat{0}$

Question : Démo Bernouilli : qu'entendez-vous par "tout reste constant entre A' B' et C D" ?

Réponse :
Forces de pression :
→ régime permanent
→ et $d\hat{l}$ orthogonal à la surface latérale donc les forces de pression ne travaillent pas

Forces de pesanteur :
→ régime permanent
→ g uniforme

Question : Tube de Pitot = utilisation Bernouilli MAIS hypothèse incompressible, or air = compressible ? Qu'est-ce qui nous y autorise ?

Réponse :
→ *hypothèse = écoulement incompressible*
→ *possible, même dans le cas d'un fluide compressible (nombre de Mach)*

Question : –

Réponse :
→ *A est un point d'arrêt*
→ *On est normal à la surface, condition aux limites : $v_{normale} = 0$*

Mais on a pas une paroi solide mais un trou ?
→ *régime stationnaire : on ne peut pas faire rentrer de fluide dans le tube donc on a bien un point d'arrêt*

Question : Pourquoi on peut supposer que $v_S = v_0$? Vous aviez parlé de la couche limite

Réponse :
FLUIDE PARFAIT
→ *on néglige la viscosité, donc on a pas de couche limite*
→ *qu'est-ce qui autorise à négliger le tube ? le tube a une section très très faible donc OK*

FLUIDE RÉEL
→ *on veut une couche limite la plus petite possible*
→ *on doit avoir la pression qui change peu entre le trou du tube et la ligne de champ : hypothèse de continuité de P*

Question : Comment fonctionnent le manomètre et l'anémomètre à fil chaud ?

Réponse :
anémomètre à fil chaud :
-> on fait passer un courant dans un fil => chauffé par effet Joule
-> si T augmente, on a R qui diminue
-> plus la vitesse de l'écoulement est grand, plus on perd de la chaleur donc plus T_{RP} est faible donc R est faible
-> on peut relier vitesse et R

manomètre : relie différence de pression à une tension, pas plus d'info

Question : Vous avez tracé ΔP = f(v), qu'est-ce qu'on aurait pu tracer de plus visuel ?

Réponse :
On aurait pu tracer $\Delta P = f(v^2)$ *et montrer qu'on avait bien une loi affine*

Question : Commentaire sur χ^2_{red} de 0,2 ?

Réponse :
On veut plutôt χ^2_{red} autour de 1
On a sûrement surestimé nos incertitudes

Question : Vous avez énoncé le TMC, cette relation est-elle toujours vraie ?

Réponse : Le TMC n'est valide que pour un point O fixe

Question : Pourquoi le système est isolé pour le personnage sur le tabouret d'inertie ?

Réponse :
hypothèse = liaison pivot parfaite donc pas de couple de frottement au niveau du tabouret

Question : Quel parallèle peut-on faire entre la situation du tabouret et la situation de la barque ?

Réponse : ?

Question : Conservation MC dans problème à deux corps => 1ère loi de Kepler. Pouvait-on en déduire d'autres choses ?

Réponse : Conservation de $\hat{L}_O$
-> mouvement plan (1ère loi de Kepler)
-> conservation de la vitesse aréolaire (2ème loi de Kepler)

Question : D'où vient la 3ème loi de Kepler, rapidement ?

Réponse :
On introduit le vecteur de Laplace, conservé lui aussi, pour montrer la 3ème loi

Question : Pourquoi le vecteur de Laplace est-il conservé ?

Réponse :
Il faut qu'on ait une énergie potentielle de la forme Ep = 1/r

Question : Pourquoi a-t-on conservation de certaines quantités dans certains problèmes ?

Réponse :
Théorème de Noether
Propriétés du systèmes / Symétries / loi de conservation associée

Théorème de Noether

Propriété du système physique	Symétrie	Invariant / quantité conservée
Espace homogène	Translation dans l'espace	Impulsion
Espace isotrope	Rotation dans l'espace	Moment cinétique
Système indépendant du temps	Translation dans le temps	Energie

Question : Equation de conservation de la charge : symétrie à l'origine de cette conservation d'après Noether

Réponse :
Invariance de jauge des équations de Maxwell

Question : Navier-Stokes et Euler dérivent du PFD, pourrait-on imaginer écrire ces équations sous la forme des équations de conservation

Réponse : oui, avec un terme de source de quantité de mouvement (= force ?)

RETOURS :

Plan très bien

Élément imposé bien intégré (20’ sur la partie 2, 10-15min sur l'élément imposé OK)

Pré-requis OK

Bien faire la distinction isolé / pseudo isolé

Bien faire la distinction isolé / force centrale / moments qui se compensent

“Loi de conservation = constance d’une grandeur au cours de l’évolution du système”, bien de l'énoncer au début

→ Conservation de la quantité de mouvement : billard intéressant (car chocs)

exemple barque intéressant

Attention : incompressible = propriété de l’écoulement (div v = 0) pas du fluide
→ critère de Mach : incompressible si $v \ll c_s$

Attention à faire proprement le calcul des travaux des différentes forces pour la démo de Bernouilli

Attention à la justification du point d’arret

Penser à regarder la documentation des instruments utilisés (fonctionnement manomètre par exemple)

Tracer plutôt delta P = f(v^2) car droite = plus visuel

TMC : valable si point O fixe ou barycentre du système ou point animé de la même vitesse que le barycentre.

Moment cinétique : dépend de la masse et de sa répartition géométrique
Impulsion : dépend juste de la masse

Kepler : il faut le traiter ABSOLUMENT, quitte à faire sauter le tabouret d’inertie, pour avoir le temps de traiter la 1ère et la 2ème loi de Kepler

Noether : sous-jacent, il faut l’avoir en tête

NS et E comme lois de conservation : oui => variation temporelle p + variation convective de p = sources de p (grad P, tenseur des contraintes visqueuses, grad Epp)

Titre : LP M2 Lois de conservation en dynamique

Présentée par : Basile Wurmser **CR rédigée par :** Thibaut Perdereau

Correcteur : Robin Zegers **Date :** 28 novembre 2022

Compte-rendu leçon de physique élève

Bibliographie de la leçon :			
Titre	Auteurs	Editeur (année)	ISBN
Mécanique	Pérez	DUNOD	
Physique PCSI tout-en-un		DUNOD	

Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon : CPGE (1ère année)
Prérequis : PFD, TMC, TEC, pendule simple

Déroulé détaillé de la leçon :

Hypothèses (supposées dans toute la leçon) :

- le référentiel d'étude est supposé galiléen,
- la masse est une constante du mouvement.

1min00s

Introduction

En mécanique il y a des théorèmes généraux : le PFD, le TMC, le TEC, qui permettent de décrire le mouvement dans le temps d'un système. Dans des cas particuliers, ces théorèmes deviennent des lois de conservation.
1min40s

I– Quantité de mouvement

1– Principe fondamental de la dynamique

Point M de masse m soumis à une résultante des forces $\overrightarrow{F}$ avec

$$\overrightarrow{F} = \sum_i \overrightarrow{f_i}$$

Dans un repère d'origine O, M est repéré par $\overrightarrow{OM}$, de vitesse $\overrightarrow{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ et de quantité de mouvement $\overrightarrow{p} = m\overrightarrow{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$.
4min35s

En appliquant le PFD on obtient :

$$\frac{d\overrightarrow{p}}{dt} = \overrightarrow{F}$$

5min00s

2– Système pseudo-isolé
Définition : Dans un système isolé, $\overrightarrow{F} = \sum_i \overrightarrow{f_i} = \overrightarrow{0}$.
5min40s

En appliquant le PFD, on trouve $\frac{d\overrightarrow{p}}{dt} = 0$.
Conséquences :
- $\overrightarrow{p} = \overrightarrow{cste}$,
- et donc $v = \overrightarrow{cste'}$,
- et donc le mouvement est rectiligne uniforme.

7min10s

Dans le cas particulier où $\overrightarrow{p} = \overrightarrow{0}$, alors le système est au repos dans le référentiel d'étude.
7min50s

3– Collision élastique
Soient deux points M_1 et M_2 de quantité de mouvement $\overrightarrow{p_1} = m_1\overrightarrow{v_1}$ et $\overrightarrow{p_2} = m_2\overrightarrow{v_2}$.
- Avant la collision : $\overrightarrow{p} = \overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2}$
- Après la collision : $\overrightarrow{p'} = \overrightarrow{p'_1} + \overrightarrow{p_{2'}}$

On se place en 1 dimension.
10min15s

Conservation de la quantité de mouvement :

$$p = p'$$
$$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2$$

10min50s

Début de l'expérience : vérifier expérimentalement de la conservation de la quantité de mouvement.
→ Sur slide : schéma d'un mobile autoporteur avec bilan des forces dessus et valeur des masses mesurées
Explication du fonctionnement des mobiles autoporteurs, du dispositifs expérimental et également du protocole expérimentale :

— un des mobiles reste immobile,
— l'autre mobile est lancé sur le premier.

Dans cette expérience on néglige le frottement solide entre le mobile autoporteur et la table car il y a un coussin d'air.
Étapes principales de l'expérience :

— *13min20s* : Début de l'acquisition vidéo de l'expérience.
— *14min15s* : Importation de la vidéo dans le logiciel tracker.
(Remarque : vidéo trop longue donc difficulté pour l'importer sur tracker. Traitement vidéo préliminaire pour couper les premières minutes inutiles. Perte de environs 1min20s.)
— *15min40s* : Utilisation de tracker pour obtenir la vitesse des mobiles.
(Remarque : perte de temps sur tracker avec le repérage automatique qui a fonctionné difficilement)
— *20min00s* : Analyse sur qtiplot de la quantité de mouvement des deux mobiles mesurée par tracker. Ici on prend les modules de la quantité de mouvement.
— *22min40s* : Discussion des résultats.

On voit que la quantité de mouvement de chaque mobile a changé après la collision. Pour le mobile A, $p_A = p_0$ avant la collision et $p'_A = 0$ après la collision. Pour le mobile B, $p_B = 0$ avant la collision et $p'_B = p_1$ après la collision. On observe que la somme des deux n'est pas constante. Cette variation peut s'expliquer par une dérive

des mobiles autoporteurs car la table n'est pas parfaitement horizontale, par le fait que le mobile B n'était pas parfaitement immobile etc.
24min30s

Conclusion sur quantité de mouvement : on peut appliquer la conservation de la quantité de mouvement pour les mouvements rectilignes et les collisions rectilignes. Quant est-il des rotations ?
25min00s

II– Moment cinétique

1– Théorème du moment cinétique

Soit un point M d'un système dans un référentiel galiléen tel que :

- M est soumis à $\overrightarrow{F} = \sum_i \overrightarrow{f_i}$
- $\overrightarrow{L_O} = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{p}$
- $M_O = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{F}$

On applique le TMC :

$$\frac{d\overrightarrow{L_0}}{dt} = \overrightarrow{M_0}$$

27min20s

2– Système pseudo-isolé

Par définition :

$$\overrightarrow{F} = \sum_i \overrightarrow{f_i} = \overrightarrow{0}$$

Par conséquent :

$$\overrightarrow{M_0} = \overrightarrow{0}$$

Et donc :

$$\frac{d\overrightarrow{L_0}}{dt} = \overrightarrow{0}$$

Ici ce résultat est cohérent avec la partie I. Il y a un phénomène en plus.
28min50s

Illustration : vidéo de la roue de vélo qui tourne et qui est tenue par une personne immobile sur une chaise pivotante. → Sur slide : schéma du phénomène Selon l'orientation de la roue de vélo, la personne sur la chaise pivote ou non. On a conservation du moment cinétique : pour que la somme soit nulle (état ç initial), il faut compenser le moment de la roue. Une nouvelle rotation apparaît : celle de la chaise.
Il y a aussi une autre conséquence à la conservation du moment cinétique : les forces centrales.
31min00s

3– Forces centrales

$\overrightarrow{F}$ est dite centrale si :

$$\overrightarrow{F} = F\frac{\overrightarrow{OM}}{||\overrightarrow{OM}||}$$

Ici on a alors $\overrightarrow{M_0} = \overrightarrow{0}$ et donc $\frac{d\overrightarrow{L_0}}{dt} = \overrightarrow{0}$.
Il y a conservation du moment cinétique, donc c'est un mouvement plan. Application aux orbites des planètes autour du soleil.
33min00s

III– Énergie

1– Théorème d l'énergie cinétique

Le TEC est :

$$\Delta E_c = \sum_i W_i\left(\overrightarrow{f_i}\right)$$

34min20s

2– Forces conservatives

Si $\overrightarrow{f_i}$ est une force conservative, alors $\overrightarrow{f_i} = -\overrightarrow{grad}\,(E_{p,i})$. Et donc $W(\overrightarrow{f_i}) = -\Delta E_{p,i}$.
36min00s

D'où, d'après le TEC :

$$\Delta E_c = \sum_i (-\Delta E_{p,i})$$

En posant $E_p = \sum_i E_{p,i}$, on trouve que :

$$\begin{aligned} \Delta E_c &= -\Delta E_p \\ \Delta(E_c + E_p) &= 0 \\ \Delta E_m = 0, \text{ avec} E_m &= E_c + E_p \end{aligned}$$

38min08s

On peut vérifier la conservation de l'énergie mécanique dans l'expérience des mobiles autoporteurs (pas fait ici). Une autre illustration de la conservation de l'énergie mécanique est le cas du pendule simple.
38min40s

3– Cas du pendule simple
→ Sur slide : schéma du système avec bilan des forces.

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2} m L^2 \dot{\theta}^2 \\ E_p &= mgL(1-\cos\theta) \\ E_m &= E_c + E_p = cste \end{aligned}$$

40min21s

→ Sur slide : E_p en fonction de θ Discussion sur l'angle maximale du pendule et sa dépendance des conditions initiales.
41min45s : Vidéo d'illustration de la conservation de l'énergie mécanique : `https://www.youtube.com/watch?v=77ZF50ve6rs`.
42min02

Les lois de conservations vues dans cette leçon peuvent être démontrées en appliquant le théorème de Noether. Ce théorème indique qu'à toute symmétrie de l'espace correspond à une quantité conservée.
42min35s

Questions posées par l'enseignant (avec réponses)

Q : Discussion sur les prérequis. Que voulez vous dire au sujet du pendule simple ?
Je voulais juste donner les équations du mouvement dans la leçon sans les démontrer.

Q : Pourquoi avoir mis la masse constante dans les hypothèses ? Est-ce qu'il y a des cas où les masses ne sont pas constantes ? À quelle hypothèse est liée la conservation de la masse ?
Dans le cas d'un flux de matière, la masse du système n'est pas conservée.

Q : Est-ce que la vitesse donnée par $\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ est bien définie ? Est-ce que ça a du sens ?
C'est la vitesse dans un référentiel, ici supposé galiléen.

Q : Est-ce qu'il est nécessaire que le référentiel considéré soit galiléen pour appliquer cette formule ?
Non. Cette formule est valable dans le référentiel propre du système (qui peut être non galiléen).

Q : Pour un point ponctuel, si $\frac{d\overrightarrow{p}}{dt} = \overrightarrow{0}$, alors $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{cste}$. Qu'est-ce qu'il se passe si le système n'est pas supposé ponctuel ?
Si on prends un solide indéformable, alors on a également un MRU.

Q : Si le système n'est pas un solide, est-ce que la conservation de la quantité de mouvement est toujours vraie ? Pour un fluide par exemple ?

Q : Sur la collision élastique de deux points matériels. Quelles hypothèses se cachent dans l'expression $p' = p'_1 + p'_2$?
Le système a une quantité de mouvement p et on suppose que p n'est pas la même avant et après la collision. D'où p avant la collision et p' après. On suppose aussi qu'avant et qu'après la collision il y a deux points matériels. Il est possible qu'après la collision il y ait plus ou moins de solides (avec donc variation de masse des solides).

Q : Qu'elle est la définition d'une collision élastique ?
L'énergie est distribuée en terme de mouvement, sans dissipation d'énergie hors

mouvement. Dans un choc inélastique il y a dissipation d'énergie par échauffement par exemple.

Q : Un élève remarque que les mobiles autoporteurs ne sont pas ponctuels. Qu'est-ce que vous lui répondez ?
On suppose que les mobiles sont indéformables et réagissent de la même manière. Ils se comportent donc comme une particule ponctuelle définie par son barycentre.

Q : Est-ce que le module des quantités de mouvement est la bonne quantité ? Pourquoi l'utilisation des normes est pertinente pour étudier la conservation de p ?
Ici j'ai pris la racine carrée de la somme des composantes au carré : c'est la norme. On pouvait aussi considérer les composantes selon x et y.

Q : Sur le graphique de p mesurée en fonction de t, est-ce qu'il y a des incertitudes ? Comment les estimer ?
En prenant la variation de position avant la collision pour estimer la dérive des mobiles, on peut estimer une incertitude.

Q : Quel est le problème de la table ? Comment on appelle ce type d'erreur ?
La table est inclinée, elle n'est pas horizontale. Cela peut aussi être provoqué par un flux d'air non isotrope pour les mobiles. C'est une erreur systématique de la mesure.

Q : Comment prendre en compte l'erreur systématique ?
On peut évaluer la dérive des mobiles et la retrancher des mesures.

Q : Dans la vidéo de la personne avec la chaise de vélo, le système n'est pas un point. Comment justifier qu'on puisse passer du cas ponctuel au cas d'un solide pour la conservation du moment cinétique ?
Ça va dépendre de la distribution des masses et du moment d'inertie du solide.

Q : Sans parler de frottement pour l'instant, est-ce que ça remet en cause la conservation de L_O ?

Q : À quoi faut-il faire attention si on veut observer la conservation de L_O pour un solide ?

Q : Pourquoi si le rayon r augmente, la vitesse de rotation v diminue ?
Ça se voit avec la formule du moment cinétique.

Q : Est-ce que la conservation de la quantité de mouvement p et celle du moment cinétique L_0 sont équivalentes ? Est-ce qu'il y a une analogie ?

Q : Comment vérifier la conservation de l'énergie mécanique avec les mobiles autoporteur ?
L'énergie cinétique E_c est donnée par *tracker*. On peut alors vérifier qu'elle est conservée avant et après collision. En effet l'énergie potentielle E_p est supposée nulle ici donc $E_m = E_c$.

Q : Est-ce que la force de tension du fil du pendule est conservative ?
Oui car la force de tension du fil ne travaille pas car elle est perpendiculaire au mouvement.

Q : Pouvez-vous préciser la signification du graphique E_p en fonction de θ ?
Le pendule est laché à un angle θ_O correspondant à une hauteur h_0 sans vitesse initiale. Il y a donc une énergie potentielle $E_{p,0}$ donnée par les conditions initiales et $E_{c,0} = 0$. Puisque $E_m = cst = E_{p,0}$, alors quand $E_p = 0$, $E_c = E_m = E_{p,0}$ et par conséquent $h_{max} = h_0$.

Q : Que peut-on faire avec ce type de graphique ?
Si E_m est très grand devant la barrière de potentiel, alors on sort du puit et le pendule peut tourner en cercle.

Q : Pouvez-vous préciser ce qu'est une symétrie à transformation infinitésimale ?
C'est une symétrie continue avec une transformation continue. C'est important pour appliquer le théorème de Noether.

Q : Connaissez-vous d'autres symétrie associées ?
Conservation de la charge par exemple.

Commentaires lors de la correction de la leçon

Le plan est classique vu le titre de la leçon. Le cadre de la mécanique, et le niveau CPGE 1ere année sont bien choisis. Les prérequis sont cohérents avec ce qui est vu dans la leçon.

C'est très bien de dire dès le début que les référentiels considérés lors de la leçon sont supposés galiléens. Cela permet de gagner du temps. Attention il ne faut pas oublier que toutes les dérivées sont faites dans un référentiel considéré. Si c'est un référentiel non galiléen ce n'est pas un problème : on ajoute des termes supplémentaires. C'est très bien de supposer que les théorèmes généraux sont déjà vus et de directement les énoncer. Il est possible de gagner du temps dans la leçon en parlant dès le début de ce qu'est un système peudo-isolé (en même temps que les hypothèses sur les référentiels par exemple).

Il faut discuter plus précisément la notion de choc élastique, en donner la définition. En particulier préciser qu'il y a le même nombre de particules avant et après la collision (pas de fusion, ni de destruction). Dans le système il n'y a pas de variation de l'énergie interne U, donc c'est aussi le cas dans une collision élastique. Donc l'énergie cinétique est conservée. C'est l'autre hypothèse des collisions élastiques.

Il faut être quantitatif sur les mesures : il faut estimer les incertitudes, c'est nécessaire. Il faut une estimation sur les erreurs de mesures faites, du début jusqu'à la fin de la chaîne d'analyse des résultats. Il y a une dérive qu'il faut quantifier, il y a des erreur à considérer. Il n'est pas nécessaire d'avoir la valeur exacte de l'incertitude, mais au moins un pourcentage d'erreur cohérent et pouvoir le justifier. Pour les mobiles autoporteurs il y a des frottement fluides et la tension sur les fils. Il faut gagner du temps sur la manip car elle est très longue. Une possibilité serait d'acquérir une vidéo en préparation et de faire l'analyse de la vidéo directement avec *tracker*. Il faut voir ce qui est le mieux devant le jury. (Remarque de Thibaut : je pense qu'il faut faire l'acquisition de la vidéo devant le jury pour montrer les capacités expérimentales et justifier l'estimation des incertitudes).

Si on présente une vidéo avec un personnage qui tourne avec une roue de vélo, il faut discuter du lien entre le moment cinétique et la rotation, et justifier le passage d'un point à un solide. Il faut garder en tête que la mécanique du solide rentre en jeu pour les systèmes physique : il faut considérer les barycentres des systèmes pour appliquer les théorèmes.

Pour gagner du temps il est peut-être bien de ne pas trop discuter sur la conservation de l'énergie mécanique, car elle a pu être vu avant. Il peut être bien de directement donner le résultat et de l'appliquer dans le cas du pendule. Si on parle de force centrale, il faut savoir démontrer le mouvement plan et la loi des aires. Pour le pendule simple, on peut faire le portrait de phase $(\theta, \dot{\theta})$. Il ne faut pas linéariser les équations du pendule simple : ça permet d'avoir une discussion plus profonde sur l'espace des phases. Cela montre aussi comment les lois de conservations permettent de contraindre la liberté des systèmes.

Ici il est possible de parler de Kelper, de relativité etc. Ça peut être aussi une ouverture.

Exemples de « passages obligés »sur cette leçon

Lois de Kepler