

1. Les surfaces d'onde sont donc des surfaces équiphases et elles jouent un rôle prépondérant en optique. Cependant, cette notion est à manipuler avec précaution car si l'on compare les deux définitions de début de paragraphe, nous nous apercevons que la définition de la surface d'onde qui utilise la phase occulte l'autre paramètre pourtant important de l'onde qui est son amplitude, paramètre qui est lui présent dans la première définition.

2. Ou théorème de Malus-Dupin.

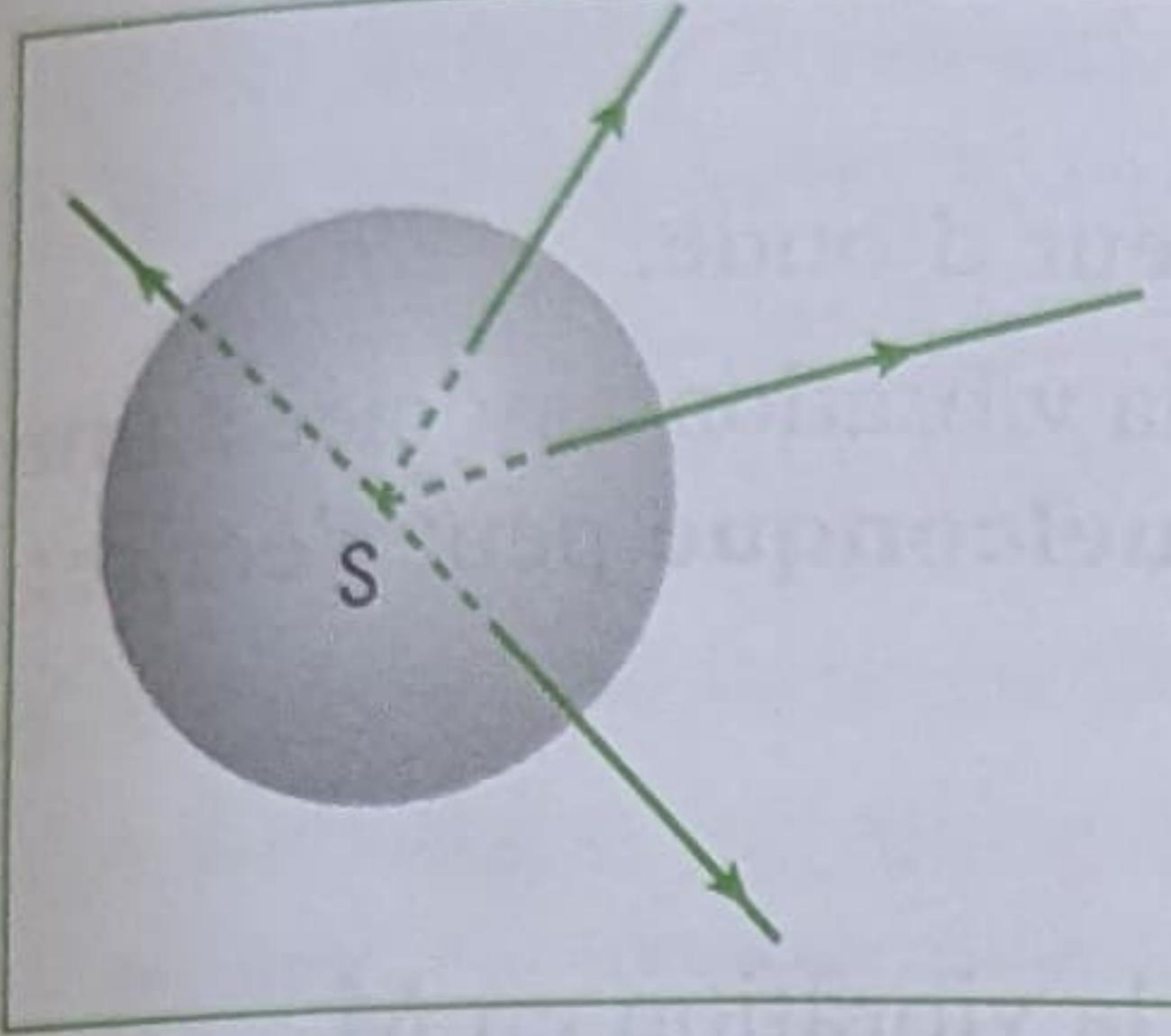


Fig. 22 – Surface d'onde sphérique.

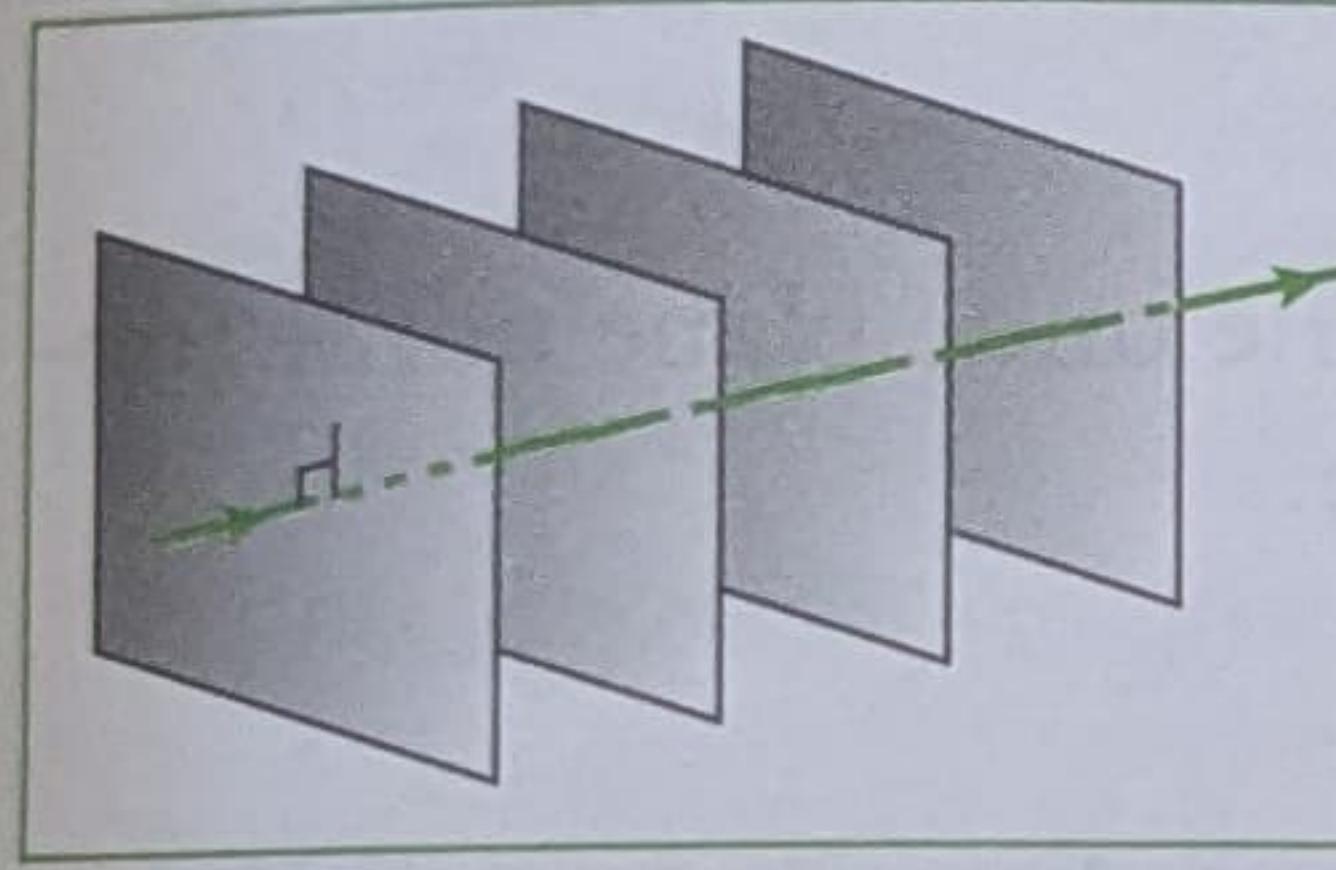


Fig. 23 – Plans d'onde.

H. Surfaces d'ondes

Comme définie précédemment, une surface d'onde est :

- l'ensemble des points de l'espace atteints par l'onde tels que $s(M, t)$ soit uniforme, c'est-à-dire égal à une constante, à un instant donné ;
 - une surface sur laquelle la phase de l'onde est constante à un instant donné.
- Dans un milieu transparent et isotrope d'indice n , pour une source ponctuelle S et un point M sur un rayon lumineux issu de S, nous obtenons que :

$$\phi_M - \phi_S = \frac{2\pi}{\lambda_0} (SM)$$

est une constante le long d'un parcours de la lumière. Ainsi, le chemin optique (SM) est lui-même constant.

Étant donnée l'émission naturellement incohérente des atomes dans les sources classiques, cette notion est bien évidemment relative à un point de la source et n'a de généralité que pour une source lumineuse ponctuelle.

Définition 15

Une surface d'onde Σ est le lieu des points situés à égal chemin optique d'une même source ponctuelle¹.

En figures 22 et 23 sont représentées les surfaces d'onde dues à une source ponctuelle dans un milieu homogène, isotrope et transparent, d'abord près de la source (figure 22), puis loin de la source (figure 23).

I. Théorème de Malus²

Ce théorème, dû à Malus (1808), démontré par Dupin (1816), généralise les résultats précédents.

Théorème 1

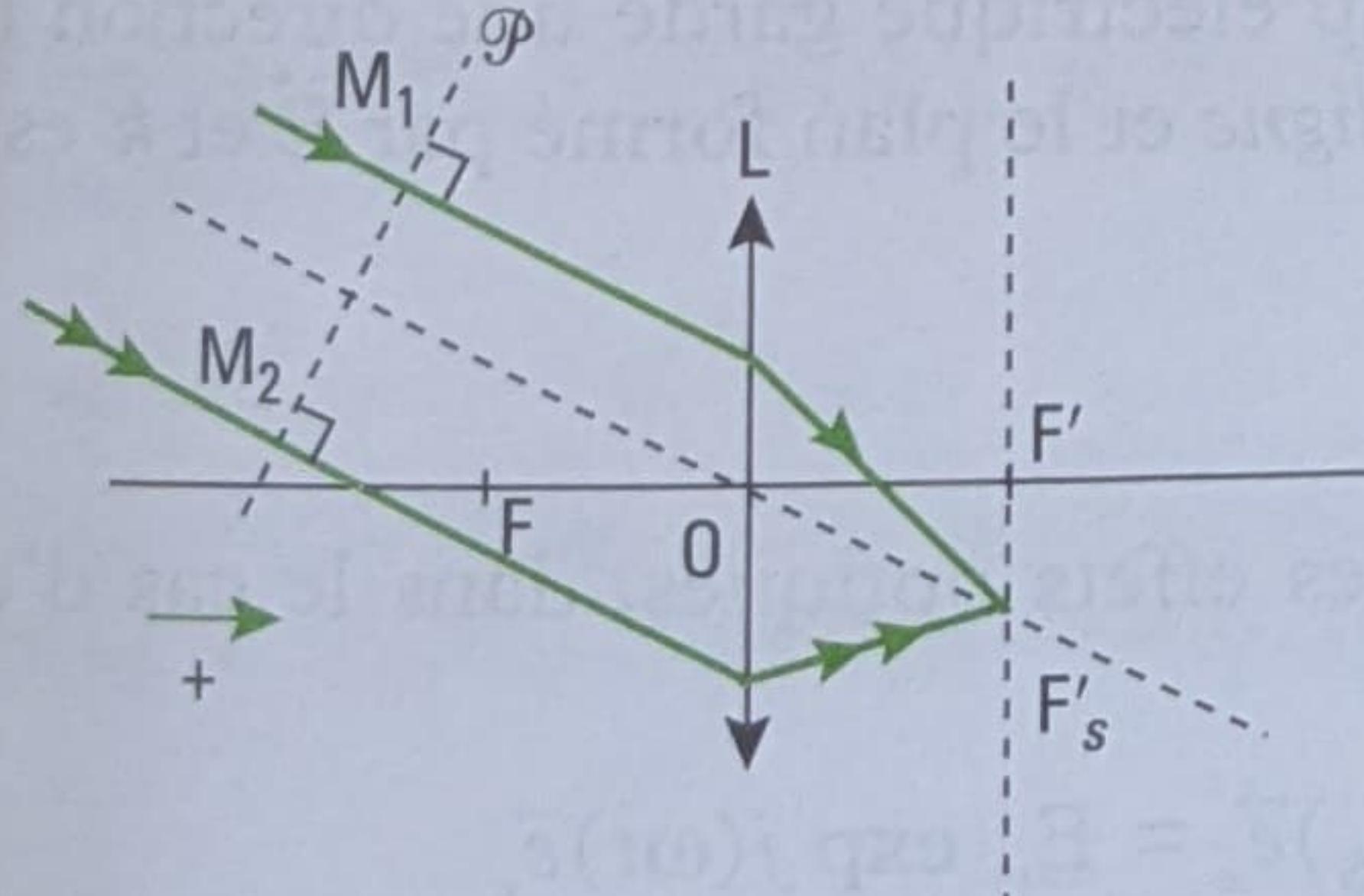
Dans un ensemble de milieux isotropes, après un nombre quelconque de réflexions ou de réfractions, les rayons lumineux issus d'un même point source sont **normaux** aux surfaces d'onde.

Application 2 Cas d'une lentille éclairée en lumière parallèle

Deux rayons lumineux parallèles arrivent sur une lentille convergente en étant inclinés sur l'axe de cette lentille. Soient deux points M_1 et M_2 situés à l'intersection de ces deux rayons avec un plan \mathcal{P} perpendiculaire à ces deux rayons, en amont de la lentille.

F'_S désignant le point de convergence de ces rayons, montrons que $(M_1F'_S) = (M_2F'_S)$.

Solution



Nous savons que ces deux rayons lumineux convergent, au-delà de la lentille, au foyer secondaire.

Utilisons la loi du retour inverse de la lumière en imaginant une source ponctuelle en F'_S émettant vers la lentille un faisceau qui émerge sous forme d'un faisceau parallèle.

Le plan \mathcal{P} étant perpendiculaire aux rayons issus de F'_S , il constitue un plan d'onde et donc $(F'_S M_1) = (F'_S M_2)$ en appliquant la définition vue au paragraphe précédent.

Or, d'après la loi du retour inverse de la lumière, nous avons : $(F'_S M_1) = (M_1 F'_S)$ et $(F'_S M_2) = (M_2 F'_S)$.

Nous en déduisons que : $(M_1 F'_S) = (M_2 F'_S)$; la proposition est donc démontrée.

Comme $d\overline{AB} = \overline{A'B} - \overline{AB} = -(\overline{BA}' - \overline{BA}) = -\overline{AA}'$, nous obtenons donc:

$$d(AB) = -n\vec{e} \cdot \overline{AA}'$$

Ce résultat revêt une importance toute particulière dans l'étude des interférences, objet des chapitres 2, 3, 4 et 5. Cette opération est particulièrement importante lorsque le point A est un point source, car l'opération physique réalisée revient à élargir la source, supposée jusque-là ponctuelle, et donc à se rapprocher de la réalité des sources, qui sont étendues.

F.5. Principe du retour inverse de la lumière

Ce principe indique que dans un milieu transparent et isotrope, le trajet effectivement suivi par la lumière entre deux points A et B situés sur un même rayon lumineux est indépendant du sens de propagation de la lumière entre ces deux points.

Dans ce cas :

$$(AB) = \int_A^B n(M) \vec{e} \cdot d\vec{r} = - \int_B^A n(M) \vec{e} \cdot d\vec{r} = \int_B^A n(M) \vec{e} \cdot d\vec{r}' = (BA)$$

avec $d\vec{r}' = -d\vec{r}$ ¹.

Les trajets effectivement suivis par la lumière entre deux points d'un rayon lumineux, dans un sens de propagation comme dans l'autre, correspondent à des chemins optiques égaux².

G. Expressions du chemin optique

De la relation précédente donnant le chemin optique $(AB) = \int_A^B n(M) \vec{e} \cdot d\vec{r}$, nous pouvons déduire une autre expression. En effet, si s est l'abscisse le long de la courbe C_{AB} suivie par la lumière, la relation cinématique $\vec{e} = \frac{d\vec{r}}{ds}$ donne $\vec{e} ds = d\vec{r}$ et donc $ds = \vec{e} \cdot d\vec{r}$.

Ainsi :

$$(AB) = \int_A^B n(M) \vec{e} \cdot d\vec{r} = \int_A^B n(M) ds.$$

D'autre part, la durée du parcours de la lumière pour se déplacer de A à B le long de la courbe C_{AB} réellement suivie par la lumière entre A et B est :

$$\Delta t = \int_A^B \frac{ds}{v(M)},$$

que l'on peut encore écrire, vu que $n(M) = \frac{c}{v(M)}$:

$$\Delta t = \int_A^B \frac{n ds}{c} = \frac{1}{c} \int_A^B n ds = \frac{1}{c} (AB), \text{ d'où : } (AB) = c \Delta t.$$

Nous remarquons que $c \Delta t$ représente la distance parcourue par la lumière dans le vide, à la vitesse c , pendant la durée de parcours Δt .

Définition 14

Le **chemin optique** entre deux points A et B d'une trajectoire suivie par la lumière dans un milieu représente la distance que parcourrait la lumière dans le vide, pendant la durée Δt nécessaire au parcours AB.

1. Thomas Young (1773-1829), connu pour ses qualités multiples, médecin, botaniste, linguiste... possédait de solides notions de physique, notamment en acoustique. La connaissance de ce domaine, éminemment ondulatoire, joint au travail de ses devanciers, notamment Huygens, un pilier de la théorie ondulatoire, ainsi que la remise en question respectueuse des idées émises un siècle plus tôt par Newton, très mécaniste dans son analyse, permirent à T. Young de découvrir les interférences lumineuses.

2. Dans l'expérience historique, Young utilise la lumière blanche issue directement du Soleil, donc polychromatique.

3. Pour des questions de représentation, les échelles ne sont pas respectées et il faut bien noter que le phénomène lumineux observé se développe uniquement au voisinage de O. Par exemple, dans l'expérience proposée, en lumière monochromatique ($\lambda = 555 \text{ nm}$), pour des trous S_1 et S_2 de 1 mm de diamètre, et une distance $D = 1 \text{ m}$ de E_2 à E_3 , le phénomène représenté sur l'écran E_3 de la figure 1, s'observe de part et d'autre de O sur une distance d'environ 8 mm.

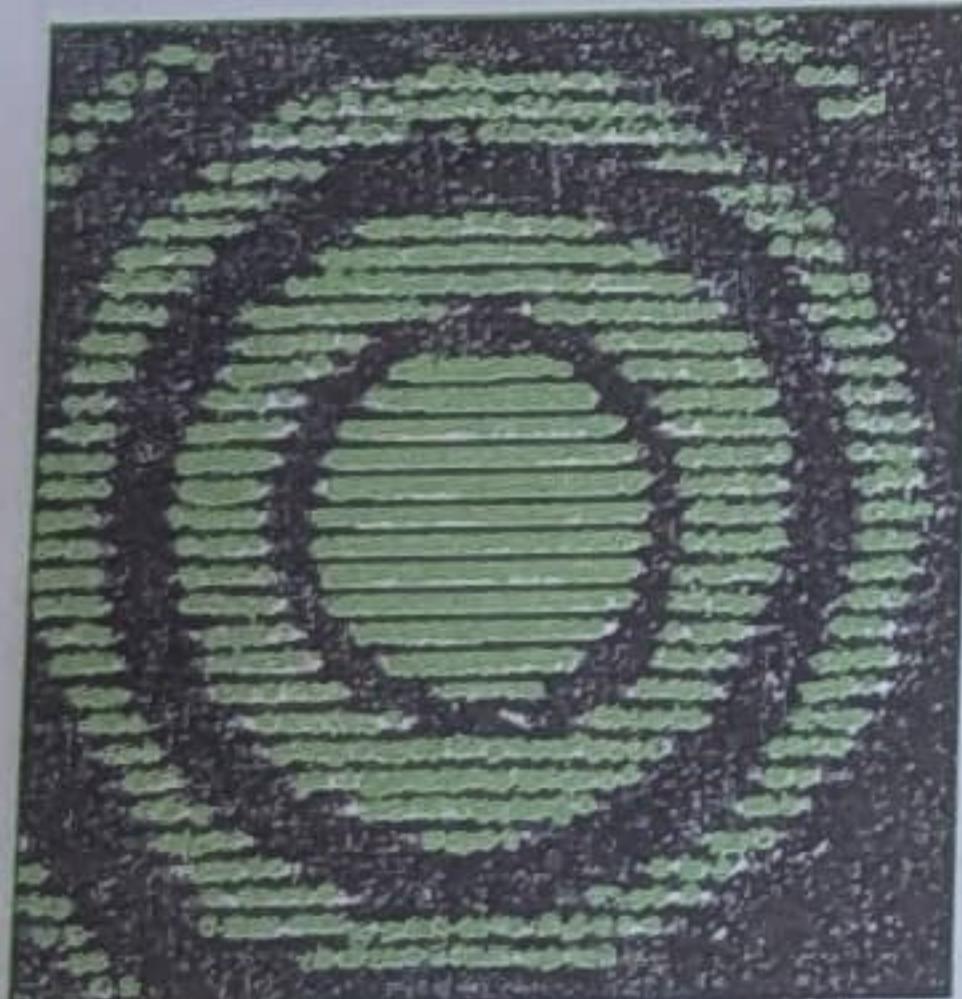


Fig. 2 – Observation d'anneaux concentriques et de franges alternativement sombres et claires sur l'écran.

4. Comme nous le verrons, la mesure de paramètres facilement accessibles comme la distance du plan des sources S_1 et S_2 à l'écran, la distance entre les sources S_1 et S_2 , ainsi que la distance entre deux franges rectilignes de même nature (sombre ou claire) permet de calculer la longueur d'onde monochromatique de la lumière qui éclaire le dispositif.

A. L'expérience de Young

Thomas Young¹ a découvert les interférences lumineuses dans une expérience que l'on peut reproduire de la manière suivante:

• Montage expérimental

Une lumière parallèle et monochromatique² éclaire un premier écran E_1 percé d'un trou d'épingle S (figure 1).

Issue de S, la lumière éclaire un second écran E_2 percé de deux trous d'épingle S_1 et S_2 très proches l'un de l'autre tels que $SS_1 \approx SS_2$.

Un troisième écran E_3 , supposé être ici un écran translucide, permet d'observer par transmission le phénomène recueilli à sa surface.

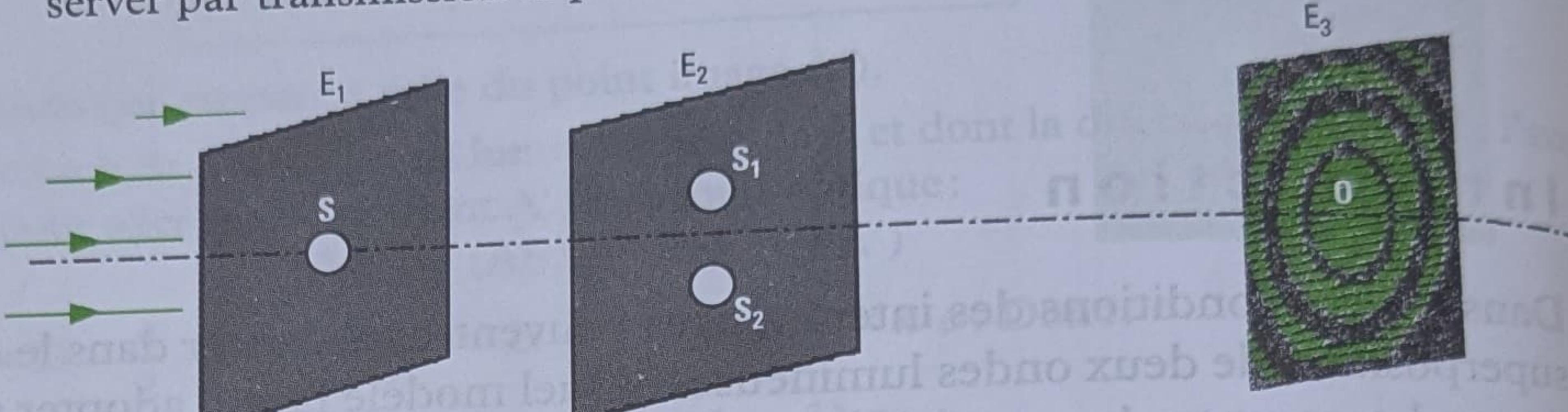


Fig. 1 – Expérience des trous de Young dans une version moderne utilisant une lumière monochromatique³.

• Observations et interprétation

Nous observons sur l'écran E_3 , au voisinage du point d'intersection O de l'axe du système et de cet écran, un phénomène lumineux, dont les figures 1 et 2 donnent une reproduction. Ce phénomène lumineux se compose:

- de zones circulaires alternativement sombres et claires dues à la diffraction;
- de bandes sombres et claires dues aux interférences qui barrent, ici horizontalement, les zones circulaires précédentes.

Ceci a permis à T. Young d'énoncer le principe suivant en 1802:

«Lorsque deux vibrations de provenances différentes coïncident exactement ou ont des directions très proches, leur effet conjugué est une combinaison propre à chacune d'elles».

Nous disons alors que :

- les deux ondes issues de S_1 et S_2 interfèrent;
- la figure observée formée de bandes rectilignes est une figure d'interférences;
- la zone de l'espace où les ondes se superposent est le champ d'interférence.

Définition 1

Lorsque plusieurs ondes se superposent en un point, sous des conditions que nous expliciterons, le phénomène qui module l'éclairement dans l'espace rendant l'éclairement différent de la simple somme des éclairements dus à chaque source, est appelé **phénomène d'interférences**.

L'expérience menée par Young en 1801 a été déterminante.

D'une part, elle confirmait la validité du modèle ondulatoire de la lumière, d'autre part, elle a permis des mesures de longueur d'onde⁴: Young déterminera ainsi les longueurs d'onde limite du spectre visible, 400 nm pour le bleu et 800 nm pour le rouge. Enfin, ces observations incitaient à une recherche théorique sur les sujets de la diffraction et des interférences. C'est Augustin Fresnel (1788-1827) qui rendra compte de tous les phénomènes ondulatoires de la lumière alors connus (interférences et diffraction).

Comme nous l'avons remarqué, les phénomènes d'interférences et de diffraction sont souvent présents simultanément, ce qui rend l'étude compliquée. Dans la suite de ce cours, nous nous intéresserons en premier aux interférences, puis ensuite au phénomène de diffraction. Cependant, comme on l'a vu, le phénomène de diffraction module le phénomène d'interférences : aussi, lors de l'étude des interférences, nous nous bornerons seulement à signaler le phénomène de diffraction lorsque nous l'observerons.

B. Le principe de superposition

L'expérience de Young nous a montré que les interférences lumineuses résultent de la superposition de deux lumières, en fait de deux ondes électromagnétiques, avec le caractère particulier suivant : l'intensité lumineuse en un point n'est pas la somme des intensités des deux lumières en ce point¹.

Les grandeurs qui s'ajoutent en tout point, et à chaque instant, sont en fait les vibrations lumineuses auxquelles nous avons associé le vecteur champ électrique $\vec{E}(\vec{r}, t)$ dans le chapitre 1.

Le principe de superposition que nous énonçons maintenant est contenu dans la propriété de linéarité de l'équation de d'Alembert et est général aux ondes, qu'elles soient décrites par une grandeur vectorielle ou scalaire².

Propriété 1

Si en un point de l'espace, une onde lumineuse, associée au champ électrique $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$, rencontre une onde lumineuse, associée au champ électrique $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$, alors l'onde résultante est décrite en ce point par le champ :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t).$$

La relation non linéaire qui existe entre l'intensité lumineuse en un point et l'amplitude du champ électrique en ce point montre que :

$$I(\vec{r}) \neq I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}).$$

S'il y a interférences, la somme des intensités lumineuses (ou éclairements) dues à chacune des sources, *en un point*, n'est pas l'éclairement réellement observé³.

C. Conditions d'interférence de deux ondes

Nous allons calculer l'intensité lumineuse due à la superposition de deux ondes en un même point M, issues de deux sources S₁ et S₂, et nous dégagerons les conditions dans lesquelles ces deux ondes peuvent interférer.

C.1. Terme d'interférences

• Hypothèses

Considérons deux ondes lumineuses, monochromatiques, se propageant dans un milieu d'indice $n = 1$ ⁴, de pulsations ou fréquences différentes ($\omega_1 \neq \omega_2$), chacune polarisée rectilignement selon des directions différentes repérées par les vecteurs unitaires \vec{e}_{p_1} et \vec{e}_{p_2} , avec $\vec{e}_{p_1} \neq \vec{e}_{p_2}$, soit en notation complexe :

$$\underline{\vec{E}}_1(\vec{r}, t) = \underline{E}_{1m} \vec{e}_{p_1} \exp(j\omega_1 t) \text{ et } \underline{\vec{E}}_2(\vec{r}, t) = \underline{E}_{2m} \vec{e}_{p_2} \exp(j\omega_2 t)$$

avec $\underline{E}_{1m} = E_{1m} \exp(-j\phi_1(M))$ et $\underline{E}_{2m} = E_{2m} \exp(-j\phi_2(M))$

1. L'utilisation de la moyenne temporelle, notée $\langle \rangle_t$, est due au temps de réponse du détecteur (cf. chapitre 1).

où $\varphi_1(M)$ et $\varphi_2(M)$ sont les retards de phase des vibrations au point M de l'espace repéré par le rayon vecteur \vec{r} .

Au point M, se trouve un détecteur d'intensité lumineuse I ou un écran.

• Utilisation du principe de superposition

En appliquant le principe de superposition des ondes, nous obtenons le champ résultant $\underline{\underline{E}}(\vec{r}, t)$ en M, soit:

$$\underline{\underline{E}} = \underline{\underline{E}}_1 + \underline{\underline{E}}_2 = \underline{E}_{1m} \vec{e}_{p_1} \exp(j\omega_1 t) + \underline{E}_{2m} \vec{e}_{p_2} \exp(j\omega_2 t).$$

• Calcul de l'intensité lumineuse

L'intensité, telle que définie dans le chapitre 1, est égale à la valeur moyenne du carré de la norme du champ électrique¹. En notation complexe, nous avons:

$$I = \langle \underline{\underline{E}} \cdot \underline{\underline{E}}^* \rangle = \langle (\underline{\underline{E}}_1 + \underline{\underline{E}}_2) \cdot (\underline{\underline{E}}_1 + \underline{\underline{E}}_2)^* \rangle_t = \langle \underline{E}_1^2 + \underline{E}_2^2 + \underline{E}_1 \cdot \underline{E}_2^* + \underline{E}_1^* \cdot \underline{E}_2 \rangle_t,$$

$$\text{Or, } I_1 = \langle \underline{E}_1 \cdot \underline{E}_1^* \rangle_t = E_{1m}^2 \quad \text{et} \quad I_2 = \langle \underline{E}_2 \cdot \underline{E}_2^* \rangle_t = E_{2m}^2.$$

Comme $z + z^* = 2\Re_e(z)$, alors:

$$\underline{E}_1 \cdot \underline{E}_2^* + \underline{E}_1^* \cdot \underline{E}_2 = 2\Re_e(\underline{E}_1 \cdot \underline{E}_2^*).$$

L'intensité s'écrit donc sous sa forme la plus générale selon :

$$I = I_1 + I_2 + 2\Re_e \langle (\underline{E}_1 \cdot \underline{E}_2^*) \rangle_t.$$

Dans le cas particulier des ondes harmoniques, l'intensité s'écrit alors :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_2(M) - \varphi_1(M)] (\vec{e}_{p_1} \cdot \vec{e}_{p_2}) \rangle_t,$$

$$\text{car } 2\Re_e \langle \underline{E}_1 \cdot \underline{E}_2^* \rangle_t = 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_2(M) - \varphi_1(M)] (\vec{e}_{p_1} \cdot \vec{e}_{p_2}) \rangle_t.$$

• Terme d'interférences

Définition 2

Le terme $2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_2(M) - \varphi_1(M)] (\vec{e}_{p_1} \cdot \vec{e}_{p_2}) \rangle_t$, qui représente l'écart à la simple addition des intensités au point de l'espace où les deux ondes se superposent, est le **terme d'interférences**².

2. Le terme $\langle \underline{E}_1 \cdot \underline{E}_2^* \rangle_t$ est aussi appelé fonction de cohérence mutuelle.

C'est le terme qui analytiquement est à l'origine du phénomène d'interférences.

Si pour une raison quelconque ce terme est nul alors, dans la zone de recouvrement des deux faisceaux, l'intensité du phénomène résultant de cette superposition est la somme des intensités de chaque faisceau :

$$I = I_1 + I_2.$$

Propriété 2

Si le terme d'interférences est **nul** en un point, l'éclairement en ce point est uniforme et il n'y a pas d'interférences observables.

C.2. Conditions pour obtenir des interférences

Définition 3

Il y a interférences si le terme d'interférences est **non nul** :

$$2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_2(M) - \varphi_1(M)] (\vec{e}_{p_1} \cdot \vec{e}_{p_2}) \rangle_t \neq 0.$$

Définition 4

Deux ondes (corrélées) sont dites **cohérentes entre elles** si elles peuvent donner lieu à un phénomène d'interférences.

C.2.1 – Condition de polarisation des ondes

Pour que le terme d'interférences soit non nul, la moyenne $\langle \vec{e}_{p_1} \cdot \vec{e}_{p_2} \rangle_t$ doit être non nulle. Ainsi, pour que des interférences existent, les vibrations lumineuses \vec{E}_1 et \vec{E}_2 ne peuvent pas être orthogonales entre elles au point où elles se superposent.

Propriété 3

Pour qu'il y ait interférence en un point M entre deux ondes lumineuses auxquelles sont associées les champs électriques $\vec{E}_1(M)$ et $\vec{E}_2(M)$, il faut que ces deux vibrations ne soient **pas orthogonales** entre elles au point M.

1. Comme nous le verrons dans le chapitre sur la polarisation, l'orientation dans l'espace des vecteurs champs sera réalisée par des systèmes optiques appelés polariseurs.

2. Voir le cours d'électromagnétisme et l'approche du rayonnement dans le cadre du modèle du dipôle oscillant, notamment l'écriture du champ électrique à grande distance.

$\langle \vec{e}_{p_1} \cdot \vec{e}_{p_2} \rangle_t$ est non nulle si les directions des champs électriques¹ font entre elles un angle constant différent de 90° . C'est impossible si S_1 et S_2 sont des sources monoatomiques classiques différentes dont l'émission est aléatoire. Il faut que S_1 et S_2 se comportent comme **une seule et même source S²**.

C.2.2 – Conditions sur l'ordre de grandeur des distances : l'approximation des grandes distances

Soient deux ondes émises depuis deux points sources S_1 et S_2 dans un milieu homogène, séparées d'une distance a , se comportant comme une seule et même source. En un point M où se superposent les deux ondes, leurs plans de polarisation ont des directions parallèles et les situations de polarisations extrêmes sont les suivantes (figure 3) :

- *premier cas* : les deux ondes sont polarisées dans une direction perpendiculaire au plan S_1S_2M ; les deux vecteurs champ électrique sont colinéaires quel que soit le point M considéré ;
- *deuxième cas* : les deux ondes sont polarisées dans le plan (figure 4); dans ce cas, les deux vecteurs champ électrique font entre eux l'angle χ qui existe entre les rayons lumineux arrivant en M.

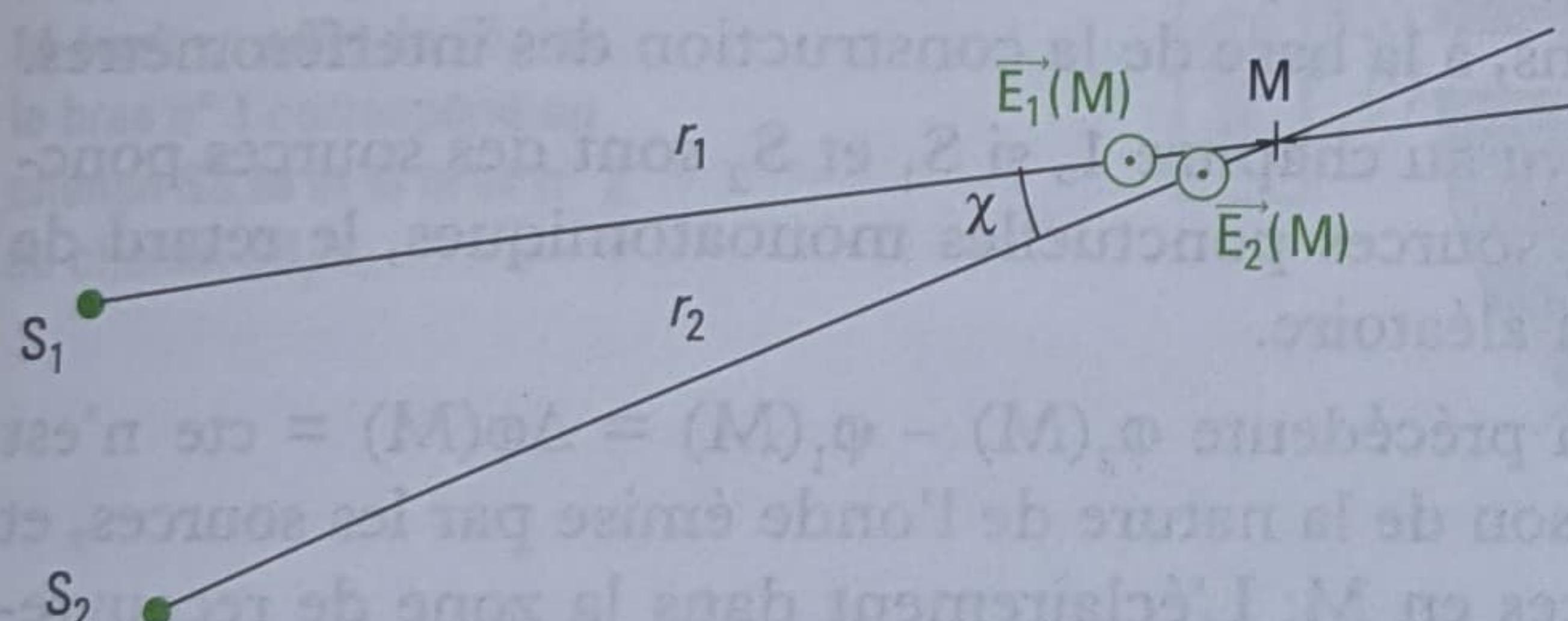


Fig. 3 – Les deux ondes sont polarisées dans une direction perpendiculaire au plan S_1S_2M .

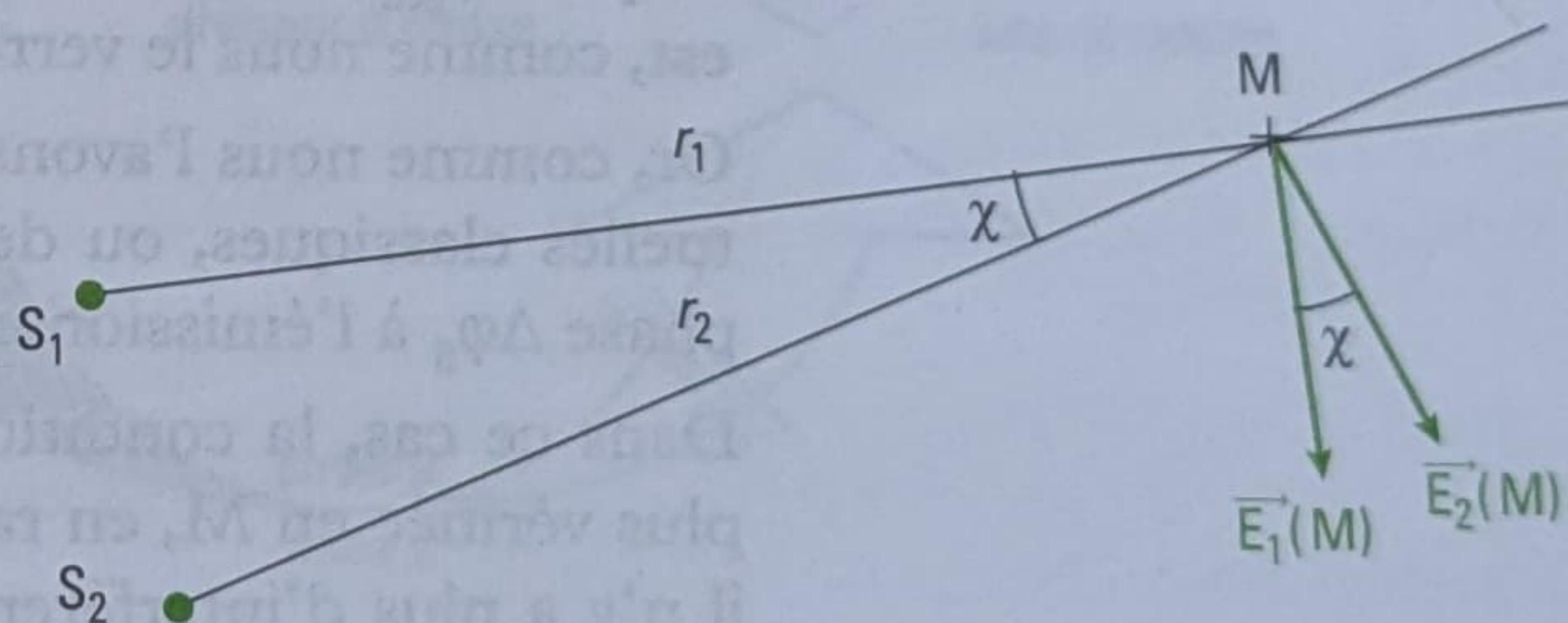


Fig. 4 – Les deux ondes sont polarisées dans le plan S_1S_2M .

Si M est très loin des sources S_1 et S_2 , c'est-à-dire si $r_1 \gg a$ et $r_2 \gg a$, alors les vecteurs $\vec{E}_1(M)$ et $\vec{E}_2(M)$ sont quasiment colinéaires puisque l'angle χ est très petit. Dans ce cas, les autres directions de polarisation des ondes conduisent à une quasi-superposition de leurs directions de polarisation.

3. Le terme

$\langle \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \phi_2 - \phi_1] \rangle_t$ mesure en fait la corrélation des deux ondes; si ce terme n'est pas nul, les deux ondes sont corrélées et l'éclairement n'est pas la simple somme des éclairements individuels.

Propriété 4

L'approximation des grandes distances $r_1 \gg a$ et $r_2 \gg a$ réalise la condition : $\vec{e}_{p_1} \cdot \vec{e}_{p_2} = 1$. Nous supposerons que les points M du champ d'interférences vérifient cette approximation³.

C.2.3 – Condition d'isochronisme des sources et condition de retard de phase des ondes aux points de l'espace où elles interfèrent

Le terme $2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \phi_2(M) - \phi_1(M)] \rangle$, est non nul si la moyenne temporelle $\langle \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \phi_2(M) - \phi_1(M)] \rangle$, est différente de 0. Ceci n'est possible que si $(\omega_1 - \omega_2)t + \phi_2(M) - \phi_1(M)$ ne dépend pas du temps.

Le terme d'interférences est **non nul** si: $\omega_1 = \omega_2$ et si: $\phi_2(M) - \phi_1(M) = \Delta\phi(M)$ est une constante indépendante du temps¹.

1. Ceci à l'échelle du temps de réponse du détecteur.

2. On dit aussi que les ondes sont isochrones.

3. La condition de déphasage constant est en pratique valable pour un ensemble de points de l'espace. Ces points ayant le même déphasage auront donc le même état d'interférence.

Propriété 5

Pour obtenir des interférences lumineuses, il est nécessaire que les deux ondes qui se superposent aient **même fréquence**² et que leur déphasage soit **indépendant du temps**³.

C.2.4 – Condition de cohérence temporelle des sources

Nous supposons que les deux ondes qui interfèrent loin des sources ont même direction de polarisation et sont isochrones (ainsi $\omega_1 = \omega_2$ ou $v_1 = v_2$).

Le retard de phase entre les deux ondes qui interfèrent s'exprime en un point M sous la forme:

$$\Delta\phi(M) = \Delta\phi_{\text{géo}}(M) + \Delta\phi_s = \phi_2(M) - \phi_1(M)$$

qui contient:

- un terme $\Delta\phi_{\text{géo}}(M)$ exprimant la différence de retard de phase associée à la différence de marche géométrique, éventuellement augmentée d'un terme de phase constant dû par exemple à une réflexion ;
- un terme $\Delta\phi_s = \phi_{S_2} - \phi_{S_1}$ qui représente la différence des retards de phase à l'émission, c'est-à-dire aux points sources S_1 et S_2 .

Hypothèse: nous supposons ici que le retard de phase d'origine géométrique $\Delta\phi_{\text{géo}}(M)$ est constant en un point M du champ d'interférences, ce qui est, comme nous le verrons, à la base de la construction des interféromètres.

Or, comme nous l'avons vu au chapitre 1, si S_1 et S_2 sont des sources ponctuelles classiques, ou des sources ponctuelles monoatomiques, le retard de phase $\Delta\phi_s$ à l'émission est aléatoire.

Dans ce cas, la condition précédente $\phi_2(M) - \phi_1(M) = \Delta\phi(M) = \text{cte}$ n'est plus vérifiée en M, en raison de la nature de l'onde émise par les sources, et il n'y a plus d'interférences en M. L'éclairement dans la zone de recouvrement des deux faisceaux, issus des sources S_1 et S_2 , est alors *uniforme*.

Propriété 6

Si les trains d'ondes issus de S_1 et S_2 qui se superposent en M ont des phases à l'origine aléatoires, il n'y a plus d'interférences.

Pour observer des interférences, il faut que les trains d'ondes qui se superposent en M soient issus d'un même train d'ondes, donc d'une même source S. Ceci étant, $\Delta\phi_s = \phi_{S_2} - \phi_{S_1} = 0$ quelle que soit la date t.

Les trains d'ondes émis par les sources S_1 et S_2 étant issus d'une même source S, il faut aussi que la différence de chemin optique entre les deux trajets suivis par la lumière entre S et M, notée $\delta(M)$, soit plus petite que la longueur de cohérence temporelle L_c de l'onde émise par la source :

$$\delta(M) < L_c.$$

1. Si le détecteur est assez rapide pour que l'on puisse observer la superposition pendant la durée d'un train d'ondes, alors nous pouvons observer les interférences puisque, sur la durée de l'observation, la différence de phase due à la source est constante.

Cela concerne par exemple les interférences à deux lasers rendus synchrones par accord. Le temps de cohérence étant long (10^{-4} s par exemple), un photodétecteur à temps de réponse rapide comme un photomultiplicateur (10^{-7} s) détectera un phénomène d'interférences conforme à la relation fondamentale des interférences. Cependant, lors de l'émission suivante, la phase à l'origine change et l'état d'interférence aux points considérés change lui aussi. La répartition spatiale de l'intensité vérifie toujours la relation fondamentale des interférences mais change à chaque nouvelle émission.

2. Sur le dispositif de Young (fig. 1), nous identifions nettement chaque bras. M étant un point de l'écran, le bras n° 1 correspond au chemin SS_1M et le bras n° 2 au chemin SS_2M .

Les conclusions précédentes sont en fait liées au temps de réponse du détecteur. Vu ce que nous savons de ce temps de réponse, au mieux 10^{-8} s et de la durée de cohérence des sources ordinaires, au mieux 10^{-9} s, les détecteurs moyennent l'intensité et il est donc nécessaire de respecter la condition de cohérence temporelle des sources si l'on veut observer des interférences¹.

C.2.5 – Condition sur le système optique

Les conditions précédentes étant réalisées, l'intensité ne dépend plus que de la position de M par rapport aux sources S_1 et S_2 créées par la division de l'onde issue de la source S.

Pour obtenir des interférences en un point de l'espace, il faut utiliser un système optique qui divise l'onde issue d'une source unique monochromatique en deux ondes qui, après avoir suivi des chemins différents, se superposent dans une région de l'espace appelée champ d'interférences (figure 5). Ce dispositif diviseur d'ondes, appelé interféromètre, doit être tel que la différence de chemin optique entre les deux chemins différents soit inférieure à la longueur de cohérence de la source.

Les vibrations qui se superposent en un point du champ d'interférences ont alors une différence de phase constante en ce point.

Définition 5

Un bras², ou voie, est un des deux chemins suivis par la lumière dans un interféromètre.

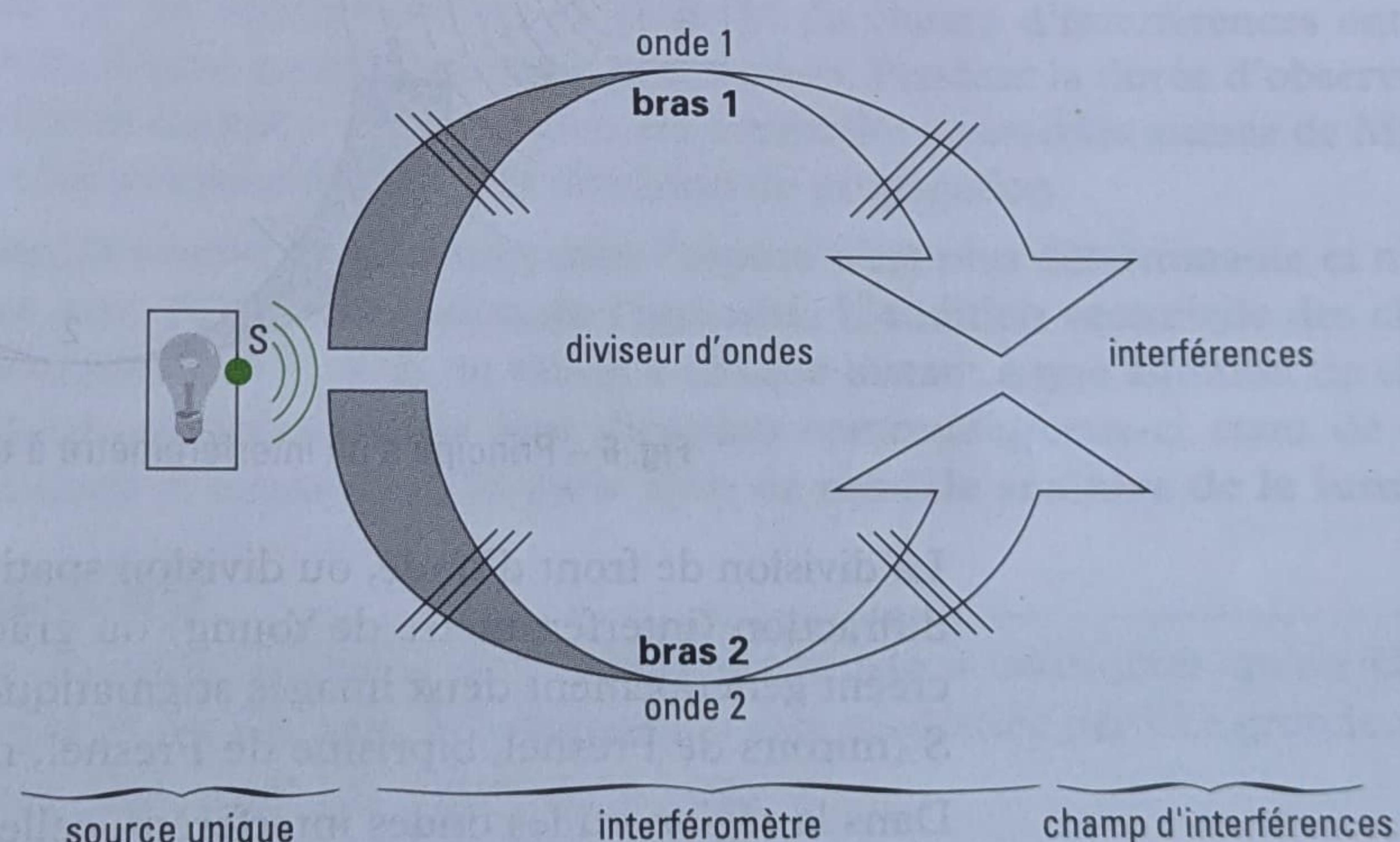


Fig. 5 – Interféromètre ou diviseur d'ondes.

La différence de marche des deux ondes, qui détermine l'état d'interférence d'un point du champ d'interférences, dépend de la propagation des ondes dans chacun des bras. C'est lors du parcours de ces bras que la différence de phase se crée entre les deux ondes.

C.3. Ondes et sources cohérentes

En un point M, deux ondes qui se superposent sont dites cohérentes lorsqu'elles sont issues d'une même source ponctuelle S monochromatique et que la différence de marche $\delta(M)$ est inférieure à la longueur de cohérence L_c de la source. Les deux ondes peuvent alors interférer en M.

Pour obtenir deux sources cohérentes, on réalise deux sources secondaires S_1 et S_2 à partir d'une même source primaire S à l'aide d'un diviseur d'onde ou interféromètre.

Remarque: nous avons posé $\Delta\phi_S = \phi_{S_2} - \phi_{S_1} = 0^1$. C'est le cas dans l'interféromètre de Young lorsque $(SS_1) = (SS_2)$. Il suffit en fait que $\Delta\phi_S = \text{cte}$ pour que les interférences soient observables. Dans nombre d'interféromètres, dont celui de Young, les phases des sources S_1 et S_2 sont à l'origine différentes ($\phi_{S_2} \neq \phi_{S_1}$) et sont calculables séparément.

1. Dans le cas idéal où $\Delta\phi_S = \phi_{S_2} - \phi_{S_1} = 0$ et $v_1 = v_2$, les sources sont dites synchrones.

C.4. Dispositifs interférentiels

C.4.1 – Interféromètres à division de front d'onde

Dans un interféromètre à division de front d'onde, l'onde issue d'une source primaire S , caractérisée par une amplitude E_m , est divisée spatialement en deux ondes de quasi même amplitude en S_1 et S_2 (figure 6). Ces deux ondes suivent ensuite deux chemins différents pour interférer dans l'espace.

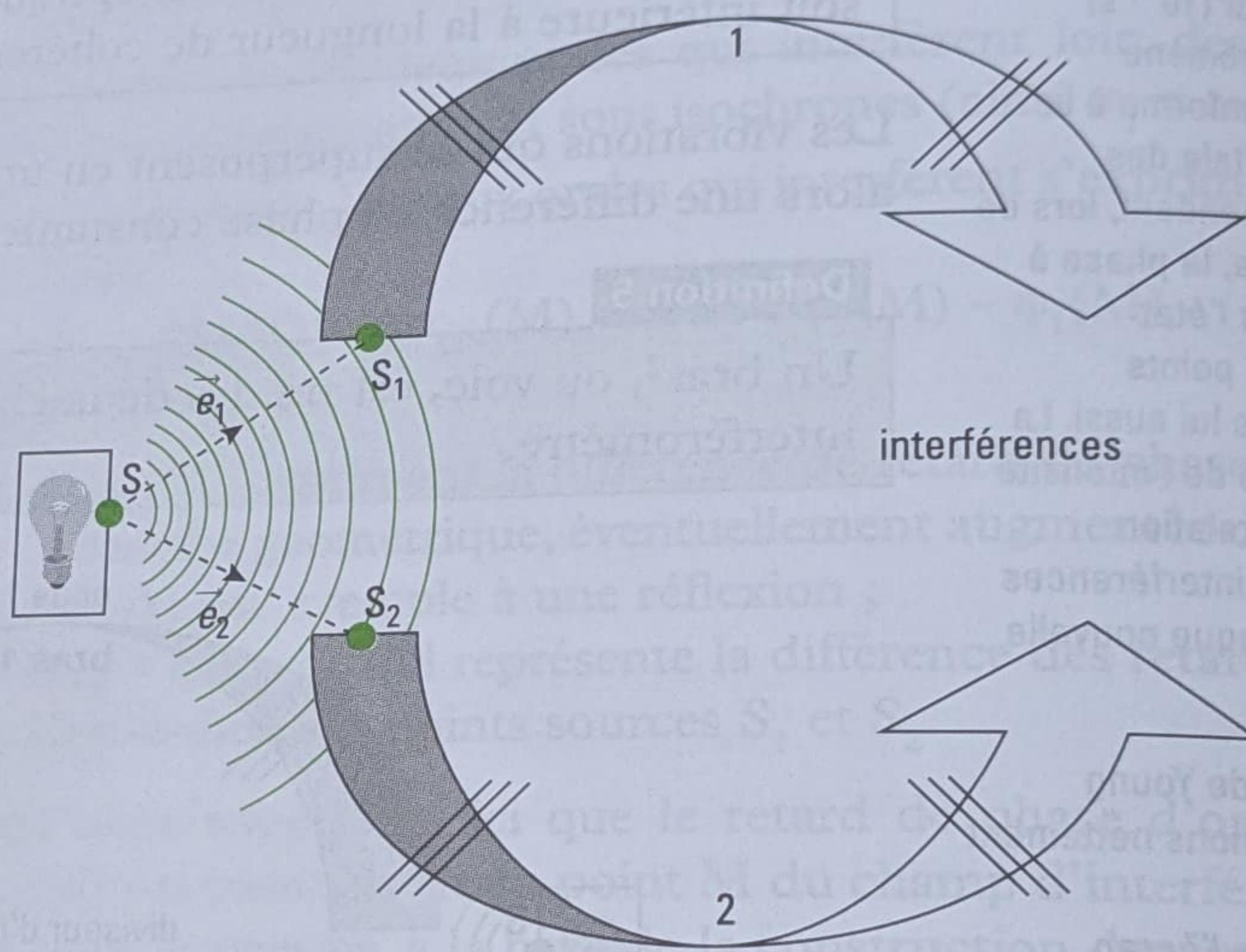


Fig. 6 – Principe d'un interféromètre à division de front d'onde.

La division de front d'onde, ou division spatiale, peut être obtenue grâce à la diffraction (interféromètre de Young) ou grâce à des dispositifs optiques qui créent généralement deux images stigmatiques S_1 et S_2 de la source primaire S (miroirs de Fresnel, biprisme de Fresnel, miroir de Lloyd...).

Dans la région où les ondes interfèrent, celles-ci semblent provenir des deux images S_1 et S_2 de S données par l'interféromètre.

C.4.2 – Interféromètres à division d'amplitude

Dans un interféromètre à division d'amplitude, l'onde issue d'une source primaire S , caractérisée par son amplitude E_m , est divisée en amplitude à l'aide d'une lame semi-transparente (ou semi-réfléchissante) (figure 7).

L'onde réfléchie (réflexion), d'amplitude $E_{r_m} = rE_m$, et l'onde transmise (réfraction), d'amplitude $E_{t_m} = tE_m$, suivent ensuite deux chemins différents, souvent canalisés par des miroirs, pour interférer dans une région de l'espace. L'exemple le plus classique d'interféromètre utilisant la division d'amplitude est l'interféromètre de Michelson. Il en existe d'autres : interféromètre de Fabry-Perrot, de Mach et Zender, de Fizeau, de Sagnac, de Jamin, sans oublier les filtres interférentiels, et les bulles de savon.

2. Les coefficients r et t ont été définis au paragraphe F.1. du chapitre 1.

1. Le fait que deux ondes polarisées orthogonalement n'interfèrent pas et que deux ondes de même polarisation interfèrent a été mis en évidence expérimentalement par l'expérience de Fresnel et Arago concernant les interférences en lumière polarisée.

2. Les premières interprétations théoriques concernant l'aspect ondulatoire de la lumière considéraient l'onde associée à la lumière comme longitudinale et le modèle était basé sur celui de la propagation du son dans les fluides. Ce modèle donnait des résultats intéressants mais tombait en défaut lorsque les ondes lumineuses étaient polarisées. Fresnel énonça et montra le caractère vectoriel transverse de la lumière (vecteur de Fresnel) mais bâtit sa théorie de la diffraction sur le modèle scalaire, ce que nous verrons au chapitre sur la diffraction.

3. Selon un usage consacré par l'histoire de l'optique, cette vibration lumineuse, est souvent écrite sous la forme d'un scalaire de la forme :
 $s(M, t) = s(\vec{r}, t) = a \cos(\omega t - \varphi_M)$

que nous avons introduite au chapitre 1. La similitude d'écriture avec la relation $E(M, t) = E_m \cos(\omega t - \varphi_M)$ est évidente.

Encore une fois, nous n'accédons pas dans les expériences d'interférences à la grandeur vibratoire elle-même, mais plutôt à l'intensité lumineuse en un point. Que cette grandeur s'écrive $s(M, t)$ ou $E(M, t)$ ou $\psi(M, t)$ est donc sans importance.

La notation $\psi(M, t)$ est proche de la fonction d'onde de la mécanique quantique. Il existe encore d'autres notations...

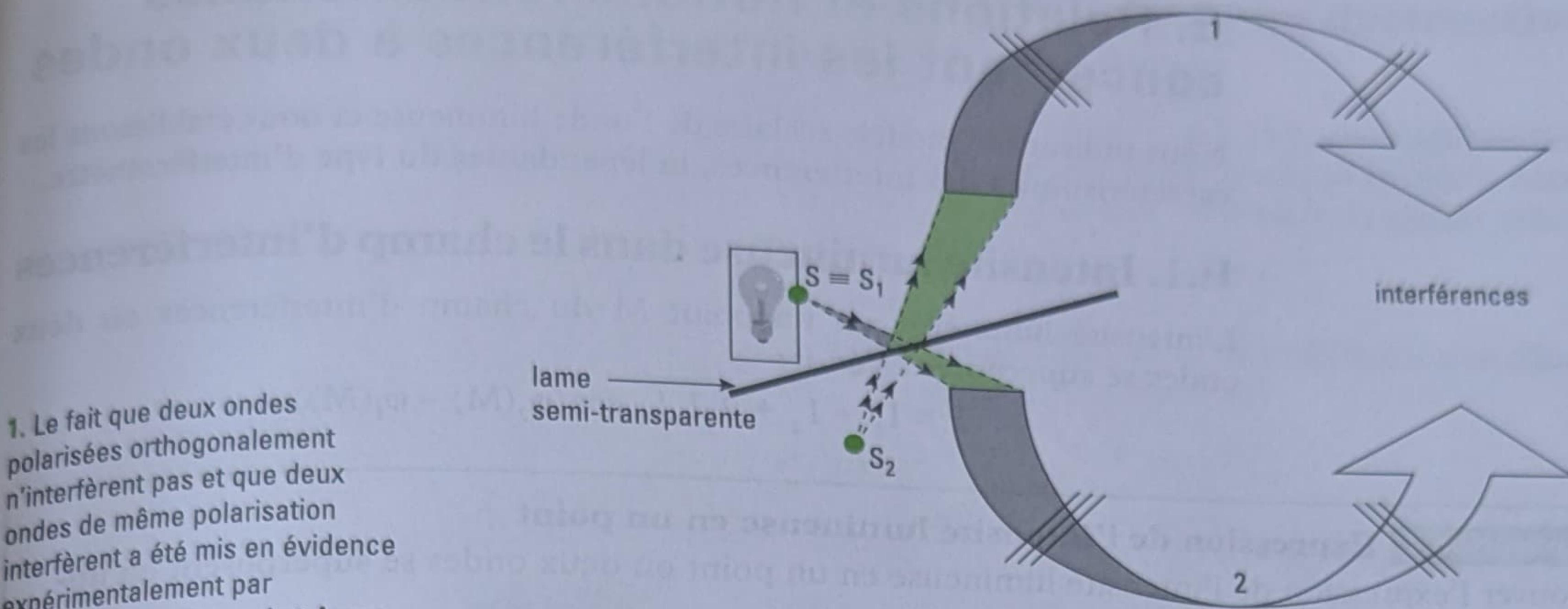


Fig. 7 – Principe d'un interféromètre à division d'amplitude. La lame semi-transparente réfléchit une partie de la lumière et laisse passer l'autre partie.

D. Le modèle scalaire de la lumière

Le phénomène d'interférences n'existe plus lorsque les vecteurs champs électriques des deux ondes qui se superposent sont orthogonaux¹.

Par ailleurs, l'approximation des grandes distances étant vérifiée, les vibrations qui se superposent en un point M du champ d'interférences ont à un instant donné un même état de polarisation. Pendant la durée d'observation, le champ électrique prend toutes les orientations possibles autour de M, dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation.

Aussi, la notion de direction dans l'espace n'est plus déterminante et n'intervient plus dans l'expression de l'intensité. L'addition vectorielle des champs électriques $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ se réduit à chaque instant à une addition de champs scalaires algébriques, sur leur direction commune, ceux-ci étant de nature oscillante et transverse. On parle alors de **modèle scalaire de la lumière**.

Définition 6

Le **modèle scalaire** de la lumière consiste à considérer qu'en chaque point M où elle agit, la lumière peut être modélisée par une grandeur scalaire dépendant du temps et de l'espace².

Dans le cas de la lumière, cette grandeur scalaire est la valeur algébrique du champ électrique. Dans le cas d'une onde monochromatique de pulsation ω , d'amplitude E_m , ce scalaire, appelé vibration lumineuse, prend en un point M repéré par le vecteur position \vec{r} , à la date t , la forme :

$$E(M, t) = E(\vec{r}, t) = E_m \cos(\omega t - \varphi(M)).$$

En notation complexe, nous obtenons :

$$\underline{E}(M, t) = E_m \exp j(\omega t - \varphi(M))$$

ou encore :

$$\underline{E}(M, t) = E_m \exp j(\omega t)$$

en posant $\underline{E}_m = E_m \exp(-j\varphi(M))$ comme amplitude complexe de la vibration lumineuse³.

E. Relations et notions fondamentales concernant les interférences à deux ondes

Nous utilisons le modèle scalaire de l'onde lumineuse et nous établissons les caractéristiques des interférences, indépendantes du type d'interféromètre.

E.1. Intensité lumineuse dans le champ d'interférences

L'intensité lumineuse en un point M du champ d'interférences où deux ondes se superposent s'écrit:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi_2(M) - \phi_1(M)).$$

Application 1 Expression de l'intensité lumineuse en un point

Retrouver l'expression de l'intensité lumineuse en un point où deux ondes se superposent en utilisant la notation complexe.

Solution

Nous pouvons retrouver cette expression avec la notation scalaire adoptée. D'après le chapitre 1 :

$$I = 2\langle \vec{E}^2 \rangle_t = 2\langle E^2 \rangle_t = \underline{E}\underline{E}^* = \underline{E}_m\underline{E}_m^*.$$

La vibration scalaire résultante, somme des vibrations scalaires dues aux deux ondes, a pour expression en notation complexe :

$$\underline{E}(M, t) = \underline{E}_{1m} \exp(j(\omega t - \phi_1(M))) + \underline{E}_{2m} \exp(j(\omega t - \phi_2(M)))$$

que l'on peut aussi écrire :

$$\underline{E}(M, t) = \underline{E}_m \exp(j\omega t) = \underline{E}_1(M, t) + \underline{E}_2(M, t) = (\underline{E}_{1m} + \underline{E}_{2m}) \exp(j\omega t)$$

ce qui donne $\underline{E}_m = \underline{E}_{1m} + \underline{E}_{2m}$ en posant :

$$\underline{E}_{1m} = \underline{E}_{1m} \exp(-j\phi_1(M)) \text{ et } \underline{E}_{2m} = \underline{E}_{2m} \exp(-j\phi_2(M)).$$

Nous obtenons l'intensité lumineuse en effectuant le produit $\underline{E}\underline{E}^*$ ou le produit $\underline{E}_m\underline{E}_m^*$:

$$I(M) = \underline{E}_m \underline{E}_m^* = \underline{E}_{1m}^2 + \underline{E}_{2m}^2 + 2\Re(\underline{E}_{1m} \underline{E}_{2m}^*).$$

Or, $\underline{E}_{1m} \underline{E}_{2m}^* = \underline{E}_{1m} \exp(-j\phi_1(M)) \underline{E}_{2m} \exp(j\phi_2(M)) = \underline{E}_{1m} \underline{E}_{2m} \exp[j(\phi_2(M) - \phi_1(M))]$.

En posant $I_1(M) = \underline{E}_{1m}^2$ et $I_2(M) = \underline{E}_{2m}^2$ les intensités dues à chaque faisceau agissant seul en M , on obtient finalement :

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1(M)I_2(M)} \cos(\phi_2(M) - \phi_1(M))$$

soit encore :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\phi(M))$$

où $\Delta\phi(M) = \phi_2(M) - \phi_1(M)$ désigne la différence des retards de phases au point M où se superposent les ondes.

Cas particulier: si les deux ondes ont même intensité I_0 en M , soit $I_1(M) = I_2(M) = I_0(M)$, alors l'intensité s'écrit :

$$I(M) = 2I_0 [1 + \cos(\Delta\phi(M))] = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\phi(M)}{2}\right).$$

E.2. Ordre d'interférence en un point du champ d'interférences

Définition 7

En un point M du champ d'interférences, l'**ordre d'interférence p** est :

$$p(M) = \frac{\Delta\phi(M)}{2\pi}.$$

E.3. Interférences constructives ou destructives

- Valeur maximale de l'intensité lumineuse

Comme $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\phi(M))$, si I_1 et I_2 sont indépendants du point M , l'intensité dans le champ d'interférences atteint sa valeur maximale si $\cos(\Delta\phi(M)) = 1$, soit pour des différences de retards de phases telles que :

$$\Delta\phi(M) = 2m\pi, \text{ avec } m \in \mathbb{Z}.$$

Dans ce cas, les vibrations sont en phase et les interférences sont dites totalement constructives (figure 8). Nous avons alors :

$$I_{\max}(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}.$$

L'ordre d'interférence $p(M) = \frac{\Delta\phi(M)}{2\pi} = \frac{2m\pi}{2\pi} = m$ est un entier.

Propriété 7

Un éclairement maximal correspond à un ordre d'interférence **entier**.

Définition 8

Les interférences sont dites **constructives** si $I(M) > I_1 + I_2$.

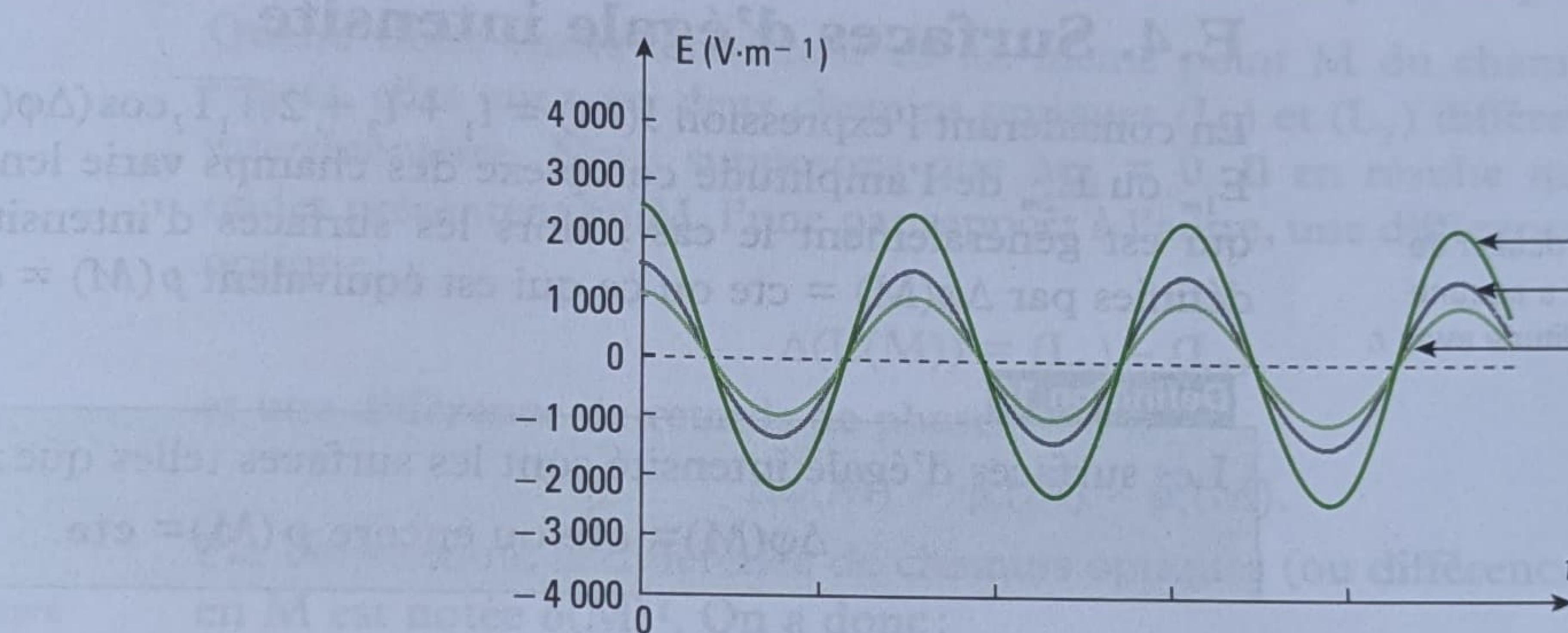


Fig. 8 – Superposition de vibrations en phase en un point M de l'espace où les interférences sont constructives (valeurs indicatives : $E_1 = 1500 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$ et $E_2 = 1000 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$).

Cas particulier: si $I_1(M) = I_2(M) = I_0(M)$ alors, $I_{\max}(M) = 4I_0$. L'intensité en ces points est alors le double de celle obtenue s'il n'y avait pas d'interférences.

- Valeur minimale de l'intensité lumineuse

L'intensité dans le champ d'interférences atteint sa valeur minimale si $\cos(\Delta\phi(M)) = -1$, soit pour des différences de retards de phases telles que :

$$\Delta\phi(M) = (2m + 1)\pi, \text{ avec } m \in \mathbb{Z}.$$

Dans ce cas les vibrations sont en opposition de phase et les interférences sont dites destructives (figure 9). Nous avons alors :

$$I_{\min}(M) = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}.$$

L'ordre d'interférence $p(M) = \frac{\Delta\phi(M)}{2\pi} = m + \frac{1}{2}$ est demi-entier.

Propriété 8

Un éclairement minimal correspond à un ordre d'interférence **demi-entier**.

Définition 9

Les interférences sont dites **destructives** si $I(M) < I_1 + I_2$.

Cas particulier: si $I_1(M) = I_2(M) = I_0(M)$, alors $I_{\min}(M) = 0$. Dans ce cas, nous observons dans le champ d'interférences des alternances d'obscurité et de lumière.

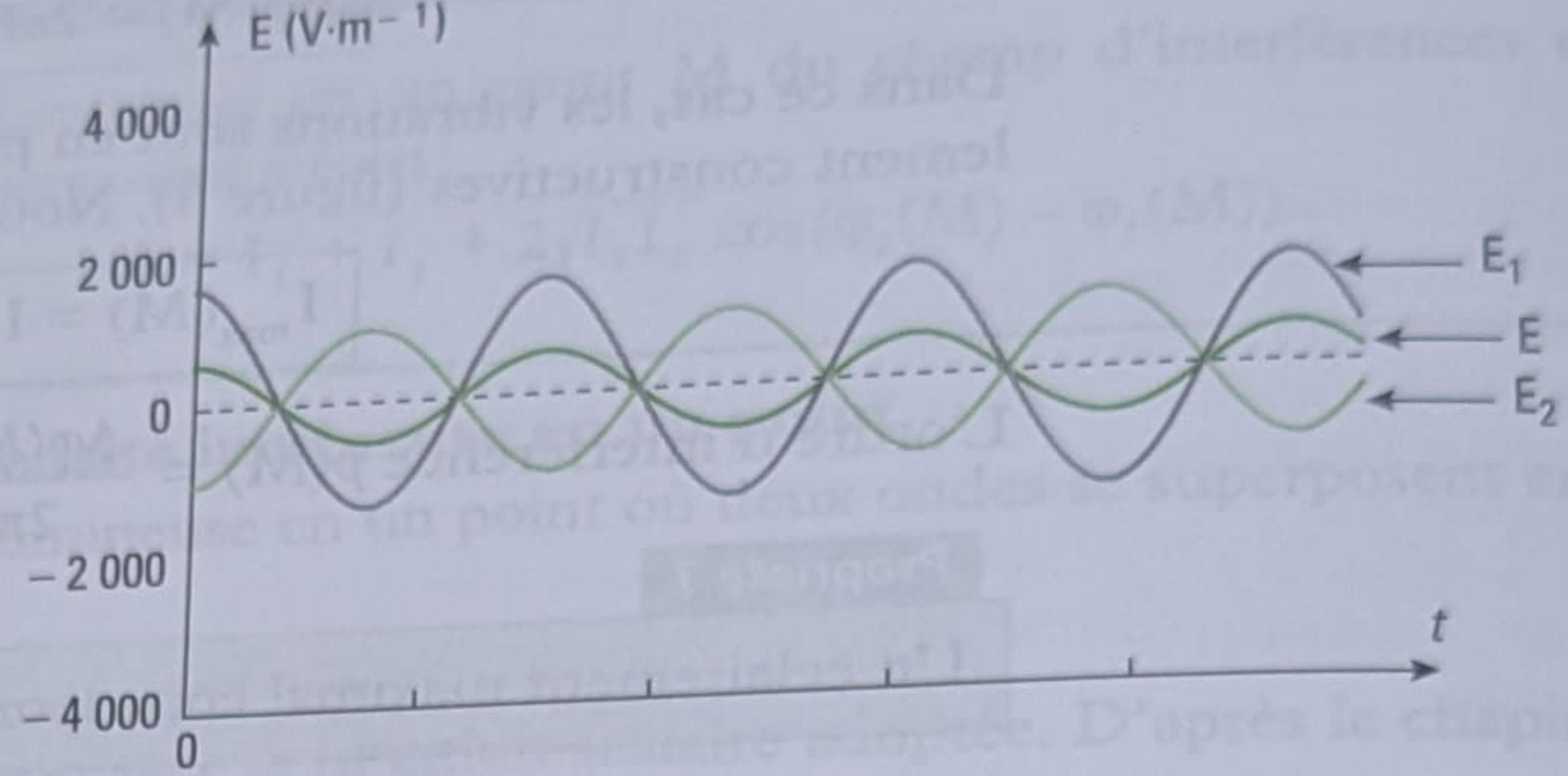


Fig. 9 – Superposition de vibrations en opposition de phase en un point M de l'espace où les interférences sont destructives (valeurs indicatives : $E_1 = 1\ 500 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ et $E_2 = 1\ 000 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$).

E.4. Surfaces d'égale intensité

En considérant l'expression $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\phi(M))$, si le module E_{1m} ou E_{2m} de l'amplitude complexe des champs varie lentement avec r , ce qui est généralement le cas¹, alors les surfaces d'intensité constante sont définies par $\Delta\phi(M) = \text{cte}$ ou ce qui est équivalent $p(M) = \text{cte}$.

Définition 10

Les surfaces d'égale intensité sont les surfaces telles que :

$$\Delta\phi(M) = \text{cte} \text{ ou encore } p(M) = \text{cte}.$$

E.5. Franges d'interférences

Définition 11

Les **franges d'interférences** sont les intersections des surfaces d'égale intensité avec le plan d'observation, comme par exemple un écran².

E.6. Contraste ou visibilité du phénomène d'interférences

Le phénomène d'interférences est donc marqué par la présence de zones claires, dues aux interférences constructives, et de zones sombres, dues aux interférences destructives. Cependant, comme le montrent les figures 8 et 9, le contraste de ces zones peut être fort variable en fonction de l'amplitude des champs qui se superposent au point M considéré.

Michelson a donné une définition objective de ce contraste C du phénomène d'interférences, que l'on appelle aussi visibilité V :

$$C = V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}.$$

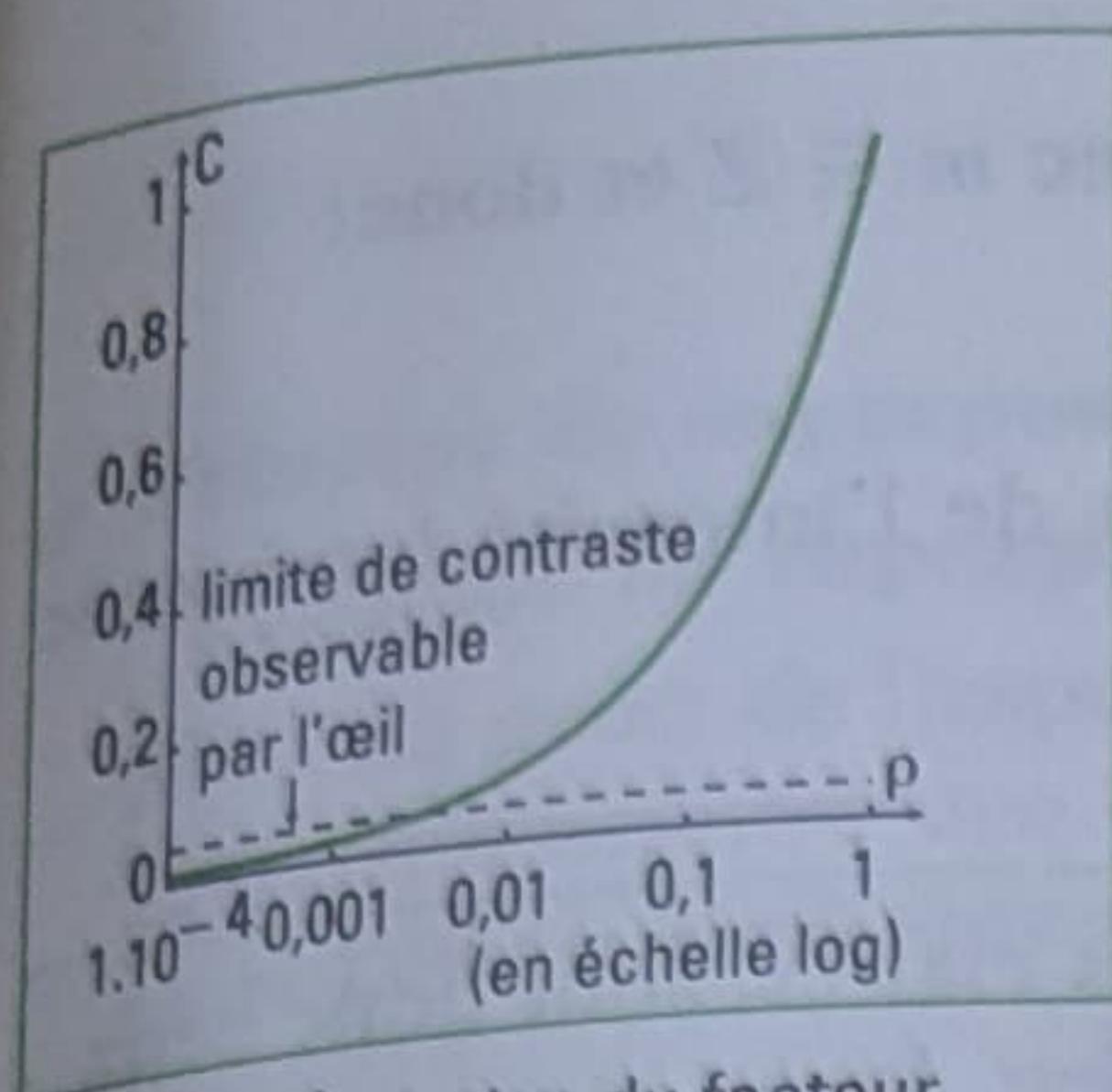


Fig. 10 – Évolution du facteur de contraste C en fonction du rapport p des intensités lumineuses délivrées par chaque source:

$$p = \frac{I_2}{I_1}$$

Nous avons donc aussi : $C = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$,

dont la valeur est comprise entre 0 (si $I_1 = 0$ ou $I_2 = 0$) et 1 (si $I_1 = I_2$). Le facteur de contraste évolue rapidement en fonction du rapport entre les intensités lumineuses émises par chaque source (figure 10). Le cas d'observation des interférences le plus intéressant est donc celui où les intensités, dues à chaque source prise isolément, sont égales.

E.7. Interfrange

Définition 12

L'interfrange i est la plus petite distance entre deux points du plan d'observation correspondant à une variation de l'ordre d'interférence de une unité.

Généralement, on mesure cette distance, relative au plan d'observation, entre des surfaces de maximum d'intensité ou de minimum d'intensité.

E.8. Expression de l'intensité lumineuse en fonction de la différence des trajets optiques

Quand deux ondes interfèrent en un même point M du champ d'interférences, elles ont suivi deux chemins optiques (L_1) et (L_2) différents dans un interféromètre. Nous supposons que $\Delta\phi_s = 0$. Il en résulte que ces deux ondes présentent en M , l'une par rapport à l'autre, une différence de chemin optique :

$$\Delta(L(M)) = (L_2) - (L_1)$$

et une différence de retards de phases :

$$\Delta\phi(M) = \phi_2(M) - \phi_1(M).$$

Par convention, la différence de chemins optiques (ou différence de marche) en M est notée $\delta(M)$ ¹. On a donc :

$$\Delta(L(M)) = (L_2) - (L_1) = \delta(M).$$

Selon le cas, nous utiliserons l'une ou l'autre de ces notations dans cet ouvrage. Comme vu au premier chapitre, nous avons aussi :

$$\phi_1(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_1) \text{ et } \phi_2(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2).$$

Ainsi,

$$\Delta\phi(M) = \phi_2(M) - \phi_1(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2) - \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} ((L_2) - (L_1)) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M)$$

soit :

$$\Delta\phi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M).$$

Dès lors, l'intensité lumineuse en un point M du champ d'interférences $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\phi(M))$ s'écrit :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M)\right).$$

Nous sommes donc en présence d'une modulation périodique de l'intensité lumineuse exprimée cette fois en fonction de la différence de chemins optiques.

- Si $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M)\right) = 1$, alors $\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) = 2m\pi$ avec $m \in \mathbb{Z}$ et donc:

$$\delta(M) = m\lambda_0.$$

Nous savons que ce cas correspond au maximum de l'intensité lumineuse pour le point M considéré.

Propriété 9

Les points de maximum d'éclairement, ou franges claires, sont donc ceux pour lesquels la différence de chemin optique est égale à un **nombre entier** de fois la longueur d'onde:

$$\delta(M) = m\lambda_0.$$

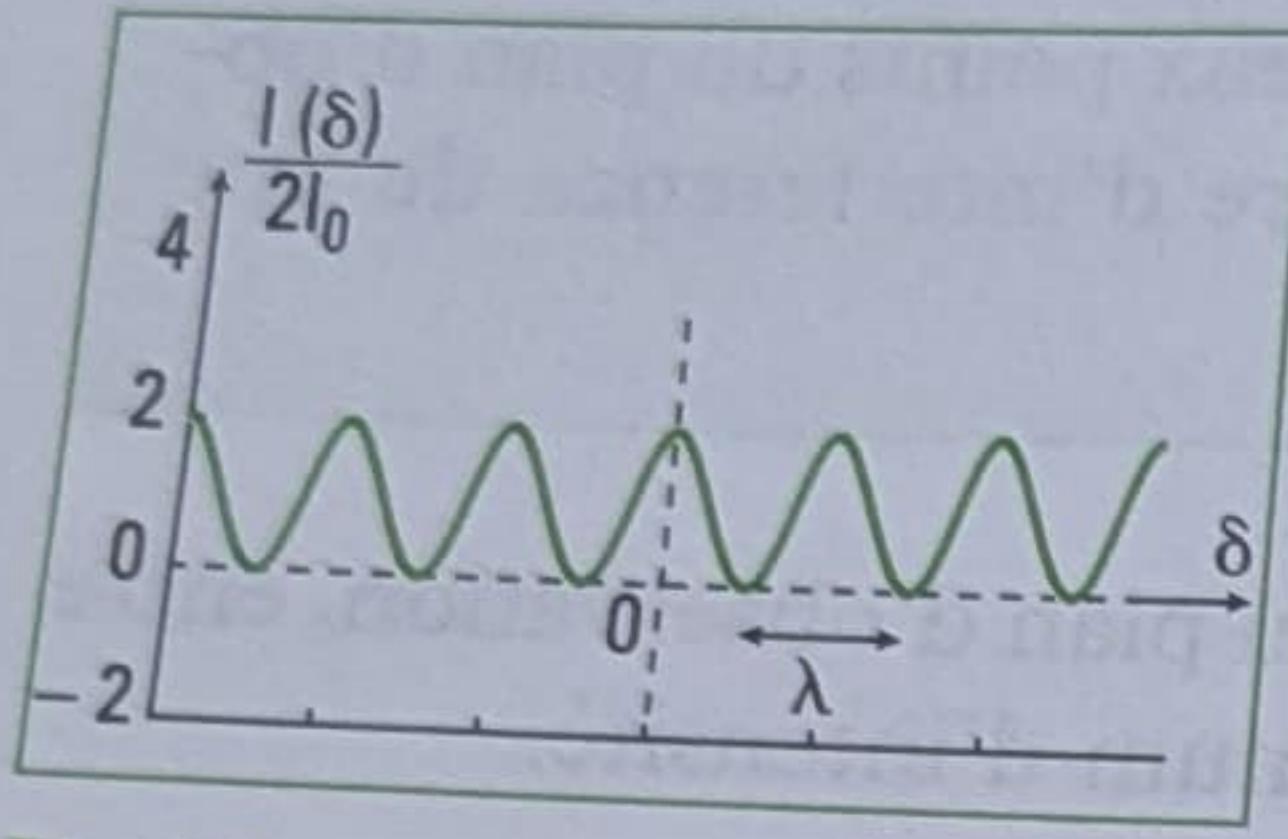


Fig. 11 – Variation de l'intensité lumineuse relative $\frac{I(\delta)}{2I_0}$ en fonction de δ .

- Si $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M)\right) = 0$, alors $\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) = (2m + 1)\pi$ avec $m \in \mathbb{Z}$ et donc:

$$\delta(M) = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0.$$

Nous savons que ce cas correspond au minimum de l'intensité lumineuse pour le point M considéré.

Propriété 10

Les points de minimum d'éclairement, ou franges sombres, sont donc ceux pour lesquels la différence de chemin optique est égale à un **nombre demi-entier** de fois la longueur d'onde (figure 11).

$$\delta(M) = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0.$$

F. Conclusion

La notion de source ponctuelle cohérente temporellement est une idéalisation pour ce qui est du domaine temporel. La notion de source très peu étendue spatialement est une autre idéalisation.

Pour étudier les interférences, il faut aussi envisager la notion de cohérence spatiale, c'est-à-dire l'influence de la largeur de la source sur le phénomène d'interférences. Cette question sera abordée aux chapitres 3 et 5.

L'essentiel

✓ Principe de superposition et interférences

• Principe de superposition

Si en un point de l'espace, une onde lumineuse, associée au champ électrique $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$, rencontre une onde lumineuse, associée au champ électrique $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$, alors l'onde résultante est décrite en ce point par le champ électrique:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t).$$

Il y a **interférences** de deux ondes lumineuses si l'éclairement observé en un point n'est pas la simple somme des intensités lumineuses dues à chacune des sources en ce point.

Le terme d'interférence $2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_2(M) - \varphi_1(M)] (\vec{e}_{p_1} \cdot \vec{e}_{p_2}) \rangle_t$ est alors non nul.

✓ Conditions pour obtenir des interférences

• Conditions sur les ondes

Polarisation

Pour qu'il y ait interférences en un point M entre deux ondes lumineuses, il faut que ces deux vibrations ne soient pas orthogonales entre elles au point M. L'approximation des grandes distances $r_1 \gg a$ et $r_2 \gg a$ permet de considérer que les interférences ont lieu entre des ondes de même direction de polarisation. On observe des interférences si:

- les deux ondes qui se superposent ont même fréquence ou pulsation:

$$\omega_1 = \omega_2 ;$$

- leur déphasage est indépendant du temps:

$$\varphi_2(M) - \varphi_1(M) = \Delta\varphi(M) = \text{cte.}$$

Ces deux ondes sont dites **mutuellement cohérentes**. Deux ondes incohérentes ne peuvent interférer, leurs intensités lumineuses s'additionnent.

Cohérence temporelle

Pour obtenir des interférences, **les trains d'ondes qui se superposent doivent être issus d'une même source S** et la différence de chemin optique $\delta(M)$ entre les deux chemins suivis par la lumière entre S et M doit être plus petite que la longueur de cohérence L_C de l'onde émise par la source:

$$\delta(M) < L_C.$$

• Condition sur le système

Pour obtenir des interférences, le système optique, appelé interféromètre, doit diviser l'onde issue d'une source unique monochromatique en deux ondes et les amener à se superposer ensuite dans une même région de l'espace, appelée champ d'interférences.

✓ Dispositifs interférentiels

- Dans un dispositif interférentiel à division de front d'onde, l'onde issue d'une source primaire S est divisée spatialement en deux ondes qui parcourent ensuite chacune un des bras (ou voie) de l'interféromètre.
- Dans un dispositif interférentiel à division d'amplitude, l'onde issue d'une source primaire S est divisée en amplitude en deux ondes qui parcourent ensuite chacune un des bras (ou voie) de l'interféromètre.

✓ Modèle scalaire de la lumière

Dans ce modèle, en chaque point M où elle agit, la lumière peut être représentée par une grandeur scalaire dépendante du temps et de l'espace.

✓ Relations et notions fondamentales

- L'ordre d'interférence en un point M du champ d'interférences est :

$$p(M) = \frac{\Delta\phi(M)}{2\pi}.$$

- Intensité lumineuse dans le champ d'interférences :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\phi(M)), \text{ avec } \Delta\phi(M) = \phi_2(M) - \phi_1(M).$$

Lorsque $I_1 = I_2 = I_0$, alors :

$$I(M) = 2I_0[1 + \cos(\Delta\phi(M))].$$

- Maximum et minimum d'intensité

Si $\Delta\phi(M) = 2m\pi$ avec $m \in \mathbb{Z}$, alors l'intensité est maximale :

$$I_{\max}(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}.$$

Les interférences sont dites constructives. L'ordre d'interférence $p(M) = m$ est un entier.

Lorsque $I_1 = I_2 = I_0$, alors $I_{\max}(M) = 4I_0$.

Si $\Delta\phi(M) = (2m + 1)\pi$ avec $m \in \mathbb{Z}$, alors l'intensité est minimale :

$$I_{\min}(M) = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}.$$

Les interférences sont dites destructives. L'ordre d'interférence $p(M) = m + \frac{1}{2}$ est demi-entier.

Lorsque $I_1 = I_2 = I_0$, alors $I_{\min}(M) = 0$.

- Relation entre la différence de retards de phase et la différence de marche :

$$\Delta\phi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M).$$

- Les surfaces d'égale intensité sont les surfaces telles que $\Delta\phi(M) = \text{cte}$ ou $p(M) = \text{cte}$.

• Les franges d'interférences sont les intersections des surfaces d'égale intensité avec un plan d'observation (par exemple un écran).

- Contraste ou visibilité du phénomène d'interférences :

$$C = V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}.$$

• Interfrange

L'interfrange i est la plus petite distance entre deux points du plan d'observation correspondant à une variation de l'ordre d'interférence de une unité.

– Si $\delta(M) = m\lambda_0$ avec $m \in \mathbb{Z}$, le point correspondant est sur une frange d'intensité lumineuse maximale.

– Si $\delta(M) = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0$ avec $m \in \mathbb{Z}$, le point correspondant est sur une frange d'intensité lumineuse minimale.

1. Avec dans ce cas $n = 1$.

2. En pratique, ce terme de phase additionnel est courant dans l'expérimentation avec l'interféromètre de Michelson.

3. En pratique cette condition est réalisée.

4. Cet indice est supposé indépendant de la longueur d'onde.

5. Voir chapitre 3 fin de paragraphe C.

6. Voir chapitre 3 paragraphe C.

7. Relation typique d'un interféromètre à division de front d'ondes : a est la distance entre les sources secondaires, x la position du point M sur l'écran et D la distance des sources à l'écran.

Par contre, dans le paragraphe A.2.6 que la différence de marche est¹ :

$$\delta(M) = a \left(1 - \frac{\rho^2}{2D^2} \right)$$

avec $D = OO_2$ la distance entre le point milieu de S_1S_2 et le point O_2 . L'intensité lumineuse dans le champ d'interférences se met alors sous la forme :

$$I(M) = I(\rho) = 2I_0 \left[1 + \cos \left[2\pi \frac{a}{\lambda_0} \left(1 - \frac{\rho^2}{2D^2} \right) \right] \right]$$

puisque $\Delta\phi_s = 0$ et si les diverses réflexions n'introduisent pas un terme de phase supplémentaire².

Reste à exprimer a et D en fonction des paramètres connus du montage.

Ainsi, $a = S_1S_2 = S'S_2 - S'S_1 = 2S'H'_2 - 2S'H_1 = 2(S'H'_2 - S'H_1) = 2e$.

De même, $D = O_2H_1 + H_1S_1 + S_1O = d + d_1 + e$. Si e est négligeable devant d et d_1 ³, alors : $D \approx d + d_1$. Nous en déduisons :

$$I(\rho) \approx 2I_0 \left[1 + \cos \left[4\pi \frac{e}{\lambda_0} \left(1 - \frac{\rho^2}{2(d + d_1)^2} \right) \right] \right].$$

D. Interférences de deux ondes en lumière non monochromatique : cohérence temporelle

Les interféromètres utilisées sont supposés travailler dans l'air d'indice $n = 1$ ⁴.

D.1. Cadre de l'étude

L'étude des interférences a été menée jusque là en lumière monochromatique puisque c'est un critère d'obtention des interférences lumineuses. Si la lumière n'est plus monochromatique, ou blanche, de nouveaux phénomènes interviennent⁵. Pour mener cette étude, il faut se dégager des questions de cohérence spatiale qui peuvent jouer sur le contraste des franges⁶. Nous pouvons donc utiliser l'interféromètre de Young, ou celui de Fresnel, de diffé-

rence de marche $\delta(M) = \frac{ax}{D}$ ⁷, à condition de minimiser les effets de la cohé-

rence spatiale, c'est-à-dire de fermer la fente source. Le phénomène observé est alors peu lumineux.

Pour travailler avec une *source étendue* et obtenir un phénomène lumineux sans problème de cohérence spatiale, il faut utiliser l'interféromètre de Michelson réglé en *lame d'air à faces parallèles* étudié au chapitre suivant : retenons comme montage celui de la figure 17 du chapitre 5 où, avec une lame d'air d'épaisseur $e = X$, la différence de marche au point M intersection de l'écran et de l'axe de la lentille de projection est : $\delta(M) = 2e = 2X$.

Classiquement, sur l'écran (E) l'intensité lumineuse en un point M s'écrit :

$$I(M) = 2I_0 \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_0} \right) \right] = 2I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda_0 D} \right) \right] = I(x) \text{(type Young)}$$

$$\text{ou } I(M) = I(X) = 2I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{4\pi X}{\lambda_0} \right) \right] \text{(type Michelson)}$$

I_0 étant l'intensité produite par un seul faisceau.

• Enregistrement de l'intensité lumineuse

1. Une photodiode semble tout indiquée (voir chapitre 1 paragraphe E.).

2. Grâce notamment à la transformée de Fourier.

3. Par exemple, pour l'élément mercure dans le spectre donné à la figure 7 du chapitre 1, nous observons un doublet dans le jaune ($\lambda_{0_1} = 577 \text{ nm}$ et $\lambda_{0_2} = 579 \text{ nm}$) et un doublet dans le violet.

4. Ceci est vérifié pour le doublet jaune du sodium par exemple.

5. Ce paramètre utilisé par les spectroscopistes, dont l'unité est le m^{-1} , permet en outre des calculs plus simples lors de l'utilisation de la transformée de Fourier.

Plaçons un photodétecteur¹ au point fixe d'intersection de l'écran et de l'axe de la lentille de projection pour l'interféromètre de Michelson, en un point courant de l'écran d'abscisse x pour l'interféromètre de Young, et faisons varier x ou X . Il est possible, en respectant le temps de réponse du photodétecteur, c'est-à-dire en adaptant la vitesse d'évolution de x ou X , d'enregistrer l'évolution de l'intensité lumineuse en fonction de x ou X .

Ce type d'enregistrement, qui donne l'évolution de $I(\delta)$, est appelé **interférogramme** (figure 20). Il permet d'accéder à la connaissance du spectre de la source (spectroscopie interférentielle)². Dans la suite de ce développement, nous conserverons la grandeur $\delta(M)$ comme variable, pour n'interpréter les résultats qu'en fin de calcul, en fonction de l'interféromètre utilisé.

D.2. Cas d'une source constituée de deux ondes de fréquences voisines : doublet spectral

• Intérêt physique

Ce cas d'étude des interférences en lumière non monochromatique n'est pas un cas d'école : en effet, de nombreuses raies spectrales sont en fait des doublets spectraux composés de deux raies de fréquences voisines, donc de longueurs d'onde très proches³.

• Expression de l'intensité lumineuse

Nous supposons que les ondes émises par chaque composante du doublet ont même amplitude⁴. Chacune des radiations monochromatiques du doublet spectral est émise par la même source ponctuelle S. Ces ondes lumineuses, incohérentes entre elles car $\nu_1 \neq \nu_2$, suivent chacune deux trajets différents dans l'interféromètre et donnent lieu en un point M à un phénomène d'interférences dont l'intensité s'écrit pour chacune d'elles :

$$I_1(\delta(M)) = 2I_0 \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_{0_1}} \right) \right] \text{ et } I_2(\delta(M)) = 2I_0 \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_{0_2}} \right) \right].$$

La situation est celle de deux sources indépendantes, géométriquement confondues : nous devons donc sommer les intensités lumineuses dues à chaque composante spectrale du doublet (λ_{0_1} et λ_{0_2}).

À ce stade, il est intéressant d'introduire le nombre $\sigma_0 = \frac{1}{\lambda_0}$ ⁵. Ainsi :

$$I_1(M) = 2I_0 [1 + \cos [2\pi\sigma_0 \delta(M)]].$$

La somme des intensités lumineuses s'écrit donc :

$$\begin{aligned} I(M) &= 2I_0 [2 + \cos [2\pi\sigma_0 \delta(M)] + \cos [2\pi\sigma_0 \delta(M)]] \\ &= 4I_0 [1 + \cos [\pi(\sigma_{0_1} - \sigma_{0_2}) \delta(M)] \cos [\pi(\sigma_{0_1} + \sigma_{0_2}) \delta(M)]]. \end{aligned}$$

En posant $\Delta\sigma_0 = \sigma_{0_1} - \sigma_{0_2}$ l'écart du doublet, et $\sigma_{om} = \frac{\sigma_{0_1} + \sigma_{0_2}}{2}$ le nombre d'onde moyen, il vient :

$$I(M) = 4I_0 [1 + \cos [\pi\Delta\sigma_0 \delta(M)] \cos [2\pi\sigma_{om} \delta(M)]]$$

$$\text{ou } I(M) = 4I_0 \left[1 + \gamma(M) \cos \left[2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_{om}} \right] \right]$$

$$\text{avec } \gamma(M) = \cos [\pi\Delta\sigma_0 \delta(M)] \text{ et } \lambda_{om} = \frac{1}{\sigma_{om}}.$$

• Analyse de l'expression donnant l'intensité

Nous reconnaissons le terme d'interférence habituel :

$$\cos\left[2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_{om}}\right],$$

multiplié par le degré de cohérence temporelle :

$$\gamma(M) = \cos[\pi\Delta\sigma_0\delta(M)]^1.$$

Or, les nombres d'onde σ_{0_1} et σ_{0_2} étant très proches, la fonction $\cos[\pi(\sigma_{0_1} - \sigma_{0_2})\delta(M)] = \cos[\pi\Delta\sigma_0\delta(M)]$ de la variable $\delta(M)$, de « période » $\frac{2}{\Delta\sigma_0}$, varie lentement en fonction de $\delta(M)$ en comparaison de la fonction

$\cos[\pi(\sigma_{0_1} + \sigma_{0_2})\delta(M)] = \cos[2\pi\sigma_{om}\delta(M)]$ de « période » $\frac{1}{\sigma_{om}}$, puisque par hypothèse $\Delta\sigma_0 \ll \sigma_{om}$.

Comme $\frac{\Delta\sigma_0}{\sigma_{om}} \ll 1$, au voisinage du point M, nous définissons un facteur de contraste car durant quelques périodes de la fonction $\cos[2\pi\sigma_{om}\delta(M)]$, le degré de cohérence temporelle $\gamma(M)$ varie peu. Dès lors, en supposant $\gamma(M) \approx \text{cte}$, l'intensité maximale est $I_{\max} = 4I_0[1 + |\gamma(M)|]$ et l'intensité minimale $I_{\min} = 4I_0[1 - |\gamma(M)|]$.

Le facteur de contraste s'écrit alors :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{8I_0|\gamma(M)|}{8I_0} = |\gamma(M)|,$$

donc

$$C = |\gamma(M)| = |\cos[\pi\Delta\sigma_0\delta(M)]|.$$

La « périodicité » $\frac{1}{\Delta\sigma_0}$ du contraste (figure 19) est la moitié de celle du degré de cohérence (figure 18). Traçons $I(M)$ en fonction de $\delta(M)$ (figure 20).

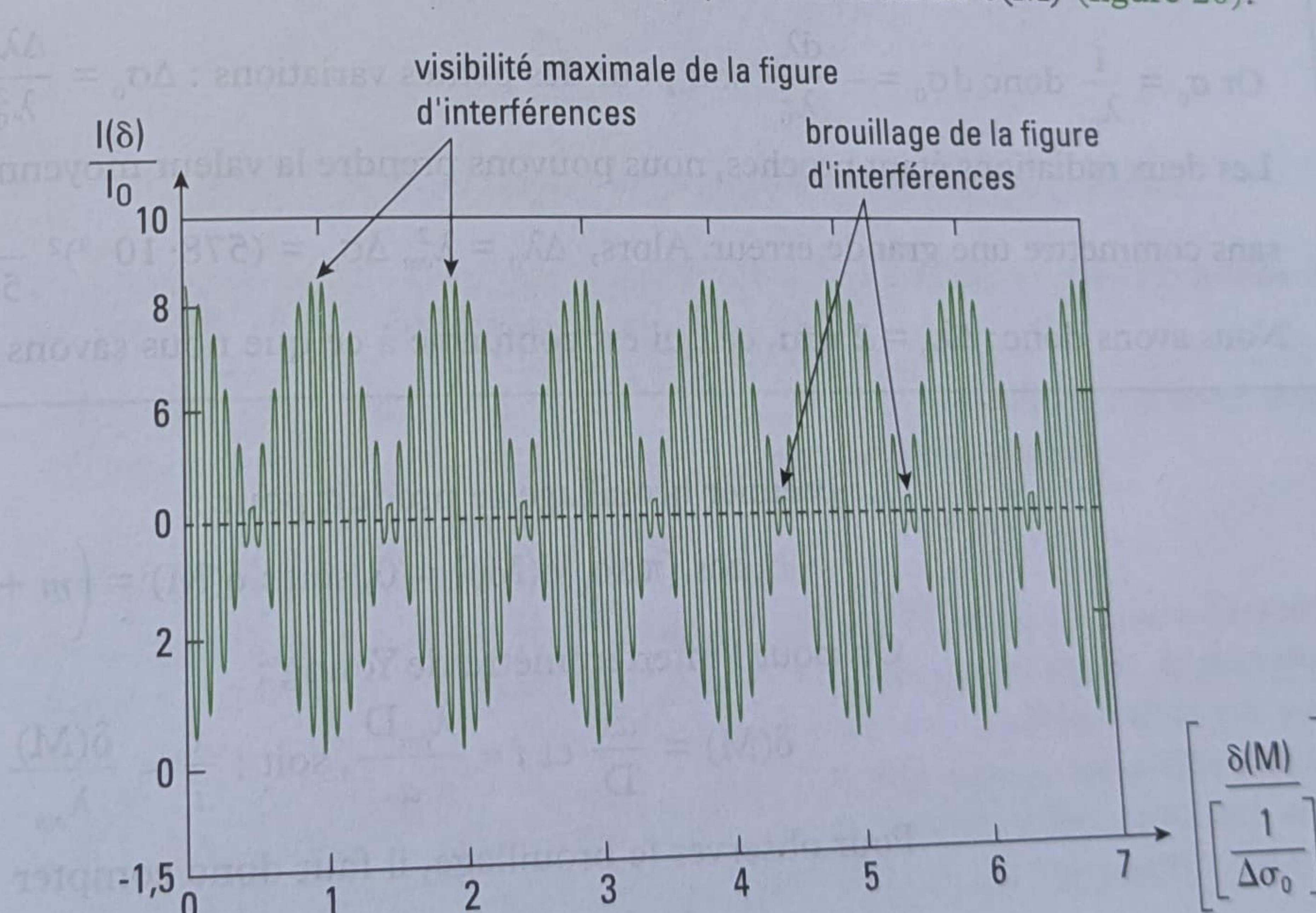


Fig. 20 – Évolution de l'intensité lumineuse en fonction de la différence de marche $\delta(M)$.

La période du phénomène de modulation² est $\frac{1}{\Delta\sigma_0}$. L'écart du doublet spectral du sodium

sera mesuré à l'aide de ce genre d'enregistrement au chapitre 5 paragraphe B.6.

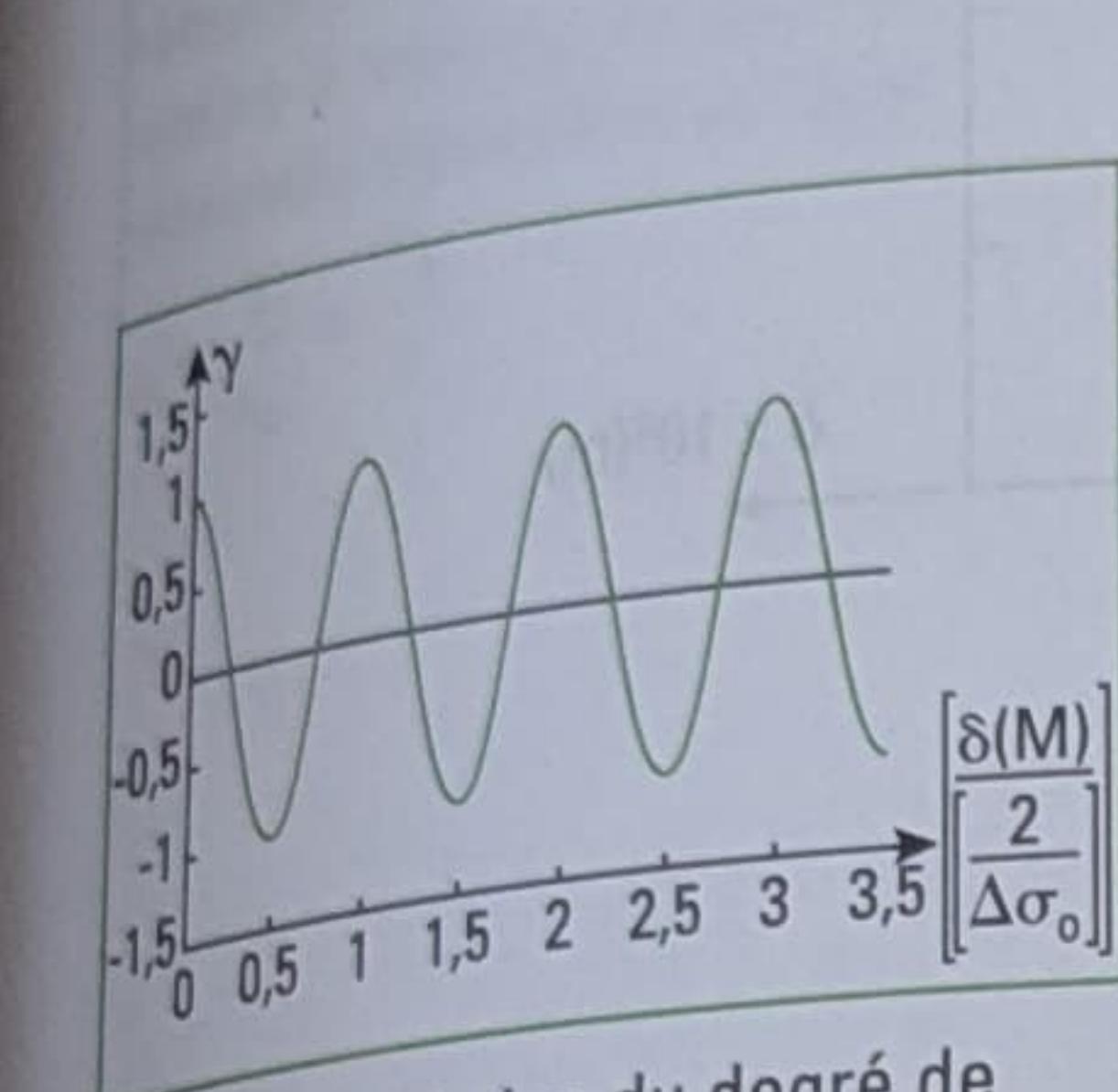


Fig. 18 – Variation du degré de cohérence en fonction de la différence de marche $\delta(M)$.

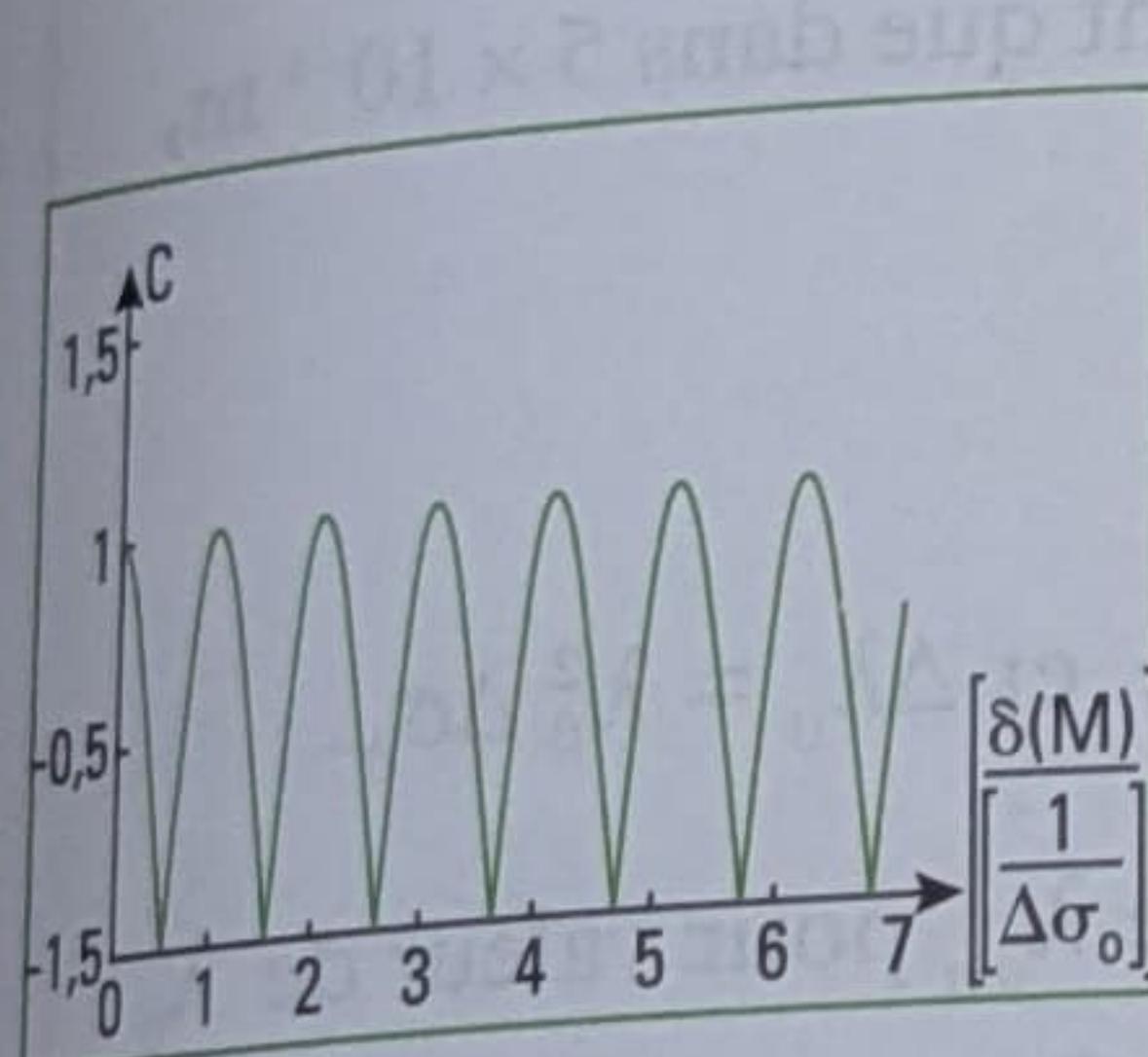


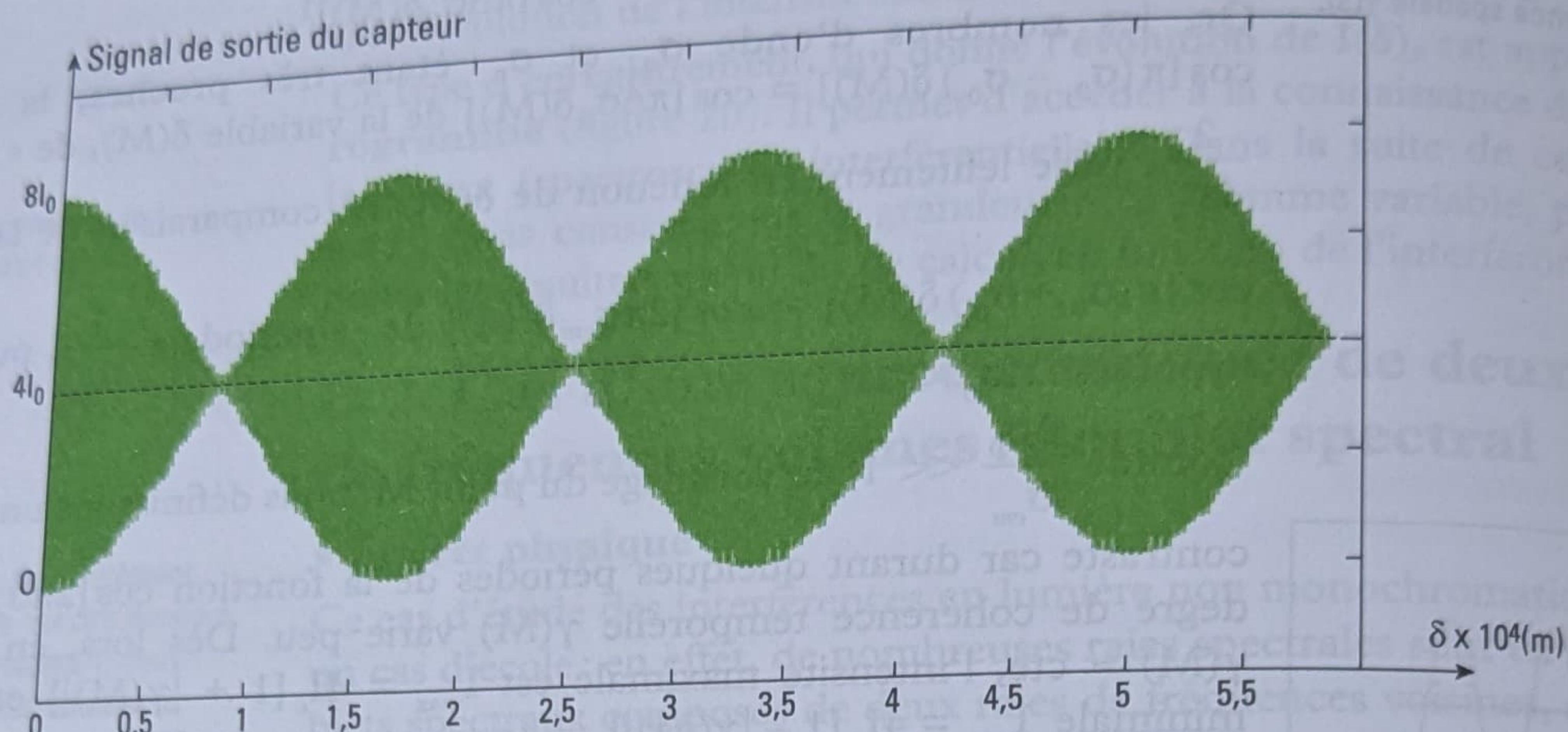
Fig. 19 – Évolution du contraste en fonction de la différence de marche $\delta(M)$. La période du phénomène est $\frac{1}{\Delta\sigma_0}$.

2. Cette situation, dans laquelle un phénomène de « basse fréquence » régit l'amplitude d'un phénomène « haute fréquence », est typiquement un phénomène de modulation, comme en électronique par exemple. Nous pouvons alors utiliser les termes modulant et modulé.

Le rapport des fréquences du signal modulant et du modulé n'a pas été respecté pour une meilleure lisibilité des courbes.

Application 2 Interfrogramme pour le doublet jaune du mercure

La source ponctuelle S est celle correspondant au doublet jaune du mercure ($\lambda_{0_1} = 577 \text{ nm}$; $\lambda_{0_2} = 579 \text{ nm}$). Nous translatons le miroir (M_2) de l'interféromètre de Michelson en l'écartant du contact optique (X croît). Nous enregistrons et traçons l'image de l'intensité lumineuse $I(M) = I(X)$ donnée par le signal de sortie du capteur placé au point M comme au paragraphe D1.



En déduire l'écart entre les longueurs d'onde du doublet.

Solution

La différence de marche en un point de l'écran est $\delta(M) = 2e = 2X$ et

$$I(M) = 4I_0 [1 + \cos [\pi\Delta\sigma_0 \delta(M)] \cos [2\pi\sigma_{om} \delta(M)]].$$

$\frac{1}{\Delta\sigma_0}$ est la période du signal enregistré. Nous remarquons sur l'enregistrement que dans $5 \times 10^{-4} \text{ m}$,

$$\text{il y a trois périodes du signal modulant d'où: } \frac{1}{\Delta\sigma_0} = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{3}.$$

$$\text{Or } \sigma_0 = \frac{1}{\lambda_0} \text{ donc } d\sigma_0 = -\frac{d\lambda_0}{\lambda_0^2} \text{ soit pour des petites variations: } \Delta\sigma_0 = \frac{\Delta\lambda_0}{\lambda_0^2} \text{ et } \Delta\lambda_0 = \lambda_0^2 \Delta\sigma_0.$$

Les deux radiations étant proches, nous pouvons prendre la valeur moyenne λ_{om} pour valeur de λ_0 sans commettre une grande erreur. Alors, $\Delta\lambda_0 = \lambda_{om}^2 \Delta\sigma_0 = (578 \cdot 10^{-9})^2 \frac{3}{5 \cdot 10^{-4}} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ m}$.

Nous avons donc: $\Delta\lambda_0 = 2 \text{ nm}$, ce qui est conforme à ce que nous savons de ce doublet.

Le premier brouillage se produit pour :

$$\cos [\pi\Delta\sigma_0 \delta(M)] = 0, \text{ soit: } \delta(M) = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{\Delta\sigma_0}, m \in \mathbb{Z}.$$

Or, pour l'interféromètre de Young :

$$\delta(M) = \frac{ax}{D} \text{ et } i \approx \frac{\lambda_{om} D}{a}, \text{ soit: } \frac{x}{i} \approx \frac{\delta(M)}{\lambda_{om}} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{\lambda_{om} \Delta\sigma_0}.$$

Pour observer le brouillage, il faut donc compter :

$$\frac{x}{i} = \frac{1}{2 \times 578 \cdot 10^{-9}} \times \frac{5 \cdot 10^{-4}}{3} = 144 \text{ franges}$$

Ceci est impossible l'interféromètre de Young (quelques dizaines de franges réellement observables) et montre l'intérêt de l'interféromètre de Michelson qui permet d'obtenir de grandes différences de marche $\delta(M)$.

re ($\lambda_{0,i} = 577$ nm) ;
on en l'écartant du
tensité lumineuse
au paragraphe D1.

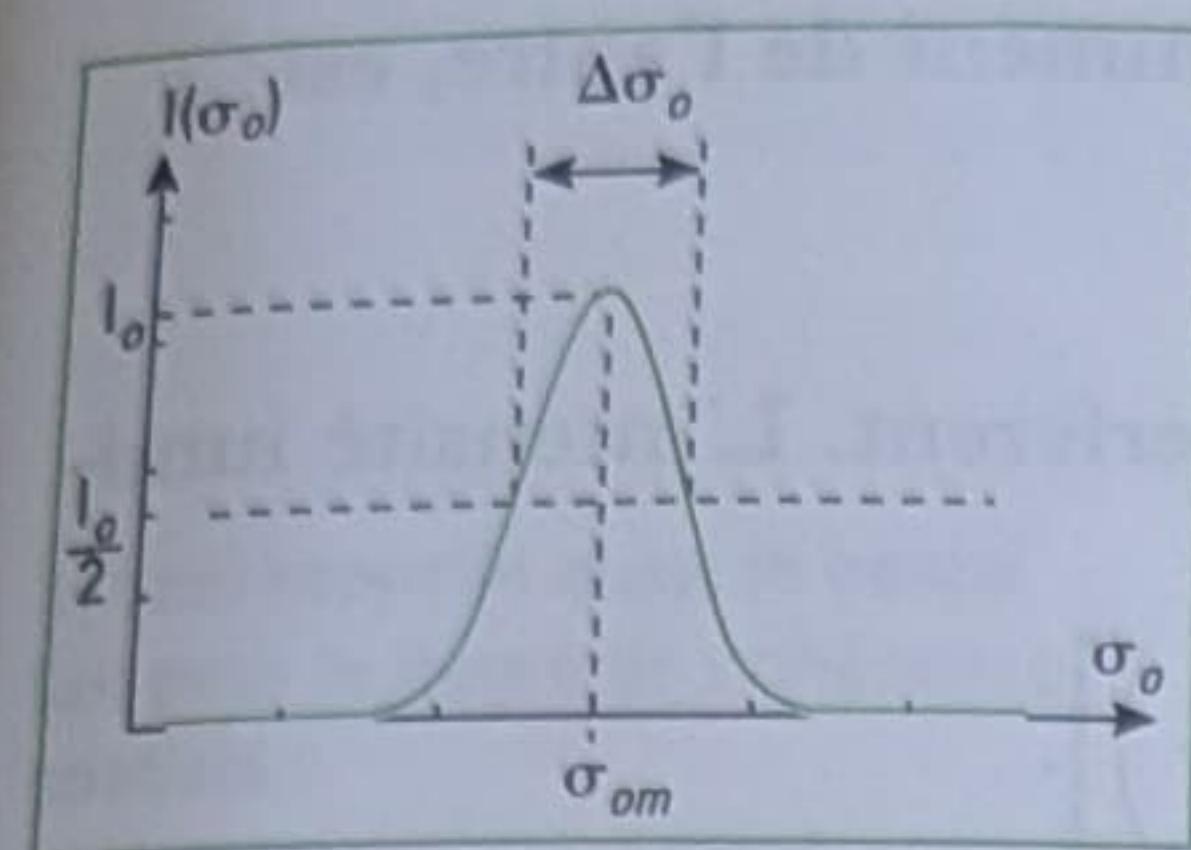


Fig. 21 – Densité spectrale d'intensité (ou intensité spectrale) pour une raie d'émission.

1. Comme au paragraphe D.2, nous donnons cette description non pas en fonction de la fréquence mais en fonction du nombre d'onde σ_0 , ce qui est quasiment équivalent puisque

$$\sigma_0 = \frac{1}{\lambda_0} = \frac{v_0}{c}.$$

D.3. Cas d'une source de profil spectral rectangulaire et de faible largeur spectrale

• Intérêt physique

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, une raie d'émission n'est pas rigoureusement monochromatique en raison de la durée de transition, de l'agitation des atomes émetteurs, des chocs que subissent ces atomes. Un profil classique de raie spectrale est celui de la figure 21 où l'on représente la densité spectrale d'intensité, aussi nommée intensité spectrale, en fonction de σ_0 . σ_{om} est le nombre d'onde moyen et $\Delta\sigma_0$ la largeur de la raie à mi-hauteur. Ce type de courbe montre comment l'intensité lumineuse est répartie dans le domaine spectral, ou fréquentiel.

Dans un intervalle spectral élémentaire $d\sigma_0$, l'intensité élémentaire émise par la source est $dI(\sigma_0)$. Chacune de ces bandes spectrales élémentaires constitue une source cohérente; par contre, deux bandes différentes sont incohérentes, leur nombre d'onde, et donc leur fréquence étant différents.

• Modélisation d'une raie spectrale

Modélisons la raie spectrale précédente par la répartition spectrale suivante appelée raie à profil spectral rectangulaire :

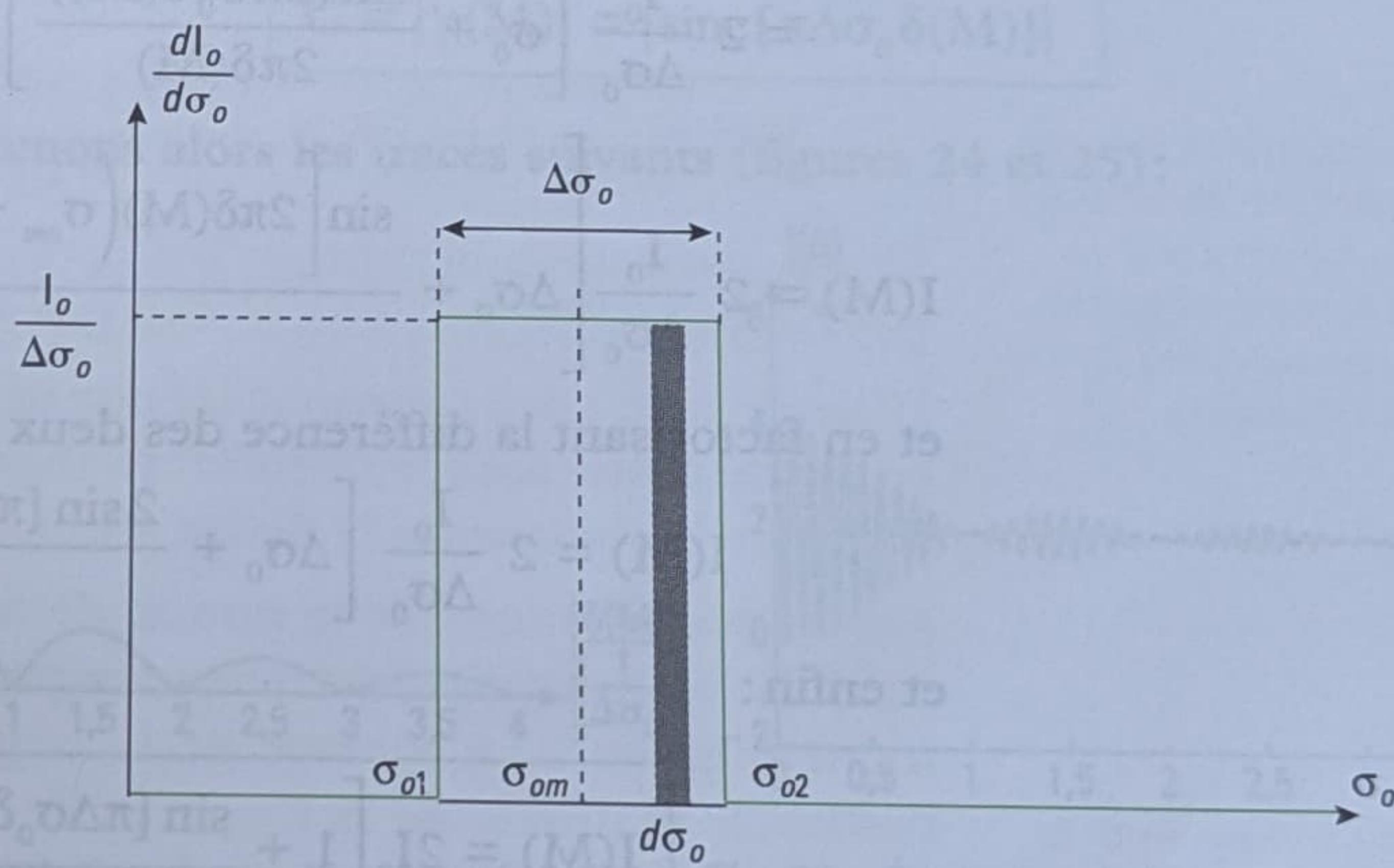


Fig. 22 – Modélisation d'une raie spectrale par un profil rectangulaire.

Cette modélisation n'est pas des plus réalistes mais avec une économie de calcul, elle donne des résultats satisfaisants.

Généralement, nous avons $\Delta\sigma_0 \ll \sigma_{om}$; cette modélisation est donc celle d'une raie de faible largeur spectrale, à profil rectangulaire.

• Expression de l'intensité lumineuse

Nous plaçons cette source ponctuelle émettant ce profil de raie à l'entrée de l'interféromètre de Michelson (géométrie et montage indiqués au paragraphe D.1), et nous cherchons les conséquences de cette nouvelle situation sur les interférences produites. Comme indiqué précédemment, nous raisonnons de manière générale en utilisant la différence de marche $\delta(M)$, sans que celle-ci soit liée *a priori* à un interféromètre particulier. I_0 est l'intensité totale véhiculée par chaque bras de l'interféromètre.

Chaque bande de largeur $d\sigma_0$ (figure 22) située entre σ_0 et $\sigma_0 + d\sigma_0$ ², qui constitue une source indépendante de ses voisines, donne lieu à une division d'onde dans les deux bras où se crée la différence de marche $\delta(M)$.

2. Avec $\sigma_0 = \frac{1}{\lambda_0}$.

L'intensité véhiculée dans chaque bras, indépendamment de l'autre, est :

$$dI_0 = \frac{I_0}{\Delta\sigma_0} d\sigma_0.$$

Au point M, ces deux ondes se superposent et interfèrent. L'intensité lumineuse élémentaire en ce point s'écrit aussi :

$$dI = 2dI_0 \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_0} \right) \right].$$

Les différentes bandes étant incohérentes entre elles, il faut que nous ajoutions les intensités lumineuses élémentaires pour obtenir l'intensité lumineuse totale au point M.

$$I(M) = \int_{-\infty}^{+\infty} dI = \int_{-\infty}^{+\infty} 2dI_0 \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_0} \right) \right]$$

$$= 2 \frac{I_0}{\Delta\sigma_0} \int_{\sigma_{om}}^{\sigma_{o2}} [1 + \cos(2\pi\sigma_0 \delta(M))] d\sigma_0$$

$$I(M) = 2 \frac{I_0}{\Delta\sigma_0} \int_{\sigma_{om} - \frac{\Delta\sigma_0}{2}}^{\sigma_{om} + \frac{\Delta\sigma_0}{2}} [1 + \cos(2\pi\sigma_0 \delta(M))] d\sigma_0$$

$$= 2 \frac{I_0}{\Delta\sigma_0} \left[\sigma_0 + \frac{\sin(2\pi\sigma_0 \delta(M))}{2\pi\delta(M)} \right]_{\sigma_{om} - \frac{\Delta\sigma_0}{2}}^{\sigma_{om} + \frac{\Delta\sigma_0}{2}}$$

$$I(M) = 2 \frac{I_0}{\Delta\sigma_0} \left[\Delta\sigma_0 + \frac{\sin \left[2\pi\delta(M) \left(\sigma_{om} + \frac{\Delta\sigma_0}{2} \right) \right] - \sin \left[2\pi\delta(M) \left(\sigma_{om} - \frac{\Delta\sigma_0}{2} \right) \right]}{2\pi\delta(M)} \right]$$

et en factorisant la différence des deux sinus :

$$I(M) = 2 \frac{I_0}{\Delta\sigma_0} \left[\Delta\sigma_0 + \frac{2 \sin[\pi\Delta\sigma_0 \delta(M)] \cos[2\pi\sigma_{om} \delta(M)]}{2\pi\delta(M)} \right]$$

et enfin :

$$I(M) = 2I_0 \left[1 + \frac{\sin[\pi\Delta\sigma_0 \delta(M)]}{\pi\Delta\sigma_0 \delta(M)} \cos[2\pi\sigma_{om} \delta(M)] \right].$$

Que l'on peut mettre sous la forme :

$$I(M) = 2I_0 [1 + \gamma(M) \cos[2\pi\sigma_{om} \delta(M)]]$$

$$= 2I_0 \left[1 + \gamma(M) \cos \left[2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_{om}} \right] \right]$$

avec $\lambda_{om} = \frac{1}{\sigma_{om}}$. On obtient ainsi $\gamma(M)$, le degré de cohérence temporelle de la source :

$$\gamma(M) = \frac{\sin[\pi\Delta\sigma_0 \delta(M)]}{\pi\Delta\sigma_0 \delta(M)} = \text{sinc}[\pi\Delta\sigma_0 \delta(M)].$$

où $\text{sinc}(u)$ est la fonction sinus cardinal dont le tracé à été donné au chapitre 3 paragraphe C. Ainsi,

$$I(M) = 2I_0 \left[1 + \text{sinc}[\pi\Delta\sigma_0 \delta(M)] \cos \left[2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_{om}} \right] \right].$$

1. Ceci rappelle aussi fait pour le degré de spatial :

$$\gamma(s) = \frac{\sin(\frac{\pi}{\lambda} s)}{\frac{\pi}{\lambda}}$$

(chapitre 3 paragraphe l'écriture de l'intensité correspondante :

$$I(M) = 2I_0 \left[1 + \gamma(s) \right]$$

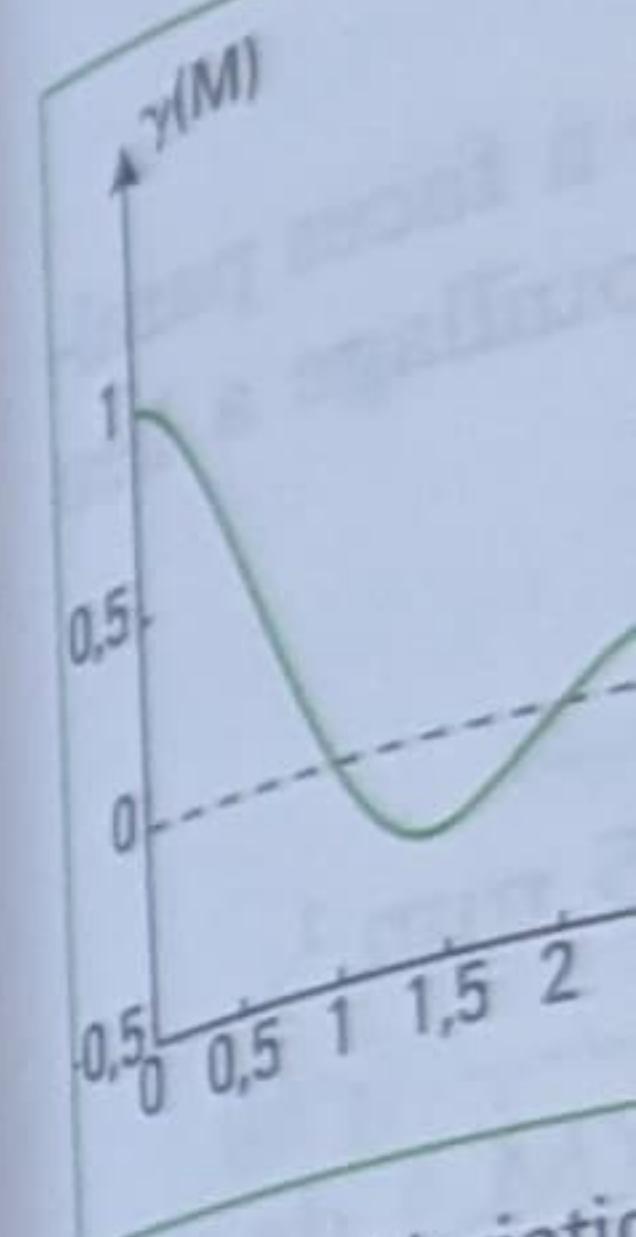
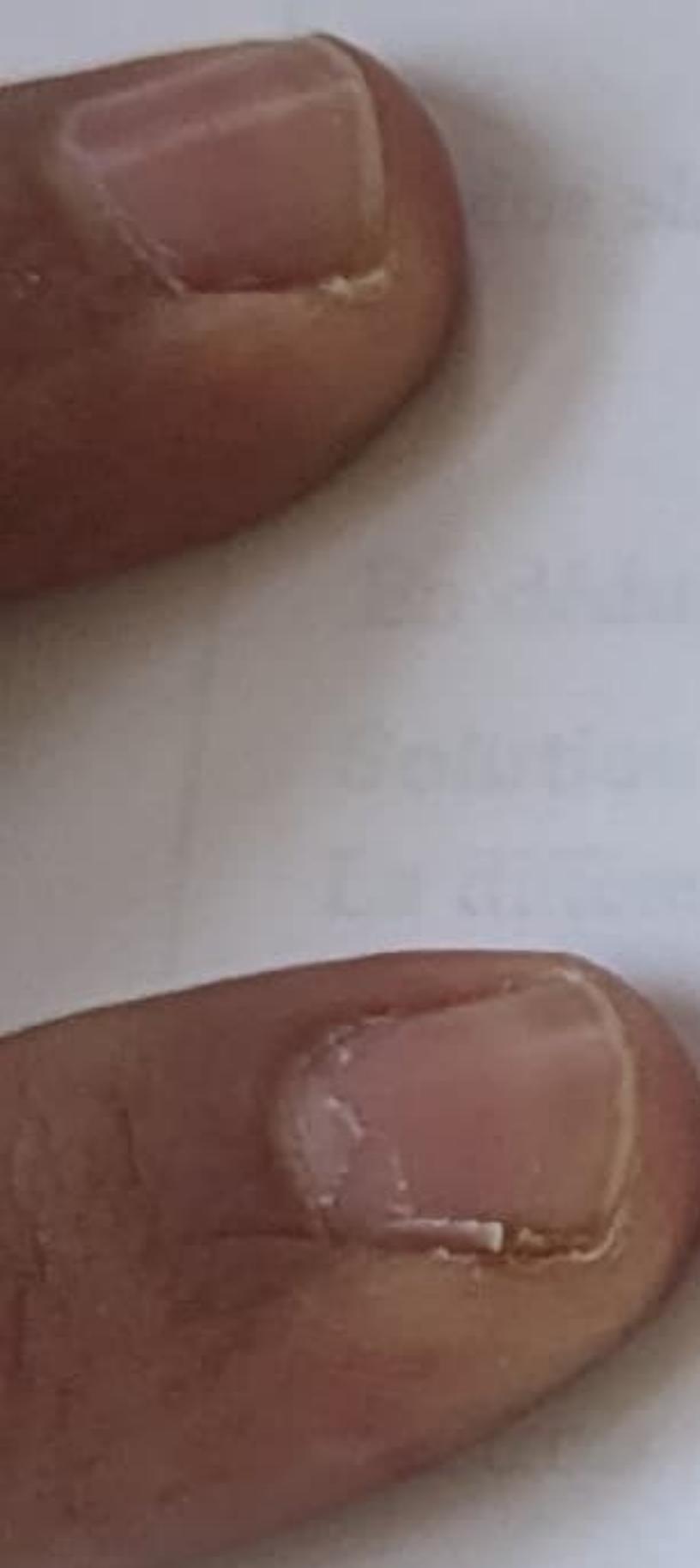


Fig. 23 – Variation cohérence temporelle de la différence de temps pour une raie de spectrale à profil cardinal.

2. Là aussi, le rapport fréquences du signal et du modulé n'a pas pour une meilleure courbes.



• Analyse de l'expression donnant l'intensité

1. Ceci rappelle aussi le calcul fait pour le degré de cohérence spatiale :

$$\gamma(s) = \frac{\sin\left(\frac{\pi as}{\lambda d}\right)}{\frac{\pi as}{\lambda d}}$$

(chapitre 3 paragraphe C.) et l'écriture de l'intensité lumineuse correspondante :

$$I(M) = 2I_0 \left[1 + \gamma(s) \cos\left(\frac{2\pi ax_1}{\lambda D}\right) \right].$$

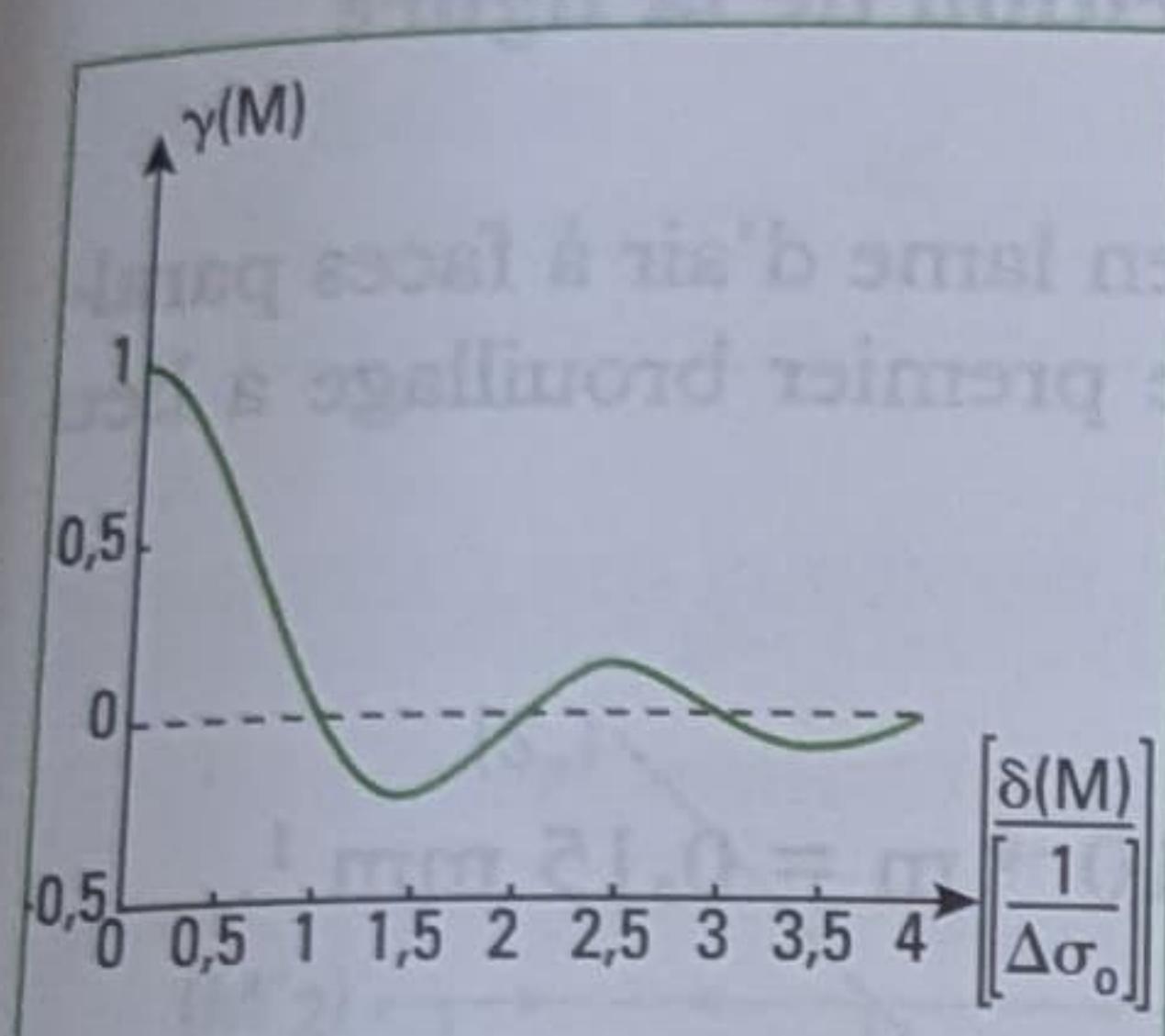


Fig. 23 – Variation du degré de cohérence temporelle en fonction de la différence de marche δ pour une raie de faible largeur spectrale à profil rectangulaire. La loi de variation est en sinus cardinal.

2. Là aussi, le rapport des fréquences du signal modulant et du modulé n'a pas été respecté pour une meilleure lisibilité des courbes.

Nous reconnaissons le terme interférentiel $\cos\left[2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_{om}}\right]$ habituel, multiplié

par le degré de cohérence temporelle $\gamma(M) = \frac{\sin[\pi\Delta\sigma_0\delta(M)]}{\pi\Delta\sigma_0\delta(M)}$ (figure 23).

Or, la « période » de la fonction $\cos[2\pi\sigma_{om}\delta(M)]$ est $\frac{1}{\sigma_{om}}$ et la fonction sinus cardinal s'annule lorsque $\pi\Delta\sigma_0\delta(M) = m\pi$ ($m \in \mathbb{N}^*$) donc pour $\delta(M) = \frac{m}{\Delta\sigma_0}$.

Comme par hypothèse $\Delta\sigma_0 \ll \sigma_{om}$, la « période » d'évolution de $\gamma(M)$ est très supérieure à celle du facteur d'interférence $\cos[2\pi\sigma_{om}\delta(M)]$. Au voisinage du point M considéré, nous pouvons donc considérer que $\gamma(M)$ est une constante, ou que du moins il varie très peu.

Dans ce cas, au voisinage du point M nous avons :

$$I_{max} = 2I_0(1 + |\gamma(M)|) \text{ et } I_{min} = 2I_0(1 - |\gamma(M)|),$$

ce qui conduit à un facteur de contraste :

$$C = |\gamma(M)| = |\operatorname{sinc}[\pi\Delta\sigma_0\delta(M)]|$$

Nous obtenons alors les tracés suivants (figures 24 et 25) :

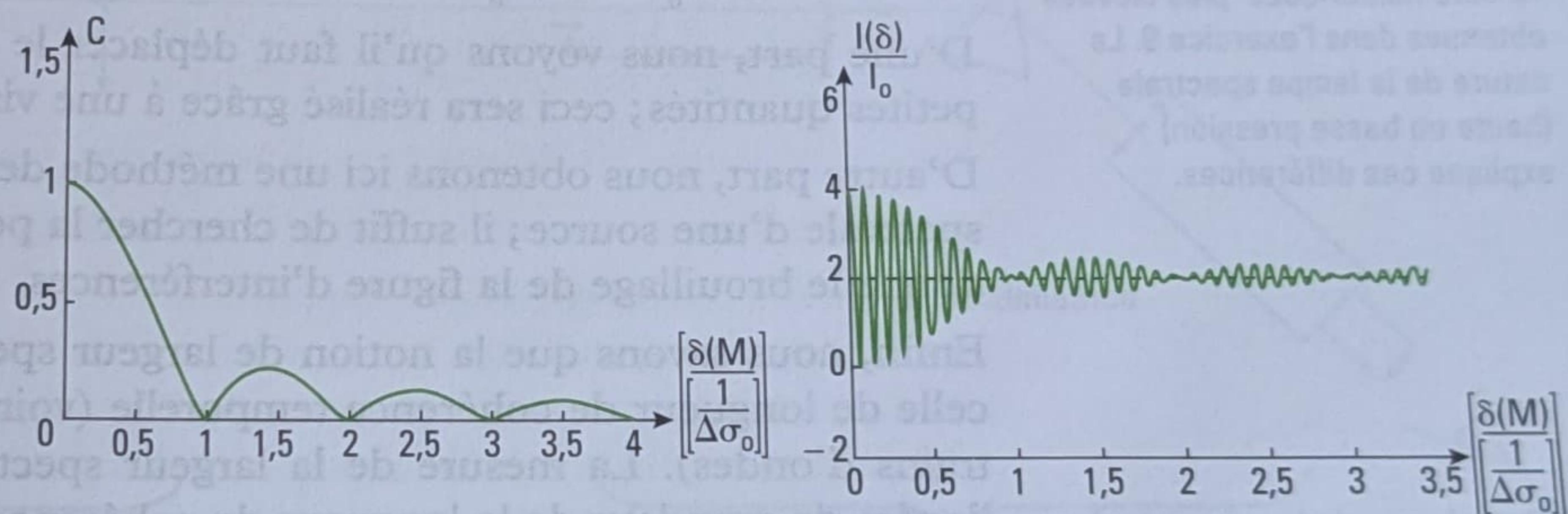


Fig. 24 – Évolution du contraste en fonction de la différence de marche δ .

Fig. 25 – Évolution de l'intensité lumineuse en fonction de la différence de marche δ^2 .

• Largeur spectrale et disparition de la figure d'interférences

Nous remarquons que la figure d'interférences disparaît si $\delta(M) = \frac{1}{\Delta\sigma_0}$

puisque le facteur de contraste est alors nul (figures 24 et 25). Lorsque le contraste passe la première fois par la valeur nulle, les franges disparaissent. Ceci correspond à une situation dans laquelle la différence de marche est égale à la longueur de cohérence temporelle :

$$\delta(M) = \frac{1}{\Delta\sigma_0} = L_c.$$

Un examen rapide des courbes montre qu'au-delà de cette valeur de $\delta(M)$ le phénomène d'interférences réapparaît avec un contraste inversé (figure 23). En pratique, on n'observe jamais ce phénomène car, en termes de trains d'onde, si la longueur de cohérence temporelle est dépassée, il n'y a pas de raison qu'elle s'améliore si on augmente encore $\delta(M)$. Cette divergence entre les précédents résultats théoriques et l'observation expérimentale s'explique par le caractère simpliste du profil spectral rectangulaire.

Par ailleurs, la disparition des franges a lieu pour un ordre $p = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{\sigma_0}{\Delta\sigma_0}$

élevé. Évaluons cet ordre dans le cas de la raie verte du mercure de longueur d'onde $\lambda_0 = 546,1$ nm, pour laquelle $\Delta\lambda_0 \approx 1$ nm (lampe haute pression).

Comme $\Delta\sigma_0 = \frac{\Delta\lambda_0}{\lambda_0^2} = \Delta\lambda_0 \sigma_0^2$, nous obtenons :

$$p = \frac{\sigma_0}{\Delta\sigma_0} = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda_0} = \frac{546,1 \cdot 10^{-9}}{1 \cdot 10^{-9}} = 546.$$

Cet ordre est élevé. Ainsi, les interféromètres classiques comme ceux de Young et de Fresnel, ne permettront pas d'observer la disparition du phénomène d'interférences sous l'influence de la cohérence temporelle. Par contre, l'interféromètre de Michelson, pour lequel la différence de marche due aux deux bras peut être importante, et donc l'ordre p aussi, permet ce genre d'observation.

• Longueur de cohérence temporelle et disparition de la figure d'interférences

Dans le cas de l'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air à faces parallèles comme au paragraphe D.1, où $\delta(M) = 2X$, le premier brouillage a lieu

si $\delta(M) = \frac{1}{\Delta\sigma_0} = 2X$, soit pour :

$$X = \frac{1}{2\Delta\sigma_0} = \frac{\lambda_0^2}{2\Delta\lambda_0} = \frac{(546,1 \cdot 10^{-9})^2}{2 \times 1 \cdot 10^{-9}} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,15 \text{ mm} !$$

D'une part, nous voyons qu'il faut déplacer le miroir mobile (M_2) de très petites quantités ; ceci sera réalisé grâce à une vis micrométrique.

D'autre part, nous obtenons ici une méthode de détermination de la largeur spectrale d'une source ; il suffit de chercher la position du miroir mobile qui donne le brouillage de la figure d'interférences.

Enfin, nous savons que la notion de largeur spectrale est intimement liée à celle de longueur de cohérence temporelle (voir chapitre 1 et le modèle des trains d'ondes). La mesure de la largeur spectrale permet donc d'estimer l'ordre de grandeur de la longueur de cohérence temporelle L_c des sources².

1. Comparer ce résultat avec les valeurs numériques plus élevées obtenues dans l'exercice 9. La nature de la lampe spectrale (haute ou basse pression) explique ces différences.

2. Dans le cas de la raie verte du mercure, nous trouvons ainsi :

$$L_c = \frac{1}{\Delta\sigma_0} = 2X = 0,3 \text{ mm.}$$

C'est bien cette valeur que nous avons indiquée au tableau de la figure 13 du chapitre 1.

3. La raie n'a pas une faible largeur spectrale. Nous n'obtenons donc qu'une estimation.

E. Interférences avec une source de lumière blanche

Une première approche qualitative de cette question a été abordée au paragraphe C. du chapitre 3.

Modélisons la lumière blanche comme une source de largeur spectrale $\Delta\lambda_0 = 400$ nm centrée sur la longueur d'onde moyenne $\lambda_{om} = 600$ nm. Nous obtenons une estimation³ de la différence de marche maximale qui produit

le brouillage $\delta_{max} = \frac{1}{\Delta\sigma_0} = \frac{\lambda_{om}^2}{\Delta\lambda_0} \approx 1 \mu\text{m}$, ce qui correspond à un ordre d'interférence maximal $p_{max} = \frac{\delta_{max}}{\lambda} \approx 2$.

Cette valeur très faible de p montre qu'en lumière blanche le phénomène d'interférences sera très limité dans le champ d'interférences. Un ordre de grandeur peu être donné dans le cas des franges rectilignes.

$$\frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{a}{\Delta\theta} = \frac{a}{D}$$

(de longueur de pression).

1. Avec les valeurs utilisées dans ce chapitre : $a = 1 \text{ mm}$; $D = 1 \text{ m}$. Cette modélisation ne donne qu'un ordre de grandeur. Dans la pratique, $a < 1 \text{ mm}$ et la largeur de la figure d'interférences est de l'ordre du centimètre.

2. Car dans ce cas $\delta = 0$ pour $x_i = 0$. Ce cas n'est pas systématique ainsi que le montre le miroir de Lloyd.

3. Voir tableau en figure 13 du chapitre 1.

Avec $\delta_{\max} = \frac{ax_{1\max}}{D}$, nous obtenons $x_{1\max} = \frac{\delta_{\max} D}{a} \approx 1 \text{ mm}^1$.

Au-delà de cette limite, l'éclairement est uniforme.

Comme indiqué à la figure 28 du chapitre 3, au centre de la figure d'interférences, toutes les radiations composant la lumière blanche sont en phase, et la frange centrale est blanche². Chaque radiation crée son propre système de franges qui n'ont pas le même interfrange, ce qui donne des franges colorées. Au-delà d'un ordre p de quelques unités, le phénomène se brouille, l'éclairage devient uniforme : l'écran est blanc. Cependant, la condition de cohérence temporelle pour les radiations qui composent la lumière blanche³ est moins sévère que pour la lumière blanche ($1 \mu\text{m}$). Aussi, chaque radiation crée sa figure d'interférences, non détectable à l'œil, avec ses maximums et ses minimums et se superpose aux autres. Le blanc qui en résulte n'est pas de même nature que le blanc de la frange centrale car en ces points M de l'écran uniformément éclairé se trouvent une ou des radiations éteintes que l'on peut détecter en utilisant un spectroscope (figure 26) montrant les radiations éteintes appelées cannelures (figure 27).

Cet éclairage uniforme qui contient des cannelures non visibles à l'œil est nommé « blanc d'ordre supérieur ».

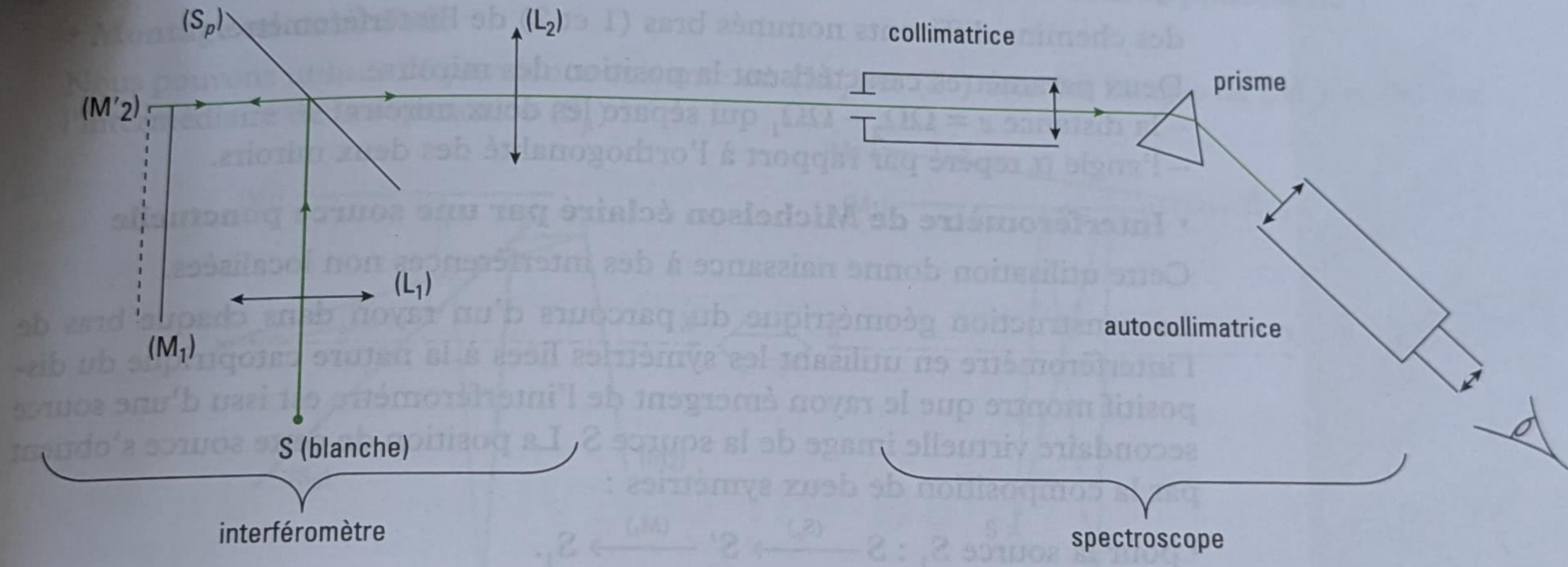


Fig. 26 – Montage permettant d'observer les cannelures dans le blanc d'ordre supérieur.

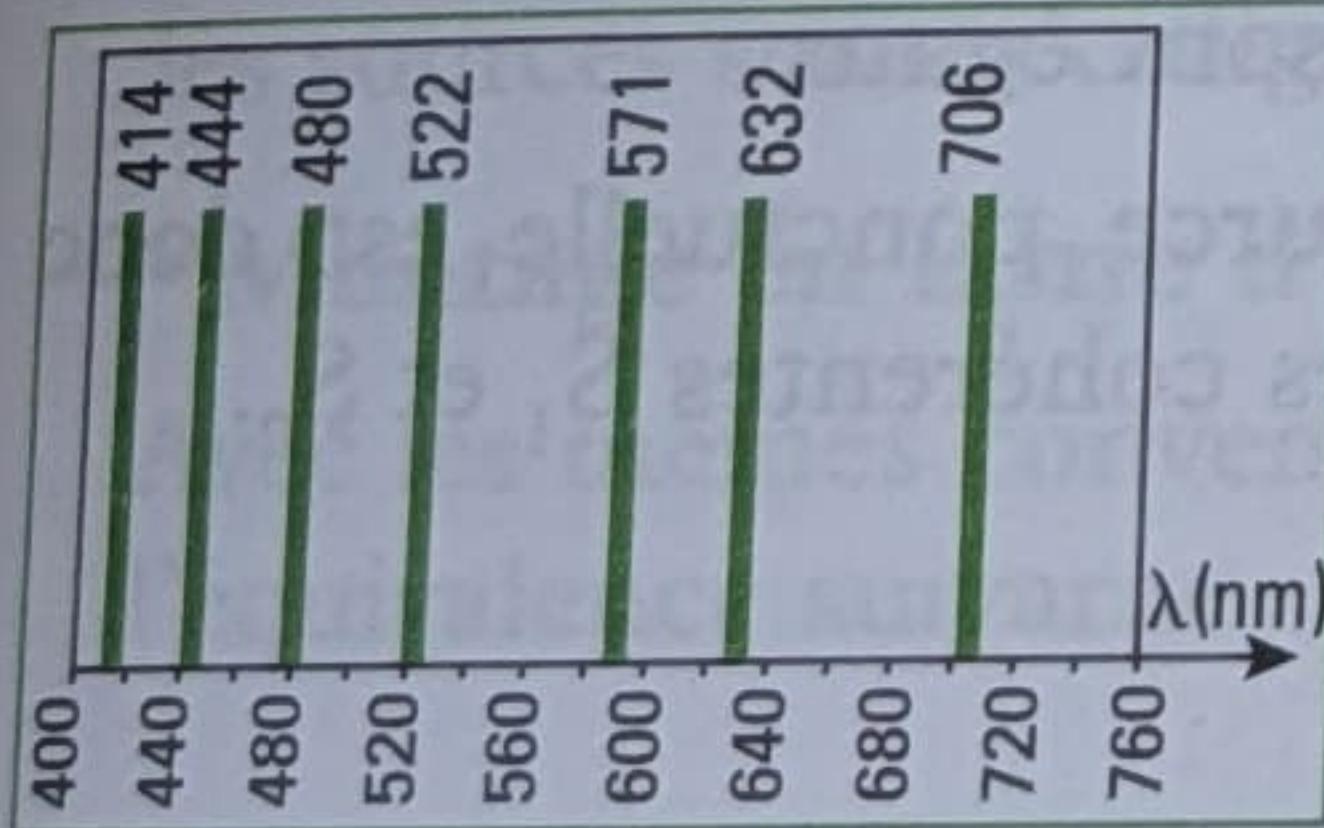


Fig. 27 – Cannelures observées et longueurs d'ondes associées dans le blanc d'ordre supérieur pour des franges rectilignes, le spectroscope pointant une zone éloignée de 6 mm de la frange centrale : comme précédemment, $a = 1 \text{ mm}$; $D = 1 \text{ m}$.