

## *Pla Docent*

Taller de Modelització  
2n. de Grau en Matemàtiques  
Universitat Autònoma de Barcelona

Albert Acebrón, Jaume Betriu, Martina Canet, Marc Graells  
13 o 16 de maig de 2019

# Les quatre parts de la presentació

## ■ Primera part

- 0. Introducció
- 1. Anàlisi del problema
- ⋮
- 5. Conclusions

## ■ Segona part

- 2. Anàlisi del *Model actual*
  - 2.1 i 2.2 Dades obtingudes i facilitades
  - 2.3 Algunes curiositats
  - 2.4 i 2.5 Anàlisi i Conclusions

## ■ Tercera part

- 3. Model d'Optimització o d'investigació operativa
  - 3.3 Biblioteca *subfuncions*
  - 3.4 Resultats i limitacions

## ■ Quarta part

- 4. *Model/Mètode* × Subhastes
  - 4.2 Model *Kiwis*
  - 4.3 Altres Models

# 1. Anàlisis del problema

## Enunciat del problema, part 1

■<sup>(01)</sup> *Un departament d'una universitat té diferents tasques docents assignades, que s'han de repartir entre els seus professors.*

■<sup>(02)</sup> *Actualment es distribueixen segons les hores de classe de cada tasca. Se suposa que el nombre d'hores mesura l'esforç associat a una tasca, però en la pràctica això no és prou realista, la qual cosa genera desequilibris.*

## Enunciat del problema, part 2

■<sup>(03)</sup> *Es tracta de trobar un mètode més equilibrat per valorar les tasques docents, que tingui en compte la demanda per cada tasca per part dels diferents professors.*

■<sup>(04)</sup> *Es podria expressar aquesta demanda a través d'una mena de subhasta.*

■<sup>(05)</sup> *S'haurien de tenir en compte algunes restriccions, com per exemple, que tothom faci la mateixa quantitat de docència o la restricció que hi hagi a cada departament.*

## Anàlisi Enunciat

- (01) El problema abstracte consisteix en una tasca de repartiment o assignació. Concretament, els **objectes a repartir** són les tasques docents que han de ser repartides entre el professorat, cada possible assignació s'anomenarà **pla docent** o **solució** de forma anàloga en funció del context.
- (02) Acceptem que el *Model actual* genera solucions **subòptimes** i això ho justificarem amb els mateixos arguments del enunciat.
- (03) Es requereix mètode per valorar i repartir tasca docent en funció de la demanda del professorat. A més ha de poder aportar una solució millor <sup>a</sup>.
- (04) Es proposa com a **alternativa** desenvolupar un mètode basat en subhasta.
- (05) S'expressa anticipadament que el **model/mètode** ha de tenir **restriccions** i s'expliciten dos de necessàries. El volum del treball ha de ser *homogeni*<sup>b</sup>. El mètode ha de contemplar la possibilitat de restriccions pròpies del departament.

---

<sup>a</sup>Equivalentment menys desequilibrada.

<sup>b</sup>Entesa com la qualitat de: quantitat de docències semblants entre el professorat.

## 2. Anàlisis del *Model Actual*

### Alguns detalls:

- 3 graus propis + 26 graus externs.  
*500 sol·licituds  $\approx$  150 assignatures*
- 5 subdepartaments del departament.  
*Assignatures 3r i 4rt graus propis.*
- Ja ve fixat el horari, nombre de alumnes i la tipologia.  
*Això és si és una classe de problemes o de seminaris o ...*
- Les assignatures **només** són comptades per hores de classe realitzades.

$\Sigma$  :

- El nombre de hores que fa cada professor pot ser molt diferent.  
*oscil·la entre 60 i 240 hores per any*
- Actualment el model intenta minimitzar:  
*-Dispersió:*

$$\sum_{i=0}^{112} a_i$$

*-Deute personal o Saldo*

• • •

## Resultats *Model Actual*, valors numèrics

### Dades del *Model actual*

- El  $\sum$  de saldos positius és 1793 hores.
- El  $\sum$  de saldos negatius és -2671.0 hores.
- El  $\sum$  de saldos positius i negatius és -1122 hores, que és un 8.968825 % del nombre d'hores total que haurien de fer tots els professors.
- La mitjana aritmètica d' assignatures que fa cada professor és de  $\approx 5.972$ .

## Resultats *Model Actual*, gràfics



**Figura:** Saldos TOTAL actual del professorat any 2018

## Resultats *Model Actual*, gràfics

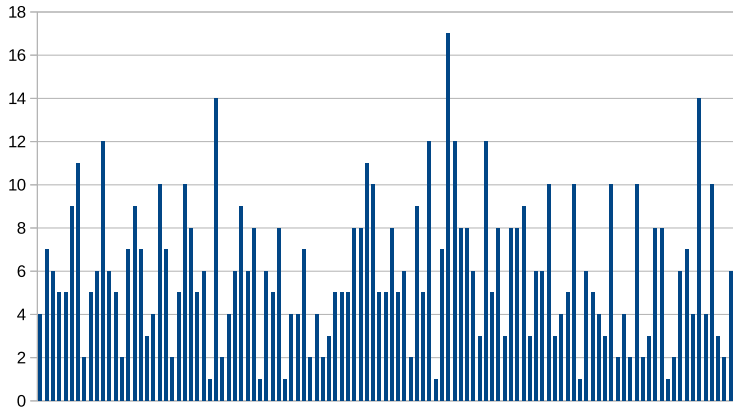


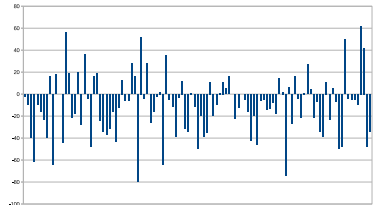
Figura: Dispersió TOTAL actual del professorat any 2018



## 2. Conclusions del *Model Actual*

### Conclusions anàlisi

- Variància molt alta.
- Requereix *alt grau* de dedicació.



**Figura:** Saldos TOTAL actual del professorat any 2018

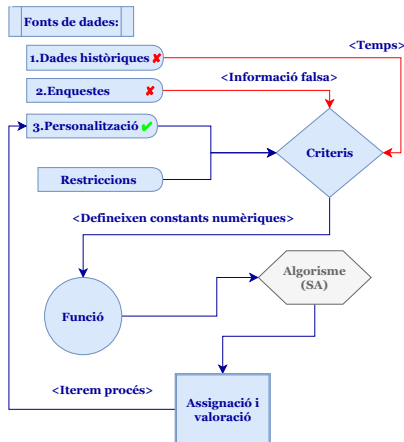
### 3. Model d'Optimització o d'investigació operativa

#### Una noció del model

La gràcia està en escollir uns *criteris raonables* a partir dels quals, i donades unes **restriccions**, definir una **funció objectiu** a optimitzar.

#### Optimització

maximitzar o minimitzar  $f$   
Subjecte a  
restriccions



# Biblioteca de funcions i restriccions

## Funció de objectiu $F(a)$

- Com **modelitzem** aquest criteris?
- Potser seria interessant donar una **Biblioteca** de subfusions i restriccions.

## Funció com a $\sum$ de funcions

```
def func1(a), func2(a), ...  
  minimitzar(F(a))  
  subj : rst1, rst2, ...
```

## Un esquema

- Sigui  $a \in \mathbb{A}$  on  $|\mathbb{A}| \approx 10^{5000}$  conjunt de les possibles assignacions (**solucions**).
- Llavors volem trobar  $a_{\sim opt} \in \mathbb{A}$  tal que  $F(a_{\sim opt})$  sigui prou petit.
- Donem exemples de  $\text{func1}(a), \text{func2}(a), \dots$

# *Biblioteca* de funcions i restriccions

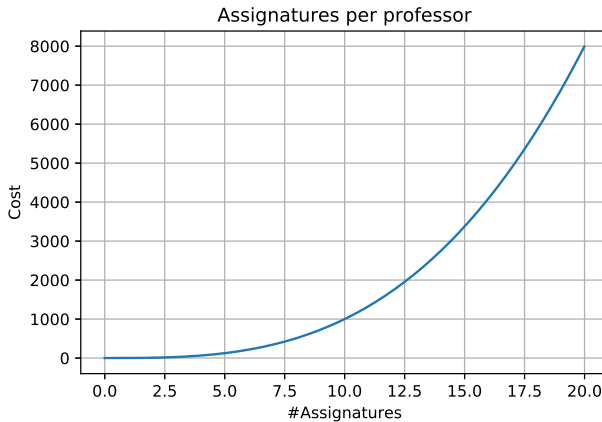


Figura:  $x^3$

# *Biblioteca* de funcions i restriccions

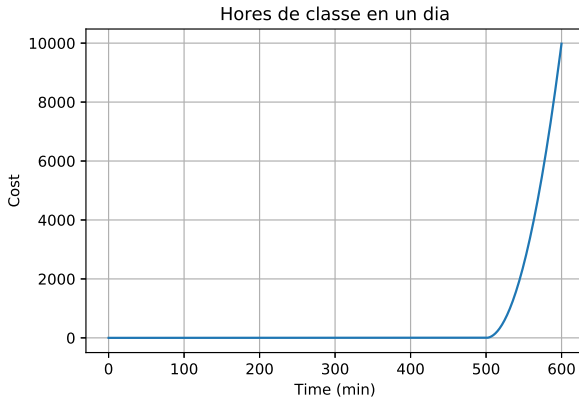


Figura:  $f(x) := \begin{cases} (x - 500)^2 & \text{si } x > 500, \\ 0 & \text{si } x \leq 500 \end{cases}$

# *Biblioteca* de funcions i restriccions

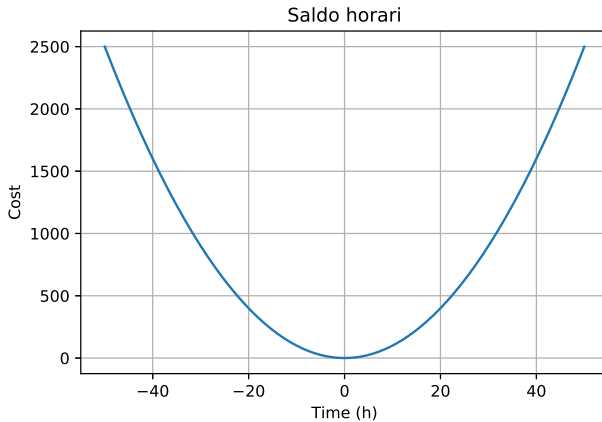
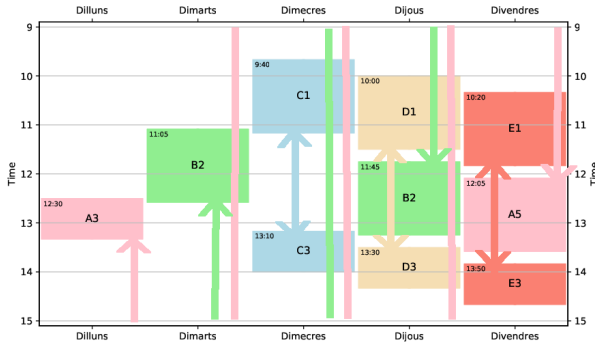


Figura:  $x^2$

# Biblioteca de funcions i restriccions



**Figura:** La distància entre classes es calcula entre dies

# *Biblioteca* de funcions i restriccions

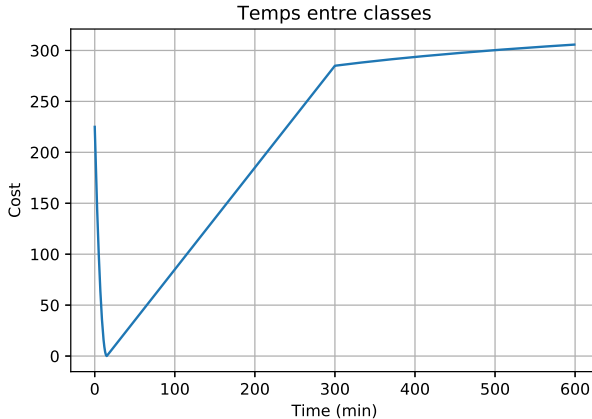


Figura:  $x^2$ ,  $x$  i  $\log(x)$



# Resultats i limitacions del model

## Limitacions

Malgrat que l'**espai de solucions** és finit, com que la seva **dimensió** és  $|\mathbb{A}| \approx 10^{5000}$  no podem garantir que la millor assignació que trobem es correspongui amb un **mínim** de la **funció objectiu**. I *a priori* tampoc podem donar cap altra garantia sobre la *qualitat* de la solució a la que arribaran els *algorismes* d'optimització.

## Justificació

- **Solució factible**
- **Solució bona** ja que millora anys anterior.

## Conclusions i resultats

A partir de simulacions concloem que les solucions que trobem **milloren** les obtingudes amb el *model actual*, respecte els aspectes que es volen **optimitzar**.

# Conclusions Model d'investigació operativa

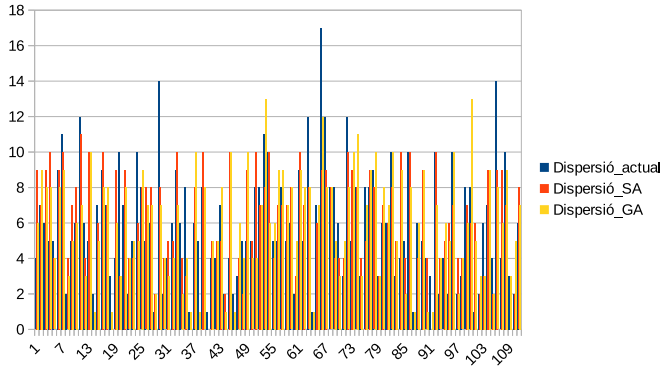
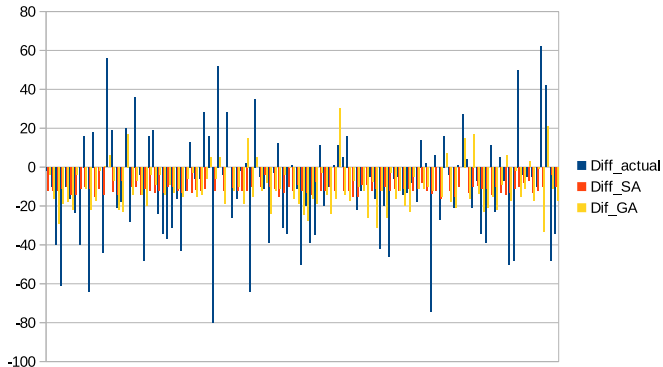


Figura: Dispersió d'assignatures per professor

# Conclusions Model d'investigació operativa



Model	Actual	Funció (SA)
Variància	737.0676	14.7221
Suma absoluta	2498	1156

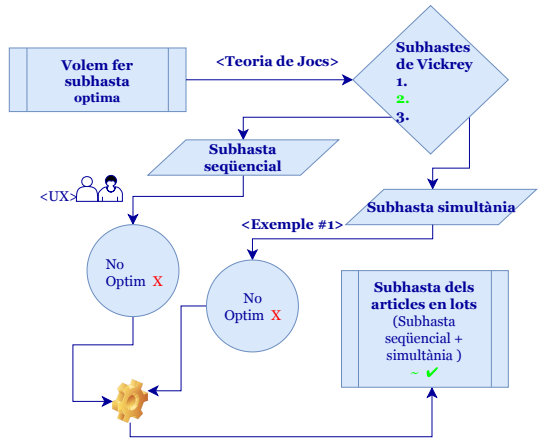
# Problemàtiques i beneficis de les Subhastes

## Problemàtiques

- Concurrencia
- Incentius han d'estar ben alineats

## Beneficis

- Transparència
- Simplicitat



# Model *Kiwis*

## 1. Repartiment *Kiwis*

- Subhastes basades en moneda de canvi (*Kiwis*)
- Es parteix de 10 *Kiwis*
- +5 *Kiwis* per cada 10 hores de saldo positiu

## A partir del segon any:

- +  $X$  kiwis per  $X$  assignatures no triades pel professor
- +30 kiwis per un 4.5 o més en les enquestes



# Funcionament *Kiwis*

## 2. Subhasta *Kiwis*

- Subhasta en blocs mitjançant *entorn web* (evitant bloqueig)
- Valor inicial 0, puja mínima 1
- Atorguem les assig. al millor postor
- Empat  $\Rightarrow$  guanya qui té més kiwis al inici
  - Si empatem novament revaloritzem amb valor de mercat i la subhastem a la següent
  - Ultima subhasta: possibilitat de fer pujes negatives

# Funcionament *Kiwis*

## Revalorització de les hores

- Valor assig. = h inicialment
- Valor final

$$h' = h \cdot 1.1$$

$$h' = h \cdot c, \quad c > 0 \quad \text{tal que } c \in \mathbb{R} \quad \text{i raonable}$$

- Assignatures no assignades o assignades per  $\leq 0$  kiwis  
 $h' = h + 1$
- Assignatures sense pujes repartides per  $f(x)$  als prof.  $\leq \frac{2M}{3}$

# Definició de subhasta òptima

## Subhastes òptimes

- Hi ha una branca sencera (Auction theory) de l'Economia que es dedica a l'estudi de subhastes. De manera que hi ha molta recerca sobre com evaluar-les.
- ■ **Definició:** Una subhasta és òptima si el sistema maximitza l'utilitat de tots els participants, en el nostre cas això passa si el sistema obté el màxim (mínim) en pujes a l'alta (baixa).



# Problemes

## Problemes en subhastes no òptimes

- Subhastes parcialment **simultànies** porten a ineficiències causades pel **bloqueig de moneda**.
- Subhastes **simples** no funcionen bé en el cas en que hi hagin **dependències** entre puges (ex: només vull aquesta assignatura si tinc aquesta altra assignatura).
- **Cas concret:** Un professor vol fer totes les seves assignatures en només 2 dies de la setmana.
- Si els actors han d'**especular**, el model de subhasta no serà òptim  $\Rightarrow$  volem evitar la especulació.
- Com assignem les assignatures que **no vol ningú**?

# Solució

## Model de subhastes

- **Subhastes a la baixa per hores** (en kiwis funcionaria igualment).
- De **Vickrey** (en cas de tenir pujes a la baixa fiquem un màxim superior).
- Combinatorials ( $\equiv$ ).
- Totalment **simultànies**/paral·leles.

# El gran problema

## El problema del guanyador en subhastes combinatorials

- Les subhastes **combinatorials** han estat molt estudiades a la literatura.
- Està **demostrat** que el problema de trobar els guanyadors d'aquest tipus d'apostes és **NP-Comple**t, de manera que no el podem resoldre en un temps tractable ja que la **complexitat** és massa alta.

# La gran solució

## Transformació

- Transformem el problema a un de pujes condicionals (puja A només es vàlida si la puja B és guanyadora).
- Podem donar un **algorisme** que ens permet transformar un problema en l'altre en **temps polinomial** de manera que demostrem que els dos problemes són **equivalents**.

## Algorisme per decidir guanyador en el nou problema

- Assumim que totes les pujes són vàlides. Si alguna puja guanyadora depèn d'una perdedora, invalidem la guanyadora i la segona passa a ser la guanyadora.
- La persona que ha guanyat més pujes tria les assignatures que vol (de forma polinòmica).
- Tornar al pas 1. (guix)

# Anàlisi de l'algorisme

## Complexitat

- L'algorisme és NP, però si en el moment de crear noves pujes restringim la profunditat màxima de cadenes condicionals (restricció que no influeix ja que quasi cap professor té dependències d'assignatures de profunditat molt elevada) **l'algoritme passa a ser polinòmic.**
- Si l'assignació donada per aquest algorisme és òptima haurem resolt un problema important en les matemàtiques!

# Spoiler: No hi ha medalla per nosaltres

## Cas no òptim

- Realitzant la demostració de que l'algorisme generava una assignació òptima ens trobem amb un cas on no és així.
- Alice puja 5 per A, 4 per B
- Bob puja 3 per B, 2 per C, 2 per D i 2 per E.
- Bob guanya C, D i E i decideix quedar-se D.
- Alice guanya A i B i decideix quedar-se A.
- Bob es podria haver quedat B però no ha pogut, perdem optimalitat. (guix)

# L'algorisme no és perfecte però és bo

## No òptim $\neq$ No bo

- L'algorisme no dona una assignació òptima però podem veure que l'assignació que donarà serà **propera a l'òptima**, ja que els casos en què falla **no són comuns**, i, si falla, l'assignatura serà assignada a la següent puja, de manera que la pèrdua en utilitat serà baixa.
- A més, el sistema **aconsegueix solucionar** tots els problemes que hem presentat abans: té en compte **pujes condicionals**, realitza la subhasta de forma totalment paral·lela (**no bloqueig de moneda**) i **evita especul·lació**.

# Recerca futura

## Idees prometedores

- Tot i que **no** hem aconseguit donar una **solució perfecta** al problema de les subhastes combinatorials, hem desenvolupat diversos conceptes que podrien ser utilitzats en **recerca futura**.
- La idea de transformar el problema de les subhastes combinatorials a puges condicionals és **nova en la literatura**, així com la demostració d'equivalència entre els dos sistemes.
- Una **idea** que no hem tingut temps a explorar però sembla molt prometedora és la de permetre intercanvis d'items després de la subhasta. Aquest **mercat post-subhasta** podria causar un equilibri que portés a una **assignació òptima**.



## 5. Conclusions del treball

### Enunciat del problema, part 1

■<sup>(01)</sup> *Un departament d'una universitat té diferents tasques docents assignades, que s'han de repartir entre els seus professors.*

■<sup>(02)</sup> *Actualment es distribueixen segons les hores de classe de cada tasca. Se suposa que el nombre d'hores mesura l'esforç associat a una tasca, però en la pràctica això no és prou realista, la qual cosa genera desequilibris.*

### Enunciat del problema, part 2

■<sup>(03)</sup> *Es tracta de trobar un mètode més equilibrat per valorar les tasques docents, que tingui en compte la demanda per cada tasca per part dels diferents professors.*

■<sup>(04)</sup> *Es podria expressar aquesta demanda a través d'una mena de subhasta.*

■<sup>(05)</sup> *S'haurien de tenir en compte algunes restriccions, com per exemple, que tothom faci la mateixa quantitat de docència o la restricció que hi hagi a cada departament.*

# Solució proposada

## Resum: Subhasta + Funció + Model actual

- Realitzar primer la subhasta proposada per donar una primera assignació
- Assignar les assignatures sobrants utilitzant el model de la funció
- Realitzar modificacions finals utilitzant el model actual

*Gràcies per la vostra atenció*