Pla Docent

Taller de Modelització
2n. de Grau en Matemàtiques
Universitat Autònoma de Barcelona

Albert Acebrón, Jaume Betriu, Martina Canet, Marc Graells
6 de juny de 2019

Les quatre parts de la presentació

Primera part

- **0**. Introducció
- **1**. Anàlisi del problema

⋮

- **5**.Conclusions

Segona part

- **2**. Anàlisis del *Model actual*
  - **2**.**1** i **2**.**2** Dades obtingudes i facilitades
  - **2**.**3** i **2**.**4** Anàlisis i Conclusions

Tercera part

- **3**. Model d'Optimització o d'investigació operativa
  - **3**.**3** Biblioteca *subfuncions*
  - **3**.**4** Resultats i limitacions

Quarta part

- **4**. *Model/Mètode* $\times$ Subhastes
  - **4**.**2** Model *Kiwis*
  - **4**.**3** Altres Models
- Exemple final

1. Anàlisis del problema

Enunciat del problema, **part 1**

(01) *Un departament d'una universitat té diferents tasques docents assignades, que s'han de repartir entre els seus professors.*
(02) *Actualment es distribueixen segons les hores de classe de cada tasca. Se suposa que el nombre d'hores mesura l'esforç associat a una tasca, però en la pràctica això no és prou realista, la qual cosa genera desequilibris.*

Enunciat del problema, **part 2**

(03) *Es tracta de trobar un mètode més equilibrat per valorar les tasques docents, que tingui en compte la demanda per cada tasca per part dels diferents professors.*
(04) *Es podria expressar aquesta demanda a través d'una mena de subhasta.*
(05) *S'haurien de tenir en compte algunes restriccions, com per exemple, que tothom faci la mateixa quantitat de docència o la restricció que hi hagi a cada departament.*

Anàlisis Enunciat

(01) Tasca de repartiment on: **Objectes a repartir** = tasques docents entre el professorat. Possibles repartiments: **pla docent** o **solució**.

(02) *Model actual*: solucions **subòptimes**

(03) Es requereix: mètode per valorar i repartir tasca docent (demanda del professorat). Solució + bona [a].

(04) **Alternativa**: desenvolupar un mètode basat en subhastes.

(05) **Restriccions**:

- Volum de treball homogeni
- Possibilitat de restriccions dels departaments

[a] Equivalentment menys desequilibrada.

2. Anàlisis del *Model Actual*

Alguns detalls:

- 3 graus propis + 26 graus externs.
  500 sol·licituds $\approx$ *150 assignatures*
- 5 subdepartaments del departament.
  Assignatures 3r i 4rt graus propis.
- Fixat horari, nombre d'alumnes i la tipologia.
  Classe de problemes, seminaris, teoria, $\cdots$
- **Només** compten les hores de classe realitzades.

$\sum$:

- # Hores que fa cada professor pot ser molt diferent.
  Entre 60 i 240 hores per any
- Actualment el model intenta minimitzar:
  -Dispersió:

$$\sum_{i=0}^{112} a_i$$

-Deute personal o Saldo

• • •

Resultats *Model Actual*, valors numèrics

Dades del *Model actual*

- $\sum$ de saldos + = `1793` h
- $\sum$ de saldos - = `-2671.0` h
- Suma total = `-1122` h, un `8.968825%` del nombre d'hores.
- Mitjana aritmètica d' assignatures per professor $\approx 5.\widehat{972}$.

Resultats *Model Actual*, gràfics

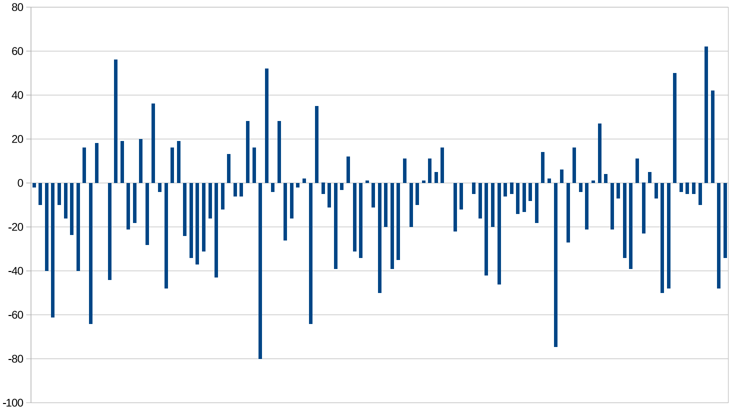


Figura: Saldos `TOTAL` actual del professorat any 2018

Resultats *Model Actual*, gràfics

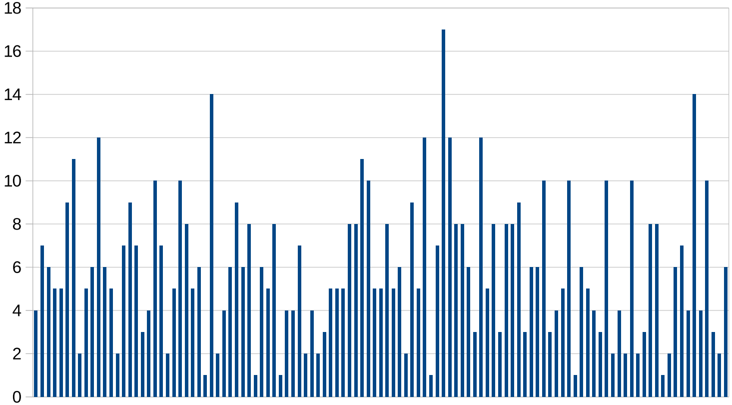


Figura: Dispersió `TOTAL` actual del professorat any 2018

2. Conclusions del *Model Actual*

Conclusions anàlisis

- Variància molt alta.
- Requereix *alt grau* de dedicació.

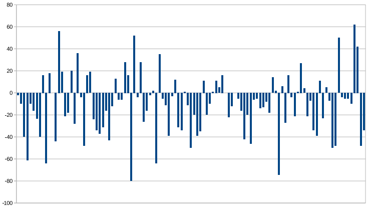


Figura: Saldos `TOTAL` actual del professorat any 2018

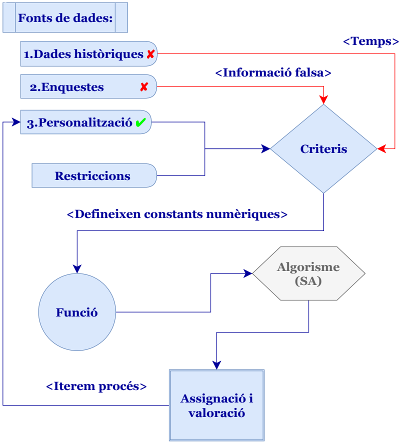
3. Model d'Optimització o d'investigació operativa

Una noció del model

La gràcia està en escollir uns *criteris raonables* a partir dels quals , i donades unes **restriccions**, definir una **funció objectiu** a optimitzar.

Optimització

`maximitzar o minimitzar f`
`Subjecte a`
`  restriccions`



Biblioteca de funcions i restriccions

Funció de objectiu $F(a)$

- Com **modelitzem** aquest criteris?
- Potser seria interessant donar una **Biblioteca** de subfusions i restriccions.

Funció com a $\sum$ de *funcions*

```
def: func1(a), func2(a),..
  minimitzar(F(a))
   subj :rst1, rst2, ...
```

Un esquema

- Sigui $a \in \mathbb{A}$ on $|\mathbb{A}| \approx 10^{5000}$ conjunt de les possibles assignacions (**solucions**).
- Llavors volem trobar $a_{\sim opt} \in \mathbb{A}$ tal que $F(a_{\sim opt})$ sigui prou petit.
- Donem exemples de `func1(a), func2(a),..`

Biblioteca de funcions i restriccions

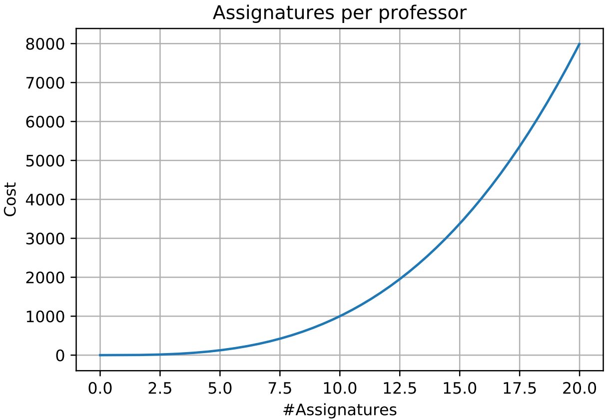


Figura: $f_1(x) := x^3$

Biblioteca de funcions i restriccions

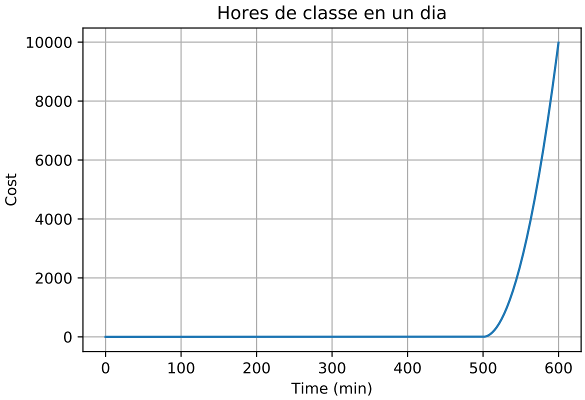


Figura: $f_2(x) := \begin{cases} (x-500)^2 & \text{si} \quad x > 500\,, \\ 0 & \text{si} \quad x \leq 500 \end{cases}$

Biblioteca de funcions i restriccions

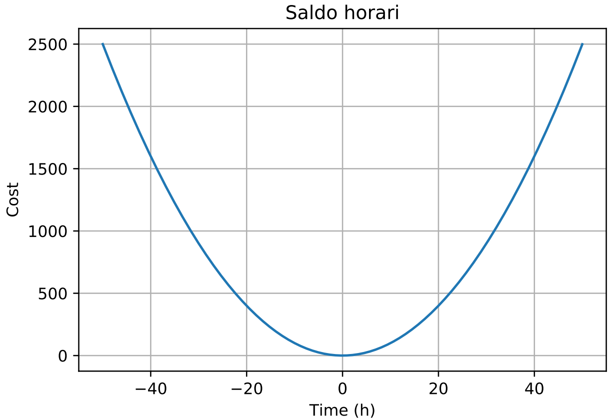


Figura: $f_3(x) := x^2$

Biblioteca de funcions i restriccions

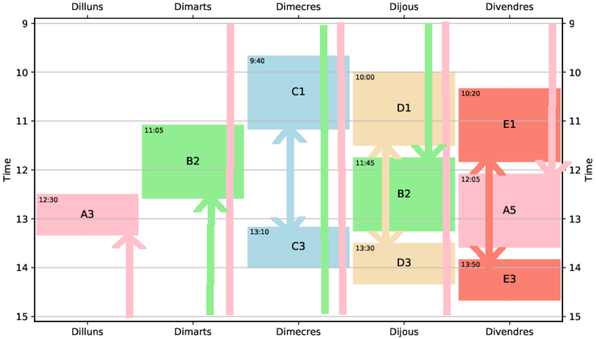


Figura: La distància entre classes es calcula entre dies

Biblioteca de funcions i restriccions

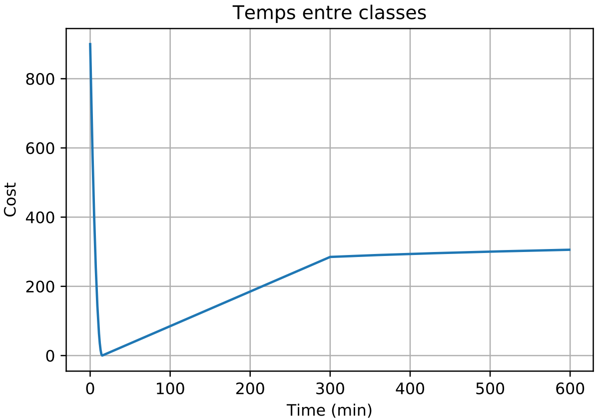


Figura: x^2, x i $log(x)$

Resultats i limitacions del model

Limitacions

Malgrat que l'**espai de solucions** és finit, com que la seva **dimensió** és $|\mathbb{A}| \approx 10^{5000}$ no podem garantir que la millor assignació que trobem es correspongui amb un **mínim** de la **funció objectiu**. I *a priori* tampoc podem donar cap altra garantia sobre la *qualitat* de la solució a la que arribaran els *algorismes* d'optimització.

Justificació

- **Solució factible**
- **Solució bona** ja que millora anys anterior.

Conclusions i resultats

A partir de simulacions concloem que les solucions que trobem **milloren** les obtingudes amb el *model actual*, respecte els aspectes que es volen **optimitzar**.

Conclusions Model d'investigació operativa

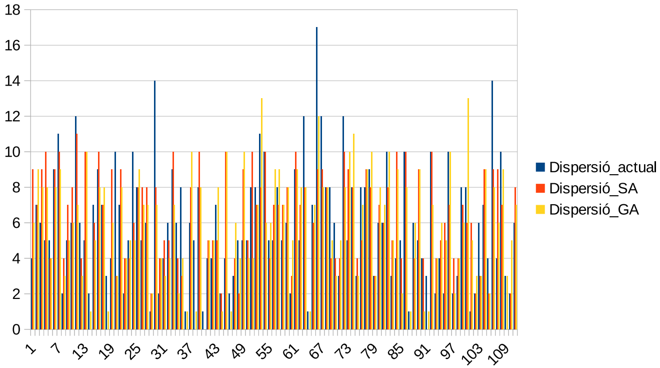
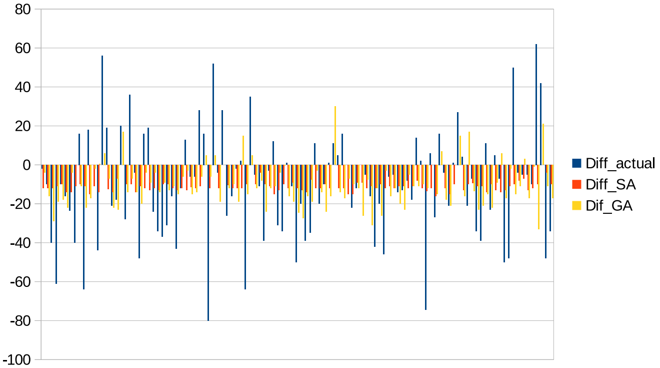


Figura: Dispersió d'assignatures per professor

Conclusions Model d'investigació operativa



Model	Actual	Funció (SA)
Variància	737.0676	14.7221
Suma absoluta	2498	1156

Alguns detalls més

$$F = \sum_{i=1}^{2} (f_i)(a)$$

amb $$f_1(a) = \sum_{j=1}^{111} (x_j - x'_j)^2$$ i

on x_j serien les hores de classe que hauria de fer un professora o professor $j \in \{1, \cdots, 111\}$ i x'_j les hores que farà amb l'assignació a el professor $j \in \{1, \cdots, 111\}$.

amb $$f_2(a) = \sum_{j=1}^{111} (y_j)^3$$

on y_j serien el nombre de matèries docents que hauria de fer un professor $j \in \{1, \cdots, 111\}$ amb **alternativa** a.

Funcions personalitzades problemàtiques

$$f'_j(a) := \begin{cases} f_j(a) & \text{si } f_j(a) \leq K \text{ i} \\ K & \text{si } K < f_j(a) \end{cases}$$

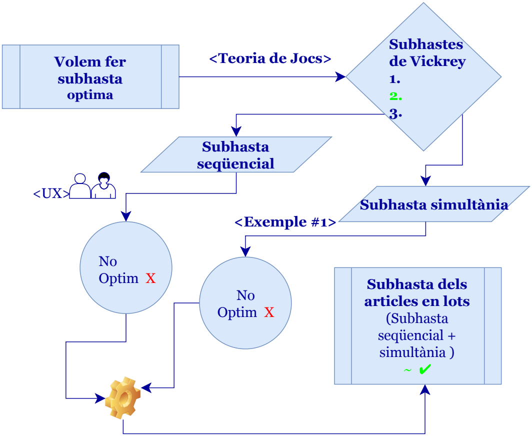
Problemàtiques i beneficis de les Subhastes

Problemàtiques

- Concurrència
- Incentius han d'estar ben alineats

Beneficis

- Transparència
- Simplicitat



Model $Kiwis$

1.Repartiment $Kiwis$

- Subhastes basades en moneda de canvi ($Kiwis$)
- Es parteix de 10 $Kiwis$
- +5 $Kiwis$ per cada 10 hores de saldo positiu

A partir del segon any:

- + X kiwis per X assignatures no triades pel professor
- +30 kiwis per un 4.5 o més en les enquestes

Funcionament $Kiwis$

2.Subhasta $Kiwis$

- Subhasta en blocs mitjançant *entorn web* (evitant bloqueig)
- Valor inicial 0, puja mínima 1
- Atorguem les assig. al millor postor
- Empat $\Rightarrow$ guanya qui té més kiwis al inici
  - Si empatem novament revaloritzem amb valor de mercat i la subhastem a la següent
  - Ultima subhasta: possibilitat de fer pujes negatives

Funcionament $Kiwis$

Revalorització de les hores

- Valor assig. = h inicialment
- Valor final

$$h_f(x, y, h_0) =$$

$$h_0 \cdot (1 - 0.7 \cdot \frac{x}{x + \frac{1}{5}(27 + \sqrt{229})} - 0.3 \cdot \frac{y}{y + \frac{1}{2}(111 - 7\sqrt{229})})$$

- Assignatures no assignades o assignades per ≤ 0 kiwis
  $h' = h + 1$
- Assignatures sense pujes repartides per $f(x)$ als prof. $\leq \frac{2M}{3}$

Definició de subhasta òptima

Subhastes òptimes

- Hi ha una branca sencera (Auction theory) de l'Economia que es dedica a l'estudi de subhastes. De manera que hi ha molta recerca sobre com evaluar-les.
- ■ **Definició:** Una subhasta és òptima si el sistema maximitza l'utilitat de tots els participants, en el nostre cas això passa si el sistema obté el màxim (mínim) en pujes a l'alta (baixa).

Problemes

Problemes en subhastes no òptimes

- Subhastes parcialment **simultànies** porten a ineficiències causades pel **bloqueig de moneda**.
- Subhastes **simples** no funcionen bé en el cas en que hi hagin **dependències** entre puges (ex: només vull aquesta assignatura si tinc aquesta altra assignatura).
- **Cas concret**: Un professor vol fer totes les seves assignatures en només 2 dies de la setmana.
- Si els actors han d'**especular**, el model de subhasta no serà òptim $\Rightarrow$ volem evitar la especulació.
- Com assignem les assignatures que **no vol ningú**?

Solució

Model de subhastes

- **Subhastes a la baixa per hores** (en kiwis funcionaria igualment).
- De **Vickrey** (en cas de tenir pujes a la baixa fiquem un màxim superior).
- Combinatorials ($\equiv$).
- Totalment **simùltanies**/paral·leles.

El gran problema

El problema del guanyador en subhastes combinatorials

- Les subhastes **combinatorials** han estat molt estudiades a la literatura.
- Està **demostrat** que el problema de trobar els guanyadors d'aquest tipus d'apostes és **NP-Complet**, de manera que no el podem resoldre en un temps tractable ja que la **complexitat** és massa alta.

La gran solució

Transformació

- Transformem el problema a un de pujes condicionals (puja A només es vàlida si la puja B és guanyadora).
- Podem donar un **algorisme** que ens permet transformar un problema en l'altre en **temps polinomial** de manera que demostrem que els dos problemes són **equivalents**.

Algorisme per decidir guanyador en el nou problema

- Assumim que totes les pujes són vàlides. Si alguna puja guanyadora depèn d'una perdedora, invalidem la guanyadora i la segona passa a ser la guanyadora.
- La persona que ha guanyat més pujes tria les assignatures que vol (de forma polinòmica).
- Tornar al pas 1. (guix)

Anàlisis de l'algorisme

Complexitat

- L'algorisme és NP, però si en el moment de crear noves pujes restringim la profunditat màxima de cadenes condicionals (restricció que no influeix ja que quasi cap professor té dependencies d'assignatures de profunditat molt elevada) **l'algoritme passa a ser polinòmic.**
- Si l'assignació donada per aquest algorisme és òptima haurem resolt un problema important en les matemàtiques!

Spoiler: No hi ha medalla per nosaltres

Cas no òptim

- Realitzant la demostració de que l'algorisme generava una assignació òptima ens trobem amb un cas on no és així.
- Alice puja 5 per A, 4 per B
- Bob puja 3 per B, 2 per C, 2 per D i 2 per E.
- Bob guanya C, D i E i decideix quedar-se D.
- Alice guanya A i B i decideix quedar-se A.
- Bob es podria haver quedat B però no ha pogut, perdem optimalitat. (guix)

L'algorisme no és perfecte però és bo

No òptim $\neq$ No bo

- L'algorisme no dóna una assignació òptima però podem veure que l'assignació que donarà serà **propera a l'òptima**, ja que els casos en què falla **no són comuns**, i, si falla, l'assignatura serà assignada a la següent puja, de manera que la pèrdua en utilitat serà baixa.
- A més, el sistema **aconsegueix solucionar** tots els problemes que hem presentat abans: té en compte **pujes condicionals**, realitza la subhasta de forma totalment paral·lela **(no bloqueig de moneda)** i **evita especul·lació**.

Recerca futura

Idees prometedores

- Tot i que **no** hem aconseguit donar una **solució perfecta** al problema de les subhastes combinatorials, hem desenvolupat diversos conceptes que podrien ser utilitzats en **recerca futura**.
- La idea de transformar el problema de les subhastes combinatorials a puges condicionals és **nova en la literatura**, així com la demostració d'equivalència entre els dos sistemes.
- Una **idea** que no hem tingut temps a explorar però sembla molt prometedora és la de permetre intercanvis d'items després de la subhasta. Aquest **mercat post-subhasta** podria causar un equilibri que portés a una **assignació òptima**.

5. Conclusions del treball

Enunciat del problema, **part 1**

(01) *Un departament d'una universitat té diferents tasques docents assignades, que s'han de repartir entre els seus professors.*
(02) *Actualment es distribueixen segons les hores de classe de cada tasca. Se suposa que el nombre d'hores mesura l'esforç associat a una tasca, però en la pràctica això no és prou realista, la qual cosa genera desequilibris.*

Enunciat del problema, **part 2**

(03) *Es tracta de trobar un mètode més equilibrat per valorar les tasques docents, que tingui en compte la demanda per cada tasca per part dels diferents professors.*
(04) *Es podria expressar aquesta demanda a través d'una mena de subhasta.*
(05) *S'haurien de tenir en compte algunes restriccions, com per exemple, que tothom faci la mateixa quantitat de docència o la restricció que hi hagi a cada departament.*

Solució proposada

Resum: Subhasta + Funció + Model actual

- Realitzar primer la subhasta proposada per donar una primera assignació
- Assignar les assignatures sobrants utilitzant el model de la funció
- Realitzar modificacions finals utilitzant el model actual

Gràcies per la vostra atenció