Índex

0 *Comentari per a la lectura*

Donades les diverses idees que hem obtingut al llarg de les sessions de treball hem estructurat el treball de tal forma que cada secció tingui un cert grau *d'independència* respecte les altres. Això es veu reflectit en el fet de que cada secció té les seves pròpies conclusions. Tot i poder fer-se una lectura permutada de les seccions recomanem l'ordre facilitat.

1 Anàlisis del problema

Fem una lectura de l'enunciat que descriu el problema plantejat.

Enunciat del problema

Un departament d'una universitat té diferents tasques docents assignades, que s'han de repartir entre els seus professors. Actualment es distribueixen segons les hores de classe de cada tasca. Se suposa que el nombre d'hores mesura l'esforç associat a una tasca, però en la pràctica això no és prou realista, la qual cosa genera desequilibris. Es tracta de trobar un mètode més equilibrat per valorar les tasques docents, que tingui en compte la demanda per cada tasca per part dels diferents professors. Es podria expressar aquesta demanda a través d'una mena de subhasta. S'haurien de tenir en compte algunes restriccions, com per exemple, que tothom faci la mateixa quantitat de docència o la restricció que hi hagi a cada departament.

Influenciats per la lectura de [1] indexem l'enunciat de forma conceptual mitjançant colors i nombres[1]. Alternem el color de la font per facilitar la lectura.

Enunciat del problema

(01) *Un departament d'una universitat té diferents tasques docents assignades, que s'han de repartir entre els seus professors.*
(02) *Actualment es distribueixen segons les hores de classe de cada tasca. Se suposa que el nombre d'hores mesura l'esforç associat a una tasca, però en la pràctica això no és prou realista, la qual cosa genera desequilibris.*
(03) *Es tracta de trobar un mètode més equilibrat per valorar les tasques docents, que tingui en compte la demanda de cada tasca per part dels diferents professors.*
(04) *Es podria expressar aquesta demanda a través d'una mena de subhasta.*
(05) *S'haurien de tenir en compte algunes restriccions, com per exemple, que tothom faci la mateixa quantitat de docència o la restricció que hi hagi a cada departament.*

Fem l'anàlisi o interpretació per blocs, mantenint el mateix codi d'indexació. Les paraules en negreta únicament tenen la finalitat de recordar els tecnicismes de *investigació operativa* que ens faciliten l'abstracció del problema plantejat per l'enunciat.

(01) El problema abstracte consisteix en una tasca de repartiment o assignació. Concretament, les tasques docents són els **objectes a repartir** entre el professorat, cada possible assignació s'anomenarà **pla docent** o **solució** de forma anàloga en funció del context.

(02) Acceptem que el *Model actual* genera solucions **subòptimes** i ho justificarem amb els mateixos arguments de l'enunciat.

(03) Es requereix un mètode per valorar i repartir les tasques docents en funció de la demanda del professorat. Aquest model ha de poder aportar una solució millor [2].

(04) Es proposa com a **alternativa** desenvolupar un mètode basat en subhasta.

(05) S'expressa anticipadament que el **model/mètode** ha de tenir **restriccions** i se n'expliciten dues de necessàries: el volum del treball ha de ser *homogeni*[3] i el mètode ha de contemplar la possibilitat de restriccions pròpies del departament.

Analitzat i desglossat el enunciat, passem a concretar o tipificar els objectius del treball.

Objectius

1. Elaborar **Mètode** per generar plans docents universitaris(01). Aquest estarà basat en un repartiment de les tasques docents multivariable (dependrà de més d'una **variable decidible**) per a mesurar l'esforç(02)(03) de cada tasca. El mètode haurà d'evitar desequilibris tipificats(02) (documentats o previsibles) i estarà subjecte a un volum de **restriccions**(05) variables. El mètode serà estructurat en base a la demanada del professorat com és requereix.

2. S'estudiara la idea de fer un model basat en subhastes.(04)

3. S'aplicarà el mètode en un cas concret per tal de comprovar la seva viabilitat d'implementació i competència. El cas concret serà el *Departament de Matemàtiques* de la pròpia Universitat Autònoma de Barcelona.

[1] Únicament com a eina visual, eliminant la seva possible ambigüitat amb nombres enters

[2] Equivalentment, menys desequilibrada.

[3] Entesa com la qualitat de quantitat de docències semblants entre el professorat

2 Estudi del model Actual

En aquesta secció analitzarem el mètode amb el qual es reparteixen actualment les tasques docents entre el professorat del Departament de Matemàtiques de la universitat, gràcies a les dades facilitades per aquest. Repetidament fem i farem servir el nom de *Model actual* per referirnos a aquest model o mètode.

Els objectius de la secció a part d'obtenir una visió aproximada del *cas particular* de major interès, tenen la intenció d'extreure i prendre constància dels desequilibris i restriccions, de la secció anterior,(■$^{(02)}$) i (■$^{(05)}$) respectivament.

2.1 Dades obtingudes de la Web del Departament

Algunes de les dades del model actual les podem trobar a la *pàgina web* del Departament [2].

Dades públiques a la web

Docència de Grau
El Departament de Matemàtiques és responsable principal de tres graus:

1. Grau de Matemàtiques
2. Grau d'Estadística Aplicada
3. Grau de Matemàtica Computacional i Analítica de Dades
4. A banda, el Departament té assignada docència de gran varietat d'assignatures de vint-i-sis titulacions diferents.

Estructura
El Departament està constituït per cinc unitats, que es corresponen amb les àrees de coneixement que té adscrites:

1. Àlgebra
2. Anàlisi Matemàtica
3. Estadística i Investigació Operativa
4. Geometria i Topologia
5. Matemàtica Aplicada

2.2 Dades facilitades pel Secretari del Departament

[4] Donat que les dades públiques de la web són limitades i insuficients, per tal de tenir un primer contacte amb el *problema*, s'ens ofereix la possibilitat de concretar una entrevista amb l'actual secretari del departament. D'aquesta obtenim un nou esquema que resumeix prou bé els objectius que ha de fer front el mètode objectiu del treball.

[4]Actualment, càrrec ocupat pel Doctor Albert Ruiz Cirera.

Dades del funcionament intern del *model actual*

Titulacions que demanen docència

- Horari fixat
- Nombre d'alumnes fixat.
- Hores i tipologia fixada (classes de teoria, classes de problemes o seminaris).

En total es fa front a unes 500 sol·licituds ≈ 150 assignatures. Típicament cada assignatura representa a la setmana 3 hores de teoria, 1 hora de problemes i 2 hores seminaris.

Professorat
La quantitat de docència a impartir és diferent per cada professor, però oscil·la entre 90 i 240 hores l'any. A més a més, als estudiants de doctorat se'ls ofereix donar fins a 60 hores anuals de classes relacionades amb la temàtica del seu treball (però no els considerarem). Podem estimar que hi ha uns 100 professors.

Algunes de les normes que s'apliquen

- Si un professor ha fet una assignatura un any, té preferència per repetir-la.
- Un professor/a pot impartir fins a 3 anys seguits com a màxim en les assignatures dels graus propis.
- En les matèries de les altres titulacions, màxim 4 anys consecutius.
- També hi ha altres càrrecs a realitzar en el departament que no impliquen docència.

Actualment s'intenta minimitzar

- Dispersió: # assignatures / professor. (#1)
- Deute personal (saldo de hores). (#2)

2.3 Altres notes del *Model actual*

1. Primer es fa una ronda de repartiment amb el professorat que té preferència (perquè repeteixen una assignatura). Després es fa una segona ronda amb les matèries restants, tot i que sovint hi ha canvis d'ultim moment. En aquesta segona ronda és on es fa un tractament més personal i més precís.
2. En aquesta segona *ronda* hi ha una llista d' *argument* que ajuden a seleccionar el millor repartiment, vegem-ne alguns exemples:
   (a) Que tots els professors puguin fer almenys alguna hora de teoria (en general compten més i són més valorades).

(b) Suposant que hi ha una assignatura molt desitjada de teoria, probablement s'assignarà a algú que tingui un saldo d'hores negatiu abans que a algú que tingui un saldo positiu (que tingui acumulades més hores de les que ha de fer). Però també pot passar que entre dos sol·licitants s'assigni a qui fagi quadrar més els saldos, per exemple, si dos professors pugen per una matèria de 20 hores, i el saldo d'un és $S(p_1) = -30$ i el de l'altre $S(p_2) = -5$, s'assignaria preferentment al primer.

(c) Aquestes estratègies busquen minimitzar (#1) i (#2) i a més tenir el personal *content*, que és una cosa molt difícil de modelitzar, però també és important.

(d) S'intenta que els alumnes de doctorat puguin fer unes poques hores d'alguna matèria que estigui relacionada amb el seu treball.

3. Hi ha normes prou bones que no s'han escrit. Pel que fa les assignatures de 3r i 4rt també tenen un filtre:

   (a) Cada subdepartament només pot fer assignatures del bloc que li pertoca. En el cas que es vulgués impartir alguna matèria d'una altra *branca de coneixement*, hauria de ser convidat pel subdepartament responsable.

   (b) És a dir cada subdepartament té un *mercat d'assignatures associat* que s'han de repartir en una *Reunió*. (Això dóna una bona idea, ja que així si més gent està implicada en el repartiment és pot considerar un model gran format de petits models *més tractables* que interactuen *poc* entre si).

2.4 Estat del model actual

Des del propi Departament de matemàtiques se'ns han facilitat dades anònimes[5] que ens permeten calcular el saldo actual dels professors.

- Nombre d'hores que ha de fer cada professor del departament en un any. $(p_i,\ i \in I)$
- Nombre d'hores que fa realment un professor per a cada assignatura que se li ha assignat en el repartiment. $(p'_i,\ i \in I)$

El nostre objectiu és extreure del document tota la informació rellevant mitjançant eines informàtiques elementals, com la programació en suite ofimàtica *Excel* per tal de donar una *radiografia* del **model actual**. Per exemple, ens interessarà, obtenir la diferencia entre les hores que hauria de fer un professor i les hores que realment fa, és a dir, el *saldo*[6] del professor $i \in I$; $D_i := p'_i - p_i$.

El *saldo* pot prendre valors tan positius com negatius. En cas de que un professor fes més hores, el resultat serà positiu (en hores) $D_i > 0$. En cas contrari, és a dir, $D_i < 0$, obtindrem un resultat negatiu, indicant així, que el professor no arriba al nombre d'hores que ha de fer. També voldrem saber totes les hores que s'estan fent de forma *extra* i totes les que

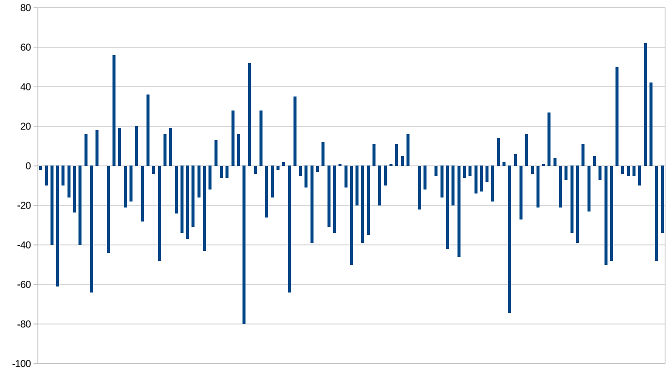

Figura 1: Saldos `TOTAL` actual del professorat any 2018

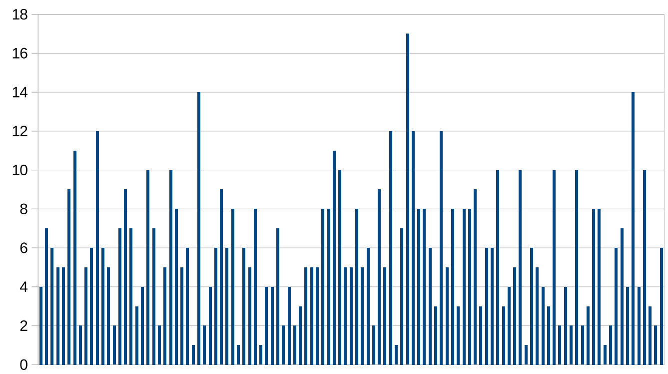

Figura 2: Dispersió `TOTAL` actual del professorat any 2018

no s'arriben a fer. També sumarem aquests dos valors per obtenir el saldo total.[7]

Els resultats més rellevants com a valors numèrics són:

- El $\sum$ de saldos positius és `1793` hores.
- El $\sum$ de saldos negatius és `-2671.0` hores.
- El $\sum$ de saldos positius i negatius és `-1122` hores, que és un `8.968825` % del nombre d'hores total que haurien de fer tots els professors.
- La mitjana aritmètica d' assignatures que fa cada professor és de $\approx 5.\widehat{972}$.
- Variància: 737.0676, Suma absoluta: 2498. (Veure Figures 1 i 2)

Es fa evident doncs que el model és propens a reduir el nombre d'hores que s'haurien de fer i observant els resultats professor a professor veiem que hi han diferencies de fins a 80 hores de saldo negatiu o casos on el saldo positiu ascendeix fins a 62.

2.5 Conclusions

1. La variància del *Saldo* sembla ser *millorable*.

[5] Per consultar-les vegeu el document `pla_docent.ods`.

[6] Dada molt rellevant del **model actual**.

[7] Per veure/consultar les dades recomanem visitar el fitxer `saldo.c`.

2. El model actual funciona prou bé, fixa normes generals i fa un tractament diferent per cada cas, aconseguint més satisfacció en les assignacions. Per tant podem aprofitar molt del model actual.

3. Les particularitats *bones* del model, entre altres, són el tractament prou adaptable a la *diversitat* del professorat.

4. Els aspectes negatius del model no són clars llevat de la *alta* dedicació que requereix. La necessitat d' un temps de dedicació considerable per fer quadrar totes les assignacions satisfactòriament potser sembla ser un preu. *massa alt*

5. No analitzem la satisfacció del professorat amb el model actual, però la considerem la *millor* fins el moment.

3 Model d'Optimització o d'investigació operativa

UNa altra forma d'abordar el problema és començar definint què és una **alternativa bona**, donant una mesura explícita de com de bona és una **alternativa**, és a dir, com de satisfactòria és una assignació d'assignatures entre el professorat.

Fins ara s'utilitzava una mesura no definida basada en el *coneixement implícit* del sistema que tenia el professor que realitzava l'assignació. Donat I el conjunt finit de professors i $o \in N$ el nombre d'assignatures que s'han de distribuir, definim la mesura mencionada com una funció:

$$F : I^o \longrightarrow \mathbb{R}$$

tal que com *més baix* sigui $F(a)$ (donat $a \in I^o$) millor serà l'alternativa a.

Un cop haguem trobat una funció que compleixi això, trobar una alternativa bona passarà a ser un problema d'optimització, el qual tractarem amb una filosofia **heurística** a la secció 3.2 (Optimització).

És a dir, farem servir la *típica estratègia* elemental d' investigació d'operacions:

```
maximitzar o minimitzar F
Subjecte a:
      restriccions
```

En aquest cas, **minimitzarem** la funció F encara a definir.

3.1 Definició o Ontologia de la funció objectiu

Determinar la **funció objectiu** resulta inevitablement difícil, ja que aquesta està lligada al criteri subjectiu de cada professor. Malgrat això, podem aplicar diverses **restriccions** sobre les **alternatives** que estan *prohibides* pel sistema (com per exemple: un professor assignat a dos classes que es realitzin simultàniament), de manera que ens aquests casos la funció donarà infinit o bé els descartara. En els altres casos, en els que hem de determinar la qualitat d'una **alternativa factible** ens trobem amb l'ambigüitat que havíem comentat anteriorment, ja que per cada professor aquesta funció seria diferent i hem de balancejar els desitjos d'uns professors amb els dels altres, ja que en molts casos ens trobarem que una **alternativa** que és *millor* per a uns, és *pitjor* pels altres. Hi ha diverses possibles sortides a aquesta problemàtica:

1. **Basar-nos en dades Històriques** fent un recull del *historial* d'alternatives prèvies, juntament amb les dades base que es van utilitzar per crear-les, podem intentar trobar la **funció implícita** que es va utilitzar per *avaluar* les **alternatives**. És a dir, buscar, utilitzant aproximacions de funcions, una funció sobre les **dades base** [8] tal que, al optimitzar-la sobre cada un dels conjunts de dades base de cada any, doni una **alternativa** el més semblant possible a la solució que es va utilitzar aquell any.

2. **Obtenció de dades mitjançant enquesta** preguntant als professors directament què valoren més i creant una funció de forma artesanal basant-nos en els resultats.

3. **Funcions personalitzables** a nivell individual per cada professor. A partir d'aquestes funcions individuals podem crear una funció global que estigui formada per un sumatori d'aquestes funcions tal que al optimitzar aquesta funció global estarem optimitzant les funcions individuals en conjunt. Això a la pràctica és pot traduir en contemplar tots els criteris a la vegada i en cas de que un criteri estigues més present augmentar-ne el *pes* en la **funció objectiu** F.

[8] De nou aquestes estarien basades en l'historial recuperable, d'almenys,cinc anys enrere.

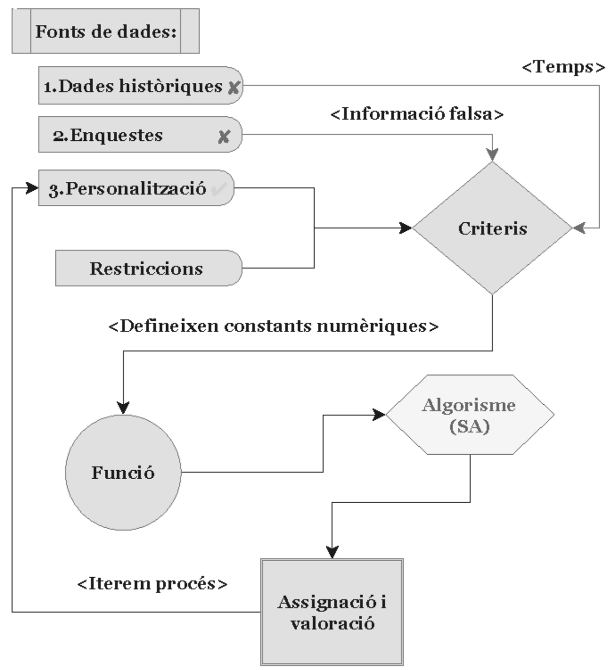

Figura 3: Esquema que il·lustra les diferents *vies* que és podrien considerar a l'hora de concretar aquesta funció F que valores *com de bona* és una assignació d'assignatures entre el professorat. El *hexàgon irregular* (en un color més clar) representa un algoritme d'optimització concret. Simulated annealing, o de forma abreujada (SA), té origen en l'industria metal·lúrgica i està pensat per buscar **solucions optimes** en *espais de cerca* grans. La seva presencia és *oportunista* però no compromet la idea general ja que podríem encaixar, en el mateix esquema, qualsevol altre algorisme d'optimització, cosa que farem en la subsecció 3.5 (resultats del model).

A la figura 3 observem un esquema que il·lustra la problemàtica i els tres punts esmentats on l'*idea clau* és respondre la pregunta.

Com justifiquem que els criteris que fixem i definiran la funció són bons o es corresponen amb el desig del professorat ?

En el nostre cas *apostem* per un *mix* entre el punt 2 i 3. Personalització limitada per restriccions, però adaptable a les *particularitats* del Departament i les *preferències*. La idea és facilitar una *Biblioteca* de funcions per definir la funció final com a la suma d'una selecció d'aquestes.

3.2 Ventall de criteris i Biblioteca de *subfuncions*

Definirem de forma additiva la funció F, és a dir, direm com es pot construir a partir d'altres *subfuncions* i perquè ho fem així. Amb notació anterior tenim:

$$\begin{aligned} F : I^o &\longrightarrow \mathbb{R} \\ a &\longmapsto \sum_{i=1}^{k} f_i(a) \end{aligned}$$

On cada f_i representa un *criteri matematitzat* que valora un aspecte concret. D'aquesta manera podem fer que la funció tingui en compte tants criteris com vulguem i que el fet de *suprimir-ne* un o *afegir-ne* un altre no impliqui definir de nou la funció. Això respon *fortament* a ■$^{(05)}$.

La pregunta ara doncs és: *Quina mena de funcions podem donar?* De fet aquesta pregunta és massa ambiciosa, però donem alguns del exemples de funcions que hem vist *raonables* i *interessants*, i a més poden facilitar la tasca. De fet d'ara en endavant ens referirem a un conjunt de **subfuncions** concretes com a **Biblioteca**.

Criteri (B:1):	Moderar el nombre d'assignatures per professor.
Funció (B:1):	$f_1(x) = x^3$
Comentari (B:1):	Aconseguir minimitzar el nombre d'assignatures que fa cada professor. Si volem ficar més pes només hem d'augmentar el grau del *monomi*.

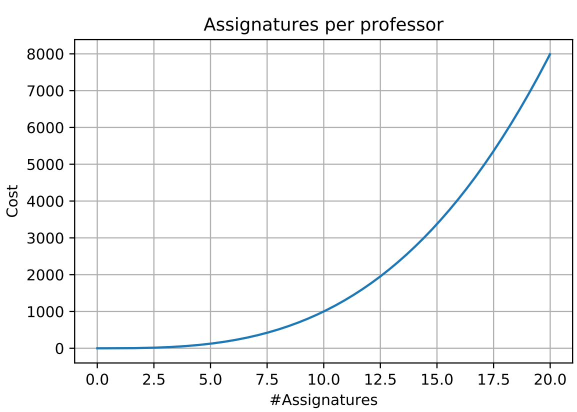

Figura (B:1): Gràfic de la funció $f_1(x) = x^3$.

Criteri (B:2):	Limitar el nombre d'hores de classe per dia.
Funció (B:2):	$f_2(x) := \begin{cases} (x-500)^2 & \text{si} \quad x > 500\,, \\ 0 & \text{si} \quad x \le 500 \end{cases}$
Comentari (B:2):	La funció a trossos contínua penalitza *fortament* qualsevol assignació que faci que un docent hagi de fer més de 500 min de classe en un dia.

Figura (B:2): Gràfic de la funció $f_2(x) := \begin{cases} (x-500)^2 & \text{si } x > 500\,, \\ 0 & \text{si } x \le 500 \end{cases}$
.

Criteri (B:3):	Moderar els saldos molt alts en valor absolut.
Funció (B:3):	$f_3(x) = x^2$
Comentari (B:3):	Agafant la noció de *saldo* del **model actual**. La idea és aconseguir que no hi hagi saldos molt *grans*, ja que d'aquesta forma aconseguim adequar les hores que ha de fer cada professor a la llarga. També evitem la acumulació de *deutes* que a la llarga serien *insalvables*.

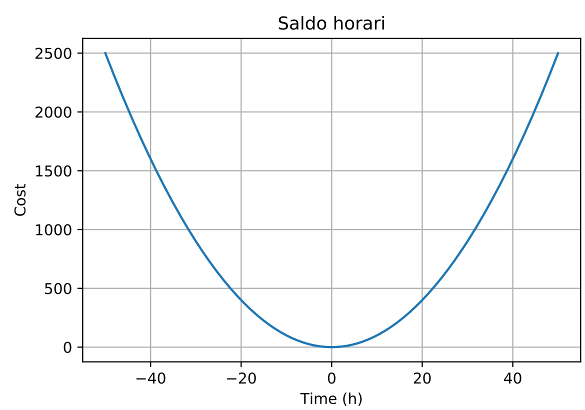

Figura (B:3): Gràfic de la funció $f_3(x) = x^2$.

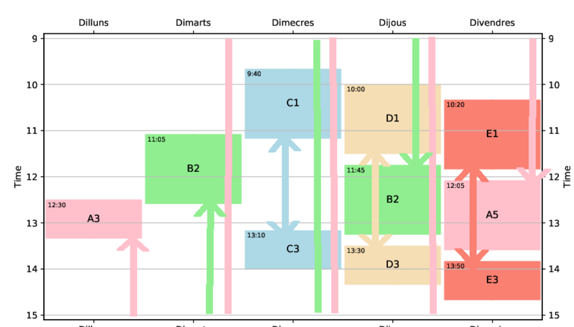

Diagrama (B:4): Diagrama que il·lustra la distància *en temps* entre les hores de classe de diferents docents (cada color representa un docent) on les fletxes (en el mateix color, diferent per cada docent) il·lustren la distància entre les assignatures que han d'impartir en diferents dies d'una setmana.

Criteri (B:4):	Temps entre classes *desagradables* o *inviables*.
Funció (B:4):	$f_4(x) := \begin{cases} (2 \cdot (15-x))^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 15 \\ x - 15 & \text{si } 15 \leq x \leq 300 \\ ln(x-1) & \end{cases}$
Comentari (B:4):	Aquest *subfunció* definida a trossos evita temps *inviables* entre classe com acabar una classe i començar la següent de forma *instantània* (Aquest seria l'us *ics* quadrat); o bé temps molt distants (Evitant així casos com tenir únicament dues assignatures en un mateix dia separades potser per 5 hores $\approx 300\ min$).

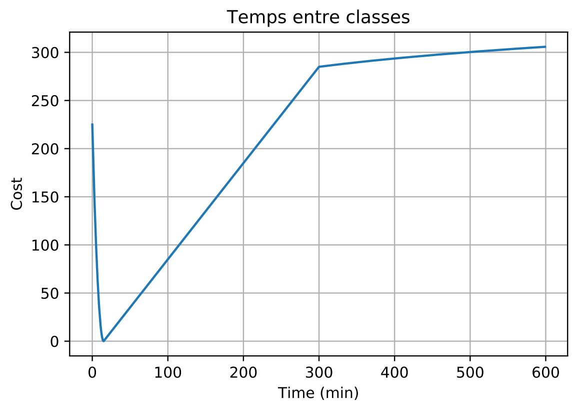

Figura (B:4): Gràfic de la funció $f_4(x) = ...$ (* On comença cada una *)

3.3 Optimització

Optimitzar F resulta un problema molt difícil, ja que tenim unes $\approx\ 100^{500}$ **alternatives** [9] Inicialment vam utilitzar *Simulated Annealing* (Algorisme d'Optimització apropiat per a grans **espais de cerca**) amb control de mínims locals per tal d'optimitzar la funció F en un temps *raonable*. Però, donada la *filosofia* del treball, vam voler optimitzar la **funció objectiu** de forma pròpia mitjançant selecció d'algoritmes genètics.

1. **Simulated Annealing:** Algorisme basat en el mètode de Montecarlo *refinat* apropiat per **espais de cerca** grans. Té origen en una tècnica de l'industria metal·lúrgica i es sol aplicar en *intel·ligència artificial*. Es troba implementat en Python en el paquet *simanneal*, tot i que és relativament *senzill* d'implementar.

2. **Algorismes genètics:** La selecció d'algoritmes genètics, de forma molt simplificada, consisteix en l' estratègia de davant un problema donat, i partint d'un nombre concret d'algorismes que hi donen una solució, trobar un algorisme *combinació* dels altres amb o sense modificacions aleatòries o **mutacions** que aconsegueixi un resultat molt millor que els seus algoritmes de partida o *algoritmes antecessors*, imitant així la *selecció natural biològica*.

3. **Altres algorismes d'optimització de funcions no lineals meta-heurístics:** També és podrien haver fet servir algorismes com:

   (a) Optimització d'eixam de partícules
   (b) Cerca de cucut
   (c) Cerca de tabus
   (d) Algorisme de cerca gravitativa
   (e) Túnels estocàstics
   (f) Optimització de colònies d'abelles artificials
   (g) Recuit simulat
   (h) Túnels estocàstics

(* Queda pendent acabar aquesta secció *)

[9] Altrament $\approx 10^{1000}$.

3.4 Limitacions del model

És clar que en primera instancia una estratègia prou pràctica com els *algorismes* per optimitzar el model es podria tirar per terra argumentant que cap d'aquest mètodes (*simulated annealing* i *Algorismes genètics*) podran trobar el mínim absolut de la funció a optimitzar F.

Tot i que no és la *filosofia del treball*. Això no ens resulta problemàtic, ja que només ens cal que la **solució** sigui *bona*, entenent com a bon que sigui: **factible** , que consumeixi un temps *raonable* en ser trobada i que sigui *substancialment millor* que la del **model actual**. I això és pot comprovar amb fàcilment com farem en la subsecció de 3.5 Resultats

De fet només hem donat una *definició constructiva*, és a dir, hem donat una *idea* de com construir F però no l'hem explicitat ja que la *màgia* d'aquesta és que es pugui adaptar a restriccions i criteris diferents. Cosa que respon a $^{(03)}$ $^{(01)}$ $^{(05)}$.

3.5 Resultats del model

Els resultats més rellevants d'aquest model són:

1. Possibilitar la cerca de **solucions factibles**[10]

2. Possibilitat de millorar optimització d'alguns aspectes del *model actual*.

Tal com podem veure en els gràfics de la figura [??] el model de la funció garanteix millors optimitzacions i a més ....

3.6 Alguns detalls sobre el procés d'elaboració dels algoritmes genètics

[10] Enteses com a assignacions que compleixen amb les **restriccions** imposades.

4 Models d'assignacions per subhastes

En aquesta secció abordarem la problemàtica d'assignacions mitjançant l'estructura de subhasta, pensant, com en les seccions anteriors, en la seva aplicació final. La intenció és construir un mètode sobre l'estructura de subhasta que permeti donar solució al problema dels repartiments.

4.1 Problemàtiques i beneficis de les subhastes

Aquí va una part de Talloc

4.2 Un model minimalista, els *Kiwis*

4.2.1 Repartiment kiwis

Per a tal de fer més justa la repartició d'assignatures i de premiar l'esforç del professorat i la qualitat de la seva feina, proposem un model de subhastes on la moneda de canvi, els kiwis, siguin repartits entre els pujadors de la següent manera:

Cada professor parteix de 10 Kiwis. Si el professor té acumulat un saldo positiu (ha fet més hores del que li pertoquen en els ultims 3 anys) se li sumen 5 Kiwis per cada 10 hores que tingui en el saldo :

- 5 Kiwis per un saldo de 0 a 10h
- 10 Kiwis per un saldo de 11 a 20h
- Etc.

A partir del segon any de l'instauració d'aquest model, si el professor va haver de impartir x matèries que no va triar (assignades mitjançant la funció després de fer totes les subhastes) se li sumaran x Kiwis. A aquells professors que vagin aconseguir més d'un 4.5 de mitjana en les enquestes realitzades per l'alumnat l'any anterior, se li sumaran 30 kiwis.

4.2.2 Funcionament subhasta

Realitzarem una subhasta per blocs de matèries, cada professor omplirà les caselles de les matèries per les que vulgui pujar d'un pdf amb el valor en kiwis que està disposat a pagar. El preu inicial de cada matèria és de 0 Kiwis, la puja mínima és de 1 Kiwi, i a partir d'aquí es pot augmentar el preu de 0.5 Kiwis en 0.5 Kiwis (és a dir, les pujes vàlides per a una assignatura són: 1K, 1.5K, 2K, 2.5K, 3K,3.5K, etc.)

Un programa recullirà els resultats i otorgarà cada matèria al major pujador. En cas d'empat, es quedarà la matèria aquell professor qui partís de més kiwis al començament. En cas de tornar a haver empat, la assignatura quedarà lliure amb el valor obtingut com a valor inicial per a la següent subhasta.

D'aquesta manera es realitzaran tres subhastes. (En la última hi haurà la possibilitat de pujar amb Kiwis negatius: els pofessors poden oferir-se a fer una assignatura a canvi de rebre fins a 5 kiwis a canvi (pujant per -5 Kiwis)).

4.2.3 Revalorització hores

Suposem que tenim l'assignatura A i volem revaloritzar-la en hores una vegada finalitzada la subhasta. Suposem que durant la subhasta x professors han pujat per l'assignatura i que el guanyador ha pagat y kiwis per ella. Definim les següents funcions:

$$\varphi(x) = \frac{x}{x+a}\ ,\ \psi(y) = \frac{y}{y+b} \quad a, b \in \mathbb{R}^+$$

Llavors, per revaloritzar les assignatures proposem la següent formula:

$$h_f(x, y, h_0) = h_0(1 - c_1\varphi(x) - c_2\psi(x))\ ,\ c_1, c_2 \in \mathbb{R}^+$$

On h_0 és el nombre d'hores inicial en que està valorada una assignatura. Les constants c_1, c_2 són per donar-li més pes a una variable que a l'altra. La funció està dissenyada per tal de que la part que multiplica h_0 estigui acotada per 1. Per tant s'ha de complir:

$$c_1 + c_2 = 1$$

Cal triar doncs unes constants que reflecteixin la importància de cada una de les variables en la funció. Tenimen compte els següents fets per fer la tria:

- Que y sigui gran no implica necessàriament que x ho sigui. És a dir, que una assignatura es vengui per un valor elevat no implica que hi hagin molts professors interessats en ella.
- Contràriament, una x gran sí que, per norma general, implicaria un valor de y elevat.

Per tant, creiem que la variable x, i per conseqüència la funció φ haurien de tenir més pes sobre la funció final ja que aquesta és en la qual es reflexa de millor manera L'interès que hi ha per una assignatura. Triem doncs les constants de les següent manera:

$$c_1 = 0.7\ ,\ c_2 = 0.3$$

Una vegada tenim les constants c_i ens cal determinar a, b de les funcions petites. Per fer-ho considerarem diversos casos concrets on tenim clar com hauria de ser la revalorització i prenem les constants que més ens satisfacin.
Suposem doncs la següent situació que es la més habitual: Tenim la assignatura A per la qual han pujat dues persones ($x = 2$) i s'ha adjudicat per un preu de 5 kiwis ($y = 5$). Aquesta, esta valorada inicialment amb 20 hores ($h_0 = 20$). Aquest valor inicial el posem basat en la mitjana de hores que acostuma a tenir una assignatura. Per tal de que la revalorització fos prou bona, el preu d'aquesta assignatura ha de ser dues terceres parts del valor inicial. Per tant, utilitzant la funció tindríem:

$$20 \cdot \frac{2}{3} = h_f(2, 5, 20) = 20(1 - 0.7\frac{2}{2+a} - 0.3\frac{5}{5+b})$$

Sense oblidar-nos d'aquest cas, considerem-ne un de més conflictiu: Suposem que tenim una assignatura per la qual hem fet una puja 5 persones ($x = 5$) i el preu final d'aquesta ha sigut de 10 kiwis ($y = 10$) i valorada inicialment amb

Figura 4: En aquesta figura veiem una icona del format d'arxiu `.eps`

10 hores. Amb un preu tan alt i amb tants professors interessats en ella aquesta assignatura hauria de ser revaloritzada a 10 hores, Tenim doncs:

$$10 = h_f(5,10,20) = 20(1 - 0,7\frac{5}{5+a} - 0.3\frac{10}{10+b})$$

Si resolem el sistema donat per les dues equacions anteriors obtenim:

$$a = \frac{1}{5}\cdot(27+\sqrt{229}) \approx 8.42$$

$$b = \frac{1}{2}\cdot(111-7\sqrt{229}) \approx 2.53$$

Fent unes quantes proves concloem que aquestes constants ens donen resultats prou satisfactoris. Per tant la funció de revalorització serà de la forma:

$$h_f(x,y,h_0) = h_0\cdot(1-0.7\cdot\frac{x}{x+\frac{1}{5}(27+\sqrt{229})} - 0.3\cdot\frac{y}{y+\frac{1}{2}(111-7\sqrt{229})})$$

4.2.4 Assignacions finals

Amb aquesta nova revalorització horària, es repartiran les matèries no assignades mitjançant el mètode de la funció entre els professors que tinguin de moment cobert un valor inferior a $\frac{2M}{3}$ hores, on M són les hores que ha de realitzar aquell professor.

4.3 Subhastes condicionals i n-dimensionals

4.3.1 Problemàtiques de les subhastes

Aquí tenim un resum de les problemàtiques que ha de soluciona el model de subhasta que considerem construir

Llista problemàtiques subhastes

1. Les subhastes seran **seqüencials** o **simultànies**? Ja que les simultànies poden implicar un **bloqueig de moneda** i les seqüencials poden implicar la inviabilitat de les **sol·licituds condicionals** i (* no recordo *) , almenys *a priori*.
2. Com assignem les assignatures que no ha sol·licitat ningú?
3. Les situacions de condicionals, com ara la puja de fer una assignatura condicionada a si és compleix una condició.Per exemple impartir amb un docent amb qui es té *bon tracte*, o bé tenir interès en un conjunt d'assignatures com a global i no per separat, és a dir, per conveniència horària
4. Cas pràctic. Elegir assignatures per conveniència horària més que per preferència de la matèria a impartir, sota la suposició de ser un criteri raonable i *comú* en les dades històriques. Per exemple voler impartir classe el menor nombre de dies per dificultats en el transport.
5. Tot sistema que incentivi a mentir afavorira la especulació que farà poc **eficient** l'assignació final.
6. Una assignació **optima** en tot cas haurà de minimitzar la diferencia entre les **hores reals** i les hores ideals.
7. Com desitgem una **revaloració** [a] de cada matèria docent subhastada assumim que ha de ser necessari que la subhasta influeixi en el valor final de cada assignatura, en principi el valor en hores s'haurà de modificar.
8. Situació de empat. En cas de **subhasta simultània** .

[a] Que pot ser la mateixa o no.

4.3.2 Construcció primer model

De forma constructiva, i aprofitant la subsecció prèvia, construirem un model que compleixi les condicions de la llista anterior.

4.3.3 Model nasi

- Subhastes multidimensionals en que es tenen en compte diverses coses per a decidir el guanyador de la subhasta
- Els professors poden fer pujes condicionades sobre els resultats d'altres subhastes
- Al finalitzar subhastes els seus resultats són propagats a altres subhastes passades on hi havia pujes condicionades sobre el resultat de la subhasta actual -> Subhastes passades actualitzen el seu resultat i el propaguen.

- Realitzem subhastes -> Eliminem assignacions que sobrepassin hores -> Realitzem subhastes -> ...

Algorisme

1. Els professors entren totes les seves puges (que poden estar condicionades sobre altres pujes)
2. Executar totes les subhastes una rer l'altra. En cas de trobar un apuja condicionada sobre una subhasta que no s'ha executat es considera la puja com a bona i s'executa la subhasta com si fos una puja normal, depsrés es fa una anotació marcant que aquesta puja depén de els resultats futurs d'una altra subhasta futura. Quan l'altra subhasta s'executi, al obtenir els resultats es revisita la subhasta depenent i, en cas que la puja condicional ja no sigui vàlida, aquesta subhasta és tornar a executar ignorant la puja invalidada. Aquestes invalidacions es propaguen sobre totes les subhastes depenents.
3. Buscar els professors als que els hi ha sigut assignat assignatures que superen el nombre d'hores que haurien de realitzar, desassignar-lis suficients assignatures com per a que el nombre d'hores totals de les assignatures assignades a ells sigui semblant al nombre d'hores que han de fer. A continuació, aquests professors, les seves pujes i les assignatures que encara tenen assignades són eliminats del sistema.
4. Si en el pas anterior s'han eliminat professors del sistema tornar al pas 2. En cas contrari, ja hem acabat i l'assignació final ja està feta (queda assignar les asisgnatures que no ha volgut ningú i vigilar que no hi hagi professors que hagin quedat amb molt poques assignatures assignades)

ñ

Apèndix

1. **Paràmetres a optimitzar** (com a criteris)
   - La diferencia entre el nombre d'hores que *hauria de fer* un professor i les hores que *finalment farà* ha de ser el més petita possible. Considerem que és l'estat més ideal. **(minimitzar)**
   - La quantitat d'assignatures assignades a cada professors ha de ser baixa. Per evitar el cas de que part del professorat tingui un nombre elevat de matèries a impartir, malgrat contin poc cadascuna ja que puntualment és pot tenir un sobrevolem de treball. **(minimitzar)**
   - L'assignació de les assignatures entre el professorat s'hauria d'acostar el màxim possible a les sol·licituds particulars demandades. L'elecció ja és justificació prou per argumentar que és una **alternativa** desitjable. **(maximitzar)**
   -
2. **Restriccions** (com a criteris)
   - No pot haver solapament d'hores entre les assignatures que ha d'impartir un mateix docent . En essència això evita entre d'altres coses que un mateix docent hages d'estar a dos llocs diferents al'hora . **(Restricció de existència)**
   - El interval de temps entre el final d'una sessió de treball i el inici d'una altre ,impartides per un mateix professional docent, a diferents facultats ha de ser major o igual a 20 minuts. Un model que no contemples la pèrdua de temps en efectuar desplaçaments físics difícilment serà eficient i probablement precari. **(Restricció d'ordre)**
   - Les assignatures dels graus:
     (a) Grau de Matemàtiques.
     (b) Grau d'Estadística Aplicada.
     (c) Grau de Matemàtica Computacional i Analítica de Dades.

     No podran ser impartides pel mateix docent durant més de tres anys seguits. Aquesta restricció té justificació per imposició de dades històriques i pràctiques. **(Restricció d'ordre)**
   - . . **(minimitzar)**
   - La resta d'assignatures dels vint-i-sis graus restants estarà limitada a quatre anys seguits de docència per un mateix docent. Això per una banda implica un compromís de cara a la matèria impartida per cada docent, i per altra banda garanteix una estabilitat en el temari impartit de cara als estudiants. **(Restricció d'ordre)**
   - Les matèries dels cursos tercer i quart impartides als tres graus propis del departament [11]. Sols podran ser impartides per docents que pertanyin a la

[11] Grau de Matemàtiques, grau d'Estadística Aplicada, grau de Matemàtica Computacional i Analítica de Dades

unitat/subdepartament més proper a la matèria. La justificació és prou raonable, donada la actual *especificació* inherent a la ciència en la actualitat. Un exemple seria que l'assignatura de Topologia sols pot ser impartida per docents de *l'unitat* o *subdepartament* de Geometria i Topologia [12] . **(Restricció d'ordre)**

5 Conclusions revalores

Dogmes de criteris

Referències

[1] H. A. TAHA, *Investigación de operaciones,7a edición*. University of Arkansas, Fayetteville: Pearson educación, 2004 ISBN: 970-26-0498-2. En el capítol 1 pàgines 1-10 és defineixen la majoria de conceptes tècnics de modelització que fem servir.

[2] D. autors, "> el departament." `https://www.uab.cat/web/departament-de-matematiques/-1194422425366.html`, Abril de 2019. Pàgina web del Departament de Matemàtiques de l'Universitat Autònoma de Barcelona.

[12]Veure secció de *model actual*.