

DTG noter

Group 9

29. september 2023

# Indhold

<b>1</b>	<b>Workshop 1</b>	<b>2</b>
1.1	Delopgave 1 . . . . .	2
1.1.1	Relationen $R$ . . . . .	2
1.1.2	Kardinaliteten af relationen $R$ . . . . .	3
1.1.3	$R$ er en delmængde af et kartesisk produkt . . . . .	3
1.1.4	Relationens egenskaber . . . . .	3
1.2	Delopgave 2 . . . . .	4
1.2.1	Hvad svarer de to muligheder til? . . . . .	4
1.2.2	Hvilken aflukning er der tale om? . . . . .	4
1.3	Delopgave 3 . . . . .	5
1.3.1	Hvilke elementer indholder mængderne? . . . . .	5
1.3.2	Vis, at $G_{\text{Tom}} \subseteq G_{\text{Tom}}$ . . . . .	5

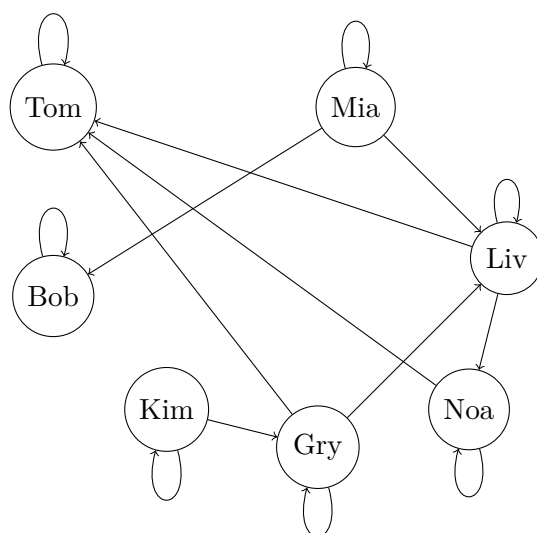
# Kapitel 1

## Workshop 1

### 1.1 Delopgave 1

#### 1.1.1 Relationen $R$

Den følgende graf



kan også beskrives som relationen  $R$ :

$$\begin{aligned}
 R = \{ & (\text{Mia}, \text{Mia}), (\text{Mia}, \text{Bob}), (\text{Mia}, \text{Liv}), (\text{Tom}, \text{Tom}), \\
 & (\text{Bob}, \text{Bob}), (\text{Kim}, \text{Kim}), (\text{Kim}, \text{Gry}), (\text{Gry}, \text{Gry}), \\
 & (\text{Gry}, \text{Tom}), (\text{Gry}, \text{Liv}), (\text{Noa}, \text{Noa}), (\text{Noa}, \text{Tom}), \\
 & (\text{Liv}, \text{Liv}), (\text{Liv}, \text{Tom}), (\text{Liv}, \text{Noa}) \}
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

### 1.1.2 Kardinaliteten af relationen $R$

Kardinaliteten af relationen  $R$  er:

$$|R| = 15 \tag{1.2}$$

### 1.1.3 $R$ er en delmængde af et kartesisk produkt

Lad  $R$  være en relation og  $A = \{\text{Mia}, \text{Liv}, \text{Noa}, \text{Gry}, \text{Kim}, \text{Bob}, \text{Tom}\}$ . Relationen  $R$  består af ordnede par  $(a, b)$  hvor  $a \in A$  og  $b \in A$ .

$R$  kan derfor også defineres som en delmængde af et kartesisk produkt:

$$R \subseteq A \times A \tag{1.3}$$

Kardinaliteten af det nævnte kartesiske produkt kan beregnes på følgende måde:

$$|A \times A| = 49 \tag{1.4}$$

### 1.1.4 Relationens egenskaber

Relationen  $R$  har følgende egenskaber:

- **Refleksiv:** Fordi  $\{(a, a) \in R \mid \forall a \in A\}$  gælder, dvs. for alle elementer i  $A$  er der et tilsvarende element  $(a, a)$  i  $R$ .
- **Antisymmetrisk:** Fordi  $\forall a, b \in A$  og hvis  $(a, b) \in R \wedge (b, a) \in R \implies a = b$ . I andre ord: Hvis der er et par som fx  $(\text{Gry}, \text{Tom})$  i  $R$ , må der ikke være et tilsvarende par  $(\text{Tom}, \text{Gry})$  i  $R$ . Den eneste undtagelse er hvis  $a = b$ .

men mangler disse egenskaber:

- **Symmetrisk:** Per definitionen  $(a, b) \in R \iff (b, a) \in R \quad \forall a, b \in A$  burde der for hvert unikt par  $a, b$  være et tilsvarende par  $(b, a)$ , fx er der  $(\text{Liv}, \text{Tom})$  i  $R$ , men ikke  $(\text{Tom}, \text{Liv})$ .

- **Transitiv:** Man kan se at  $R$  ikke er transitiv, bare ved at se at fx (Kim, Gry) og (Gry, Liv) findes i  $R$ , men ikke (Kim, Liv).

Hvilken betydning har de forskellige egenskaber for et socialt medie?

- **Refleksiv:** Man skal følge sig selv.
- **Antisymmetrisk:** Forbindelser er udelukkende ensrettet. Dvs. man kan ikke følge dem som følger en og omvendt.
- **Symmetrisk:** Man skal være venner, ligesom på Facebook, hvor en forbindelse er gensidig.
- **Transitiv:** Ved at følge en person  $A$ , følger man også automatisk alle personer, som  $A$  også følger.

## 1.2 Delopgave 2

### 1.2.1 Hvad svarer de to muligheder til?

#### Mulighed 1

Mulighed 1 er en sammensætning af potensrelationer.

$$R^2 = R \cup \{ (Gry, Noa), (Mia, Noa), (Kim, Liv), (Kim, Tom), (Mia, Tom) \} \quad (1.5)$$

Fordi  $R$  er refleksiv, kan vi danne en sammensætning af  $R$

#### Mulighed 2

Transitiv aflukning, fordi vi laver sammensætninger af alle potenser af relationen.

### 1.2.2 Hvilken aflukning er der tale om?

Der er tale om en transitiv aflukning, som kan beskrives på følgende måde:

$$S = \bigcup_{i=1}^7 R^i = R \cup R^2 \cup R^3 \cup \dots \cup R^7 \quad (1.6)$$

Men reelt set kan man også beskrive aflukningen som  $S = R^3$  fordi  $R^4$  ikke tilføjer nye par til relationen, osv.

### 1.3 Delopgave 3

#### 1.3.1 Hvilke elementer indholder mængderne?

Mængden  $F_{\text{Tom}}$  er en mængde bestående af elementer  $a$ , som er alle elementer i par i  $S$ , som Tom har en forbindelse til:

$$F_{\text{Tom}} = \{ \text{Tom, Kim, Gry,} \\ \text{Noa, Liv, Mia} \} \quad (1.7)$$

På samme måde kan vi også beskrive  $F_{\text{Noa}}$ :

$$F_{\text{Noa}} = \{ \text{Noa, Mia, Gry, Liv, Kim} \} \quad (1.8)$$

$F_{\text{Tom}} \cap F_{\text{Noa}}$  er fællesmængden (intersection) af  $F_{\text{Tom}}$  og  $F_{\text{Noa}}$  og indholder alle elementer som  $F_{\text{Tom}}$  og  $F_{\text{Noa}}$  har tilfælles:

$$F_{\text{Tom}} \cap F_{\text{Noa}} = \{ \text{Noa, Liv, Mia, Gry, Kim} \} \quad (1.9)$$

#### 1.3.2 Vis, at $G_{\text{Tom}} \subseteq F_{\text{Tom}}$

Lad  $B \subseteq A$ ,  $G_{\text{Tom}} = \{ b \in B \mid (b, \text{Tom}) \in S \}$ . Lad  $p \in G_{\text{Tom}} \implies p \in B \implies p \in A$ . Lad  $p \in G_{\text{Tom}} \implies (p, \text{Tom}) \in S$ .

Derfor følger:

$$F_{\text{Tom}} = \{ a \in A \mid (a, \text{Tom}) \in S \} \implies G_{\text{Tom}} \subseteq F_{\text{Tom}} \quad (1.10)$$