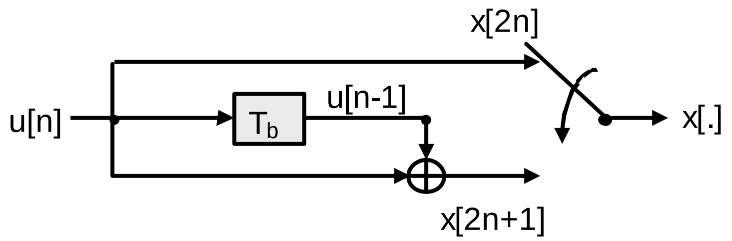
Zürcher
Hochschule
Winterthur

Departement Technik,
Informatik und
Naturwissenschaften

Übung 15: Faltungscodierung

Aufgabe 1: *R=1/2, M=1, Faltungscode*.

Gegeben ist der folgende R=1/2, M=1 Faltungsencoder:



a) Zeichnen Sie das Zustandsdiagramm für diesen Encoder.

b) Bestimmen Sie die Minimaldistanz d_{min} bzw. die freie Distanz d_{free} dieses Codes.

c) Zeichnen Sie das Trellisdiagramm für diesen Encoder, wenn 5 Infobits und 1 Tail-Bit encodiert werden und der Encoder am Anfang im Nullzustand ist.

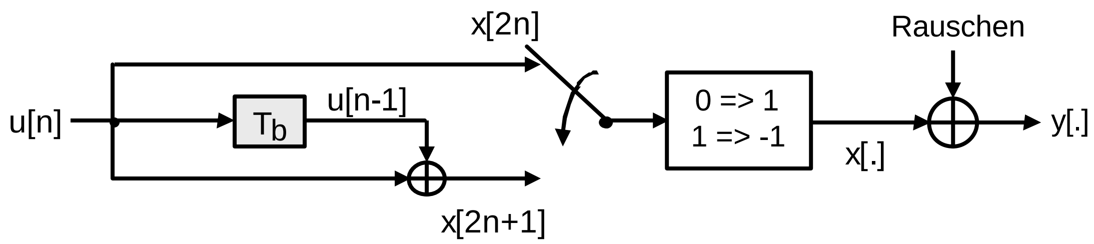
d) Bestimmen Sie das Codewort $\underline{x}$ zum Infowort $\underline{u}$ = [1 0 1 1 1 0].

e) Sie empfangen den Vektor $\underline{y}$ = [10 01 11 00 10 01].

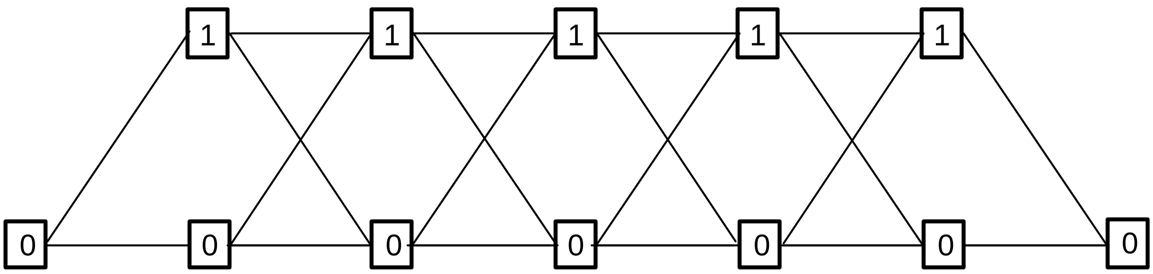
   Bestimmen Sie mit dem Viterbi-Dekoder das Codewort $\underline{x}_e$, das am wahrscheinlichsten über den BSC gesendet worden ist, sowie die dekodierte Informationssequenz $\underline{u}_e$.

Aufgabe 2: *Faltungscode, soft- und hard-decision decoding.*

Betrachten Sie nochmals den R=1/2, M=1 Faltungsencoder aus Aufgabe 1, dessen bipolare Codesequenzen x[.] über einen AWGN-Kanal (Basisband-Darstellung) übertragen werden.



a) Ergänzen Sie den folgenden Trellis mit den bipolaren Codebits x[2n], x[2n+1].



b) Bestimmen Sie für das Infowort $\underline{u}$=[1 0 1 1 1 0] das bipolare Codewort $\underline{x}$.

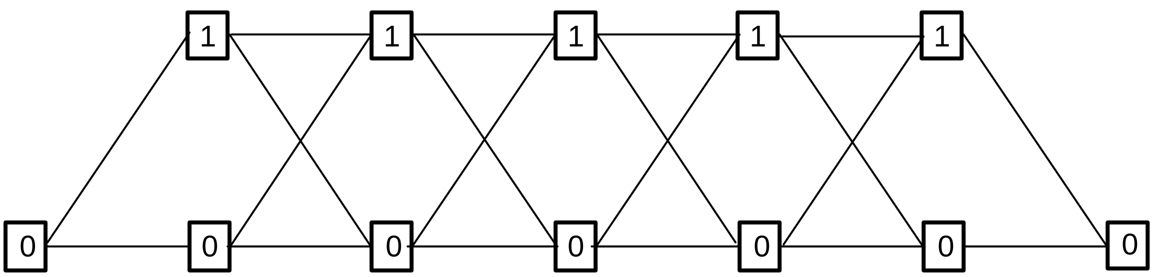
c) Die verrauschte Empfangssequenz $\underline{y}$ sei

$\underline{y}$ = [-0.5 0.2 1.2 0.1 -0.7 -1.1 -0.3 0.1 -0.9 1.0 0.6 0.1]

Bestimmen Sie mit dem Viterbi-Algorithmus die Infosequenz $\underline{u}_e$, die mit grösster Wahrscheinlichkeit gesendet worden ist, wenn alle u[.]-Sequenzen gleich wahrscheinlich sind.

d) Für welche Infosequenz $\underline{u}_e$ würde sich ein Hard-Decision-Dekoder entscheiden?

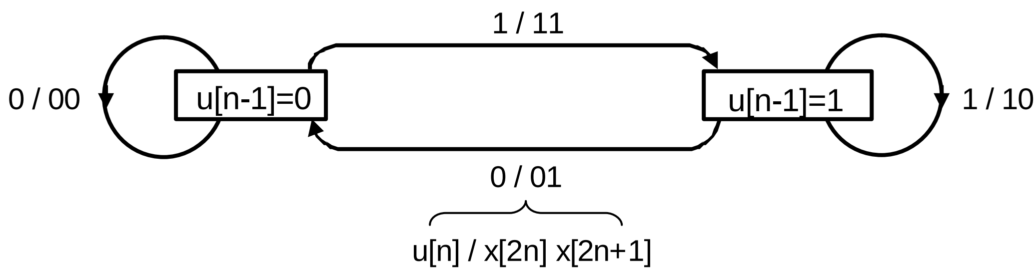
Hinweis: Quantisieren Sie bitte die Empfangssequenz $\underline{y}_Q$ und bestimmen Sie die Metrik für den Viterbi-Dekoder.



Musterlösung

Aufgabe 1

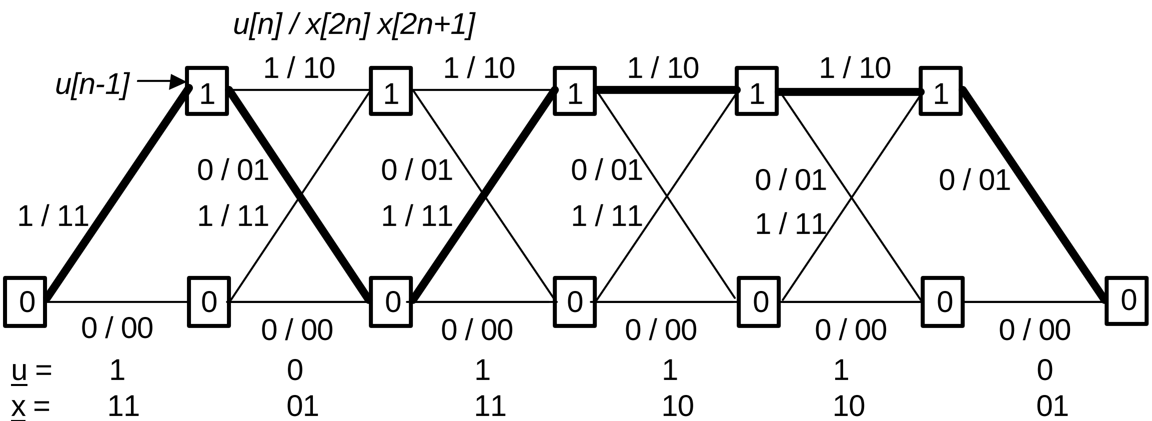
a) Zustansdiagramm



b) Analyse der Umwege weg vom Nullzustand in den Nullzustand zurück

Umweg mit 2 Pfaden (Infosequenz 10): Hamming-Distanz = 3
Umweg mit 3 Pfaden (Infosequenz 110): Hamming-Distanz = 4
...
Die minimale Hamming-Distanz aller Umwege bzw. die freie Distanz d_{free} = 3

c) Das resultierende Trellisdiagramm sieht wie folgt aus, wenn im Nullzustand gestartet und (nach 5 Infobits und 1 Tail-Bit) zum Nullzustand zurückgekehrt wird.

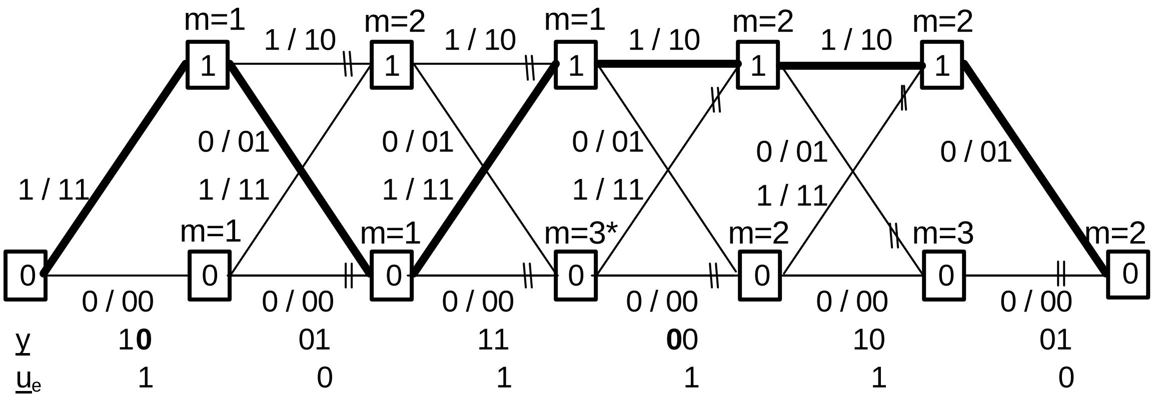


d) u = [1 0 1 1 1 0] => x = [11 01 11 10 10 01], siehe oben

e) Man muss die Metrik $m[n+1]=m[n]+d_H$([x[2n], x[2n+1]], [y[2n], y[2n+1]]) minimieren.

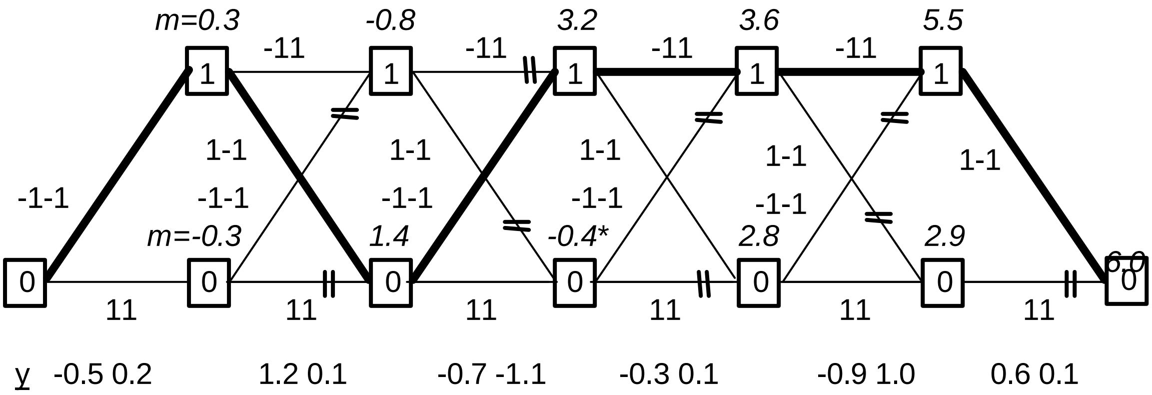
Die Pfade, die nicht mehr weiter verfolgt werden, sind mit // markiert. Bei der mit m=3* bezeichneten Metrik führen beide einlaufenden Pfade auf die gleiche Metrik. Man kann irgendeinen „Survivor" bestimmen.

Der Metrikwert am Schluss beträgt 2, d.h. es gibt 2 Fehler auf dem überlebenden Pfad (fett dargestellt). Die dekodierte Infosequenz ist höchstwahrscheinlich die richtige, weil 1 Fehler pro Umweg korrigiert werden kann. Das 2. und das 7. Empfangsbit (fett darge-stellt) sind höchstwahrscheinlich falsch.



Aufgabe 2

a)



b) $\underline{u}$ = [1 0 1 1 1 0] => $\underline{v}$ = [-1 -1 1 -1 -1 -1 -1 1 -1 1 1 -1]

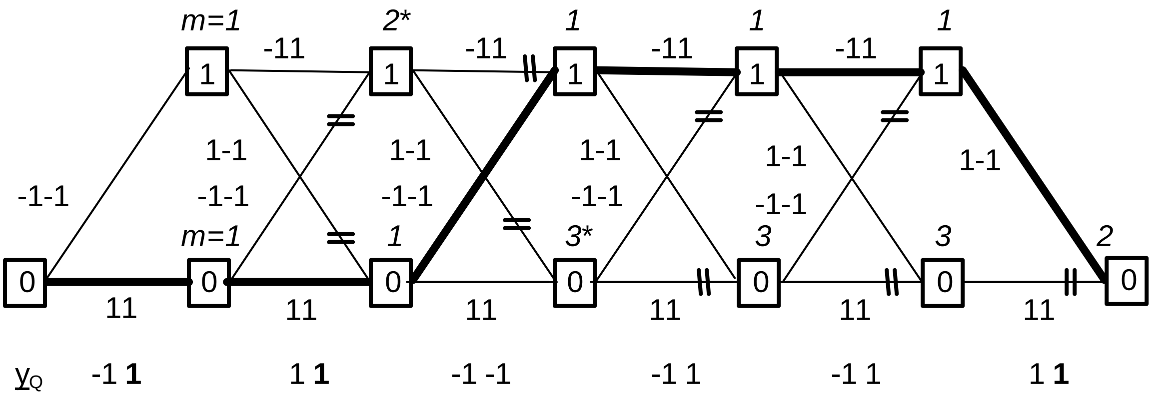
c) Wegen der Übertragung über einen AWGN-Kanal muss im Viterbi-Dekoder die Metrik $m[n+1] = m[n] + \underline{x}\cdot\underline{y}^T$ maximiert werden. Im Trellis oben sind kursiv die Metrikwerte sowie mit Doppelstrichen die Pfade gekennzeichnet, die nicht mehr weiter verfolgt werden. Bei dem mit * gekennzeichneten Metrikwert hätte man auch den anderen einlaufenden Pfad weiterverfolgen können, ohne die Metrikwerte zu verkleinern. => $\underline{u}_e = \underline{u}$ = [1 0 1 1 1 0] !

d) Die quantisierte Empfangssequenz $\underline{y}_Q$ = [-1 1 1 1 -1 -1 -1 1 -1 1 1 1].

Der Viterbi-Dekoder würde die Codesequenz mit der kleinsten Hamming-Distanz zu $\underline{y}_Q$ bestimmen bzw. die Metrik $m[n+1] = m[n] + d_H(\underline{x},\underline{y})$ minimieren, siehe unten.

Der Hard-Decision Dekoder kann die ursprüngliche Infosequenz $\underline{u}$ aus dem verrauschten und quantisierten Empfangswort $\underline{y}_Q$ nicht mehr zuverlässig schätzen. Er entscheidet sich (fälschlicherweise) für das bipolare Codewort x=[11 11 -1-1 -11 -11 1-1] bzw. die Infosequenz $\underline{u}_e$ = [0 0 1 1 1 0]. Warum?

Bei der Übertragung sind 3 Fehler entstanden, wenn man hart quantisiert, siehe fett gedruckte y-Werte. Zum dekodierten Codewort $\underline{x}$ weist das Empfangswort $\underline{y}_Q$ aber nur eine Hamming-Distanz von 2 auf (minimal distance decoding), siehe Metrikwert am Schluss. Der soft-decision Decoder arbeitet mit den reellen Empfangswerten und gewichtet den 2., 4. und 12. Empfangswert nicht so stark wie der hard-decision Dekoder.



m=1
2*
1
1
1
-11
-11
-11
-11
1
1
1
1
1
1-1
1-1
1-1
1-1
1-1
-1-1
-1-1
-1-1
-1-1
-1-1
m=1
1
3*
3
3
2
0
0
0
0
0
0
0
11
11
11
11
11
11
11
y_Q
-1 **1**
1 **1**
-1 -1
-1 1
-1 1
1 **1**