


NMIT1 Numerik 1	Serie 8	Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften  
Autor	Rémi Georgiou	
Datum	29. April 2015	

NMIT1 - Serie 8

Rémi Georgiou

Aufgabe 1, a)

Fehlerabschätzung von  $\tilde{x}$  und  $\tilde{b}$ ,  $\times 1000$

$$A = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 10 \\ 10 & 17 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 0,4 & -0,75 & 0,25 \\ -0,2 & 0,5 & -0,5 \\ -0,1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Delta b = \frac{100'000}{1000} = 100$$

Absoluter Fehler (obere Schranke):

$$\|x - \tilde{x}\|_{\infty} \leq \|A^{-1}\|_{\infty} \cdot \|b - \tilde{b}\|_{\infty}$$

$$\|x - \tilde{x}\|_{\infty} \leq 1,4 \cdot 100$$

$$\|x - \tilde{x}\|_{\infty} \leq 140$$

Relativer Fehler:

$$\frac{\|x - \tilde{x}\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}} \leq \|A\|_{\infty} \cdot \|A^{-1}\|_{\infty} \cdot \frac{\|b - \tilde{b}\|_{\infty}}{\|b\|_{\infty}}$$

$$\text{cond}(A) = \|A\|_{\infty} \cdot \|A^{-1}\|_{\infty} = 60 \cdot 1,4 = 84$$

$$\frac{\|x - \tilde{x}\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}} \leq 84 \cdot \frac{100}{5720}$$

$$\frac{\|x - \tilde{x}\|_{\infty}}{0,264} \leq \frac{8400}{5720}$$

$$\|x - \tilde{x}\|_{\infty} \leq 0,3877$$

1, b) Abschätzung für fehlerbehaftete Matrix,  $\hat{A} \cdot \hat{x} = b$   
 elementweise:  $\frac{100}{1000} = 0,1 \Rightarrow \|A - \hat{A}\|_{\infty} = 0,3$  Annahme:  $b$  exakt  
 Störung

Überprüfung:  $\text{cond}(A) \cdot \frac{\|A - \hat{A}\|_{\infty}}{\|A\|_{\infty}} < 1$

$$84 \cdot \frac{0,3}{60} = 0,42 < 1$$

$$\text{also gilt: } \frac{\|x - \tilde{x}\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}} \leq \frac{\text{cond}(A)}{1 - \text{cond}(A) \cdot \frac{\|A - \hat{A}\|_{\infty}}{\|A\|_{\infty}}} \cdot \left( \frac{\|A - \hat{A}\|_{\infty}}{\|A\|_{\infty}} + \frac{\|b - \tilde{b}\|_{\infty}}{\|b\|_{\infty}} \right)$$

$$\frac{\|x - \tilde{x}\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}} \leq \frac{84}{1 - 0,42} \cdot \left( \frac{0,3}{60} \right)$$

$$\|x - \tilde{x}\|_{\infty} \leq 144,827 \cdot 0,005 \cdot 0,264$$

$$\|x - \tilde{x}\|_{\infty} \leq 0,191$$