MATLAB Übungsserie 3

Abgabe KW 41

Scannen Sie ihre manuellen Lösungen für die Aufgaben 1 und 2 in die Dateien *Name_ Vorname_ Gruppe_ S3_ AufgX.pdf* und fassen Sie diese mit de MATLAB-Dateien für Aufgaben 3 und 4 zusammen in die ZIP-Datei *Name_ Vorname_ Gruppe_ S3.zip*. Laden Sie dieses File vor der nächsten Übungsstunde nächste Woche auf OLAT hoch. Die einzelnen m-Files müssen ausführbar sein und in den Kommentarzeilen (beginnen mit %) soll bei Funktionen ein Beispiel eines funktionierenden Aufrufs angegeben werden. Verspätete Abgaben können nicht mehr berücksichtigt werden.

Aufgabe 1 (45 Minuten):

Wie gross ist die Schrittweite h bzw. die Anzahl benötigter Subintervalle n, um das Integral

$$I = \int_1^2 \ln(x^2)dx$$

auf einen Fehler von maximal 10^{-5} genau berechnen zu können für die summierten Rechtecksregel, die summierte Trapezregel und die summierte Simpsonregel ?

Aufgabe 2 (45 Minuten):

Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^\pi \cos(x^2)dx$$

mit der Trapezregel $Tf(h)$ für die Schrittweiten $h = \frac{b-a}{2^i},\ (i = 0, ..., 4)$ (Achtung: die erste Spalte enthält also fünf Werte) und extrapolieren Sie diese mittels Romberg-Extrapolation so weit wie möglich. Schreiben Sie die Summen für die T_{i0} komplett mit allen Summanden auf, also z.B.

$T_{20} = h\left(\frac{\cos(...)+\cos(...)}{2} + \cos(...) + \cos(...) + \cos(...)\right)$.

Aufgabe 3 (30 Minuten):

Implementieren Sie, ausgehend von Ihrem Programm für den h^2-Algorithmus aus Serie 2, die Romberg-Extrapolation in einem MATLAB Programm `T = Name_Vorname_Klasse_S3_Aufg3(f, a, b, n)`, welches Ihnen das bestimmte Integral

$$\int_a^b f(x)dx$$

für eine vorgegebene Funktion f und ein gegebenes n auf dem Intervall $[a, b]$ für die Schrittweiten $h = \frac{b-a}{2^i},\ (i = 0, ..., n)$ berechnet und anschliessend extrapoliert. Der letzte (genaueste) Wert wird als T zurückgegeben. Überprüfen Sie damit Ihre Resultate der Aufgabe 2.

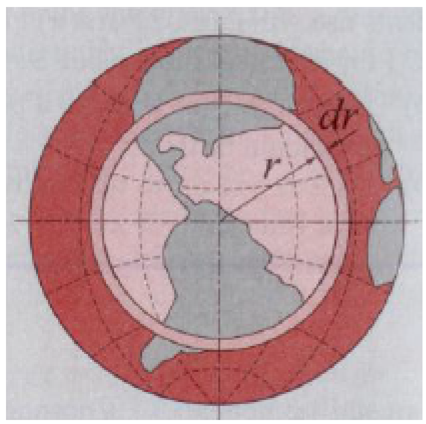
Aufgabe 4 (30 Minuten):

Die Dichte ρ der Erde variiert mit dem Radius r gemäss der folgenden Tabelle, in der die Abstände in r nicht äquidistant sind (aus [9]):

r (km)	0	800	1200	1400	2000	3000	3400	3600	4000	5000	5500	6370
ρ (kg/m^3)	13000	12900	12700	12000	11650	10600	9900	5500	5300	4750	4500	3300

Berechnen Sie die Masse m der Erde mit folgendem Integral

$$m = \int_0^{6370} \rho \cdot 4\pi r^2 dr,$$



in dem sie die beiden folgenden Teilaufgaben lösen:

a) Schreiben Sie zuerst eine Funktion `[Tf_neq] = Name_Vorname_Klasse_S3_Aufg4a(x,y)`, welche Ihnen für eine tabellierte, nicht äquidistante Wertetabelle $(x_i, y_i)_{0\leq i\leq n}$ in den Vektoren `x` und `y` das entsprechende bestimmte Integral `Tf_neq` mittels der summierten Trapezregel für nicht äquidistante x-Werte löst gemäss:

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x)dx \approx Tf_{neq} = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2} \cdot (x_{i+1} - x_i)$$

b) Schreiben Sie ein Skript `Name_Vorname_Klasse_S3_Aufg4b.m`, welches Ihnen mit Funktion aus a) die Erdmasse berechnet. Beachten sie dabei, dass r im km gegeben ist, ρ aber in kg/m^3. Vergleichen Sie Ihr Resultat für die Erdmasse mit einem Refernzwert aus der Literatur. Berechnen Sie den absoluten und den relativen Fehler Ihrer Integration im Vergleich mit dem Literaturwert.