


NMIT1 Numerik 1	Serie 10	Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften 
Autor	Rémi Georgiou	
Datum	13. Mai 2015	

Aufgabe 2, a)

$$B = -(D+L)^{-1} \cdot R$$

prüfen, ob $\|B\|_{\infty} < 1$

$$D+L = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}, \quad (D+L)^{-1} = \begin{pmatrix} 0,125 & 0 & 0 \\ -0,0634 & 0,111 & 0 \\ -0,0516 & -0,0317 & 0,1429 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -0,625 & -0,25 \\ 0 & 0,3472 & 0,0278 \\ 0 & 0,2578 & 0,1349 \end{pmatrix} \Rightarrow \|B\|_{\infty} = 0,875 < 1$$

konvergiert!

$$b) \quad x^{(1)} = (D+L)^{-1} \cdot (b - R \cdot x^{(0)}) = \begin{pmatrix} 2,25 \\ -1,0278 \\ 3,8651 \end{pmatrix}$$

$$x^{(2)} = (D+L)^{-1} \cdot (b - R \cdot x^{(1)}) = \begin{pmatrix} 2,0511 \\ -1,0134 \\ 3,3746 \end{pmatrix}$$

$$x^{(3)} = (D+L)^{-1} \cdot (b - R \cdot x^{(2)}) = \begin{pmatrix} 2,0147 \\ -1,0254 \\ 3,3531 \end{pmatrix}$$

c) absoluter Fehler a posteriori:

$$\|x^{(3)} - \bar{x}\|_{\infty} \leq \frac{\|B\|_{\infty}}{1 - \|B\|_{\infty}} \cdot \|x^{(3)} - x^{(2)}\|_{\infty}$$

$$\|x^{(3)} - \bar{x}\|_{\infty} \leq \frac{0,875}{0,125} \cdot 0,0364$$

$$\|x^{(3)} - \bar{x}\|_{\infty} \leq \underline{0,2548}$$

NMIT1 Numerik 1	Serie 10	Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften 
Autor	Rémi Georgiou	
Datum	13. Mai 2015	

NMIT1-Serie 10

Rémi Georgiou

Aufgabe 2, d)

$$10^{-4} \leq \frac{\|B\|_{\infty}^n}{1 - \|B\|_{\infty}} \cdot \|x^{(1)} - x^{(0)}\|_{\infty}$$

$$10^{-4} \leq \frac{0,875^n}{0,125} \cdot 1,25$$

$$\frac{10^{-4} \cdot 0,125}{1,25} \leq 0,875^n \quad | \log(\cdot)$$

$$-5 \leq n \cdot (-0,057992)$$

$$n \leq 86,2188$$

Iterationschritte $n = 86$

$$e) \quad 10^{-4} \leq \frac{\|B\|_{\infty}^n}{1 - \|B\|_{\infty}} \cdot \|x^{(3)} - x^{(2)}\|_{\infty}$$

$$10^{-4} \leq \frac{0,875^n}{0,125} \cdot 0,0364$$

$$\frac{10^{-4} \cdot 0,125}{0,0364} \leq 0,875^n \quad | \log(\cdot)$$

$$-3,46419 \leq n \cdot (-0,057992)$$

$$n \leq 59,7357$$

Iterationschritte $n = 59$