Aufgabe 1

Die Eingangstür eines Kaufhauses wird innerhalb der nächsten fünf Minuten mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.9 von wenigstens 4 Kunden passiert und mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.7 von höchstens 6 Kunden. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass innerhalb der nächsten fünf Minuten 4, 5 oder 6 Kunden das Kaufhaus betreten? Formuliere mit zwei Ereignissen A und B

Achtung:
Die Formulierung 'A und B' = $A\cap B$ suggeriert die Rechnung $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$.
Im obigen Bsp. hätte man dann $P(A\cap B) = 0.9 \cdot 0.7 = 0.63$ statt korrekt 0.6.
Allgemein ist $P(A\cap B) \neq P(A)\cdot P(B)$. Es gibt aber Ausnahmen. Worauf es dabei ankommt, wird später besprochen (siehe unter 'Unabhängigkeit von Ereignissen')

Aufgabe 2

Für zwei Ereignisse A und B gilt: $P(A) = \frac{1}{5}$ $P(B) = \frac{3}{10}$ und $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.92 \cdot$
Berechne die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse $\overline{B}$, $A\cup B$ und $\overline{A}\cap\overline{B}$ (de Morgansche Regeln verwenden).

Aufgabe 3

Jemand will in zwei Würfen mit zwei Würfel das erstemal die Augensumme 7 und das zweitemal die Augensumme 9 erzielen. Berechne die Wahrscheinlichkeit dass
a) beide Würfe gelingen b) nur der erste Wurf gelingt c) höchstens der zweite Wurf gelingt.

Aufgabe 4

Man weiss, dass ca. 4% der Bevölkerung rot-grün Farbenblind ist.
a) In einem Kino sitzen 80 Personen (Zufallsauswahl). Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist keine Person Farbenblind?
b) Wie viele Personen müssten mindestens im Kino sitzen, so dass mit 90% iger Sicherheit mindestens eine Farbenblinde Person dabei ist?

Aufgabe 5

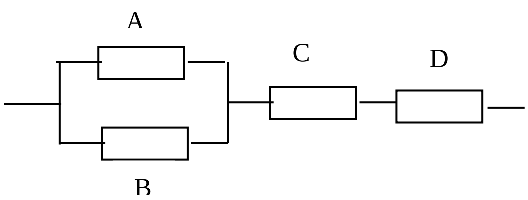
Wenn 30% der Kaninchen-Männchen und 10% der Kaninchen-Weibchen unfruchtbar sind, mit welcher Wahrscheinlichkeit kann ein Kaninchenpaar nicht mit Nachwuchs rechnen?

Aufgabe 6

Die Polizei führt in einer Spielhölle eine Razzia durch: Sie testet jeden Spielwürfel wie folgt:
Es wird so oft gewürfelt, bis die 1 erscheint, maximal wird k-mal gewürfelt. Erscheint die 1 nicht , so wird der Würfel als gefälscht eingestuft.
a) Für einen guten Würfel (= L-Würfel) bestimme für k = 1, ..., 6 die Wahrscheinlichkeit, dass der Würfel für gut befunden wird (Tabelle erstellen).
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein korrekter Würfel bei k = 10 als gefälscht eingestuft?
c) Wie gross muss k festgelegt werden, damit die Wahrscheinlichkeit, als gefälscht eingestuft zu werden, nur 0.005 ist?

Aufgabe 7

Ein komplexes System ist als Schaltung dargestellt. die vier Komponenten A, B,C,D fallen mit den Wahrscheinlichkeiten $p_A = p_B = p_D = p$ und $p_C = 0.05$ aus.



a) Drücke die Zuverlässigkeit Z des Systems als Funktion von f(p) aus. Skizziere $Z = f(p)$.
b) Bestimme (Näherungsweise) p so, dass die Zuverlässigkeit des Systems = 0. 7 wird.
c) Skizziere den Verlauf von f(p) (Polynom in Produktform !).

Aufgabe 8
Strategiespiel: A soll 3 Partien, abwechselnd gegen B und C spielen. A gewinnt das Spiel, wenn er zwei aufeinanderfolgende Partien gewinnt. Die Gewinnchance gegen B ist b, die gegen C ist c, wobei bekannt ist, dass $b < c$ gilt. A darf die Reihenfolge der Gegner wählen, also BCB oder CBC. Welche Wahl gibt A die grössere Gewinnchance?
Spiele das Spiel zuerst mit $b = 0.5$ $c = 0.7$ durch.

Aufgabe 9
Strategiespiel:

Stures **Wechseln**

Wer in der US-Fernsehshow «Let's make a deal» die Endrunde erreicht, darf sich für eine von drei verschlossenen Türen entscheiden. Dabei verbirgt sich hinter der einen als Gewinn ein Prunkwagen, hinter den anderen jedoch – quasi als Niete – je eine Ziege.

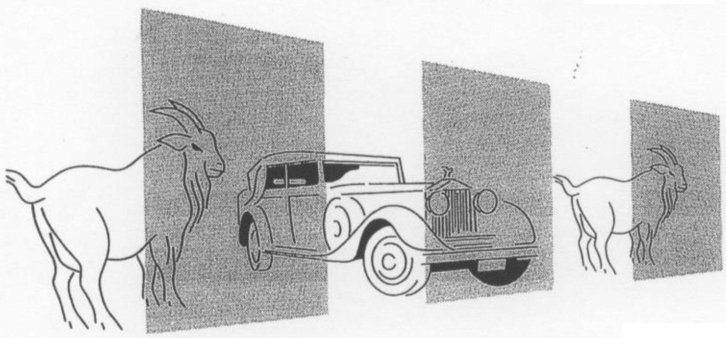
Angenommen, der Kandidat wählt die Tür links. Da der Showmaster weiss, wie Auto und Ziegen verteilt sind, kann er mit den Worten «Ich zeig' Ihnen mal was» mühelos eine der restlichen Türen – etwa die rechte – öffnen und eine Ziege enthüllen (siehe Abbildung).

Die eigentliche Pointe besteht darin, dass der Moderator im Anschluss an diesen Gag dem Kandidaten die Möglichkeit gibt, seine Wahl zu überdenken. Was also tun? «Zur Mitte wechseln!» riet Marylin vos Savant. Begründung der berühmten amerikanischen Briefkastentante: «Bei der linken Tür beträgt die Chance für den Autogewinn nur 1:3, bei der mittleren 2:3.»

Diese lapidare Feststellung bescherte der Illustrierten «Parade» eine veritable Flut von Zuschriften. 92 Prozent der gegen zehntausend Briefeschreiber widersprachen Marylin auf eine oft rabiate Weise. Da war von einer «nationalen Krise der mathematischen Schulbildung» die Rede. Oder von «Lachsalven in der gesamten mathematischen Welt». Ein Kritiker meinte gar, bei diesem Wettbewerb sei Marylin die «eigentliche Ziege».

Tatsache ist jedoch, dass die Frau mit einem angeblichen Rekordintelligenzquotienten von 228 Punkten recht hatte. Wer's nicht glaubt, möge das Spiel über mehrere Runden mit einem Partner simulieren – und nach geraumer Zeit bemerken, dass stures Wechseln in zwei Dritteln der Fälle zum Gewinn führt. Doch dafür gibt es auch eine höchst simple theoretische Begründung.

Merke: Selbst die hellsten Köpfe können scheitern, wenn es um Wahrscheinlichkeiten geht.



Auto oder Ziege?

Überlege die Gewinnchancen für a) stur wechseln und b) stur nicht wechseln (Baum zeichnen).

Resultate Uebung 7

1)
A: Wenigstes 4 Kunden: $P(A) = 0,9$ 4,5 oder 6 = $A \cap B$
B: Höchstens 6 Kunden: $P(B) = 0,7$

Der Additionssatz besagt : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Wegen $P(A \cup B) = 1$ erhält man $1 = 0.9 + \mathbf{0}.7 - P(A \cap B)$ also $P(A \cap B) = 0.6$

2) 0.7 0.42 0.58

3) 1/54 4/27 5/6

4) 0.038 57

5) 0.37

6) $p(k) = 1 - (5/6)^k$ 0.162 29

7) a) $Z = 0.95(1-p^2)(1-p)$ b) $p = 0.22414$

8) P(BCB) = 0.525 P(CBC) = 0.455
Es ist $P(BCB) = bc(2-b)$, $P(CBC) = bc(2-c)$, also $P(BCB) > P(CBC)$

9) a) $p = 2/3$ b) $p = 1/3$