

1. Bestimme bei den nachfolgenden Experimenten die Wahrscheinlichkeitsverteilung und die Verteilungsfunktion:
 - a) Man würfelt mit einem Würfel einmal. X ist die Augenzahl.
 - b) Man würfelt mit zwei Würfeln. X ist die grösste Augenzahl die erscheint.
 - c) Man würfelt mit zwei Würfeln. X ist die Augensumme.
 - d) Eine Münze wird 4 mal geworfen X = Anzahl Kopf.
2. Von 5 nebeneinanderliegenden Feldern mit den Rängen 1 bis 5 sollen 2 Felder zufällig zufällig angekreuzt werden. Die ZV X sei die Summe der beiden Ränge. Beispiel:

1	2	3	4	5
x		x		

Bestimme die Verteilungsfunktion von X und skizziere sie.

3. Eine stetige Zufallsvariable X hat die Verteilungsfunktion

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ x/6 - x^2/144 & \text{für } 0 \leq x \leq 12 \\ 1 & \text{für } x > 12 \end{cases}$$

- a) Berechne die zugehörige Dichtefunktion $f(x)$.
Skizziere deren Graph.
 - b) Bestimmen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten:
 - b₁) $P(X < -2)$
 - b₂) $P(X \leq 1)$
 - b₃) $P(X > 6)$
 - c) Berechne den Median von X .
4. Als Modell für die Lebenszeit eines Systems oder eines Organismus wird oft die **Exponentialverteilung** verwendet. Die Zufallsvariable ist die Zeit T . Die Verteilungsfunktion ist dabei definiert als

$$F(t) = \begin{cases} 1 - e^{-c \cdot t} & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad c > 0 \text{ ist ein Parameter.}$$

$F(t)$ bedeutet dann die Wahrscheinlichkeit, dass das System den Zeitpunkt t nicht erlebt.
 $1 - F(t)$ bedeutet die Überlebenswahrscheinlichkeit des Zeitpunktes t .

 - a) bestimme durch ableiten die Dichte $f(t)$.
 - b) Zeichne $F(t)$ und $f(t)$ qualitativ richtig, oder auch mit EXCEL für $c = 1/4$.
 - c) Formuliere als Wahrscheinlichkeiten P : $F(t) = P(?)$ und $1 - F(t) = P(?)$ und schraffiere sie als Flächen unter der Dichte.
 5. Die Lebenszeit eines Gerätes sei exponentiell verteilt mit $c = 0.02$. t ist die Zeit in Jahren.
 - a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit lebt das Gerät länger als 50 Jahre?
 - b) Nach welcher Zeit sind 25% aller Geräte, die zur Zeit $t=0$ produziert wurden, noch funktionstüchtig?
 - c) wie gross muss c sein damit der Median 20 Jahre beträgt?

Lösungen Uebung 9

1)

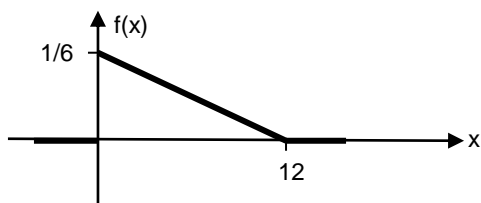
b)			d)		
X	P	P _{kum} = F(X)	X	P	F(x)
1	1/36	1/36	0	1/16	1/16
2	3/36	4/36	1	4/16	5/16
3	5/36	9/36	2	6/16	11/16
4	7/36	16/36	3	4/16	15/16
5	9/36	25/36	4	1/16	1
6	11/36	1			

2)

X	3	4	5	6	7	8	9
p	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1
F(x)	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9	1.0

3)

a)



$$f(x) = \frac{1}{6} - \frac{1}{72}x \quad \text{für } 0 \leq x \leq 12$$

$$f(x) = 0 \quad \text{sonst}$$

b₁) 0
b₃) 0.25

b₂) 0.1597
c) Median = 3.515

4) a) $f(t) = \begin{cases} c \cdot e^{-ct} & t \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ c) $F(t) = P(T \leq t)$ $1-F(t) = P(T > t)$

5) a) 0.368 b) 69.315 Jahre c) 0.0347