NMIT2 Numerik 2	Serie 10	Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften zh aw School of Engineering
Autoren	Rémi Georgiou, André Stocker	
Datum	16. November 2015	

Aufgabe 1

x_i	0	1	2	3
y_i	2	1	2	2

$n = 3$

$a_0 = y_0 = 2,\qquad a_1 = y_1 = 1,\qquad a_2 = y_2 = 2,\qquad a_3 = y_3 = 2$

$h_0 = x_1 - x_0 = 1 - 0 = 1$
$h_1 = x_2 - x_1 = 2 - 1 = 1$
$h_2 = x_3 - x_2 = 3 - 2 = 1$

$c_0 = 0,\qquad c_3 = 0$

für $i = 1$:	$2 \cdot (h_0 + h_1) \cdot c_1 + h_1 \cdot c_2 = 3 \cdot \frac{y_2 - y_1}{h_1} - 3 \cdot \frac{y_1 - y_0}{h_0}$ $2 \cdot 2 \cdot c_1 + 1 \cdot c_2 = 3 \cdot \frac{1}{1} - 3 \cdot \frac{-1}{1}$ $4 \cdot c_1 + c_2 = 6$
für $i = n - 1 = 2$:	$h_{n-2} \cdot c_{n-2} + 2 \cdot (h_{n-2} + h_{n-1}) \cdot c_{n-1} = 3 \cdot \frac{y_n - y_{n-1}}{h_{n-1}} - 3 \cdot \frac{y_{n-1} - y_{n-2}}{h_{n-2}}$ $1 \cdot c_1 + 2 \cdot 2 \cdot c_2 = 3 \cdot \frac{0}{1} - \cdot 3 \cdot \frac{1}{1}$ $c_1 + 4 \cdot c_2 = -3$

Lösen des linearen Gleichungssystems mit dem Gaussalgorithus:

$\begin{pmatrix} 4c_1 + c_2 \\ c_1 + 4c_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad \Longrightarrow c_1 = 1.8, \quad c_2 = -1.2$

für $i = 0$:	$b_0 = \frac{1-2}{1} - \frac{1}{3} \cdot (c_1 + 2 \cdot c_0) = (-1) - \frac{1}{3} \cdot (1.8) = -1.6$
für $i = 1$:	$b_1 = \frac{2-1}{1} - \frac{1}{3} \cdot (c_2 + 2 \cdot c_1) = 1 - \frac{1}{3} \cdot (-1.2 + 2 \cdot 1.8) = 0.2$
für $i = 2$:	$b_2 = \frac{2-2}{1} - \frac{1}{3} \cdot (c_3 + 2 \cdot c_2) = 0 - \frac{1}{3} \cdot \big(0 + 2 \cdot (-1.2)\big) = 0.8$

für $i = 0$:	$d_0 = \frac{1}{3} \cdot (c_1 - c_0) = \frac{1}{3} \cdot (1.8) = 0.6$
für $i = 1$:	$d_1 = \frac{1}{3} \cdot (c_2 - c_1) = \frac{1}{3} \cdot (-3) = -1$
für $i = 2$:	$d_2 = \frac{1}{3} \cdot (c_3 - c_2) = \frac{1}{3} \cdot \big(0 - (-1.2)\big) = 0.4$

Zusammenstellung

i	x_i	$\boldsymbol{h_i}$	y_i	a_i	b_i	c_i	d_i
0	0	1	2	2	-1.6	0	0.6
1	1	1	1	1	0.2	1.8	-1
2	2	1	2	1	0.8	-1.2	0.4
3	3	-	2	2	-	0	-

Kubische Polynome

$S_0(x) = 2 - 1.6 \cdot (x - x_0) + 0.6 \cdot (x - x_0)^3$
$S_1(x) = 1 + 0.2 \cdot (x - x_1) + 1.8 \cdot (x - x_1)^2 - 1 \cdot (x - x_1)^3$
$S_2(x) = 1 + 0.8 \cdot (x - x_2) - 1.2 \cdot (x - x_2)^2 + 0.4 \cdot (x - x_2)^3$