


NMIT1 Numerik 1	Serie 10	Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften 
Autor	Rémi Georgiou	
Datum	13. Mai 2015	

NMIT1 - Serie 10

Rémi Georgiou

Aufgabe 1, a)

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 2 \\ 5 & 9 & 1 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 19 \\ 5 \\ 34 \end{pmatrix}, x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$B = -D^{-1} \cdot (L+R) \quad \text{prüfen, ob } \|B\|_{\infty} < 1$$

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}, D^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{8} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{7} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 5 & 2 \\ 5 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} = (L+R)$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{8} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{7} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\frac{5}{8} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{5}{9} & 0 & -\frac{1}{9} \\ -\frac{4}{7} & -\frac{2}{7} & 0 \end{pmatrix} = B \quad \|B\|_{\infty} = \max(|-\frac{1}{8}|, |-\frac{1}{9}|, |-\frac{1}{7}|) = 0,125 < 1$$

Das System konvergiert bezüglich dem Jacobi-Verfahren.

$$b) \quad x^{(1)} = D^{-1} \cdot b - D^{-1} \cdot (L+R) \cdot x^{(0)} = \begin{pmatrix} 2,125 \\ -1,3 \\ 4,5714 \end{pmatrix}$$

$$x^{(2)} = D^{-1} \cdot b - D^{-1} \cdot (L+R) \cdot x^{(1)} = \begin{pmatrix} 1,4405 \\ -1,2024 \\ 3,6667 \end{pmatrix}$$

$$x^{(3)} = D^{-1} \cdot b - D^{-1} \cdot (L+R) \cdot x^{(2)} = \begin{pmatrix} 2,2098 \\ -0,6521 \\ 4,3776 \end{pmatrix}$$

c) absoluter Fehler à posteriori:

$$\|x^{(3)} - \bar{x}\|_{\infty} \leq \frac{\|B\|_{\infty}}{1 - \|B\|_{\infty}} \cdot \|x^{(3)} - x^{(2)}\|_{\infty}$$

$$\left\| \begin{pmatrix} 2,2098 \\ -0,6521 \\ 4,3776 \end{pmatrix} - \bar{x} \right\|_{\infty} \leq \frac{0,125}{0,125} \cdot 0,7693$$

$$\|x^{(3)} - \bar{x}\|_{\infty} \leq \underline{5,3851}$$

$$d) \quad 10^{-4} \leq \frac{\|B\|_{\infty}^n}{1 - \|B\|_{\infty}} \cdot \|x^{(1)} - x^{(0)}\|_{\infty}$$

$$10^{-4} \leq \frac{0,125^n}{0,125} \cdot 1,5714$$

$$\frac{10^{-4} \cdot 0,125}{1,5714} \leq 0,125^n \quad | \log(\cdot)$$

$$-5,09938 \leq n \cdot (-0,057992)$$

$$n \leq 87,9324$$

$$\text{Iterationsschritte } n = \underline{87}$$

NMIT1 Numerik 1	Serie 10	Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften 
Autor	Rémi Georgiou	
Datum	13. Mai 2015	

1e) $10^{-4} \leq \frac{\|B\|_{\infty}^n}{1 - \|B\|_{\infty}} \cdot \|x^{(3)} - x^{(2)}\|_{\infty}$

$10^{-4} \leq \frac{0,875^n}{0,125} \cdot 0,7693$

$\frac{10^{-4} \cdot 0,125}{0,7693} \leq 0,875^n \quad | \log(\cdot)$

$-4,78919 \leq n \cdot (-0,057992)$

$n \leq 82,5836$

Iterationsschritte $n = 82$