

Übung Fehlerkorrektur

Musterlösung

Aufgabe 1

- a) $N=6$, $K=3$ und $R=0.5$
- b) Der Block-Code C ist systematisch und linear, aber nicht zyklisch.
- c) $d_{\min} = w_{\min} = 3$
- => alle Muster mit 1 oder 2 Fehler sind detektierbar
(eigentlich sind nur 7 der 64 möglichen Fehlermuster nicht detektierbar).
- => alle Muster mit 1 Fehler sind korrigierbar

Aufgabe 2

- a) $BER=0.03$ bzw. 3%

Im Durchschnitt ist $31 \cdot 0.03 \approx 1$ Bit pro Codewort fehlerhaft.

- b) Die Wahrscheinlichkeit für m Bitfehler pro Codewort (CW) ist gegeben durch

$$P(m\text{-Fehler pro CW}) = \binom{31}{m} \cdot (1 - 0.03)^{31-m} \cdot 0.03^m$$

m	0	1	2	3	4	5
P()	0.3890	0.3729	0.1730	0.0517	0.0112	0.0019

$$BER \approx 0.3729 \cdot 1/31 + 0.1730 \cdot 2/31 + 0.0517 \cdot 3/31 + 0.0112 \cdot 4/31 + 0.0019 \cdot 5/31 = 0.0299$$

- c) Coderate $R_1 = 21/31 \approx 2/3$

$$P(1 \text{ CW korrekt}) = 0.3890 + 0.3729 + 0.1730 = 0.9349$$

$$P(\text{Meldung mit 105 Infobits bzw. 5 CW korrekt}) = (0.9349)^5 = 0.7142$$

$$P(\text{Meldung mit 1008 Infobits bzw. 48 CW korrekt}) = (0.9349)^{48} = 0.0395$$

Mit Code 1 ist es praktisch unmöglich, längere Meldungen fehlerfrei zu übertragen, ohne fehlerhafte Codewörter nochmals anzufragen (ineffizient).

- d) Coderate $R_2 = 11/31 \approx 1/3$

$$P(1 \text{ CW korrekt}) = 0.3890 + 0.3729 + 0.1730 + 0.0517 + 0.0112 + 0.0019 = 0.9997$$

$$P(\text{Meldung mit 99 Infobit bzw. 9 CW korrekt}) = (0.9997)^9 = 0.9973$$

$$P(\text{Meldung mit 1001 Infobit bzw. 91 CW korrekt}) = (0.9997)^{91} = 0.9731$$

e) Mit Code 2 können die Meldungen viel zuverlässiger übertragen werden als mit Code 1 (mehr redundante Bits). Dafür dauert die Übertragung doppelt so lange wie mit Code 1.

f) ja, $R_3 \approx 2/3 < C_{\text{BSC}}(\epsilon=0.03) = 0.8$ [bit / Kanalbenützung]

$$g) P(\text{Meldung mit 1020 Infobits bzw. 3 CW korrekt}) = (0.9058)^3 = 0.7432$$

h) Vergleich C_1 und C_2 :

Je mehr Redundanz, desto besser ist der Fehlerschutz, auf Kosten der Datenrate.

Vergleich C_1 und C_3 :

Es ist grundsätzlich möglich, Daten mit Rate $R_3 \approx R_1 \approx 2/3$ zuverlässig über den gegebenen BSC zu übertragen. Die Kapazität $C_{\text{BSC}}(\epsilon=0.03) = 0.8$ [bit / Kanalbenützung]. Allerdings muss die Blocklänge dann schon sehr gross sein (komplexer Dekoder).