NMIT1 – Serie 2 — Rémi Georgiou

Aufgabe 1, a)

118559	: 12	=	9879	Rest	B
9879	: 12	=	823	Rest	3
823	: 12	=	68	Rest	7
68	: 12	=	5	Rest	8
5	: 12	=	0	Rest	5
0,999	· 12	=	0,988	Rest	B
0,988	· 12	=	0,856	Rest	B
0,856	· 12	=	0,272	Rest	A
0,272	· 12	=	0,264	Rest	3
0,264	· 12	=	0,168	Rest	3
0,168	· 12	=	0,016	Rest	2
0,016	· 12	=	0,192	Rest	0

$x_0 = (5873B,BBA3320)_{12}$, $\tilde{x}_0 = 0,5873BBB \cdot 12^5$ (abschneiden)

Absoluter Fehler : $|\tilde{x}_0 - x_0| = 0,A332 \cdot 12^{-2}$

Relativer Fehler : $\varepsilon = \dfrac{|\tilde{x}_0 - x_0|}{|x_0|} = \dfrac{0,A332 \cdot 12^{-2}}{0,5873BBBA332 \cdot 12^5}$

$= \dfrac{10 \cdot 12^{-3} + 3 \cdot 12^{-4} + 3 \cdot 12^{-5} + 2 \cdot 12^{-6}}{(118559,999)_{10}}$

Relativer Fehler $\varepsilon = (0,A33 \cdot 12^{-2})_{12} = \dfrac{0,005944439_{10}}{(118559,99)_{10}} = (0,59 \cdot 10^{-7})_{10}$

Rundung: Mantissenlänge $p = 7$, $B = 12$

$\tilde{x}_0 = (5873B,BBA3320)_{12} = rd(0,5873BBBA3320 \cdot 12^5)$

$A \geq \frac{B}{2} \Rightarrow$ "Aufrunden"

$\tilde{x}_0 = 0,5874000 \cdot 12^5$

Absoluter Fehler : $|\tilde{x}_0 - x_0| = 0,188A \cdot 12^{-2}$

Relativer Fehler : $\varepsilon = \dfrac{|\tilde{x}_0 - x_0|}{|x_0|} = \dfrac{0,188A \cdot 12^{-2}}{0,5873BBBA332 \cdot 12^5}$

$= \dfrac{1 \cdot 12^{-3} + 8 \cdot 12^{-4} + 8 \cdot 12^{-5} + 10 \cdot 12^{-6}}{(118559,999)_{10}}$

$\varepsilon = (0,188 \cdot 12^{-2})_{12} = (0,1 \cdot 10^{-2})_{10}$

Aufgabe 1, b)

$f(x) = x^3 - 1{,}6665 \cdot 10^{15}$ (abschneiden)

$f(x_0) = f(118559{,}999) = (0{,}354678 \cdot 10^{11})_{10}$

$f(\tilde{x}_0) = f(118559{,}9) = (0{,}312931 \cdot 10^{11})_{10}$

absoluter Fehler $|f(\tilde{x}_0) - f(x_0)| = (0{,}41747 \cdot 10^{10})_{10}$

relativer Fehler $\dfrac{|f(\tilde{x}_0) - f(x_0)|}{|f(x_0)|} = \dfrac{0{,}41747 \cdot 10^{10}}{0{,}354678 \cdot 10^{11}}$

$= (0{,}117704)_{10}$

$f(x) = x^3 - 1{,}6665 \cdot 10^{15}$ (runden)

$f(x_0) = f(118559{,}999) = (0{,}354678 \cdot 10^{11})_{10}$

$f(\hat{x}_0) = f(118560{,}0) = (0{,}3551 \cdot 10^{11})_{10}$

absoluter Fehler $|f(\hat{x}_0) - f(x_0)| = (0{,}422 \cdot 10^{8})_{10}$

relativer Fehler $\dfrac{|f(\hat{x}_0 - f(x_0)|}{|f(x_0)|} = \dfrac{0{,}422 \cdot 10^{8}}{0{,}354678 \cdot 10^{11}}$

$= (0{,}119 \cdot 10^{-2})_{10}$

Aufgabe 1, c)

$f'(x) = 3x^2$, $K := \dfrac{|f'(x)| \cdot |x|}{|f(x)|}$

$\hat{x}_0 = 0{,}1185599 \cdot 10^{6}$

$K = \dfrac{|f'(\hat{x}_0)| \cdot |\hat{x}_0|}{|f(\hat{x}_0)|} = 159767 = 0{,}159767 \cdot 10^{6}$

a) $K \cdot \dfrac{|\hat{x}_0 - x_0|}{|x_0|} = 0{,}159767 \cdot 10^{6} \cdot 0{,}59 \cdot 10^{-2} = 942{,}625$