1. Die stetige Zufallsvariable X hat die Dichte $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}x & \text{für} \quad 0 \le x \le 4 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

   a) Bestimme die Verteilungsfunktion F(x) und stelle f(x) und F(x) graphisch dar.
   b) Berechne Erwartungswert ,Varianz und die Standardabweichung von X.

2. a) X sei die Augenzahl beim Werfen eines idealen Würfels. Berechne μ_X und σ_X.
   b) S sei die Augensumme beim zweimaligen Werfen des Würfels. Berechne μ_S und σ_S.
   c) Berechne $P(|S-7| \ge 5)$
   d) Schätze die Wahrscheinlichkeit in c) mit der Tschebyscheff Ungleichung ab und vergleiche.

3. Gegeben sind die zwei von einander unabhängigen Zufallsvariabeln X und Y mit den Kennwerten $\mu_X = 40$ $\sigma_X = 15$, $\mu_Y = 85$ $\sigma_Y = 18$.

   a) Berechne E[X+2Y] , V[X+2Y], **b)** Berechne E[X - 2Y] , V[X -2Y], **c)** Berechne $E[X^2]$

4. Die Exponentialverteilung mit mit dem Parameter c hat die

   Kennwerte $\boxed{\mu = \frac{1}{c} \quad \text{und} \quad \sigma^2 = \frac{1}{c^2}}$

   a) Eine neue Waschmaschine hat eine mittlere Lebensdauer von 6 Jahren . Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist sie länger betriebsfähig?
   b) Bei einem bestimmten Autotyp hat man festgestellt, dass nach 8Jahren noch die Hälfte der produzierten Modelle verkehrstüchtig waren. Berechne c sowie μ und σ .

5. Ein Kapital vom Wert S wird in die 3 Titel A, B, C angelegt (sog. Portfolio), die Anteile Renditen und Volatilitäten sind wie folgt festgelegt :

Titel	Anteil	Rendite (= μ)	volatilität (= σ)
A	0.3	6%	5%
B	0.2	2%	1%
C	0.5	4%	6%

   Die Renditen werden als von einander unabhängig betrachtet.
   Berechne die Rendite und Volatilität des Portfolios.

6. Eine Stromsparbirne habe die erwartete Lebensdauer von 2000h. Man nimmt an, dass die Brenndauer exponentiell verteilt sei. Bestimme die Kennwerte von 12 Birnen, wenn man sie hintereinander einsetzt.

7. Ein Hersteller weiss, dass etwa 3% der gefertigten Bauteile defekt sind. Trotzdem werden 2000 Teile ausgeliefert. Der Ersatz eines defekten Teils kostet Fr 80.-
S ist die Summe, die für die Ersatzleistungen aufzubringen ist. Man kalkuliert dafür den Betrag $B = \mu_S + 2\sigma_S$.
   a) Bestimme den Betrag B
   b) Schätze: Mit welcher Wahrscheinlichkeit übertrifft S den Betrag B (mit Tschebyscheff Unglg.

8. **Gesetz der grossen Zahlen**: Sei X eine Indikatorvariable mit Erfolgswahrscheinlichkeit p.
   a) Bestimme μ und σ
   b) Bestimme μ und σ der Durchschnittsvariablen bei $\overline{X}$ bei n Versuchen
   c) Schätze mit der Tschebyscheff Ungleichung $P(|\overline{X} - p| < c)$ ab. Was gilt für grosse n ?

Lösungen Uebungen 11

1a) $F(x) = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ \frac{1}{16}x^2 & 0 \le x \le 4 \\ 1 & x \ge 4 \end{cases}$ b) $\mu = \frac{8}{3}$ $\sigma = \sqrt{\frac{8}{9}}$

2) a) $\mu = 3.5$ $\sigma = 1.71$
   b) $\mu = 7$ $\sigma = \sqrt{2} \cdot 1.71 = 2.42$
   c) 0.06 d) 0.23

3) a) 210 1521 b) -130 1521 c) 1825

4) a) $\frac{1}{e} \approx 0.368$ b) $c = 0.0866$ $\mu = 11.54$ $\sigma = 11.54$

5) r = 4.2% σ = 3.36%

6) μ_S = 24'000h σ_S = 6928h

7) a) μ_S = 4800 σ_S = 610.31 B = 6020.6 b) ≤ 0.25

8) a) $\mu = p$ $\sigma = \sqrt{p(1-p)}$ b) $\mu = p$ $\sigma = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

   c) $P(|\overline{X} - p| < c) \ge 1 - \frac{\sigma^2}{n \cdot c^2} = ... \ge 1 - \frac{1}{4n \cdot c^2}$ Für beliebig kleine c strebt P für grosse n gegen 1.