

1. Gegeben sind die Datenpaare (x / y)

x	2	2	6	7	7	8	8	9
y	11	14	14	16	27	27	27	38

- a) Bestimme die untenstehenden Summen anhand einer Arbeitstabelle.
 b) Gib die Datenpaare in den Taschenrechner ein und berechne durch Ablesen der Summenregister die Summen $\sum x_i$ $\sum x_i^2$ $\sum y_i$ $\sum y_i^2$ und $\sum x_i y_i$
-

2. Varianzberechnung

Für die quadrierte Summe wird auch das Symbol S_{xx} verwendet:

$$S_{xx} = \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2$$

Es gilt $s_x^2 = \frac{S_{xx}}{n-1}$ (= Stichprobenvarianz) resp $S_{xx} = (n-1) \cdot s_x^2$

Ist nur eine Variable im Spiel, so schreibt man auch bloss s^2 .

- a) Verifiziere die Gleichheit der Formeln $S_{xx} = \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2 = \sum_{j=1}^n x_j^2 - n \cdot \bar{x}^2$
 mit den Zahlen 16, 18, 27, 35, 24
 und beweise die Umformung allgemein.
- b) Berechne S_{xx} in Aufg 1) durch Eingabe in den TR und Verwendung der Σ -Register. verwende die Umformung aus a).
- c) Berechne wie in b) sinngemäss S_{yy} .
-

3. Kovarianz

- a) Schreibe S_{xy} als Formel analog zur Formel aus 2) und rechne mit den Daten von Aufg.1).
- b) $s_{xy} = \frac{S_{xy}}{n-1}$ ist die **Kovarianz** (gemeinsame Varianz von x und y), Berechne s_{xy} .
- Bedeutung der Kovarianz: Die Summe S_{xy} summiert die Abweichungsrechtecke von den Mittelwerten. Die Kovarianz ist ein Mass des Zusammengehens der x- und y – Werte. Beachte, dass die Kovarianz ein Vorzeichen hat. Näheres dazu siehe Kapitel lineare Regression
-

4. Berechne die Summen

a) $\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})$ b) $\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left[(x_j - \bar{x})^2 - x_j^2 \right]$

5. Gegeben sind die $n = 4$ Daten $x_i : 3, 7, 11, 4$

Bestimme eine mittlere Grösse c so, dass die Summe $S = \sum_{i=1}^n (x_i - c)^2$ kleinstmöglich wird.

Wie lautet das Resultat allgemein für n Daten?

Was bedeutet dies für die Varianz?

6. **Standardisierung:** gegeben seien die Daten x_1, \dots, x_n . Die Zahlen gebildet durch die Transformation $z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$ heissen Standardisierung. Es gilt $\bar{z} = 0$ $s_z = 1$

Bestimme die Standardisierung der Zahlen aus Aufg 5.

Wenn n Daten x_i $i = 1, \dots, n$ standardisiert sind, wie gross ist dann $\sum_{i=1}^n x_i^2$?

7. eine Variable y ist zusammengesetzt : $y_i = 8 - 5x_i$ $i = 1, \dots, n$ mit Mittelwert $\bar{x} = 7$ und Standardabweichung $s_x = 4$ und $n = 51$

a) berechne \bar{y} und s_y b) berechne $\sum_{i=1}^n y_i^2$

Resultate:

1) a) 49 351 174 44001209

2) a) 230 b) $S_{xx} = 50.875$ c) $S_{yy} = 615.5$

3) a) $S_{xy} = S_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y} = 143.25$ b) 20.46

4) a) 0 b) $-\bar{x}^2$

5) $c = \bar{x}$

6) a) -0.9043 0.2087 1.3217 -0.6260 b) $n-1$

7) $\bar{y} = -27$ $s_y = 20$ $\sum y_j^2 = 57179$