Zürcher
Hochschule
Winterthur

Departement Technik,
Informatik und
Naturwissenschaften

Übung 16: Repetition

1. Huffman-Codierung

Gegeben ist die dargestellte *gedächtnislose* Quelle (DMS) mit dem Symbolalphabet A = {A,B,C,D,E}

a) Bestimmen Sie den mittleren Informationsgehalt (Entropie) H(X) pro Symbol dieser Quelle. Die gezeichnete Folge ist repräsentativ für die Auftretenswahrscheinlichkeiten der Symbole.

b) Komprimieren Sie die Quelle symbolweise mit einem binären Huffman-Code. Zeichnen Sie den Huffman-Baum mit Angaben der Wahrscheinlichkeiten zu allen Knoten.

   Wie gross wird die mittlere Codewortlänge E[L] in [bit/Symbol]?

c) Beurteilen Sie die Optimalität der Huffman-Codierung für dieses Beispiel.

d) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung $P_Y(y)$ am Ausgang des Encoders.

2. Wissensfragen JPEG

a) Wie kommt beim JPEG-Verfahren die Datenkompression zu Stande?

b) Warum werden beim JPEG-Verfahren die quantisierten DCT-Koeffizienten zig-zag und nicht horizontal oder vertikal gescannt (und run-length komprimiert)?

c) Was ist der Hauptnachteil des JPEG-Verfahrens und wie kommt er zu Stande?

3. Block-Code

Gegeben ist ein linearer (7,3) Block-Code C mit der gegebenen Generator-Matrix G:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Bestimmen Sie alle Codewörter von C.

b) Ist C auch zyklisch?

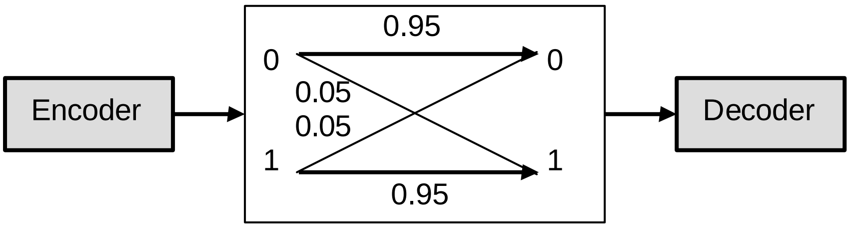
c) Bestimmen Sie die minimale Hamming-Distanz d_{min} von C.

d) Berechnen Sie die Parity-Check-Matrix H.

e) Wozu dient die Parity-Check-Matrix H?

4. Datenübertragung über einen BSC

Der Binary Symmetric Channel (BSC) habe die folgenden Eigenschaften:



a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ohne Forward Error Correction (FEC) eine Meldung mit 100 Infobits fehlerfrei übertragen werden kann.

Für den Fehlerschutz wird nun ein linearer (15,5, t=3) Block-Code eingesetzt.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten P(m) für m=0, m=1, m=2 und m=3 Bitfehler pro Codewort.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Meldung mit 100 Infobits fehlerfrei übertragen werden kann.

d) Wieviel mal länger dauert die Übertragung der codierten Meldung gegenüber der uncodierten Meldung?

5. Zyklische Codes

Gegeben ist ein linearer, zyklischer (3,1) Blockcode C mit dem Generatorpolynom $g(D)=1+D+D^2$.

a) Zeichnen Sie eine Encoder-Schaltung mit einem rückgekoppelten Schieberegister.

b) Bestimmen Sie alle Codewörter $\underline{x}$ von C sowie die minimale Hamming-Distanz d_{min}.

c) Zeichnen Sie eine Syndrom-Schaltung mit einem rückgekoppelten Schieberegister.

d) Bestimmen Sie eine Lookup-Tabelle mit allen möglichen Syndromen $\underline{s}$ und den zugeordneten, korrigierbaren Fehlervektoren $\underline{e}$.

e) Dekodieren Sie mit Hilfe der Syndrom-Lookup-Tabelle das Empfangspolynom $y(D)=1+D^2$ bzw. den Empfangsvektor $\underline{y}$ = [1 0 1].

Bestimmen Sie das Syndrom $\underline{s}$ sowie den zugehörigen Fehlervektor $\underline{e}$.

Musterlösung

1. Huffman-Coding

a) $H(X) = 2$ bit/Symbol

b) $E[L] = 2$ bit/Symbol

c) optimal

d) $P_Y(0) = P_Y(1) = 0.5$

2. JPEG

a) Downsampling Chrominanz-Farbwerte (verlustbehaftet)

Quantisierung der DCT-Frequenzkomponenten (verlustbehaftet)
(natürliche Bilder enthalten vorwiegend tieffrequente Anteile)

Entropy-Coding (RLE und Huffman, verlustlos).

b) Die quantisierte DCT-Koeffizienten-Matrix enthält hauptsächlich oben links von Null verschiedene Werte (tieffrequente Anteile). Zig-Zag-Scanning erzeugt im Mittel die längsten 0-Runs, was die höchste RLE-Datenkompression ergibt.

c) separate Kompression von 8x8-Bildblöcken, unabhängig vom Kontext. Man sieht störende „Rechtecke“ in einem natürlichen Bild, wenn die Kompression gross ist.

3. Block-Code

a) $\underline{x} = \underline{u} \cdot G$ auswerten => C = {[0000000], [1100100], [0110010], [1010110], [0011001], [1111101], [0101011], [1001111]}

b) C ist nicht zyklisch, wie zum Beispiel der Test mit folgendem CW ergibt:
[*0*01100**1**] ➔ [**1***0*01100] ist kein CW

c) Weil der Block–Code C linear ist: Minimale Hamming-Distanz $d_{min} = w_{min} = 3$.

d) Weil G in systematischer Form vorliegt: $G = [P\ I_K]$ und $H = [I_{N-K}\ \ P^T]$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e) Prüfen, ob ein Codewort empfangen worden ist und Bestimmung der korrigierbaren Fehler mit Hilfe des Syndroms $\underline{s} = \underline{y} \cdot H^T = \underline{e} \cdot H^T$ (hängt nur vom Fehler ab).

4. Datenübertragung über einen BSC

a) Diese Wahrscheinlichkeit beträgt: $(0.95)^{100}$ = **0.00592**

b) Mit dem linearen (15,5, t=3) Block-Code:
m = 0: P (0 Fehler pro CW) = 0.46329
m = 1: P (1 Fehler pro CW) = 0.36576
m = 2: P (2 Fehler pro CW) = 0.13475
m = 3: P (3 Fehler pro CW) = 0.03073

c) 100 Infobits entsprechen 20 Codeworte.

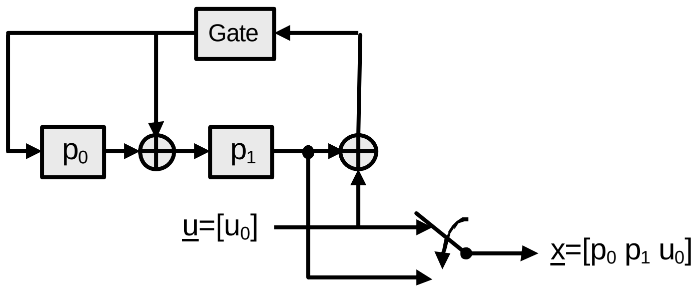
Wahrscheinlichkeit, dass mit Hilfe der Fehlerkorrektur 1 CW korrekt übertragen wird:
P (1 CW korrekt) = 0.46329 + 0.36576 + 0.13475 + 0.03073 = 0.99453.

Wahrscheinlichkeit, dass ganze Meldung mit 20 CW korrekt übertragen wird:
P (20 CW korrekt) = 0.99453^{20} = **0.8961**

d) Drei mal so lange.

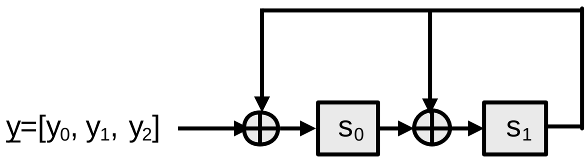
5. Zyklische Codes

a) Encoder-Schaltung für den gegebenen (3,1) Code mit $g(D) = 1+D+D^2$



b) $\underline{u}$=[0] => $\underline{x}$=[0 0 0] und $\underline{u}$=[1] => $\underline{x}$=[1 1 1], d.h. C = {[000], [111]} , d_{min}=3

c) Syndrom-Schaltung für den gegebenen (3,1) Code mit $g(D) = 1+D+D^2$



d) Syndrom-Lookup-Tabelle:

Syndrom $\underline{\mathbf{s}}$	Fehlervektor $\underline{\mathbf{e}}$
0 0	0 0 0
0 1	0 1 0
1 0	1 0 0
1 1	0 0 1

e) Empfang $\underline{y}$=[1 0 1]:

Schritt 1: $\underline{s}$ = [0 1]
Schritt 2: aus Dekodiertabelle $\underline{e}$ = [0 1 0]
Schritt 3: $\underline{x}_e = \underline{y}+\underline{e}$ = [1 1 1] bzw. u_0=1