

El problema de multiplicar enteros (Fuerza bruta vs Karatsuba)

Alejandro Astudillo ROL: 201856539-3 Sebastián Baeza ROL: 202073538-7
Claudio Inal ROL: 201873060-2

30 de junio de 2022

1. Introducción

El objetivo de este informe es verificar el comportamiento de determinados algoritmos destinados a la multiplicación de números binarios. Dichos algoritmos ya están implementados en Python para su utilización en este informe, los cuales corresponden al algoritmo de Fuerza bruta y el de Karatsuba. Mediante una hoja de cálculo seremos capaces de graficar los tiempos de ejecución en función de la cantidad de bits de los números a multiplicar, logrando un análisis cuantitativo y cualitativo.

2. Desarrollo

Haciendo uso de un archivo de prueba (.dat) y mediante Python, creamos 2 archivos ‘ResultadosFuerza-Bruta.csv’ y ‘ResultadosKaratsuba.csv’, los cuales tienen los siguientes encabezados:

- N: cantidad de bits de los números multiplicados, entre 20 y 2000, en intervalos de 20 (20, 40, 60...).
- T(N): tiempo en segundos del tiempo de ejecución, obtenidos con la librería ‘time’ de Python.

Luego cargamos estos resultados en algún servicio de hojas de cálculo, por ejemplo Google Spreadsheet. Haremos la comparación entre los tiempos de ejecución del algoritmo de Fuerza bruta vs el de Karatsuba, graficando N en función de T(N), y el logaritmo natural aplicado a los mismos resultados, a continuación tenemos estos gráficos con Fuerza bruta en azul y Karatsuba en naranja:

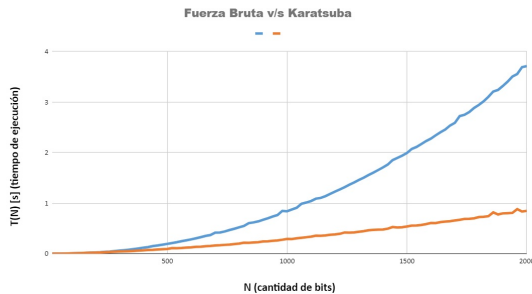


Figura 1: Fuerza bruta vs Karatsuba

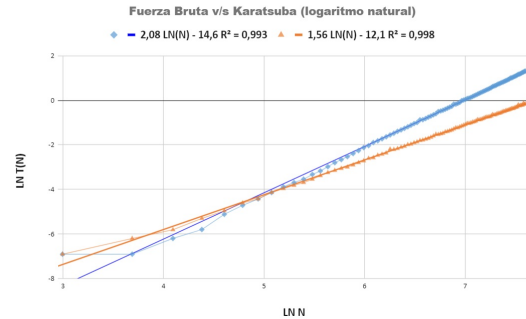


Figura 2: Fuerza bruta vs Karatsuba (ln)

3. Resultados y conclusión

Notamos desde la Figura 1 que el algoritmo de Fuerza bruta tarda mucho más en ejecutar que Karatsuba, a medida que crece la cantidad de bits de los números a multiplicar, desde la teoría esto era un resultado esperado. La utilidad de aplicar logaritmo natural a los resultados, es extraer el exponente de la función de tiempo de ejecución, los cuales (según la teoría) son de la forma $T(n) = Cn^E \in O(n^E)$, aplicando logaritmo natural podemos conseguir una ecuación de la forma $\ln(T(n)) = E \times \ln(n) + \ln(C)$, ahora podemos extraer directamente esos parámetros con una regresión lineal.

Para Fuerza bruta $E = \log_2 4 = 2$ (teoría), en la Figura 2 tenemos que $E = 2,08$ (experimental) con un error relativo porcentual del 4%. Para Karatsuba $E = \log_2 3 \approx 1,58$ (teoría), en la Figura 2 tenemos que $E = 1,56$ (experimental) con un error relativo porcentual del 1,26%.

Podemos concluir que se cumple el objetivo del informe de comprobar cualitativa y cuantitativamente el comportamiento de los algoritmos de Fuerza bruta y Karatsuba para la multiplicación de números binarios.