Rapport de projet département

Cyril NEDERVEEN

Problématique

1 Étude

Afin de mener à bien l'étude sur la (à changer) formations des patterns, il fut nécessaire de d'abord introduire la notion de solution d'équilibre et bifurcation.

Nous rencontrerons principalement des problèmes d'équations différentielles du type :

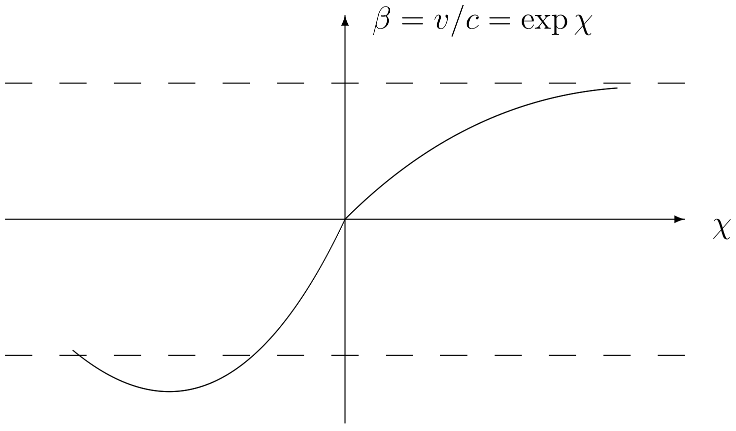
$$\frac{\partial u}{\partial t} = f(u, \mu) \tag{1}$$

où u est une fonction de R^d dépendant du temps et de l'espace, f une fonction de $R^d \times R$ et μ un paramètre de l'équation différentielle. Notament une question que se pose est l'existence de solution ne dépendant pas du temps qu'on appelle solution d'équilibre. On les définit alors comme celles vérifiant $f(\overline{u}, \mu) = 0$.

Une fois ces solutions d'équilibre trouvées, on veut savoir comment le système réagit lors d'une "perturbation", c'est à dire lorsqu'on se déplace légèrement d'un équilibre (au sens de la norme R^d). Deux cas se présentent : soit la solution ne reste relativement pas trop loin soit elle s'éloigne inconditionnellement de la solution d'équilibre initiale. On peut illustrer les deux cas avec le problème élémentaire :

$$\frac{du}{dt} = \mu u \tag{2}$$

Si on suppose μ non nul, alors l'unique solution d'équilibre est 0. à présent on part de la condition initiale $u(0) = u_0 > 0$, alors, pour μ toujours non nul, la solution est $u(t) = u_0 e^{\mu t}$. Donc si $\mu < 0$, la solution converge vers la solution d'équilibre tandis que si $\mu > 0$ la solution diverge totalement :



2 Devoir

$$\frac{\partial z}{\partial t} = D\Delta z + df(c^*)$$
$$\Delta\omega = \lambda\omega$$
$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = (D\lambda + df(c^*))\omega$$

avec ω définit par :

$$\omega(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(\omega)e_n(x) \tag{3}$$

où $e_n(x) = cos(n\pi x)$

$$z(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} s_n(t)e_n(x) \tag{4}$$

Les e_n vérifiant : $\Delta e_n = -n^2\pi^2 e_n$

$$\begin{aligned}\forall n, \frac{ds_n}{dt} &= -(n^2\pi^2)Ds_n(t) + df(c^*)s_n(t)\\ &= (df(c^*) - n^2\pi^2 D)s_n(t)\\ &= B_n s_n(t)\end{aligned}$$

conditions de stabilité 2D :

$$\begin{cases} tr(B_n) & < & 0 \\ det(B_n) & > & 0 \end{cases}$$

a,b fixés (tests num. b=1,3 et a=0,2)

1. - $\exists ? d_{crit}$ tel que $\forall d < d_{crit}, \forall \delta$, le système est stable.
-Pour $d \geq d_{crit}$, comment prédire les modes instables en fonction de δ.

2. résoudre (*) numériquement et vérifier ce qui a été trouvé en 1.

Résolution numérique : le schéma d'Euler explicite est le suivant

$$c^{n+1} = c^n + \delta t(D\Delta c^n + f(c^n)) \tag{5}$$

utiliser zobero + Better bibtex pour la bibliographie latex. voir plus de détails sur le tuto KI

```
*Boucle d'itération
*
I=0.;
P0I = P2;
P5I = P7;
REPETER BLOC 10;
I=I+(2*l);
P1 = I+l 0. ;
P2 = I+(2*l) 0. ;
P3 = I+(l/2) ampl;
P4 = I+(1.5*l) oampl;
P6 = I+l ep ;
P7 = I+(2*l) ep ;
P8 = I+(l/2) (ep+ampl);
P9 = I+(1.5*l) (ep+oampl);
*
*Creations des droites
l01 = PARA 40 P0I P3 P1;
l12 = PARA 40 P1 P4 P2;
l56 = PARA 40 P5I P8 P6;
l67 = PARA 40 P6 P9 P7;
l27 = DROI P2 P7 DINI e1 DFIN e2;
*
P0I = P2;
P5I = P7;
*
*Incrémentation du contour
domega = domega et l01 et l12 et l56 et l67;
*
FIN BLOC;
*
domega = domega et l27;
omega = SURF domega;
```

Figure 1 – Bloc d'itération