# 基本的法則のおさらい等

# まず、座標系を定義します：簡単のため、日本付近で、直交直線(x,y,z)座標をとります ＋時間 t

基準地点から、東西・南北・上に、真直ぐ取る

対象が限定的(例：日本付近)なら、簡単で有用

| 座標 | 速度(風) |
|---|---|
| 東向き x | u |
| 北向き y | v |
| 上向き z | w |

| 座標 | 速度(風) |
|---|---|
| 経度 λ ラムダ | u |
| 緯度 φ ファイ | v |
| 上向き z | w |

西風：
西から東に向かう風
$u > 0$

球座標の方が
煩雑だが、正確

# 気象学では、しばしば、次のような量・記号を使います

＊気象・気候の対象の多くは、
“モノ”ではなくて、“状態”

■座標

◎空間座標

直交直線座標：東向き$x$, 北向き$y$, 上向き$z$

球座標：東向き（経度）$\lambda$、北向き（緯度）$\phi$、上向き$z$

◎時間$t$

■基本的な量と慣用の単位

気圧$p$ [hPa]

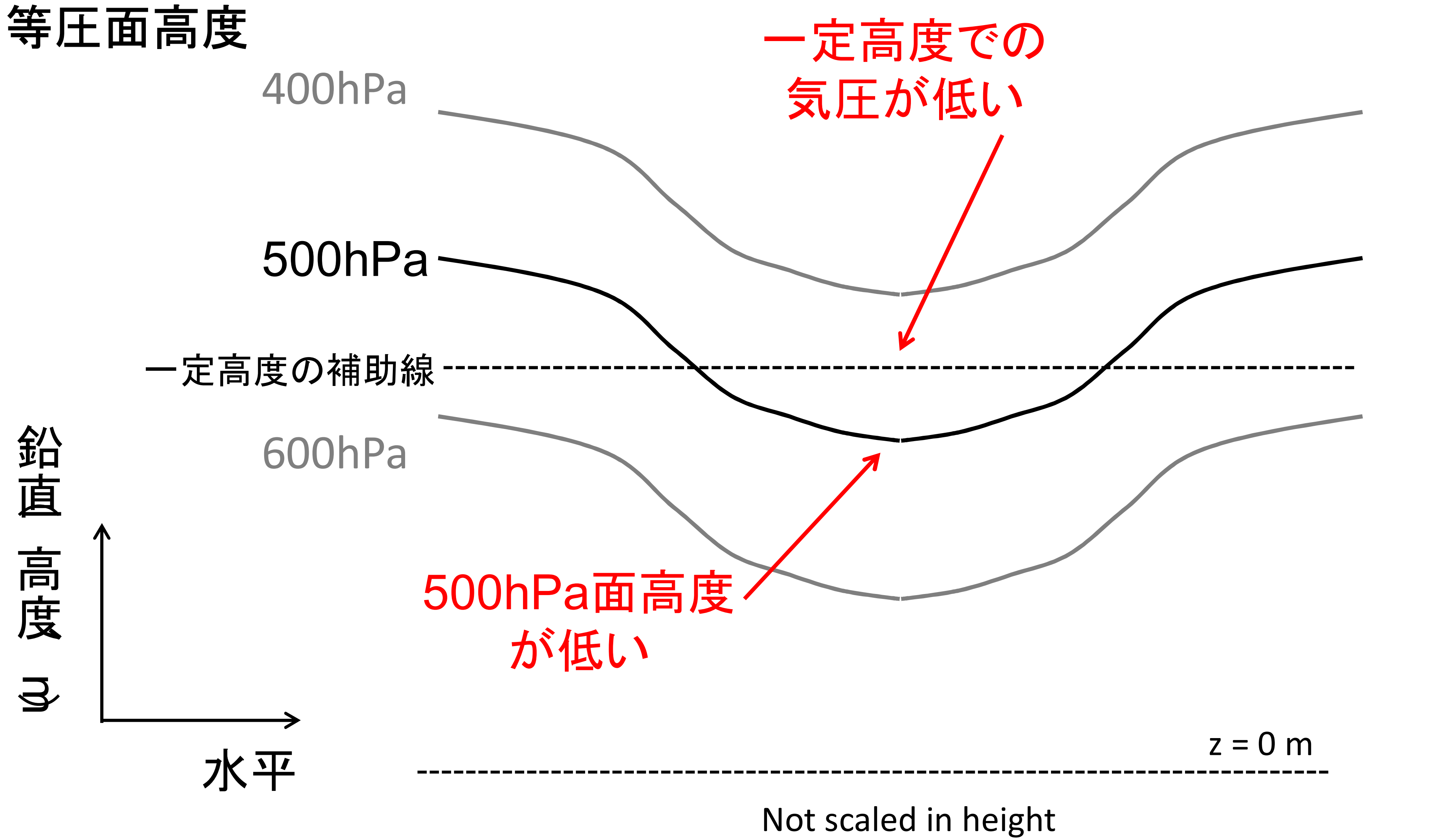
気温$T$ [K]

密度$\rho$ [kg/m$^3$]

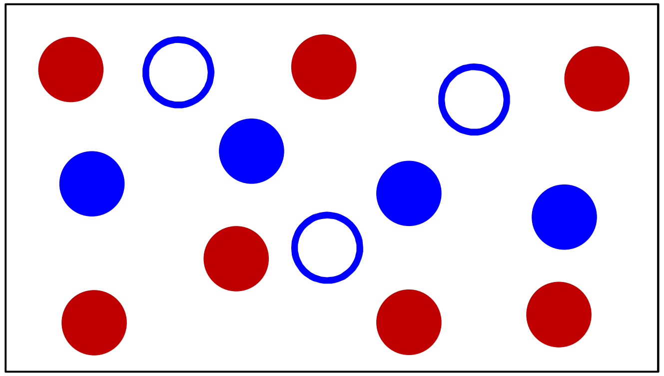
等圧面高度$Z_p$ [m]：気圧が指定値 $p$ になる高度
ジオポテンシャルハイトとも言う

風の３成分（ $u$, $v$, $w$ ）[m/s]

# “等圧面高度”とは？
# その大小は、一定高度での気圧の大小と一致する



# 大気中の水蒸気の多寡には、様々な表現法がある



●：乾燥空気分子
●：水蒸気分子
○：実際には存在しないが、飽和までまだ存在できる水蒸気分子の空席

■共通

温度T，体積V

全圧 p

■乾燥空気

密度$\rho_d = m_d / V$

$m_d$は、質量

■水蒸気

密度$\rho_w = m_w / V$

$m_w$は、質量

■混合比 r [kg/kg]

$r = \rho_w / \rho_d$

■比湿（ひしつ） q [kg/kg]

$q = \rho_w / (\rho_d + \rho_w)$

$= r / ( r + 1 )$

# 水蒸気の多寡は、しばしば、相対湿度RH [%]で表される

著作権に配慮し、
非表示

湿数

RH [%] = 100 × 実際の水蒸気圧 / その気温での飽和水蒸気圧
= 100 × 実際の水蒸気量 / その気温での飽和水蒸気量

参考：佐藤（2019）

# 気象学の方程式の、“おーよそ”のフルセットは. . .
# （Washington and Parkinson 2005を簡略化して書いた）

状態方程式

$$p = \rho R T$$

質量保存

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = 0$$

水蒸気収支

$$\frac{\partial (\rho q)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho q u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho q v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho q w)}{\partial z} = M + \rho E$$

運動方程式
　3成分

$$\begin{pmatrix} \frac{du}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \\ \frac{dw}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix} + \left(-\frac{1}{\rho}\right) \begin{pmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial p}{\partial z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +fv \\ -fu \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$$

気温変化
　熱力学の式

$$C_p \frac{dT}{dt} - \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dt} = Q$$

７個の変数に対して、式が7本ある:
　p, ρ, T, q, u, v, w,
原理的には、初期状態を与えれば、解ける。

M: 凝結による水蒸気量変化
E: 蒸発による水蒸気量変化
Fx, Fy, Fz:　外力
q: 混合比はここではq

# 状態方程式

■一般的な書き方

$p = \rho R T$

皆さんの知っている
$pV = nRT$
と、本質的に同じ

■地球大気にあてはめる

◎乾燥空気（dry air、水蒸気以外全て）

$p_d = \rho_d R_d T$　　気体定数$R_d$= 287 J/(K kg)、

◎水蒸気（water vapor）

$p_w = \rho_w R_w T$　　気体定数$R_w$= 461 J/(K kg)

# 静力学平衡は、次のように導出される

$\Delta p/\Delta z = -\rho g$　$(dp/dz = -\rho g)$

静力学平衡の導出

次の2つの力が釣り合っている

①重力

下向き $mg = (\rho L\ \Delta z)\, g$

②気圧傾度力

上向き $\{ p-(p+\Delta p) \} \times L = -\Delta p\, L$

$\therefore (\rho L\ \Delta z)\, g = -\Delta p\, L$

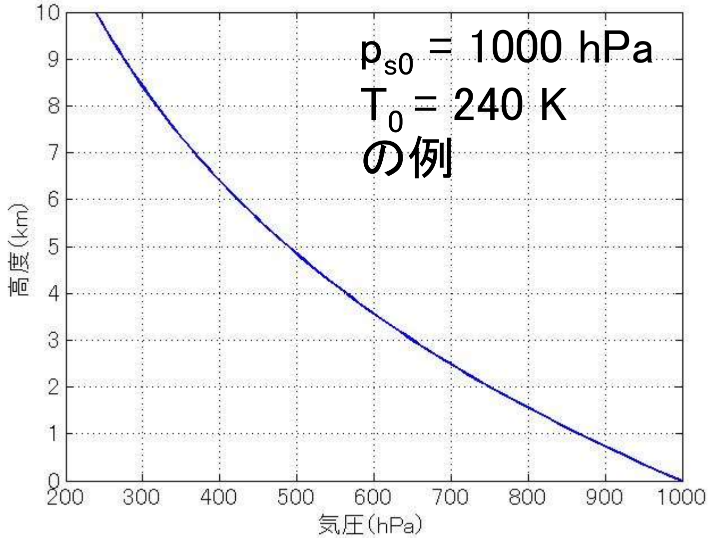
$\Delta p/\Delta z = -\rho g$

↑静力学(静水圧)平衡

座標

z

# ＊状態方程式と静力学平衡を組み合わせて、さらに気温分布を仮定すると、気圧分布を決定できる




状態方程式 $p = \rho R T$

静力学平衡　$dp/dz = -\rho g$

　から、ρを消去すると、

$dp/dz = -p\, g / (R\, T)$ となり、

　T の分布を適当に与えれば、pを決定できる。

$T = T_0$ [K] （一定値）、$p = p_{s0}$ [hPa] at $z = 0$ とすると、

$p = p_{s0} \exp(-z/H)$ と決定できる。

　$H = R\, T_0 / g$ とおいた（スケールハイト）。$T_0 = 240$ K とすると、H≒7 km。

　気圧 p は、上空に H≒7 km行くごとに、1/e倍になる。

気温は高さ方向に線型分布であるとしても、およそ同じ結果になる。

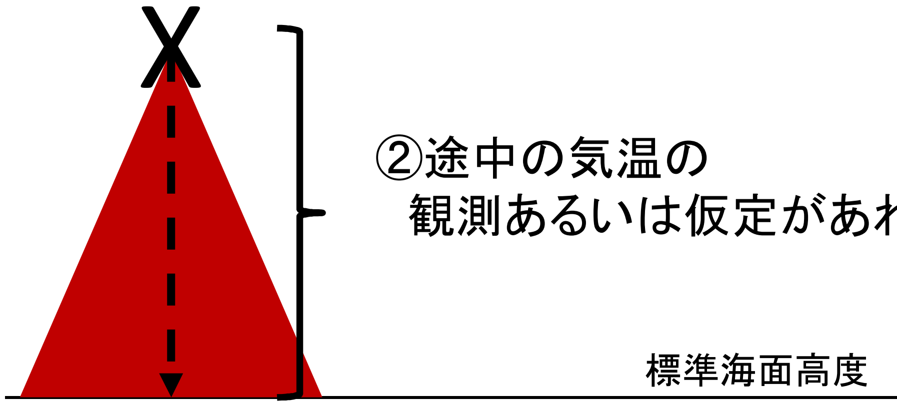
# 同様の考えで、海面更正気圧を求めることができる

著作権に配慮し、
非表示

https://www.jma.go.jp/bosai/weather_map/

$$dp/dz = -p\,g\,/\,(R\,T)$$

①観測地点　→気圧・気温の観測値




②途中の気温の
観測あるいは仮定があれば、

③標準海面高度での気圧を計算できる
→海面更正気圧

# 日本列島規模では、地衡風*がよい近似である:
# *気圧傾度力とコリオリの力のつり合い下で吹く風

## 気圧傾度力とコリオリの力

$$u = -\{1/(f\rho)\}(\partial p/\partial y)$$
$$v = +\{1/(f\rho)\}(\partial p/\partial x)$$
$$f = 2\,\Omega\,\sin\phi$$

■気圧傾度力 $-(1/\rho)\nabla p$

向き

　気圧の高い方から低い方

大きさ

　気圧差(気圧傾度)に比例

＊混雑した電車のようなもの

■コリオリの力 $(+f\,v,\ -f\,u,\ 0)$

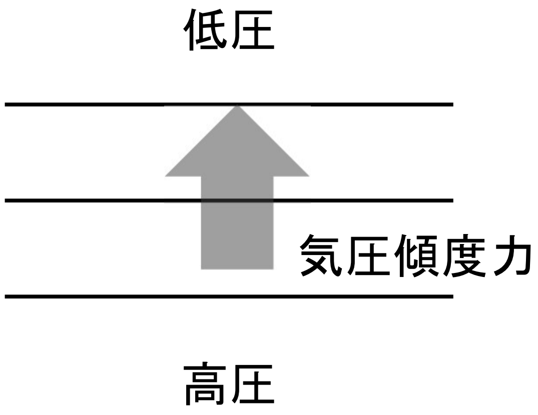
向き(北半球では)

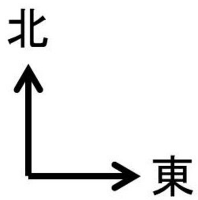
　流れに直角右向き

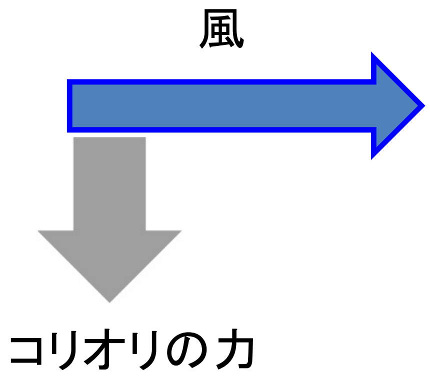
大きさ

　風速とサイン緯度に比例

　(赤道:0度、北極:+90度)

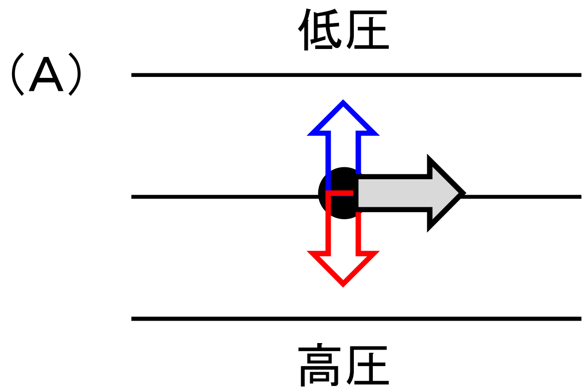


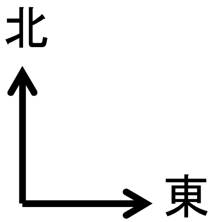



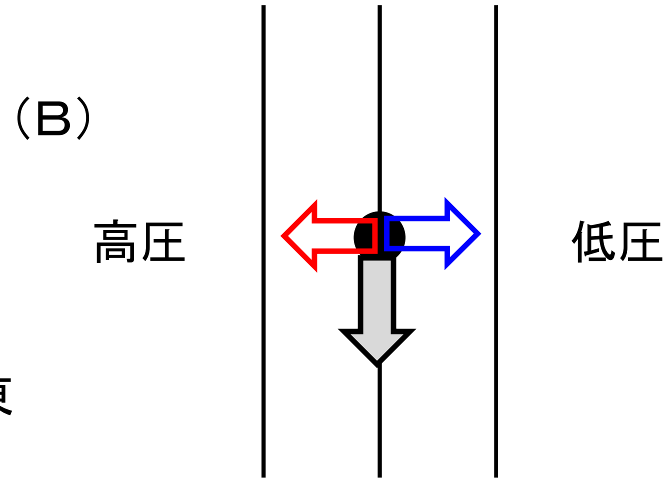



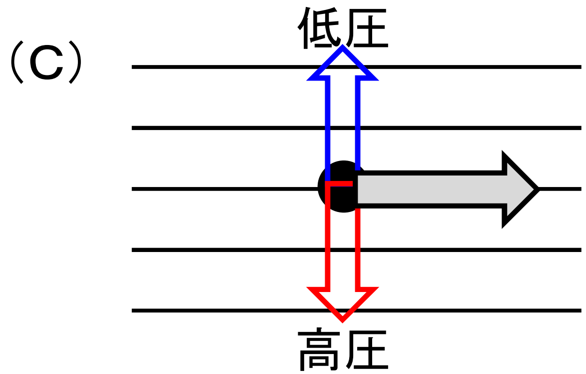
# 以下の各場合に、図の中心付近の空気について、気圧傾度力、コリオリの力、地衡風を図示せよ

## 地衡風の練習




■地衡風の特徴

等圧線に平行、高圧部を右手に見る向き

（後者は北半球での特徴）

等圧線の込み具合（密集具合）に比例

参考：実線は等圧線。明示された条件以外は、共通とする。地学1から

# 温度風：北への温度減少が大きいほど、上に西風が強くなる
## ＊温度風は、地衡風の別の特徴を指す言い方

北半球中緯度で

$$\Delta p = -\ (p\ g\ \Delta z) / (R\ T)$$
$$\fallingdotseq -\ (p_{s0}\ g\ \Delta z) / (R\ T)$$

中緯度では、南北気温差が付き物（不可避）
ということは、偏西風が付き物

著作権に配慮し、
非表示

参考：廣田（1992）

# 地衡風$u = -\{1/(f\ \rho)\}\ \partial p/\partial y$と、状態方程式・静力学平衡を組み合わせる

卓越する二項は、

$\partial u/\partial z = -\{g/(f\ T)\}\ (\partial T/\partial y)$： 温度風の式と言う

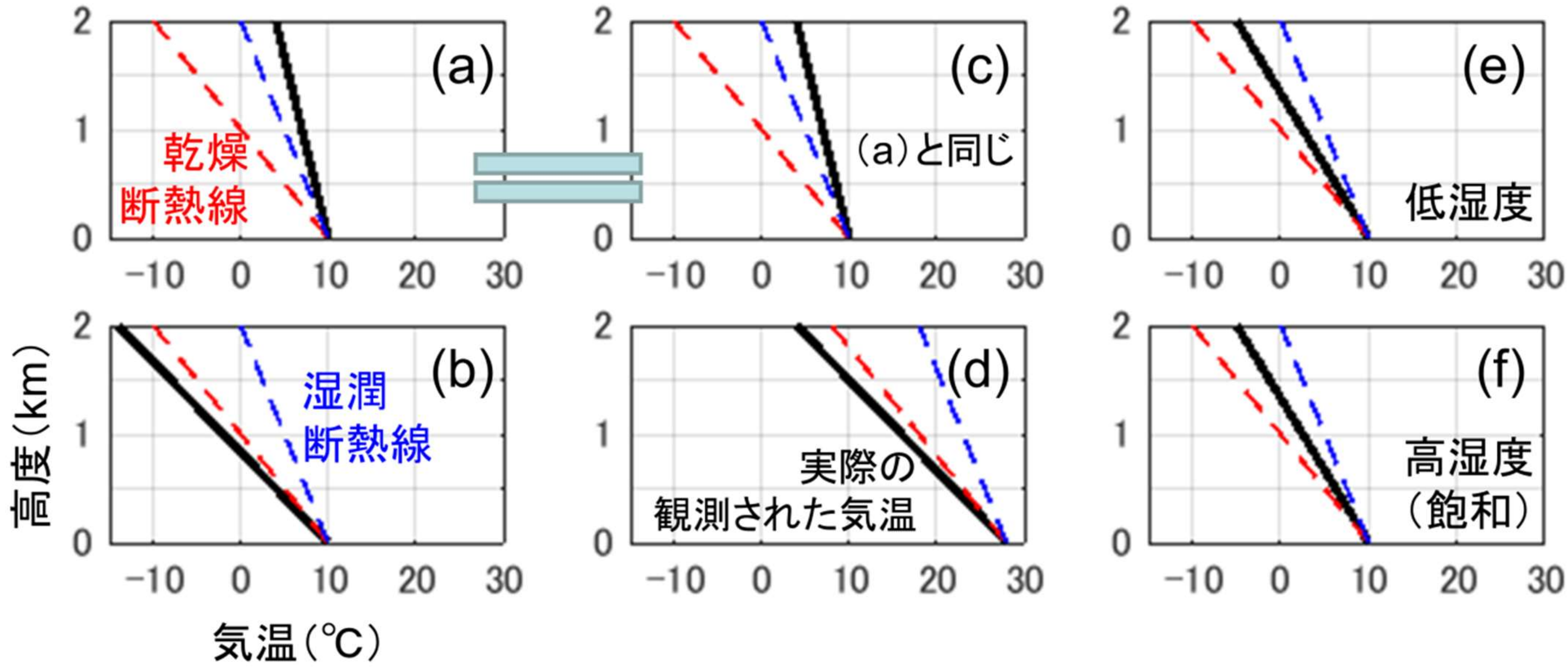
（導出は、たとえば、浅井他2000、p50。
地衡風の式で、ρを消去して、zで偏微分する）

①定性的には、
気温が北に向かって下がると、上に向かって西風が強くなる
⇒北半球中緯度上空では、西風が想定される
（地表では摩擦のため風≒0だから）

②定量的には、
気温低下と、西風強化の程度は、比例する
⇒水平面で等温線が密集しているところは、
上下方向の風の変化が大きい

# 次の6つの状態の安定性を判定し、成層不安定の条件を考えよう

安定性の判定

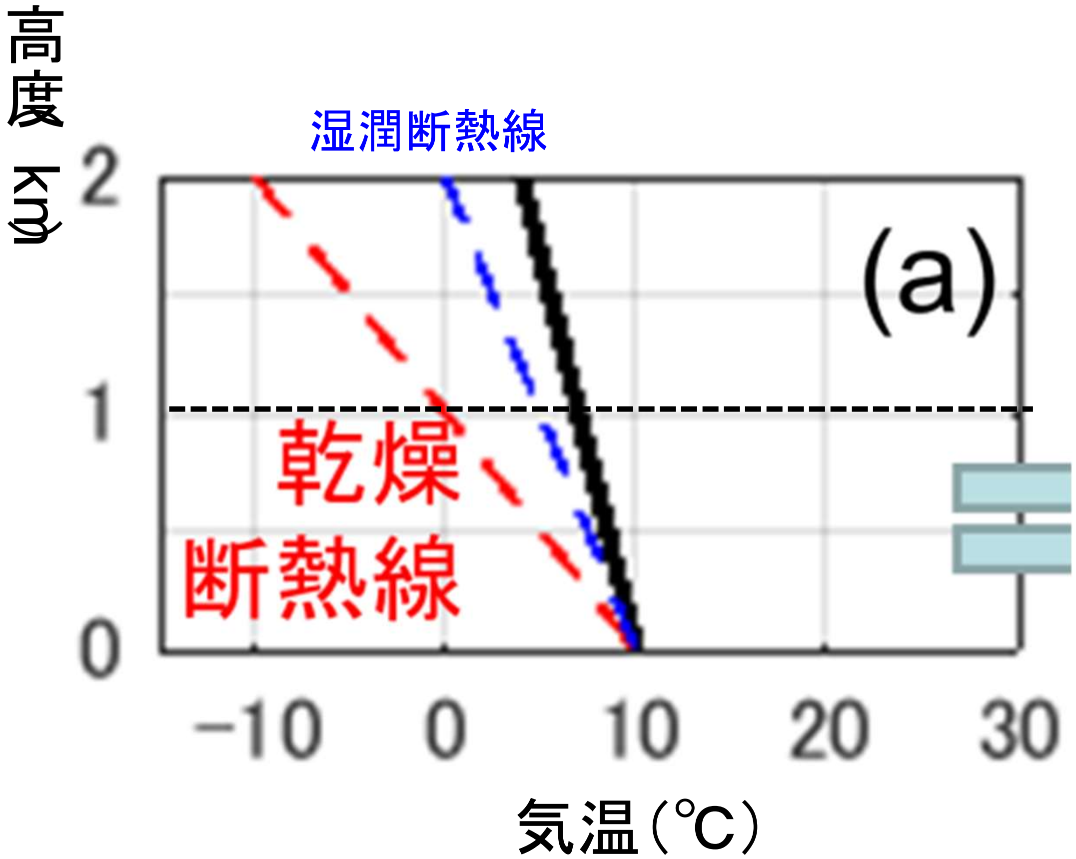



乾燥断熱減率Γd:凝結がない場合に、空気が断熱で上下する際の気温減率

湿潤断熱減率Γm:同じく、凝結が続く（飽和を保つ）場合の気温減率

# 次のような手順（“お作法”）にしたがって、
# 気温分布 (a) は安定と判定される

## 安定性の判定



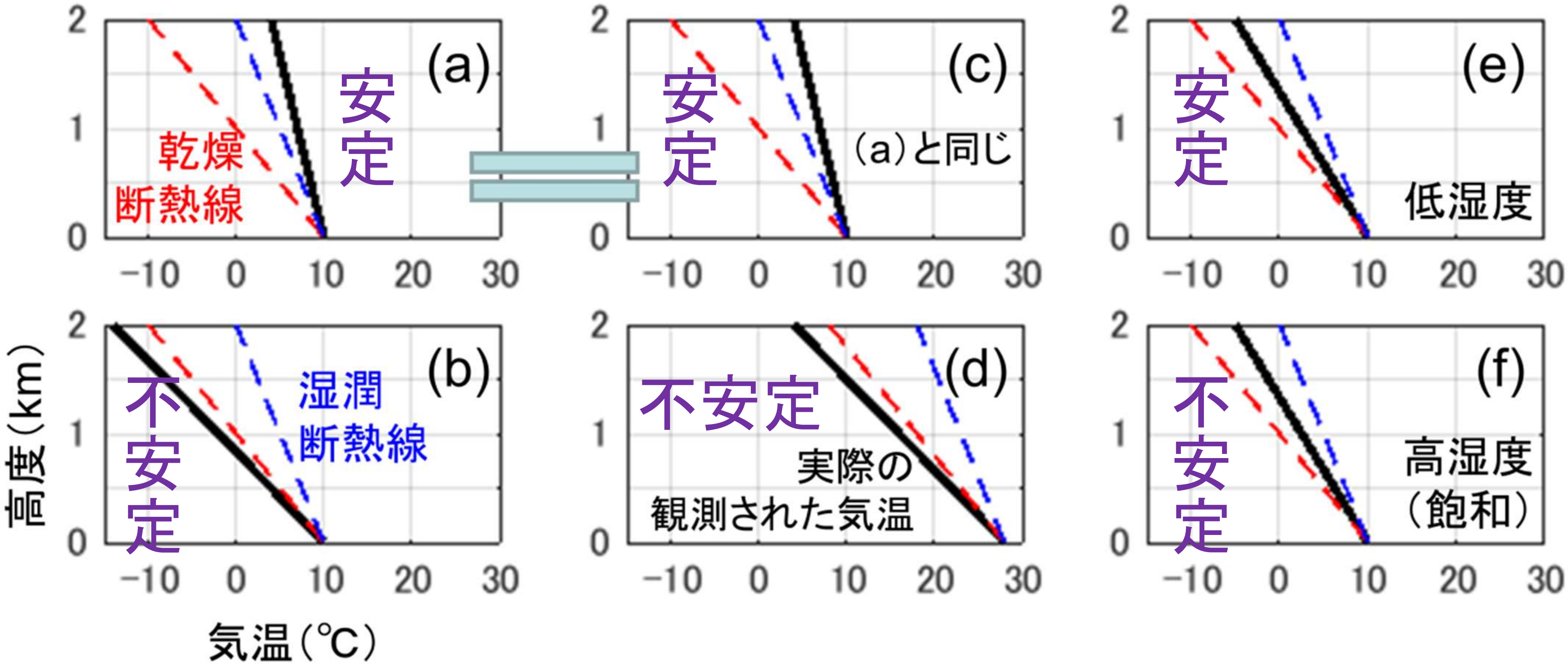

2つの断熱線は、切片
（地表での気温の値）を合わせて書く

①想像上、
目の前の空気を袋に入れる

②それを、断熱的に上昇させる
乾燥（不飽和）なら、
乾燥断熱線で変化
飽和なら、
湿潤断熱線で変化

③②のいずれにせよ、
断熱上昇した空気は、
周囲の空気より低温で、
重い（高密度）

⇒手を放すと、自然に下降する
“安定”




もともと安定な状態を、不安定化させるには、

上層（上空）の気温を、 低くする

下層の気温を、 高くする

湿度を、 高くする

この方法は、もっとも素朴なもの。
SSIは、より進んだ・定量的尺度。定性的な結果は同じ。