

Augusto Cesar Ribeiro Nunes

Adaptação do algoritmo *Particle Swarm Optimization* (PSO) para identificação de *clusters* espaciais

Brasília, Brasil

Junho de 2017

Augusto Cesar Ribeiro Nunes

**Adaptação do algoritmo *Particle Swarm Optimization*
(PSO) para identificação de *clusters* espaciais**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
para obtenção do título de Bacharel em Esta-
tística.

Universidade de Brasília
Departamento de Estatística
Graduação

Orientador: André Luiz Fernandes Cançado

Brasília, Brasil
Junho de 2017

Augusto Cesar Ribeiro Nunes

Adaptação do algoritmo *Particle Swarm Optimization* (PSO) para identificação de *clusters* espaciais/ Augusto Cesar Ribeiro Nunes. – Brasília, Brasil, Junho de 2017-55 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: André Luiz Fernandes Cançado

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade de Brasília
Departamento de Estatística
Graduação, Junho de 2017.

1. Estatística Espacial. 2. Detecção de Conglomerados. 2. Particle Swarm Optimization. I. André Luiz Fernandes Cançado. II. Universidade de Brasília. III. Departamento de Estatística. IV. Adaptação do algoritmo *Particle Swarm Optimization* (PSO) para identificação de *clusters* espaciais

Resumo

Este Trabalho de Conclusão de Curso contrapõe o *Scan* Circular de Kulldorff e uma implementação do BPSO para a Análise e Identificação de *Clusters* em um mapa de 203 hexágonos regulares e avalia ambos quanto ao seu Poder, Sensibilidade e Valor Preditivo Positivo.

Palavras-chave: Estatística Espacial. *Particle Swarm Optimization*. *Binary Particle Swarm Optimization*.

Abstract

This is the english abstract.

Keywords: latex. abntex. text editoration.

Lista de ilustrações

Lista de tabelas

Tabela 1 – Ilustração de diferenças entre atributos do PSO original e PSO binário. 27

Lista de abreviaturas e siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
abnTeX	ABsurdas Normas para TeX

Lista de símbolos

Γ	Letra grega Gama
Λ	Lambda
ζ	Letra grega minúscula zeta
\in	Pertence

Sumário

	Introdução	15
I	A ANÁLISE E IDENTIFICAÇÃO DE <i>CLUSTERS</i>	17
1	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA DE ANÁLISE DE <i>CLUSTERS</i> . . .	19
1.1	De maneira geral	19
1.2	Neste trabalho	20
II	O ALGORITMO <i>PARTICLE SWARM OPTIMIZATION</i> (PSO) E SUA VARIANTE BINÁRIA	21
2	CONCEITUAÇÃO DA VERSÃO TRADICIONAL DO ALGORITMO	23
2.1	Origem	23
2.2	Contexto de Otimização	23
2.3	Abordagem utilizando um Fator de Constrição K	25
3	O PSO BINÁRIO	27
III	REFERENCIAIS TEÓRICOS	29
IV	RESULTADOS	33
4	LECTUS LOBORTIS CONDIMENTUM	35
4.1	Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae	35
5	NAM SED TELLUS SIT AMET LECTUS URNA ULLAMCORPER TRISTIQUE INTERDUM ELEMENTUM	37
5.1	Pellentesque sit amet pede ac sem eleifend consetetur	37
6	CONCLUSÃO	39
	REFERÊNCIAS	41

APÊNDICES	43
APÊNDICE A – QUISQUE LIBERO JUSTO	45
APÊNDICE B – NULLAM ELEMENTUM URNA VEL IMPERDIET SODALES ELIT IPSUM PHARETRA LIGULA AC PRETIUM ANTE JUSTO A NULLA CURABI- TUR TRISTIQUE ARCU EU METUS	47
ANEXOS	49
ANEXO A – MORBI ULTRICES RUTRUM LOREM.	51
ANEXO B – CRAS NON URNA SED FEUGIAT CUM SOCIIS NA- TOQUE PENATIBUS ET MAGNIS DIS PARTURI- ENT MONTES NASCETUR RIDICULUS MUS	53
ANEXO C – FUSCE FACILISIS LACINIA DUI	55

Introdução

Se conceituarmos, ingenuamente, a Estatística como um compêndio de metodologias que tem como objetivo a descrição da variabilidade presente em processos, podemos entender a Estatística Espacial como tão somente a aplicação de metodologias adequadas a observações distribuídas de maneira espacial.

Seu desenvolvimento como área da Estatística Moderna acompanhou intimamente e de maneira concomitante estudos em diversas áreas do conhecimento e, como em inúmeras outras aplicações, foi fortemente impulsionado pelo aumento significativo tanto da disponibilidade quanto do poder computacional nas últimas décadas.

Há ainda a importante distinção entre problemas meramente espaciais e aqueles onde o tempo é uma dimensão não-desprezível. Processos espaço-temporais são, via de regra, tratados de maneira diferente em relação àqueles sem a presença da componente temporal. Este trabalho lida com um problema não-estocástico, ainda que o mesmo possa ser adaptado de forma a acomodar adequadamente a dimensão temporal.

Como tema em Estatística Espacial, o problema de análise de *clusters* consiste em, supondo um certo processo aleatório que ocorre em um espaço delimitado, avaliar se o mesmo ocorre de maneira meramente aleatória ou se há a presença de um padrão definidor da presença de um conglomerado, ou seja, um *cluster*. A etapa de identificação consiste em descrever, sob o sistema de referência, qual é o conglomerado identificado. As heurísticas dedicam-se primariamente à etapa de análise do conglomerado, à investigação de sua presença ou ausência, sendo a etapa de identificação executada em um segundo momento e decorrendo da primeira. Uma definição formal e útil é apresentada em 1.1, o caso particular deste Trabalho de Conclusão de Curso é dada em 1.2.

Uma heurística tradicional para a detecção de *clusters* é o Algoritmo do *Scan* Circular de Kulldorff, proposto em (KULLDORFF, 1997), descrito em maiores detalhes sob sua forma não-estocástica em ???. Este algoritmo simples e versátil, e cujo uso perpassa diversas áreas da ciência aplicada (KULLDORFF, 1999), sofre de uma limitação potencialmente grave sugerida pelo seu próprio nome: o formato circular de sua janela de análise pode diminuir seu poder na detecção de *clusters* não-regulares. O *Scan* Circular de Kulldorff é a primeira metodologia de identificação de *clusters* implementada neste trabalho.

Deixando temporariamente a Estatística de lado e voltando os olhos para a Ciência da Computação, na década de 1960 quatro metodologias diferentes foram desenvolvidas de maneira mais ou menos independente e compõem o paradigma que hoje é conhecido como Computação Evolucionária. Como o nome sugere, as heurísticas desse tipo inspiram-se em

maior ou menor grau nos mecanismos evolutivos da natureza: conceitos como "população", "seleção", "competição", "mutação" etc. são encontrados em abundância na literatura da área, como descrito em (FOGEL, 1994) e (BACK; HAMMEL; SCHWEFEL, 1997). Em termos gerais, a motivação por trás de tais desenvolvimentos foi a demanda crescente por sistemas com um certo nível de autonomia, ou que disponham de um certo nível de *inteligência*, ainda que rudimentar (dada a escassa capacidade computacional da época) e que algumas abordagens façam um contraponto entre "evolução" e "inteligência".

Uma das aplicações mais promissoras dos algoritmos desenvolvidos sob a perspectiva da Computação Evolucionária é a de problemas de otimização. Destas, uma heurística muito geral e poderosa envolve o que os autores chamaram de "Enxame de Partículas" (*Particle Swarm*), que daria origem ao Algoritmo *Particle Swarm Optimization*, ou PSO (EBERHART; KENNEDY, 1995). O PSO também empresta termos que até então eram utilizados em outros contextos, e sua motivação admitidamente advém do vôo de pássaros e peixes em cardume. Decididamente, em sua aplicação o algoritmo provou-se uma heurística versátil e poderosa em uma grande gama de problemas, como mostra (SHI et al., 2001). O PSO é descrito com maiores detalhes em ??.

Entretanto, uma limitação da proposição original do PSO era a de que aplicava-se apenas a contextos de otimização real, ou contínua. Em (KENNEDY; EBERHART, 1997) os próprios autores da heurística original propuseram adaptações que possibilitaram que o mesmo pudesse ser utilizado em contextos de otimização discreta, a este algoritmo adaptaram deram o nome de *Binary Particle Swarm Optimization*, ou BPSO. O BPSO é a segunda metodologia de detecção de *clusters* aqui implementada: espera-se que ele seja mais versátil na detecção de *clusters* com formatos *irregulares* quando comparado ao *Scan Circular* de Kulldorff, e que não seja inaceitavelmente pior que ele quando da detecção de *clusters* circulares.

O mapa composto por 203 hexágonos utilizado aqui é descrito em ??. A distribuição dos 406 casos é feita de 4 maneiras diferentes, cada uma representa um formato de *cluster* conhecido e que desejamos que os algoritmos sejam capazes de detectá-los. Estes 4 cenários são descritos em ??

Os procedimentos de simulação utilizados envolvem Simulação de Monte Carlo para o *Scan Circular* de Kulldorff e o BPSO, descritos em ??.

Parte I

A análise e identificação de *clusters*

1 Descrição do problema de análise de *clusters*

1.1 De maneira geral

([CRESSIE, 2015](#)) conceitua três tipos de dados mais comumente encontrados nos problemas de Estatística Espacial:

- Dados pontuais: Coordenadas (X_i, Y_i) de ocorrência ou presença de cada i -ésimo evento;
- Dados de área: Não dispomos da referência exata do evento mas sim de dados de contagem do mesmo em uma certa região do Espaço Geográfico;
- Dados de superfície: A tripla (X_i, Y_i, Z_i) indica, além das coordenadas de ocorrência do i -ésimo evento, uma medição Z_i do mesmo.

Claramente, estas três estruturas de dados apresentam uma certa equivalência e eventualmente - de acordo com a natureza do problema - pode ser mais indicado utilizar uma ou outra.

Resgatando a *definição* informal dada na Introdução do trabalho: a análise de *clusters* dedica-se à avaliação de um certo fenômeno que ocorre no espaço quanto à homogeneidade do mesmo. Supondo que dispomos de dados pontuais de ocorrência, uma das abordagens possíveis para este problema é apresentada em ([DIGGLE, 2013](#)), sob o que ele chama de *Complete Spatial Randomness Hypothesis*, ou Hipótese de Aleatoriedade Espacial Completa, que prescreve duas suposições:

1. O número de eventos em um região planar A de área $|A|$ segue uma distribuição de Poisson com média $\lambda|A|$;
2. Dados n eventos x_i na região A , os x_i são uma amostra aleatória da distribuição uniforme em A .

A abordagem consiste então em testar essa hipótese, em particular suas suposições. O foco principal neste trabalho está em testar a primeira hipótese, de que a *intensidade* λ de ocorrência é constante. A hipótese CSR é apresentada como uma abordagem inicial a ser realizada ainda na fase exploratória do estudo.

1.2 Neste trabalho

Parte II

O Algoritmo *Particle Swarm Optimization* (PSO) e sua variante Binária

2 Conceituação da Versão Tradicional do Algoritmo

2.1 Origem

O algoritmo PSO é uma técnica de otimização estocástica baseada em populações originalmente proposta em (EBERHART; KENNEDY, 1995). Sua tradução como *Otimização usando Enxame de Partículas* sugere sua motivação metafórica no comportamento observado em um modelo social, particularmente aves em revoada à procura de comida.

2.2 Contexto de Otimização

Supondo que o problema alvo tenha n dimensões e uma população de partículas, que representam soluções para o problema e movem-se em um espaço de busca a procura de soluções melhores. Cada partícula tem um vetor de posição X_i e um vetor de velocidade V_i , que são representados no espaço n -dimensional como $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$ e $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in})$, respectivamente, e também uma memória da melhor posição que ocupou no espaço de busca até o presente momento ($Pbest_i$) bem como a melhor localização encontrada até então por todas as partículas no *enxame* ($Gbest$), que são representadas no espaço n -dimensional como $Pbest_i = (x_{i1}^{Pbest}, x_{i2}^{Pbest}, \dots, x_{in}^{Pbest})$ e $Gbest = (x_1^{Gbest}, x_2^{Gbest}, \dots, x_n^{Gbest})$, respectivamente.

A cada iteração, a velocidade da i -ésima partícula é atualizada de acordo com a seguinte equação no algoritmo PSO:

$$V_i^{k+1} = \omega V_i^k + c_1 r_1 \times (Pbest_i^k - X_i^k) + c_2 r_2 \times (Gbest^k - X_i^k) \quad (2.1)$$

onde,

- V_i^{k+1} é a velocidade da partícula i na iteração $k + 1$,
- V_i^k é a velocidade da partícula i na iteração k ,
- ω é o parâmetro de peso inercial,
- c_1 e c_2 são coeficientes de aceleração,
- r_1 e r_2 são números aleatórios entre 0 e 1,

- X_i^k é a posição da partícula i na iteração k ,
- $Pbest_i^k$ é a melhor posição da partícula i até a iteração k ,
- $Gbest^k$ é a melhor posição global das partículas até a iteração k .

Em (KENNEDY, 1997), o autor apresenta uma interpretação do algoritmo, mais especificamente da equação 2.1, sob a perspectiva da Psicologia Social separando-a em dois termos:

- O primeiro termo, chamado de "Termo Cognitivo", baseia-se na noção de que comportamentos aleatórios que são seguidos por reforços positivos tornam-se mais prováveis no futuro;
- O segundo termo, chamado de "Termo Social", fundamenta-se no conceito de que a observação de um comportamento cuja cognição é correta, válida ou consistente deve resultar na imitação deste comportamento pelo observador.

Neste processo de atualização de velocidades, os coeficientes de aceleração estocástica c_1 e c_2 e o peso inercial ω são pré-definidos e são responsáveis por acelerar a partícula na direção de $Pbest_i^k$ e $Gbest^k$ respectivamente: valores pequenos para estes coeficientes fazem com que as partículas percorram trajetórias distantes dos pontos ótimos - locais ou global - e valores grandes resultam em movimentos abruptos na direção dos pontos ótimos. Uma escolha adequada do peso inercial ω provê um equilíbrio entre explorações locais e globais das partículas, reduzindo assim o número necessário de iterações até que um ponto de ótimo seja encontrado. Uma das escolhas, proposta em (KENNEDY et al., 2001) e chamada de *Inertia Weight Approach* (IWA), consiste em defini-lo da seguinte maneira:

$$\omega = \omega_{\max} - \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\text{Iter}_{\max}} \times \text{Iter} \quad (2.2)$$

onde

- ω_{\max} e ω_{\min} são os pesos inerciais final e inicial, respectivamente,
- Iter_{\max} é o número máximo de iterações,
- Iter é o número atual da iteração.

Cada indivíduo movimenta-se da posição atual para a seguinte com a velocidade modificada 2.1 usando a equação

$$X_i^{k+1} = X_i^k + V_i^{k+1} \quad (2.3)$$

2.3 Abordagem utilizando um Fator de Constrição K

Após a apresentação inicial do algoritmo uma série de abordagens derivadas foram propostas, no entanto sempre sob a perspectiva empírica da aplicação da heurística em certos contextos (BERGH, 2001). Um dos estudos que se debruçam sobre a fundamentação matemática do algoritmo é (CLERC; KENNEDY, 2002). A abordagem deste trabalho trata as equações 2.1, 2.2 e 2.3 como equações de diferenças, e portanto reduzindo o procedimento de busca do algoritmo a um problema de análise de autovalores de forma a garantir sua convergência em termos globais e evitar a convergência "prematura" para ótimos locais. Uma das conclusões dos autores foi a de que o PSO sem o Termo Social apresenta uma performance inaceitável, ou seja, o aspecto colaborativo do algoritmo é fundamental para sua eficiência; a segunda e talvez mais importante é a de que para garantir as características de convergência citadas - a "explosão" do algoritmo era até então controlada utilizando uma restrição V_{max} - é necessária a introdução do que chamaram de "Fator de Constrição K", que modifica a equação 2.1 da seguinte forma:

$$V_i^{k+1} = K \left[\omega V_i^k + c_1 r_1 \times (Pbest_i^k - X_i^k) + c_2 r_2 \times (Gbest^k - X_i^k) \right] \quad (2.4)$$

com

$$K = \frac{2}{|2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}|}, \varphi = c_1 + c_2, \varphi > 4$$

Os autores mostraram que 2.4 resulta em garantia de convergência, ao contrário da abordagem que utilizava a restrição V_{max} .

3 O PSO binário

Em (KENNEDY; EBERHART, 1997) os autores, motivados pela presença de inúmeros contextos onde a otimização é feita em espaços discretos, exigem algumas modificações, notadamente:

1. Começando pelo espaço de busca, que deixa de ser n-dimensional em \mathbb{R}^n e passa a ser um hipercubo, onde a posição da partícula é representada por uma *string* (ou um vetor) de *bits*, atualizada a cada iteração.
2. A velocidade da partícula deixa de ser descrita por 2.1 ou 2.4 e similares, e passa a ser descrita pela Distância de Hamming, ou o número de *bits* modificados na *string* de *bits* da partícula a cada iteração: uma partícula com *velocidade* nula neste contexto é aquela cuja *string* de posição não teve nenhum *bit* modificado entre as iterações t e $t + 1$, da mesma forma que uma partícula com velocidade máxima é aquela onde todos os *bits* de seu vetor de posições foram modificados

Tabela 1 – Ilustração de diferenças entre atributos do PSO original e PSO binário.

Atributo	PSO Original	PSO binário
Espaço de Busca A	$A \subseteq \mathbb{R}^D$	$A \subset \{0, 1\}^D$
Posição	Vetor real D-dimensional definido em 2.3	<i>String</i> binária D-dimensional
Velocidade da partícula	Vetor a partir de 2.1, 2.4	Distância de Hamming e similares
Velocidade de cada componente	Componentes do vetor 2.1, 2.4 e similares	

Fonte: Produzido pelos autores.

Nota: Esta é uma nota, que diz que os dados são baseados na regressão linear.

Anotações: Uma anotação adicional, que pode ser seguida de várias outras.

Parte III

Referenciais teóricos

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Parte IV

Resultados

4 Lectus lobortis condimentum

4.1 Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae

Etiam pede massa, dapibus vitae, rhoncus in, placerat posuere, odio. Vestibulum luctus commodo lacus. Morbi lacus dui, tempor sed, euismod eget, condimentum at, tortor. Phasellus aliquet odio ac lacus tempor faucibus. Praesent sed sem. Praesent iaculis. Cras rhoncus tellus sed justo ullamcorper sagittis. Donec quis orci. Sed ut tortor quis tellus euismod tincidunt. Suspendisse congue nisl eu elit. Aliquam tortor diam, tempus id, tristique eget, sodales vel, nulla. Praesent tellus mi, condimentum sed, viverra at, consectetur quis, lectus. In auctor vehicula orci. Sed pede sapien, euismod in, suscipit in, pharetra placerat, metus. Vivamus commodo dui non odio. Donec et felis.

Etiam suscipit aliquam arcu. Aliquam sit amet est ac purus bibendum congue. Sed in eros. Morbi non orci. Pellentesque mattis lacinia elit. Fusce molestie velit in ligula. Nullam et orci vitae nibh vulputate auctor. Aliquam eget purus. Nulla auctor wisi sed ipsum. Morbi porttitor tellus ac enim. Fusce ornare. Proin ipsum enim, tincidunt in, ornare venenatis, molestie a, augue. Donec vel pede in lacus sagittis porta. Sed hendrerit ipsum quis nisl. Suspendisse quis massa ac nibh pretium cursus. Sed sodales. Nam eu neque quis pede dignissim ornare. Maecenas eu purus ac urna tincidunt congue.

5 Nam sed tellus sit amet lectus urna ullamcorper tristique interdum elementum

5.1 Pellentesque sit amet pede ac sem eleifend consectetuer

Maecenas non massa. Vestibulum pharetra nulla at lorem. Duis quis quam id lacus dapibus interdum. Nulla lorem. Donec ut ante quis dolor bibendum condimentum. Etiam egestas tortor vitae lacus. Praesent cursus. Mauris bibendum pede at elit. Morbi et felis a lectus interdum facilisis. Sed suscipit gravida turpis. Nulla at lectus. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Praesent nonummy luctus nibh. Proin turpis nunc, congue eu, egestas ut, fringilla at, tellus. In hac habitasse platea dictumst.

6 Conclusão

Sed consequat tellus et tortor. Ut tempor laoreet quam. Nullam id wisi a libero tristique semper. Nullam nisl massa, rutrum ut, egestas semper, mollis id, leo. Nulla ac massa eu risus blandit mattis. Mauris ut nunc. In hac habitasse platea dictumst. Aliquam eget tortor. Quisque dapibus pede in erat. Nunc enim. In dui nulla, commodo at, consectetur nec, malesuada nec, elit. Aliquam ornare tellus eu urna. Sed nec metus. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas.

Phasellus id magna. Duis malesuada interdum arcu. Integer metus. Morbi pulvinar pellentesque mi. Suspendisse sed est eu magna molestie egestas. Quisque mi lorem, pulvinar eget, egestas quis, luctus at, ante. Proin auctor vehicula purus. Fusce ac nisl aliquam ante hendrerit pellentesque. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Morbi wisi. Etiam arcu mauris, facilisis sed, eleifend non, nonummy ut, pede. Cras ut lacus tempor metus mollis placerat. Vivamus eu tortor vel metus interdum malesuada.

Sed eleifend, eros sit amet faucibus elementum, urna sapien consectetur mauris, quis egestas leo justo non risus. Morbi non felis ac libero vulputate fringilla. Mauris libero eros, lacinia non, sodales quis, dapibus porttitor, pede. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Morbi dapibus mauris condimentum nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Etiam sit amet erat. Nulla varius. Etiam tincidunt dui vitae turpis. Donec leo. Morbi vulputate convallis est. Integer aliquet. Pellentesque aliquet sodales urna.

Referências

- BACK, T.; HAMMEL, U.; SCHWEFEL, H.-P. Evolutionary computation: Comments on the history and current state. *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, IEEE, v. 1, n. 1, p. 3–17, 1997. Citado na página 16.
- BERGH, F. V. D. An analysis of particle swarm optimizers (pso). 2001. Citado na página 25.
- CLERC, M.; KENNEDY, J. The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, IEEE, v. 6, n. 1, p. 58–73, 2002. Citado na página 25.
- CRESSIE, N. *Statistics for spatial data*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015. Citado na página 19.
- DIGGLE, P. J. *Statistical analysis of spatial and spatio-temporal point patterns*. [S.l.]: CRC Press, 2013. Citado na página 19.
- EBERHART, R.; KENNEDY, J. A new optimizer using particle swarm theory. In: IEEE. *Micro Machine and Human Science, 1995. MHS'95., Proceedings of the Sixth International Symposium on*. [S.l.], 1995. p. 39–43. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 23.
- FOGEL, D. B. An introduction to simulated evolutionary optimization. *IEEE transactions on neural networks*, IEEE, v. 5, n. 1, p. 3–14, 1994. Citado na página 16.
- KENNEDY, J. The particle swarm: social adaptation of knowledge. In: IEEE. *Evolutionary Computation, 1997., IEEE International Conference on*. [S.l.], 1997. p. 303–308. Citado na página 24.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. C. A discrete binary version of the particle swarm algorithm. In: IEEE. *Systems, Man, and Cybernetics, 1997. Computational Cybernetics and Simulation., 1997 IEEE International Conference on*. [S.l.], 1997. v. 5, p. 4104–4108. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 27.
- KENNEDY, J. F. et al. *Swarm intelligence*. [S.l.]: Morgan Kaufmann, 2001. Citado na página 24.
- KULLDORFF, M. A spatial scan statistic. *Communications in Statistics-Theory and methods*, Taylor & Francis, v. 26, n. 6, p. 1481–1496, 1997. Citado na página 15.
- KULLDORFF, M. Spatial scan statistics: models, calculations, and applications. *Scan statistics and applications*, Springer, p. 303–322, 1999. Citado na página 15.
- SHI, Y. et al. Particle swarm optimization: developments, applications and resources. In: IEEE. *evolutionary computation, 2001. Proceedings of the 2001 Congress on*. [S.l.], 2001. v. 1, p. 81–86. Citado na página 16.

Apêndices

APÊNDICE A – Quisque libero justo

Quisque facilisis auctor sapien. Pellentesque gravida hendrerit lectus. Mauris rutrum sodales sapien. Fusce hendrerit sem vel lorem. Integer pellentesque massa vel augue. Integer elit tortor, feugiat quis, sagittis et, ornare non, lacus. Vestibulum posuere pellentesque eros. Quisque venenatis ipsum dictum nulla. Aliquam quis quam non metus eleifend interdum. Nam eget sapien ac mauris malesuada adipiscing. Etiam eleifend neque sed quam. Nulla facilisi. Proin a ligula. Sed id dui eu nibh egestas tincidunt. Suspendisse arcu.

APÊNDICE B – Nullam elementum urna vel imperdiet sodales elit ipsum pharetra ligula ac pretium ante justo a nulla curabitur tristique arcu eu metus

Nunc velit. Nullam elit sapien, eleifend eu, commodo nec, semper sit amet, elit. Nulla lectus risus, condimentum ut, laoreet eget, viverra nec, odio. Proin lobortis. Curabitur dictum arcu vel wisi. Cras id nulla venenatis tortor congue ultrices. Pellentesque eget pede. Sed eleifend sagittis elit. Nam sed tellus sit amet lectus ullamcorper tristique. Mauris enim sem, tristique eu, accumsan at, scelerisque vulputate, neque. Quisque lacus. Donec et ipsum sit amet elit nonummy aliquet. Sed viverra nisl at sem. Nam diam. Mauris ut dolor. Curabitur ornare tortor cursus velit.

Morbi tincidunt posuere arcu. Cras venenatis est vitae dolor. Vivamus scelerisque semper mi. Donec ipsum arcu, consequat scelerisque, viverra id, dictum at, metus. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut pede sem, tempus ut, porttitor bibendum, molestie eu, elit. Suspendisse potenti. Sed id lectus sit amet purus faucibus vehicula. Praesent sed sem non dui pharetra interdum. Nam viverra ultrices magna.

Aenean laoreet aliquam orci. Nunc interdum elementum urna. Quisque erat. Nullam tempor neque. Maecenas velit nibh, scelerisque a, consequat ut, viverra in, enim. Duis magna. Donec odio neque, tristique et, tincidunt eu, rhoncus ac, nunc. Mauris malesuada malesuada elit. Etiam lacus mauris, pretium vel, blandit in, ultricies id, libero. Phasellus bibendum erat ut diam. In congue imperdiet lectus.

Anexos

ANEXO A – Morbi ultrices rutrum lorem.

Sed mattis, erat sit amet gravida malesuada, elit augue egestas diam, tempus scelerisque nunc nisl vitae libero. Sed consequat feugiat massa. Nunc porta, eros in eleifend varius, erat leo rutrum dui, non convallis lectus orci ut nibh. Sed lorem massa, nonummy quis, egestas id, condimentum at, nisl. Maecenas at nibh. Aliquam et augue at nunc pellentesque ullamcorper. Duis nisl nibh, laoreet suscipit, convallis ut, rutrum id, enim. Phasellus odio. Nulla nulla elit, molestie non, scelerisque at, vestibulum eu, nulla. Ut odio nisl, facilisis id, mollis et, scelerisque nec, enim. Aenean sem leo, pellentesque sit amet, scelerisque sit amet, vehicula pellentesque, sapien.

ANEXO B – Cras non urna sed feugiat cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes nascetur ridiculus mus

Sed consequat tellus et tortor. Ut tempor laoreet quam. Nullam id wisi a libero tristique semper. Nullam nisl massa, rutrum ut, egestas semper, mollis id, leo. Nulla ac massa eu risus blandit mattis. Mauris ut nunc. In hac habitasse platea dictumst. Aliquam eget tortor. Quisque dapibus pede in erat. Nunc enim. In dui nulla, commodo at, consectetur nec, malesuada nec, elit. Aliquam ornare tellus eu urna. Sed nec metus. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas.

ANEXO C – Fusce facilisis lacinia dui

Phasellus id magna. Duis malesuada interdum arcu. Integer metus. Morbi pulvinar pellentesque mi. Suspendisse sed est eu magna molestie egestas. Quisque mi lorem, pulvinar eget, egestas quis, luctus at, ante. Proin auctor vehicula purus. Fusce ac nisl aliquam ante hendrerit pellentesque. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Morbi wisi. Etiam arcu mauris, facilisis sed, eleifend non, nonummy ut, pede. Cras ut lacus tempor metus mollis placerat. Vivamus eu tortor vel metus interdum malesuada.