

The Markov Chain Monte Carlo Revolution

El paper comienza explicando las cadenas de Markov mediante un ejemplo de criptografía relacionado con un mensaje encriptado que llevó un psicólogo de una prisión al departamento de estadística de Stanford.

La manera de decifrar el problema era usar las estadísticas del inglés estándar para encontrar las posibles opciones que podrían hacer coincidir las letras, números o signos de puntuación del inglés con el contenido del mensaje cifrado.

Para hacer uso de estas herramientas estadísticas se creó una matriz de transición y se corrió un algoritmo Markov Chain Monte Carlo para encontrar los mejores valores que maximizan la matriz de transición. El algoritmo trata de mejorar la f , que representa el espacio del código encriptado, mediante trasposiciones aleatorias. En las primeras 100 iteraciones no hay una respuesta clara del mensaje, y después de 2000 iteraciones el mensaje desencriptado se mantiene similar.

Posterior a esta explicación el paper explica los fundamentos de las cadenas de Markov en el caso finito, del que se desprende el teorema fundamental de las cadenas de Markov, que establece que desde un estado de arranque x , el n -ésimo paso para correr una cadena tiene mejores posibilidades de llegar a una distribución estacionaria cuando n es grande.

El algoritmo Metropolis usa las matrices de Markov para obtener nuevos elementos de la distribución que cambia la distribución estacionaria para obtener una nueva distribución $K(x,y)$ y usa los criterios de la cadena de Markov inicial de usar un volado para no quedarse fija en mínimos locales. Asimismo, también habla de una regla para ver el tamaño de n necesario para que en las iteraciones se encuentre una convergencia.

El paper usa un ejemplo de discos sólidos en el que al moverse los discos de manera aleatoria, en su siguiente posición no pueden estar encimados en otros discos. Este problema es la motivación original del algoritmo de Metropolis y se deriva del problema de los distintos estados de los fluidos que se explica por la densidad entre los discos. Entre los estados de transición de los fluidos, la densidad de los fluidos es aleatoria.

Aplicaciones fuera de las matemáticas

- Chemistry and physics: Para estudiar desde las propiedades de los líquidos ordinarios, gases diluidos y sólidos armónicos.
- Biology: Varias aplicaciones
- Statistics: Probablemente 15% de las aplicaciones derivan del MCMC, aplicaciones de ingeniería como (tracking, filtering), ciencias políticas
- Group theory: Algoritmos para determinar la pertenencia de un elemento a un grupo
- Computer science(theory): análisis de algoritmos y complejidad