

NOM : <u>HYM</u>	Prénoms : <u>Augustin</u>
Classe : <u>PC*</u>	
Lycée : <u>Stanislas</u>	Numéro de candidat <u>15177</u>
Ville : <u>Paris</u>	

Concours auxquels vous êtes admissible, dans la banque MP Inter-ENS (les indiquer par une croix) :

ENS Cachan	PC - Option Physique	<input checked="" type="checkbox"/>	PC - Option Chimie	<input type="checkbox"/>
ENS Lyon	PC	<input checked="" type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
ENS Paris	PC - Option Physique	<input type="checkbox"/>	PC - Option Chimie	<input type="checkbox"/>

Matière dominante du TIPE (la sélectionner d'une croix inscrite dans la case correspondante) :

Physique	<input checked="" type="checkbox"/>	Chimie	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
----------	-------------------------------------	--------	--------------------------	--	--------------------------

Titre du TIPE :

Mesure optique de température.

Nombre de pages (à indiquer dans les cases ci-dessous) :

Texte	<u>10</u>	Illustration	<u>3</u>	Bibliographie	<u>0</u>
-------	-----------	--------------	----------	---------------	----------

Attention, les illustrations doivent figurer dans le corps du texte et non en fin du document !

Résumé ou descriptif succinct du TIPE (6 lignes, maximum) :

On met au point deux méthodes de mesure optique de température reposant sur la variation de l'indice de réfraction de l'air. La première est une méthode par interférométrie et la seconde par strioscopie.

À Paris

Le 16/06/2002

Signature du (de la) candidat(e)

AHY

Signature du professeur responsable de la classe préparatoire dans la discipline\*

Yves Dupont

Cachet de l'établissement\*



\* La signature du professeur responsable et le tampon de l'établissement ne sont pas indispensables pour les candidats libres (hors CPGE).

# **MESURE OPTIQUE DE TEMPERATURE**

En regardant au-dessus d'une surface chaude, l'image est déformée par les fluctuations de la densité de l'air chaud. Mais peut-on déterminer la température à partir de phénomène ? c'est cette question qui a motivé ce choix de sujet. Contrôler la température est essentiel dans beaucoup de domaines industriels pour prévenir de nombreux risques. Ainsi, une mesure optique, sans contact, de la température est appropriée quand les conditions expérimentales ne permettent pas l'utilisation de capteurs classiques. Cette étude s'inscrit donc au cœur du thème de cette année : "santé, prévention".

On va donc s'intéresser à 2 méthodes de mesures optiques, la première avec un interféromètre de Michelson et la deuxième par strioscopie, pour répondre à la question : quelle précision peut-on obtenir sur la mesure d'une température par méthode optique ?

## **I. La loi de Gladstone-Dale**

L'idée avec ces deux méthodes est de réaliser une mesure d'indice optique de l'air qui varie sous l'effet de la température. En utilisant alors la loi de Gladstone-Dale on peut alors accéder à une valeur de la température :

$$(n - 1) = k\rho \leftrightarrow (n - 1)T = 0,082 K$$

Dans les deux méthodes on mesure la variation d'indice en la reliant au déphasage induit par la zone chauffée et mise en évidence par nos montages.

Pour chauffer l'air ambiant, on choisit une résistance chauffante (cf. annexe), et l'on choisit un modèle de diffusion thermique en coordonnée sphérique. A partir de l'équation de la chaleur, on obtient la forme de la température suivante en régime stationnaire :

$$\mu C \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta(T) \leftrightarrow \Delta(T) = 0$$

$$T(r) = (T_1 - T_0) \frac{r}{r_0} + T_0$$

Avec ce modèle, on va alors pouvoir établir pour chacune des 2 expériences, une relation permettant de déterminer la température de la résistance.

## **II. Mesure par interférométrie** *(traité plus en profondeur par mon binôme)*

### **1 – Phénomène et choix de la configuration du Michelson**

Etant donné que la célérité de la lumière est reliée à l'indice de l'air par  $c_{milieu} = \frac{c_{vide}}{n}$ , la lumière se propage plus rapidement dans un milieu moins réfringent donc plus chaud d'après la relation précédente. Pour quantifier ce phénomène nous allons observer le déphasage entre deux rayons lumineux, l'un passant à proximité d'une source de chaleur et l'autre non. Pour cela on utilise un interféromètre de Michelson. Les deux configurations usuelles sont les configurations en « lame d'air » et en « coin d'air ». En configuration « lame d'air » on observe des anneaux concentriques tandis qu'en « coin d'air » on observe des franges parallèles. Il nous faut choisir la configuration qui permet

le mieux d'avoir accès au déphasage c'est-à-dire à la différence de marche entre les deux rayons. En configuration lame d'air, lorsque la différence de température augmente on voit les anneaux défiler et on peut relier le nombre d'anneaux ayant défilés à la différence de marche induite par la source chaude. Cette configuration présente deux inconvénients : le premier étant qu'elle nécessite de compter les anneaux défiler, il faut donc suivre l'évolution du système. Le second inconvénient vient du fait que la zone chauffée n'a pas une température uniforme ce qui risque de déformer les anneaux et ainsi de nuire à la précision de la mesure. La configuration en coin d'air s'avère bien plus adaptée à notre expérience puisqu'elle n'est pas soumise aux deux problèmes précédents. Dans cette configuration, le déphasage causé par la zone chauffée a pour effet de décaler les franges, il suffit donc de mesurer ce décalage des franges pour remonter au déphasage et donc à la température.

## 2 – Calculs théoriques

On règle le Michelson en coin d'air en inclinant l'un des miroirs autour de l'axe horizontal, on note  $x$  l'axe vertical ascendant et on prend l'origine au niveau de l'axe d'inclinaison du miroir. On place la résistance chauffante à la cote  $x = 0$ . Avec le modèle de température choisi précédemment, on calcule la différence de chemin optique entre les 2 rayons induite par le passage dans l'air chaud.

$$\delta = 2 \int_x^R \left( \frac{1}{T(r)} - \frac{1}{T_0} \right) dr$$

On obtient finalement :

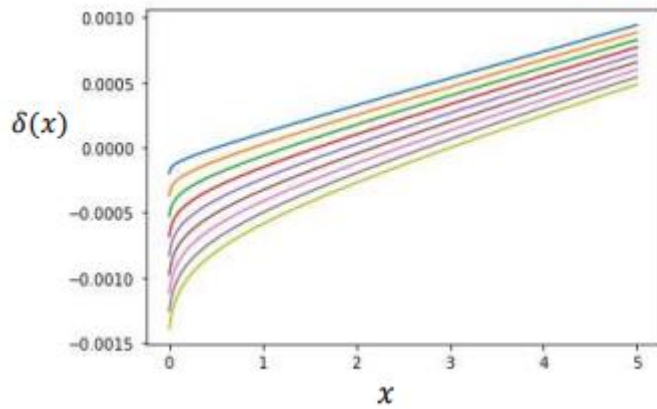
$$\delta(x) = -\frac{2\gamma\lambda_0\Delta T}{T_0^2} \ln \left( 1 + \frac{T_0(R - r_0)}{r_0\Delta T + T_0x} \right)$$

Il faut ensuite ajouter la différence de marche due au coin d'air :  $\delta = 2\alpha n_0 x$  (voir schéma symétrisé)

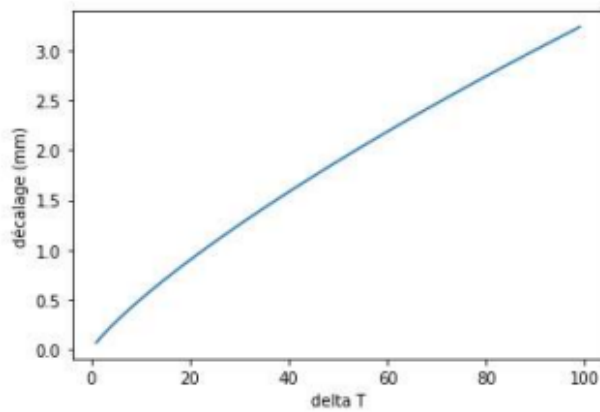
Finalement, on a :

$$\delta(x) = 2\alpha n_0 x - \frac{2\gamma\lambda_0\Delta T}{T_0^2} \ln \left( 1 + \frac{T_0(R - r_0)}{r_0\Delta T + T_0x} \right)$$

On mesure le décalage de la frange centrale (celle située en  $x = 0$  lorsqu'il n'y a pas de différence de température) en résolvant  $\delta(x) = 0$



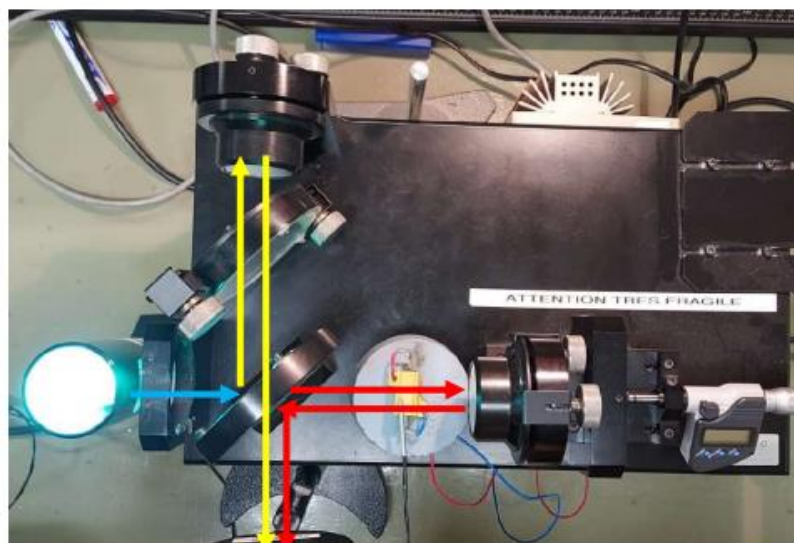
Différence de marche en fonction de  $x$  pour différentes valeurs de température échelonnées de 10 degrés



Valeur théorique du décalage en fonction de la différence de température.  
(Obtenu par dichotomie)

### 3 – Expérience et résultats

Photo du montage :





En l'absence de source de température on observe les franges du coin d'air



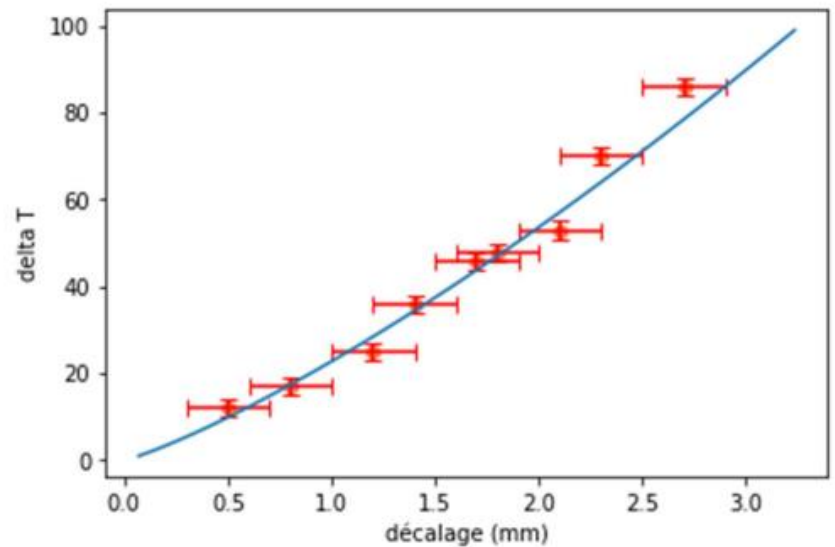
En présence d'une source de chaleur, on observe que les franges sont décalées vers le haut

Ici  $\Delta T = 80^\circ\text{C}$

On a mesuré le décalage des franges pour différentes températures. Pour mesurer la valeur de référence de la température on a utilisé un thermocouple dont l'incertitude constructeur est de  $\pm 2^\circ\text{C}$ . par souci de précision on a utilisé 2 thermocouples.

Superposition des valeurs expérimentales avec la courbe théorique

X (mm)	$\Delta T$ (°C)
0,5	12
0,8	17
1,2	25
1,4	36
1,7	46
1,8	48
2,1	53
2,3	70
2,7	86

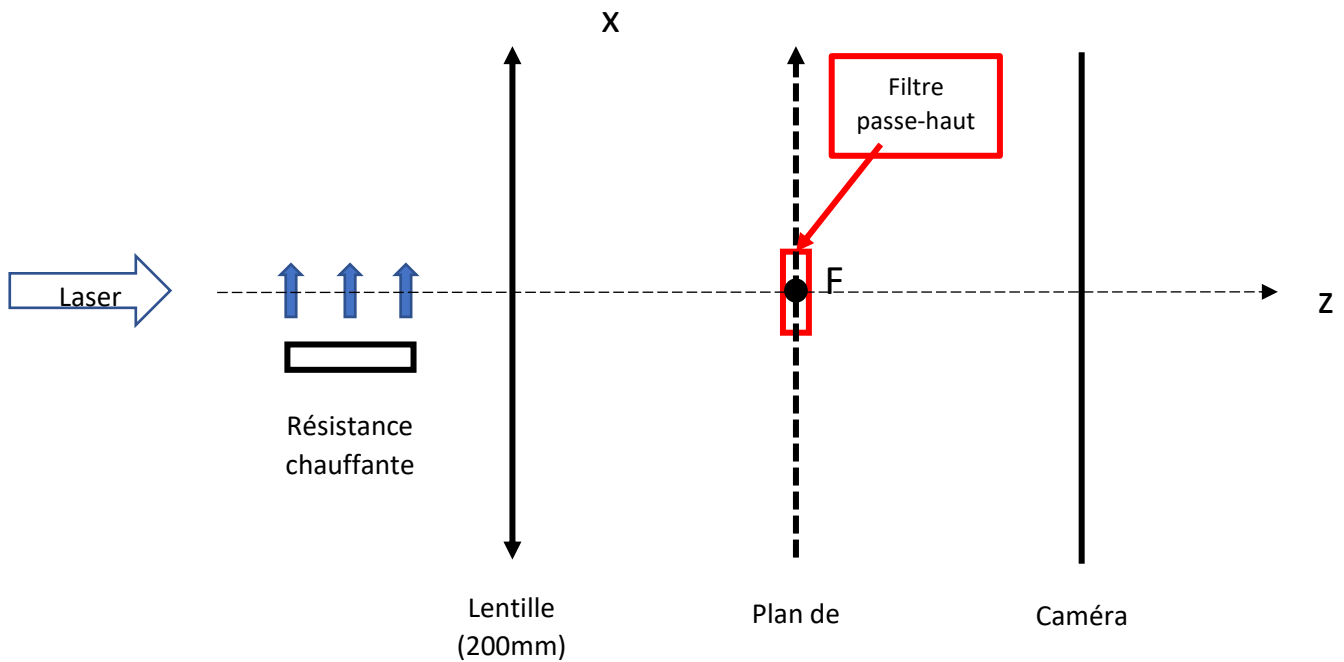


On observe que les valeurs mesurées suivent bien la courbe théorique. L'écart relatif entre les valeurs théoriques et expérimentales est de 7% ce qui est satisfaisant.

### III. Mesure par strioscopie

#### 1 – Principe de la méthode

Cette méthode se base sur la diffraction et les écarts à l'optique géométrique. On envoie un faisceau laser sur une lentille et on fait passer le faisceau au-dessus de la résistance chauffante. L'air chaud va alors induire un déphasage des rayons et va donc influencer l'intensité lumineuse en sortie du système (par exemple sur l'écran). Cependant, les variations d'indice et donc d'intensité sont trop faibles pour être observées distinctement et ne permettent pas de mesures quantitatives. C'est là que la strioscopie entre en jeu car elle va permettre de mettre en évidence ces variations d'indice en filtrant certaines fréquences, en l'occurrence en coupant les basses fréquences spatiales qui nous empêchent de visualiser nos variations. Pour cela, on se place dans le plan de Fourier et on place un petit point pour masquer les basses fréquences, celles qui ne sont pas déviées par la chaleur.



Dans cette expérience, la mesure que l'on réalise est une mesure d'intensité lumineuse à l'aide d'une caméra et du logiciel *caliens*. En effet, c'est l'intensité qui va être relié au déphasage et donc à la variation d'indice de l'air et donc finalement à la température.

## 2 – Calculs théoriques

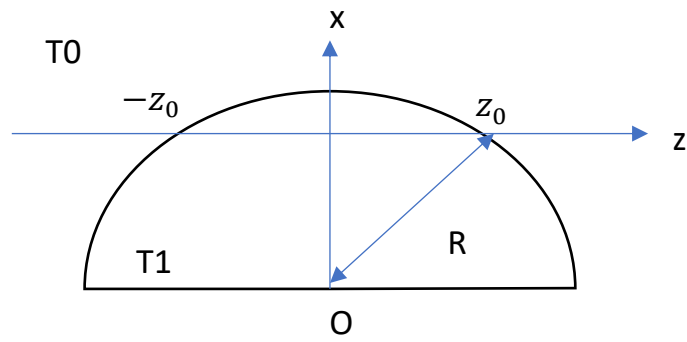
Le déphasage induit par la zone chauffée est modélisé par une transmittance qui dépend de la hauteur  $x$  de notre rayon. Elle est de la forme  $t(x) = e^{i\varphi(x)}$ . De la même manière, on choisit une transmittance pour notre filtre de la forme  $t_c(x) = \varepsilon e^{-i\psi(x)}$ . On peut alors avec ce modèle faire comme si on appliquait un seul coefficient de transmittance regroupant les deux précédents :

$$t'(x) = t_c + e^{i\varphi(x)} - 1$$

En appliquant ce coefficient à l'onde incidente du laser, on trouve après approximation une forme de l'intensité :

$$I(x) = 2\varepsilon\varphi(x)$$

On calcule alors le déphasage à partir de la loi de Gladstone-Dale et du modèle de diffusion choisit.



$$\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$$

$$\delta = \int_{-z_0}^{z_0} n(r, z) dz$$

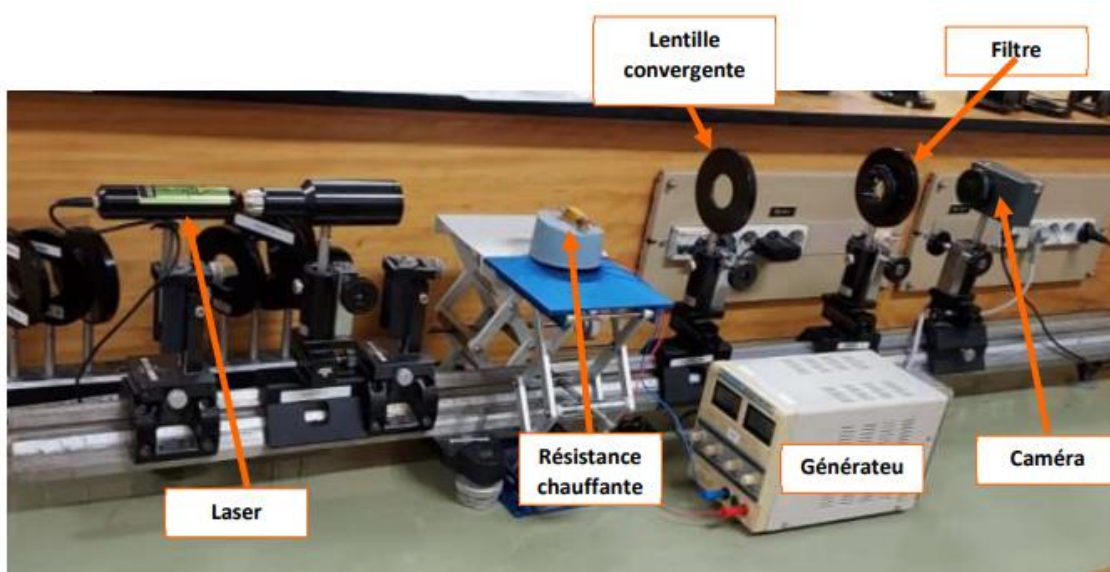
On trouve finalement après calculs (voir annexe) :

$$\delta = 2.0082 \frac{r_0 z_0^2}{2(T_1 - T_0)x^2 + 2xT_0r_0}$$

Et finalement :

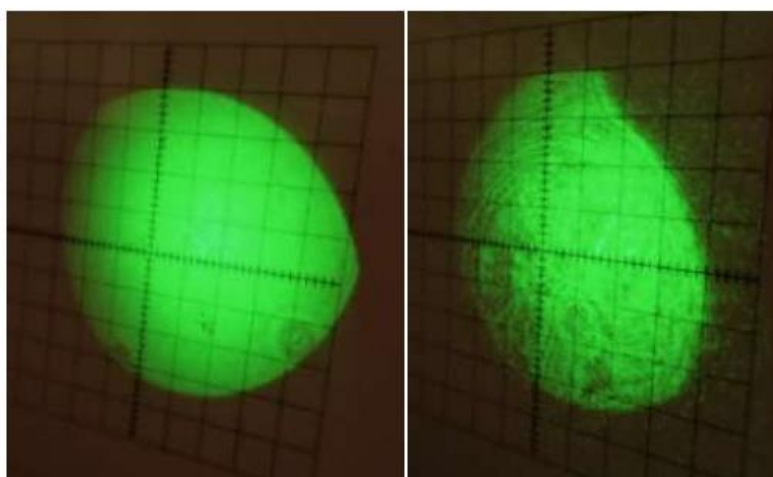
$$T_1 = T_0 + \frac{8\pi\epsilon r_0 z_0^2 0.082}{\lambda(I(x)/I_0)x^2} - T_0 \frac{r_0}{x}$$

### 3 – Mesures et résultats





Avant de mesurer les intensités avec la caméra, on a d'abord projeté l'image sur un écran. On a alors constaté que les variations d'indice si elle existait bien était encore trop faible pour être mesurer. En effet, une partie des rayons déviés se trouvait dans la zone filtrée ce qui cachait une partie des rayons. On a alors décider de réduire le filtrage en laissant passer une partie plus importante des rayons pour mettre davantage en relief les variations d'indice. Cependant, cela a contraint nos mesures, dans le sens on la mesure des rayons au centre n'avait plus tellement de sens vu que les rayons non déviés si trouvait en abondance. On a donc réalisé les mesures en bordures de l'image, là où les variations était les plus importantes afin d'avoir une chance d'obtenir des résultats corrects.



Sans source de chaleur

Avec une source de chaleur à 80°C

Comme précédemment, les variations de températures qui servent de référence ont été mesurées avec 2 thermocouples par souci de précision.

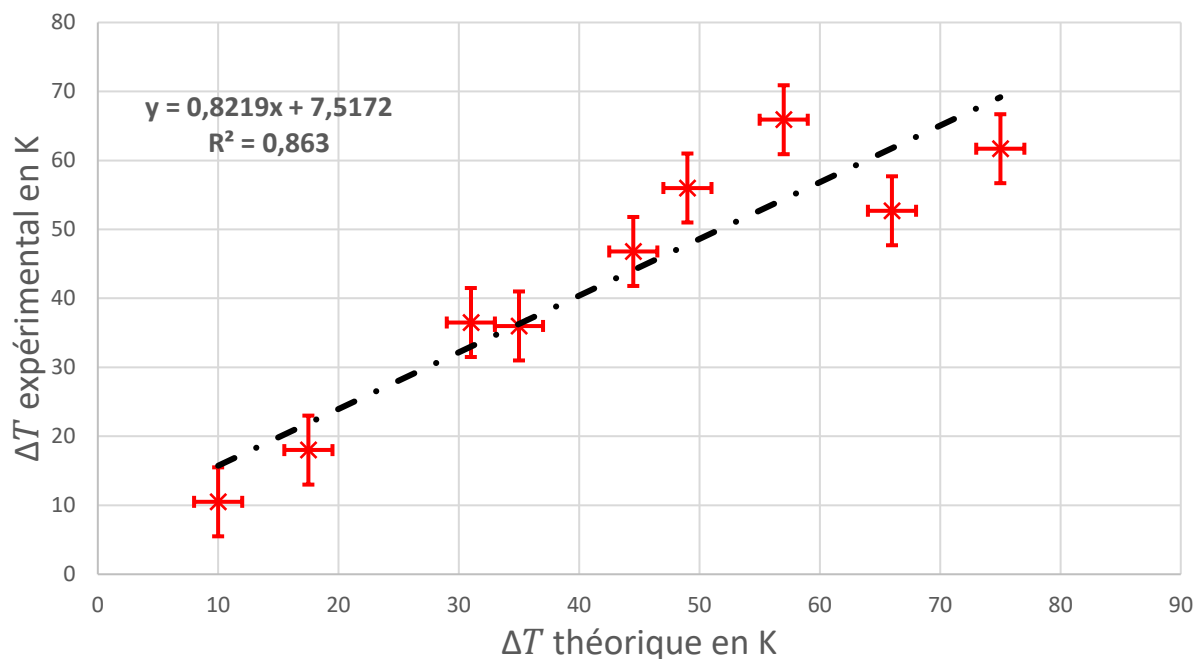
On obtient alors les résultats suivants pour différentes distances, résultats moyennés dans le temps.

$\Delta T$	10	17,5	31	35	44,5	49	57	66	75
$I(3)$	192,2	143,9	90,6	87,8	79,7	66,2	51,1	47,7	46,2
$I(4)$	130,0	89,4	55,5	56,7	50,9	31,4	29,1	33,0	34,0
$I(5)$	86,2	66,1	41,7	28,5	29,9	19,2	23,5	22,9	26,5
$I(6)$	66,9	41,9	17,7	17,1	9,5	13,3	15,8	21,2	21,1
$I(7)$	42,5	28,2	16,1	27,7	23,4	16,3	8,6	15,4	7,0

Pour obtenir un résultat global et pouvoir vérifier notre relation, on moyenne ces résultats et on calcule les températures correspondantes :

$\Delta T$ théorique (en K)	10	17,5	31	49	57	66	75
$I / I_0$	102,2	72,3	41,5	28,3	24,5	29,8	25,9
$\Delta T$ exp (en K)	10,5	<b>18,5</b>	36,8	56	65,9	52,7	<b>61,7</b>
Ecart relatif	<b>0,050</b>	0,057	0,19	0,143	0,156	<b>0,202</b>	0,177

Les écarts relatifs sont assez importants (jusqu'à 20%) ce qui n'est pas surprenant compte tenu du filtrage moins important que l'on a choisi. Pour évaluer la précision de la méthode, on a une nouvelle fois comparé la valeur théorique attendue et la valeur que l'on obtient par la mesure de l'intensité.



Le coefficient de corrélation de 0,86 rends bien compte du manque de précision de la méthode mais permet toutefois de montrer que la méthode est viable pour obtenir un ordre de grandeur de la température.

#### IV. Conclusion


Les deux méthodes que nous avons expérimentées ont réussi à mettre en évidence une variation de température, mais présentent des précisions de mesure différentes. La méthode par interférométrie s'est révélée plus précise que celle par strioscopie.

	Interférométrie	Strioscopie
Ecart relatif moyen	7%	12%
Complexité d'analyse des résultats	<b>Facile</b> ; formule directe	<b>Difficile</b> ; moyennage temporel et spatial, exploitation d'une courbe d'intensité
Accord avec la théorie	OUI	NON
Pistes d'amélioration	Faire passer plusieurs fois le rayon à travers la zone chauffée	Augmenter la qualité du matériel
Avantages	<b>Précis et fiable</b>	Facile à mettre en place, <b>peu coûteux</b>

## ANNEXES

Constantes	Valeurs numériques
$\alpha$	$3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$
$R$	$10 \text{ cm}$
$r_0$	$0,5 \text{ cm}$
$n_0$	$1,00027$
$\lambda_0$	$547 \text{ nm}$
$T_0$	$290 \text{ K}$
$\gamma$	$0,164 \text{ K}$
$\varepsilon$	$10^{-5}$
$\lambda$	$600 \text{ nm}$

Modèle pour T :



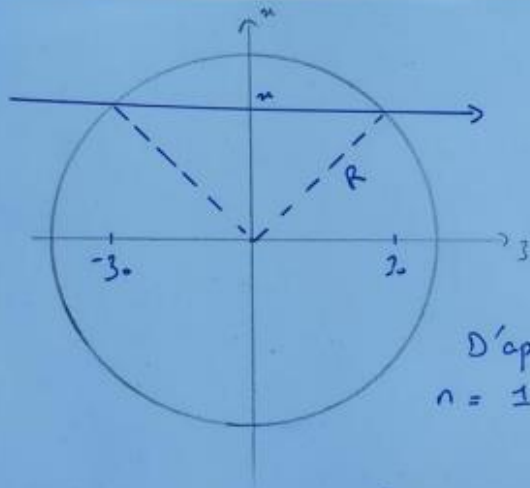
Par invariance par rotation  
 $T = T(r)$

En régime stationnaire :  
 $\Delta T = 0$   
 $\Rightarrow \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0$   
 $\Rightarrow T(r) = \frac{A}{r} + B$

Les conditions limites imposent :

$$\begin{cases} T(r_0) = T_1 \\ T(\infty) = T_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = (T_1 - T_0) r_0 \\ B = T_0 \end{cases}$$

Donc  $T(r) = (T_1 - T_0) \frac{r_0}{r} + T_0 \quad (\text{pour } r \geq r_0)$



$$\delta = \int_{-3.0}^{3.0} \Delta n(x, z) dz$$

$$\delta = 2 \int_x^R \Delta n(r) dr \quad r = \sqrt{x^2 + z^2}$$

$\approx x \text{ fixe}$

D'après la loi de Gladstone :

$$n = 1 + \frac{0,082}{T}$$

Donc 
$$\delta = 2 \int_x^R \left( \frac{0,082}{T(x)} - \frac{0,082}{T_0} \right) dx$$

Tout se passe comme si Il n'y avait pas de lame  $t_c$  et que l'objet a une transmittance  $t'(x) = t_c(x) \cdot \exp(i\psi(x)) - 1$ .

$$t(x) = \underbrace{t(x) - 1}_{\text{fréquences spatiales} \neq 0} + 1$$

Donc 
$$\begin{aligned} t'(x) &= t_c(t(x)) \\ &= t_c(t(x) - 1) + t_c \\ t'(x) &= t(x) - 1 + t_c \end{aligned}$$

Sur la caméra :

$$\begin{aligned} g(x) &= t'(x) a_0 \\ g(x) &= a_0 (e^{i\psi(x)} - 1) + t_c a_0 \end{aligned}$$

$$t_c(x) = \begin{cases} 1 \\ \varepsilon \exp(-i\psi(x)) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} I(x) &= g(x) g^*(x) = a_0 a_0^* \left[ e^{i\psi(x)} - 1 + \varepsilon e^{-i\psi} \right] \left[ e^{-i\psi(x)} - 1 + \varepsilon e^{i\psi} \right] \\ &= I_0 \left( (e^{i\psi(x)} - 1)(e^{-i\psi(x)} - 1) + \varepsilon^2 + \varepsilon (e^{i\psi(x)} - 1)e^{i\psi} + \varepsilon (e^{-i\psi(x)} - 1)e^{-i\psi} \right) \end{aligned}$$

$\psi \ll \pi$   
 $e^{i\psi(x)} = 1 + i\psi(x)$

$$\begin{aligned} I(x) &= I_0 \left( -\psi^2(x) + \varepsilon^2 + \varepsilon (i\psi(x)e^{i\psi(x)} - i\psi(x)e^{-i\psi(x)}) \right) \\ I(x) &= I_0 \left( \varepsilon^2 - \psi^2(x) + 2\varepsilon\psi(x)\sin(\psi(x)) \right) \\ I(x) &= I_0 \left( \varepsilon^2 + 2\varepsilon\psi(x)\sin(\psi(x)) \right) \end{aligned} \quad \text{DL : } \psi^2 \ll$$

Comme  $\varepsilon \ll 1$  et  $\psi$  tel que  $\sin \psi = 1$

$$\Rightarrow \boxed{I(x) = 2\varepsilon \psi(x)}$$

$$\text{Or } \psi(x) = \psi_0(x) + \frac{2\pi}{\lambda} \delta(x)$$

$$\delta(x) = \int_{-z_0}^{z_0} n(x, z) dz$$

$$\text{on pose } r^2 = x^2 + z^2$$

$$dr = dz$$

$$\delta(x) = 2 \int_x^{\sqrt{x^2 + z_0^2}} n(r) dr$$

$$\text{or dans la zone chauffée } n_1 = 1 + \frac{0,082}{T(x)}$$

$$\text{en dehors : } n_0 = 1 + \frac{0,082}{T_0}$$

$$\text{Donc } \delta = 2 \int_x^{\sqrt{x^2 + z_0^2}} \left( \frac{0,082}{T(x)} - \frac{0,082}{T_0} \right) dr$$



Ne pas dériver

$$\int \left( \frac{d}{T(r)} + \frac{1}{T_0} \right) dr = \frac{r_0}{T_1 - T_0} \ln \left( \frac{(T_1 - T_0) \sqrt{y^2 + z_0^2} + T_0 r_0}{(T_1 - T_0) y + T_0 r_0} \right) \quad z \ll y$$

$$\sim \frac{r_0}{T_1 - T_0} \ln \left( \frac{(T_1 - T_0) y \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{z_0^2}{y^2} \right) + T_0 r_0}{(T_1 - T_0) y + T_0 r_0} \right)$$

$$\sim \frac{r_0}{T_1 - T_0} \ln \left( 1 + \frac{z_0^2 (T_1 - T_0)}{2y ((T_1 - T_0) y + T_0 r_0)} \right)$$

$$\sim \frac{r_0}{T_1 - T_0} \cdot \frac{z_0^2 (T_1 - T_0)}{2y ((T_1 - T_0) y + T_0 r_0)}$$

$$\sim \frac{r_0 z_0^2}{2(T_1 - T_0) y^2 + 2y T_0 r_0}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4\pi \epsilon \times 0,092 \times z} (I(y) - I_0) = \frac{r_0 z_0^2}{2(T_1 - T_0) y^2 + 2y T_0 r_0}$$

$$\Rightarrow 2(T_1 - T_0) y^2 + 2y T_0 r_0 = \frac{4\pi \epsilon \times 0,092 \times r_0 z_0^2}{\lambda (I(y) - I_0)}$$

$$\Rightarrow 2(T_1 - T_0) y^2 = \frac{4\pi \epsilon \times 0,092 \times r_0 z_0^2}{\lambda (I(y) - I_0)} - 2y T_0 r_0$$

$$\Rightarrow T_1 = T_0 + \frac{4\pi \epsilon \times 0,092 \times r_0}{\lambda (I(y) - I_0)} \frac{z_0^2}{y^2} - T_0 \frac{r_0}{y}$$