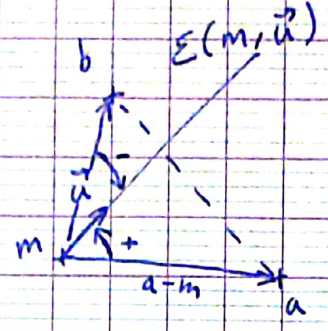
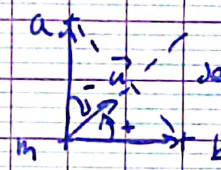
Kalman Exercice 6.6 : localisation

1. 

Pour que le rayon intersecte le segment $[a,b]$ il faut déjà que la droite associée au rayon intersecte $[a,b]$, pour cela il faut :

soit $\det(a-m, \vec{u}) \geq 0$ et $\det(b-m, \vec{u}) \leq 0$

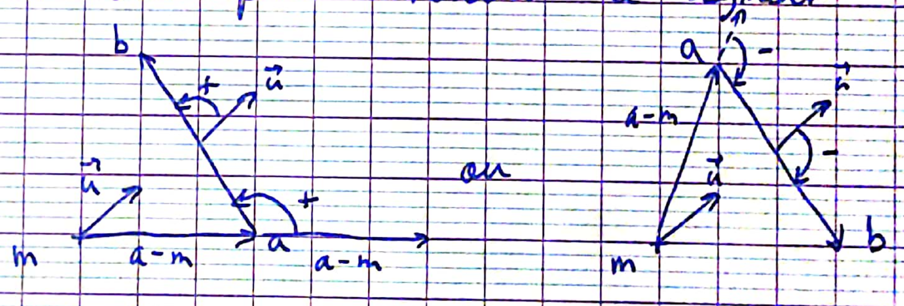
ou 

soit $\det(b-m, \vec{u}) \geq 0$ et $\det(a-m, \vec{u}) \leq 0$

les déterminants doivent être de signe opposé donc

$$\det(a-m, \vec{u}) \cdot \det(b-m, \vec{u}) \leq 0$$

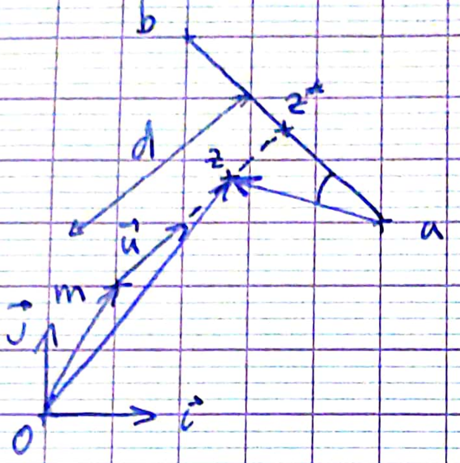
Il faut aussi que le rayon soit orienté dans le bon sens pour intersecter le segment



pour cela il faut que les déterminants soient de même signe soit :

$$\det(a-m, b-a) \cdot \det(\vec{u}, b-a) \geq 0$$

Finalement, il faut : $\begin{cases} \det(a-m, \vec{u}) \cdot \det(b-m, \vec{u}) \leq 0 \\ \det(a-m, b-a) \cdot \det(\vec{u}, b-a) \geq 0 \end{cases}$



$z^* = m + d.\vec{u}$

le point z^* correspond au projeté de m sur $[a, b]$ selon $\vec{u}$ et $z = z^*$ si et seulement si

$$\det(z-a, b-a) = 0$$

On a donc : $\det(m + d.\vec{u} - a, b-a) = 0$

$$\Leftrightarrow \quad \det(m-a, b-a) + d.\det(\vec{u}, b-a) = 0$$

soit
$$d = \frac{\det(a-m, b-a)}{\det(\vec{u}, b-a)}$$