

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
CURSO SUPERIOR DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
AEROESPACIAL

Arthur Precht, Bruno Schuster, Gabrieli Pavlack, Leonardo  
Alexandrino, Pedro Casarin

**TRABALHO FINAL - MECÂNICA DE VOO ESPACIAL**

Santa Maria, RS  
2022

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 1.1 – Conceito de Operação da Missão. ....  | 5  |
| Figura 1.2 – Centro Espacial de Alcântara (CEA). Localização geográfica à esquerda;<br>Fotografia à direita. ....                                  | 5  |
| Figura 1.3 – VLM-1 no Centro Espacial de Alcântara. ....   | 6  |
| Figura 2.1 – Referenciais inercial celeste, fixo e centrado no planeta e local vertical,<br>local horizontal. ....                                 | 13 |
| Figura 2.2 – Referencial do vento e sua orientação com respeito ao LVLH. ....  | 15 |
| Figura 2.3 – Orientação da força propulsiva com respeito ao referencial LVLH e identi-<br>ficação das demais forças que agem sobre o veículo. .... | 16 |
| Figura 2.4 – Combinação de atmosfera padrão norte americana de 1976 e 1962. ....   | 25 |
| Figura 2.5 – Coeficiente de arrasto contínuo em função do número de Mach. ....   | 28 |
| Figura 4.1 – Resultados da varredura de $m_{p_3}$ para as três configurações de C-2 avali-<br>adas. ....   | 40 |
| Figura 4.2 – Variação da massa estrutural do terceiro estágio para a configuração de<br>5xS-50. ....   | 40 |
| Figura 4.3 – Dinâmica do voo de sondagem. ....   | 42 |
| Figura 4.4 – Parâmetros iniciais do voo de sondagem. ....  | 43 |
| Figura 4.5 – Energia específica do voo de sondagem. ....   | 43 |
| Figura 4.6 – Variáveis de estado da órbita de transferência. ....  | 45 |
| Figura 4.7 – Variáveis orbitais para a órbita de transferência. ....   | 46 |
| Figura 4.8 – Aceleração gravitacional para a órbita de transferência. ....   | 47 |
| Figura 4.9 – <i>Ground track</i> da órbita de transferência. ....  | 48 |
| Figura 4.10 – Vista superior da órbita de transferência. ....  | 49 |
| Figura 4.11 – Órbita final atingida pelo grupo. ....   | 50 |
| Figura 4.12 – Variáveis de estado da órbita final. ....  | 51 |
| Figura 4.13 – Variáveis iniciais da órbita final. ....   | 52 |
| Figura 4.14 – Parâmetros da órbita final. ....   | 53 |
| Figura 4.15 – Vista superior da órbita final. ....   | 53 |
| Figura 4.16 – Vista lateral da órbita final atingida pelo grupo. ....  | 54 |
| Figura 4.17 – Órbita final atingida pelo grupo. ....   | 55 |
| Figura 4.18 – <i>Ground track</i> da órbita final. ....  | 56 |

## SUMÁRIO

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO .....</b>                                | <b>4</b>  |
| <b>2</b> | <b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>                     | <b>8</b>  |
| 2.1      | MOTORES FOGUETE .....                                  | 8         |
| 2.2      | EQUAÇÃO DE FOGUETE .....                               | 9         |
| 2.2.1    | <b>Veículo lançador de um estágio .....</b>            | <b>10</b> |
| 2.2.2    | <b>Veículo lançador de múltiplos estágios .....</b>    | <b>10</b> |
| 2.2.2.1  | <i>Veículo lançador com estágios em paralelo .....</i> | 11        |
| 2.3      | CINEMÁTICA DE TRANSLAÇÃO .....                         | 12        |
| 2.4      | FORÇAS QUE ATUAM SOBRE O VEÍCULO AEROESPACIAL .....    | 15        |
| 2.4.1    | <b>Sistema de Referência do Vento .....</b>            | <b>15</b> |
| 2.4.2    | <b>Sistema de Referência Propulsivo .....</b>          | <b>16</b> |
| 2.4.3    | <b>Força Aerodinâmica .....</b>                        | <b>17</b> |
| 2.4.4    | <b>Força Propulsiva .....</b>                          | <b>17</b> |
| 2.4.5    | <b>Força Gravitacional .....</b>                       | <b>18</b> |
| 2.5      | DINÂMICA DE TRANSLAÇÃO .....                           | 19        |
| 2.6      | MODELO GRAVITACIONAL .....                             | 21        |
| 2.7      | MODELO ATMOSFÉRICO .....                               | 23        |
| 2.8      | MODELO AERODINÂMICO .....                              | 26        |
| 2.9      | VOO ASCENDENTE DE FOGUETE .....                        | 29        |
| 2.10     | MODELO PROPULSIVO .....                                | 31        |
| <b>3</b> | <b>DESCRIPÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA .....</b>      | <b>33</b> |
| 3.1      | COMO UTILIZAR O PROGRAMA DESENVOLVIDO .....            | 35        |
| <b>4</b> | <b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>                   | <b>37</b> |
| 4.1      | AVALIAÇÃO DE FACTIBILIDADE .....                       | 37        |
| 4.1.1    | <b>Impulso de velocidade .....</b>                     | <b>37</b> |
| 4.1.2    | <b>Energia específica .....</b>                        | <b>41</b> |
| 4.2      | INSERÇÃO ORBITAL .....                                 | 44        |
| 4.2.1    | <b>Órbita de transferência GTO .....</b>               | <b>45</b> |
| 4.2.2    | <b>Órbita final GSO .....</b>                          | <b>50</b> |
| <b>5</b> | <b>CONCLUSÃO .....</b>                                 | <b>57</b> |
| 5.1      | SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS .....                   | 57        |
|          | <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>                | <b>59</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de sistemas aeroespaciais está fortemente atrelado à criação de novas tecnologias. Muitas áreas se beneficiam do avanço do homem no espaço. O projeto de componentes e sistemas avançados propiciam melhorias na área da saúde, construção civil, automobilística, dentre outros. A engenharia aeroespacial é diretamente responsável por inserir e gerenciar esses sistemas em órbita.

Os satélites são dispositivos muito importantes para as ciências planetárias e interplanetárias. Nos dias de hoje, eles são responsáveis por monitorar mudanças climáticas, buscar por vida em outros planetas, analisar dinâmicas planetárias, encontrar exoplanetas ou até mesmo acompanhar trajetórias de objetos especialmente perigosos, como asteroides e meteoritos. Além disso, a sociedade depende muito dos satélites para a manutenção do seu estilo de vida. Eles prestam serviços de comunicação, sensoriamento remoto, geolocalização, meteorologia e defesa.

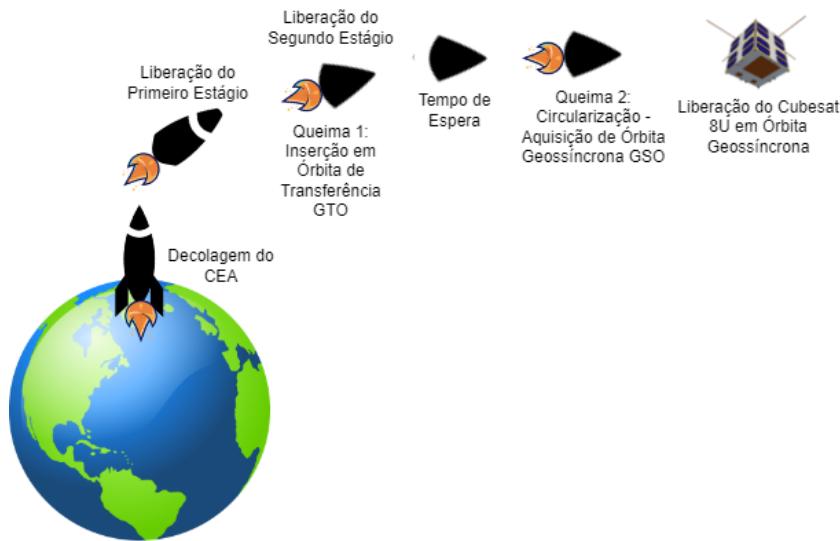
Os veículos de inserção orbital são os responsáveis por realizar o transporte desses importantes satélites e sondas para o espaço, colocando-os em órbita com precisão. A motorização, a estrutura e a aerodinâmica do veículo aeroespacial são dimensionadas para o lançamento específico de cada satélite. O conhecimento da mecânica orbital é fundamental para o sucesso dessas missões espaciais. A utilização de simulações computacionais durante as fases preliminares de uma missão de lançamento espacial são indispensáveis para reduzir percalços ao longo do projeto.

O curso de Mecânica de Voo Espacial propõe o desenvolvimento de conceitos de voo orbital e voo ascendente de foguete. A ementa do curso deduz as equações fundamentais para a modelagem de um voo ascendente de foguete, sendo de trajetória de sondagem ou inserção orbital.

Nesse sentido, a fim de colocar em prática os conceitos aprendidos em sala de aula, uma missão de inserção orbital fictícia é sugerida. A missão consiste em lançar uma carga útil, dada por um CubeSat 8U, em órbita geossíncrona a partir de um veículo lançador brasileiro, e em território nacional. A seguir, serão apresentados os detalhes da missão proposta.

Um conceito de operações (CONOPS) é um diagrama ou documento elucidativo, com a intenção de descrever a operação, etapas de funcionamento e modos de uso de um sistema. Sem ainda apresentar a solução para o problema proposto, ele busca compreender a missão, seus objetivos principais e secundários e é uma ferramenta importante no projeto de sistemas espaciais (WALDEN, 2015). O diagrama que representa o CONOPS da missão a ser desenvolvida neste trabalho é apresentado na Figura 1.1.

Figura 1.1 – Conceito de Operação da Missão.



Fonte: Autores.

O local de lançamento definido para a missão foi o Centro Espacial de Alcântara (CEA), localizado no Maranhão, no nordeste do país. O CEA (ver Figura 1.2) é uma instalação administrada pela Força Aérea Brasileira e é um dos pontos de lançamento mais estratégicos, pois conta com diversas vantagens. Sua proximidade com a linha do equador permite um ganho de velocidade devido à rotação da Terra, pelo mesmo motivo, é viável realizar lançamentos para qualquer tipo de órbita. A baixa densidade populacional reduz o risco em caso de acidentes e o clima estável permite a operação durante o ano inteiro.

Figura 1.2 – Centro Espacial de Alcântara (CEA). Localização geográfica à esquerda; Fotografia à direita.



Fonte: Google Imagens / Agência Espacial Brasileira.

A carga paga definida para a missão é um CubeSat 8U de 13 kg. Os satélites miniaturizados são uma alternativa aos satélites convencionais (de grande porte) para missões mais específicas, como provas de conceito de uma nova tecnologia e missões em órbita baixa terrestre. Eles são uma ótima opção para o desenvolvimento acadêmico devido à

baixa complexidade, rápida implementação, disponibilidade de componentes e custo relativamente baixo.

O veículo de lançamento definido para a missão é o Veículo Lançador de Microsatélites (VLM-1, ver Figura 1.3). O projeto VLM-1 visa o desenvolvimento de um veículo lançador destinado ao lançamento de cargas úteis especiais ou microssatélites em órbitas equatoriais a 300 km de altitude, com três estágios a propelente sólido na sua configuração básica: dois estágios com o motor S50 com cerca de 10 toneladas de propelente e um estágio orbitalizador com o motor S44 (AEB, 2020).

Figura 1.3 – VLM-1 no Centro Espacial de Alcântara.



Fonte: Google Imagens / Agência Espacial Brasileira.

Algumas modificações nos parâmetros do veículo lançador serão apresentadas na Seção 4.1.1, de forma a adaptar o veículo para a órbita e carga útil desejadas. Os demais requisitos básicos propostos para a missão podem ser vistos na Tabela 1.1.

Tabela 1.1 – Requisitos de Missão.

| ID     | Descrição   |
|--------|---|
| ORB-01 | O veículo lançador deve ser capaz de inserir uma carga útil de 13 kg em órbita GSO.                           |
| ORB-02 | O veículo lançador deve ser uma modificação do VLM-1.   |
| ORB-03 | A órbita deve ser circular.   |
| ORB-04 | A inclinação da órbita deve ser de 5 graus.   |
| ORB-05 | O veículo lançador deve ser lançado a partir do Centro Espacial de Alcântara.                                 |
| ORB-06 | O veículo lançador deve possuir 3 estágios.   |
| ORB-07 | O terceiro estágio do veículo lançador deve realizar duas queimas, com um período de desligamento entre elas. |
| ORB-08 | A aquisição de órbita GTO deve ser otimizada por um método numérico.  |
| ORB-09 | O modelo atmosférico utilizado na simulação deve utilizar os parâmetros desenvolvidos em aula.                |

Fonte: Autores.

Para atender ao requisito ORB-1, o movimento médio  $\eta_{gso}$  da órbita GSO é igual ao período de rotação da Terra. Ele foi calculado a partir do dia sideral médio:

$$\eta_{gso} = \frac{\pi}{43082} = 7.292126 \times 10^{-5} \text{ rad/s} \quad (1.1)$$

Para ORB-3, tem-se a excentricidade nula:

$$e_{gso} = 0 \quad (1.2)$$

O requisito ORB-5 determina coordenadas planetárias e altitude, que serão as condições iniciais do lançamento:

$$\delta_0 = 2.3267844 \quad (1.3)$$

$$l_0 = 44.4111042 \quad (1.4)$$

$$h_0 = 0m \quad (1.5)$$

O método numérico escolhido para realizar a otimização das variáveis da simulação, a fim de atender ao requisito ORB-08, foi o problema de valor de contorno em dois pontos.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A seguir, será feita uma revisão bibliográfica considerando os assuntos estudados na disciplina de Mecânica de Voo Espacial. As principais referências bibliográficas são as aulas do professor e o livro *Atmospheric and Space Flight Dynamics: Modelling and simulation with MATLAB and Simulink* (TEWARI, 2007). Será dada maior ênfase para os conteúdos que serão aplicados neste trabalho.

### 2.1 MOTORES FOGUETE

Neste trabalho, bem como no curso, o foco são os motores térmicos químicos. Esse tipo de motor possui três componentes primários: propelente, câmara de combustão e bocal. A propulsão a motor foguete é baseada na ejeção de um propelente mássico a alta velocidade, provendo tração a partir da Terceira Lei de Newton do movimento (ação e reação).

O bocal é o elemento primário do motor foguete, pois influencia diretamente na geração da força propulsiva. A magnitude da tração gerada é diretamente proporcional à vazão mássica proporcionada pelo bocal. A vazão mássica, por sua vez, depende diretamente da área do bocal. Os valores de pressão estática do gás de exaustão ( $p_e$ ) e pressão estática ambiente na saída do bocal ( $p_a$ ) também exercem influência na tração gerada. Um bocal é dito sub expandido quando  $p_e > p_a$ . Essa condição ocorre em altitudes elevadas. Já um bocal super expandido é aquele no qual  $p_e < p_a$ . Um bocal de expansão completa seria aquele no qual  $p_e = p_a$  (perdas de tração zeradas).

As considerações acimas podem ser verificadas através da equação de força propulsiva. Essa equação determina a tração gerada pela exaustão de propelente por um bocal, através da Segunda Lei de Newton aplicada a um corpo de massa variável:

$$\mathbf{f}_T = -\Delta m \frac{d\mathbf{v}}{dt} - \mathbf{v}_e \frac{d\Delta m}{dt} - A(p_e - p_a) \frac{\mathbf{v}_e}{v_e} \quad (2.1)$$

onde  $\mathbf{v}$  é a velocidade do centro de massa do veículo,  $\mathbf{v}_e$  é a velocidade do gás de exaustão em relação ao centro de massa do veículo,  $\Delta m$  é a massa instantânea do gás de exaustão,  $A$  é a área de saída do bocal (normal a  $\mathbf{v}_e$ ),  $p_e$  é a pressão estática do gás de exaustão e  $p_a$  é a pressão estática ambiente.

A equação 2.1 foi obtida assumindo o caso mais comum: a velocidade de exaustão é aproximadamente constante em magnitude e direção, estando na mesma linha do vetor velocidade do corpo.

## 2.2 EQUAÇÃO DE FOGUETE

A partir das considerações adotadas no curso, obteve-se uma equação analítica simples, chamada de equação de foguete:

$$v - v_0 = v_e \ln \frac{m_0}{m} \quad (2.2)$$

onde  $m_0$  é a massa inicial e  $m$  é a massa após ejetar uma massa de propelente.

A equação 2.2 relaciona a massa com a variação de velocidade de um foguete. A partir dela, sabe-se que a mudança na velocidade do foguete é diretamente proporcional à velocidade relativa de exaustão, para uma determinada redução da massa do veículo.

Como a operação de um foguete ocorre em curtos intervalos de tempo, comparando-se ao período orbital, é razoável supor que a velocidade muda instantaneamente. Dessa forma, considera-se que o motor foguete provê um impulso de velocidade  $\Delta v = v - v_0$ .

Reescrevendo a equação de foguete em sua forma diferencial, é possível obter a equação 2.3, que mostra que uma variação de massa de propelente provoca uma mudança de quantidade de movimento linear do foguete:

$$-dmv_e = mdv \quad (2.3)$$

Na equação acima, isolando  $v_e$ , temos:

$$v_e = -\frac{mdv}{dm} \quad (2.4)$$

A equação 2.4 mostra que a velocidade de exaustão é igual à variação de quantidade de movimento linear do foguete por unidade de massa de propelente consumido.

O impulso específico é definido como a variação da quantidade de movimento linear por unidade de peso do propelente consumido, podendo ser escrito como:

$$I_{sp} = \frac{v_e}{g} \quad (2.5)$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade em alguma condição de referência.

Assim, pode-se reescrever a equação de foguete como:

$$\Delta v = I_{sp} g \ln \frac{m_0}{m} \quad (2.6)$$

Deve-se avaliar a eficiência da massa de propelente em termos da máxima carga útil aceita para uma dado impulso de velocidade. Pode-se supor que a eficiência de um foguete pode ser aumentada caso sua massa estrutural possa ser eliminada durante a operação. A equação de foguete vista acima é válida somente quando todo o propelente é consumido sem uma mudança na massa estrutural, ou seja, a única variação de massa é proveniente da queima de propelente. Este é o caso de um veículo a motor foguete de um

estágio, como será visto a seguir.

### 2.2.1 Veículo lançador de um estágio

A massa total de um veículo aeroespacial desmembra-se em:

- Massa de propelente ( $m_p$ );
- Massa de carga útil ( $m_L$ );
- Massa estrutural ( $m_s$ ).

Nesse sentido, a massa inicial e final do veículo são, respectivamente:

$$m_0 = m_L + m_p + m_s \quad (2.7)$$

$$m_f = m_L + m_s \quad (2.8)$$

Fazendo a razão da massa final para inicial, surge uma importante definição: a razão estrutural, definida como  $\sigma$ .

$$\sigma = \frac{m_s}{m_s + m_p} \quad (2.9)$$

Outra importante razão associada às frações de massa do veículo aeroespacial é a razão de carga útil:

$$\lambda = \frac{m_L}{m_0} \quad (2.10)$$

Com isso, o impulso total de velocidade  $\Delta v$ , considerando a ação da gravidade desprezível ao longo da direção da velocidade, pode ser escrito como:

$$\Delta v = -v_e \ln(\sigma + (1 - \sigma)\lambda) \quad (2.11)$$

### 2.2.2 Veículo lançador de múltiplos estágios

Para superar a deficiência de desempenho de um veículo de apenas um estágio, é comum adicionar mais estágios, a partir do acoplamento de  $N$  segmentos. Cada segmento possui seu próprio propelente e estrutura completa.

Quando os múltiplos estágios queimam separadamente (em diferentes tempos) e são descartados imediatamente após o consumo total de seu propelente, denomina-se veículo de estágios em série.

Neste caso, a massa total do veículo é a soma da massa de todos os segmentos e da carga útil:

$$m_0 = m_L + \sum_{k=1}^N m_{s_k} + m_{p_k} \quad (2.12)$$

sendo  $k = 1, 2, \dots, N$  o número de segmentos.

São definidas razões de carga útil intermediárias, onde cada estágio terá uma razão de carga útil associada. Desse modo, a massa  $m_{0_{k+1}}$  será a carga útil do estágio prévio  $k$ . A razão de carga útil do  $k$ -ésimo estágio é:

$$\lambda_k = \frac{m_{0_{k+1}}}{m_{0_k}} \quad (2.13)$$

Assim, a razão de carga útil do veículo lançador como um todo é:

$$\lambda_T = \prod_{k=1}^N \lambda_k \quad (2.14)$$

A razão estrutural do estágio  $k$  é:

$$\sigma_k = \frac{m_{s_k}}{m_{s_k} + m_{p_k}} \quad (2.15)$$

Além disso, cada estágio possui uma velocidade de exaustão  $v_{e_k}$  associada. Assim, a equação de foguete para  $N$  estágios em série é:

$$\Delta v = - \sum_{k=1}^N v_{e_k} \ln(\sigma_k + (1 - \sigma_k)\lambda_k) \quad (2.16)$$

### 2.2.2.1 Veículo lançador com estágios em paralelo

Veículo com estágios em paralelo é aquele onde alguns estágios são queimados simultaneamente. A carga de propelente é maior no início da fase de lançamento. Dessa forma, usualmente, utiliza-se estágios em paralelo nessa fase, a fim de livrar-se de massa de propelente mais rapidamente.

Denomina-se estágio zero o estágio onde *boosters* e o primeiro estágio do veículo núcleo são queimados simultaneamente. A tração do estágio zero é dada por:

$$f_{T_0} = -v_{e_b} \frac{dm_b}{dt} - v_{e_1} \frac{dm_1}{dt} = -v_{e_0} \frac{dm_0}{dt} \quad (2.17)$$

onde os subscritos  $b$  e  $1$  referem-se às quantidades relativas aos *boosters* paralelos e ao primeiro estágio do veículo núcleo, respectivamente. A velocidade de exaustão média e massa total do estágio zero referem-se a  $v_{e_0}$  e  $m_0$ , respectivamente.

Os *boosters* possuem uma massa estrutural  $m_{s_b}$  e queimam uma massa total de propelente  $m_{p_b}$ . Além disso,  $m_{p10}$  é massa do primeiro estágio que é queimada em paralelo com os *boosters*. Assim, as razões estrutural e de carga útil do estágio zero são:

$$\sigma_0 = \frac{m_{s_b} + m_{s_1}}{m_{s_b} + m_{s_1} + m_{p_b} + m_{p10}} \quad (2.18)$$

$$\lambda_0 = \frac{m_{0_1} - m_{p10}}{m_{0_0}} \quad (2.19)$$

onde  $m_{0_0} = m_{0_1} + m_{s_b} + m_{p_b}$  é a massa inicial antes da queima do estágio zero.

As razões equivalentes para o primeiro estágio são:

$$\sigma_1 = \frac{m_{s_1}}{m_{s_1} + m_{p_1} - m_{p10}} \quad (2.20)$$

$$\lambda_1 = \frac{m_{0_2}}{m_{0_1} - m_{p10}} \quad (2.21)$$

A equação de foguete para o veículo de estágio em paralelo é:

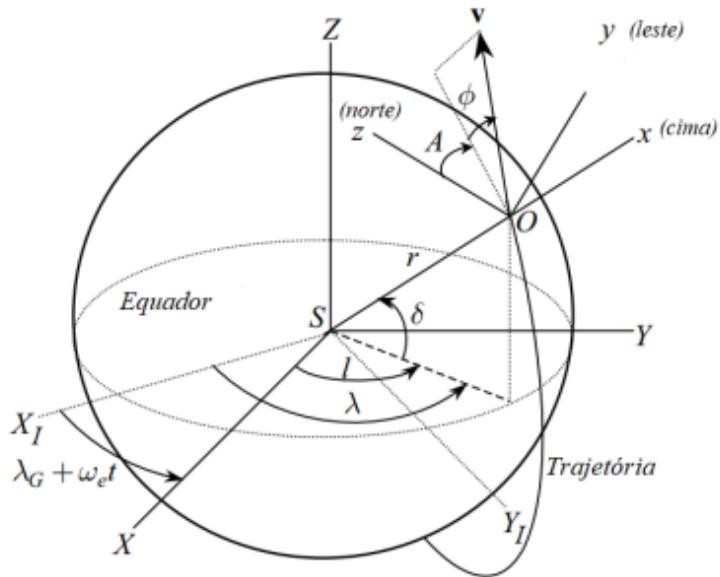
$$\Delta v = - \sum_{k=0}^N v_{e_k} \ln(\sigma_k + (1 - \sigma_k) \lambda_k) \quad (2.22)$$

Nota-se que, comparada à equação para o veículo em série, a única diferença é a adição do estágio zero (índice  $k$  inicia em zero).

### 2.3 CINEMÁTICA DE TRANSLAÇÃO

Para desenvolver as equações de cinemática de translação nos referenciais planetários é necessário, primeiramente, fazer a definição conceitual de todos os referenciais relacionados ao problema. A seguir, na Figura 2.1, estão ilustrados todos os referenciais considerados na cinemática de translação.

Figura 2.1 – Referenciais inercial celeste, fixo e centrado no planeta e local vertical, local horizontal.



Fonte: (TEWARI, 2007), adaptado pelo Professor.

Considerando a Figura 2.1, tem-se:

- Referencial inercial celeste centrado no planeta (ICP): sua origem  $S$  coincide com o centro de massa do planeta. Eixos  $X_I$  e  $Y_I$  no plano equatorial e eixo  $Z_I$  ao longo do eixo de rotação do planeta. Para a modelagem, é considerado como referencial inercial. As derivadas iniciais são calculadas com respeito a ele.
- Referencial planeta centrado, planeta fixo (PCPF): tem a mesma origem e mesmo eixo  $Z$  do ICP, mas com os eixos  $X$  e  $Y$  fixos ao planeta. Utilizado para escrever a posição do corpo em movimento, também é a referência para medida de velocidade relativa.
- Referencial local vertical, local horizontal (LVLH): tem origem no ponto  $O$  e sequência de eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , sendo radial, leste e norte.

Para fazer a modelagem da cinemática de translação, as seguintes considerações foram tomadas:

- A posição do corpo será medida com respeito a origem do referencial PCPF, sendo expressa em coordenadas esféricas;
- O sistema de eixos preferencial para escrita dos vetores é o LVLH.

Inicialmente, obtém-se o vetor posição do ponto  $O$  com respeito ao ponto  $S$  (centro do planeta), escrito no referencial LVLH. A partir de uma matriz de transformação do referencial LVLH para o PCPF, obtém-se a posição escrita no referencial PCPF:

$$\mathbf{r}_{pcpf} = \begin{bmatrix} r \cos \delta \cos l \\ r \cos \delta \sin l \\ r \sin \delta \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

A velocidade relativa  $\mathbf{v}$  é a derivada da posição com respeito ao referencial PCPF. Para isso, determina-se o vetor velocidade angular relativa  $\boldsymbol{\omega}_{pcpf}^{lvlh}$ :

$$\boldsymbol{\omega}_{pcpf}^{lvlh} = \begin{bmatrix} \dot{l} \sin \delta \\ -\dot{\delta} \\ \dot{l} \cos \delta \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Realizando os cálculos associados, obtém-se:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{l}r \cos \delta \\ \dot{\delta}r \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Com base em aulas da parte inicial da disciplina, determinou-se uma expressão para a velocidade relativa no referencial LVLH em termos de coordenadas polares:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v \sin \phi \\ v \cos \phi \sin A \\ v \cos \phi \cos A \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

onde:  $v$  é a magnitude da velocidade relativa,  $\phi$  é a elevação da velocidade relativa e a  $A$  é o azimute de velocidade relativa.

Com isso, a cinemática de translação do movimento relativo ao referencial PCPF, que expressa a relação entre as coordenadas da velocidade relativa e as derivadas das coordenadas esféricas de posição, pode ser escrita como:

$$\begin{cases} \dot{r} = v \sin \phi \\ \dot{l} = \frac{v \cos \phi \sin A}{r \cos \delta} \\ \dot{\delta} = \frac{v \cos \phi \cos A}{r} \end{cases} \quad (2.27)$$

O sistema de equações acima estabelece a relação entre as derivadas das coordenadas esféricas distância radial  $r$ , longitude planetária  $l$  e latitude  $\delta$ , que determinam a posição no referencial PCPF, e as componentes de velocidade relativa escritas no referencial LVLH (magnitude  $v$ , azimute  $A$  e elevação  $\phi$ ). Para a modelagem do movimento do veículo, essas componentes da velocidade precisam ser determinadas em função das

forças que agem sobre o corpo. Tal assunto será visto a seguir, no tópico de dinâmica de translação (Seção 2.5).

## 2.4 FORÇAS QUE ATUAM SOBRE O VEÍCULO AEROESPACIAL

As forças que atuam sobre o veículo são: aerodinâmica, propulsiva e gravitacional. Na modelagem das forças, o veículo será particularizado para o caso de voo ascendente de foguete.

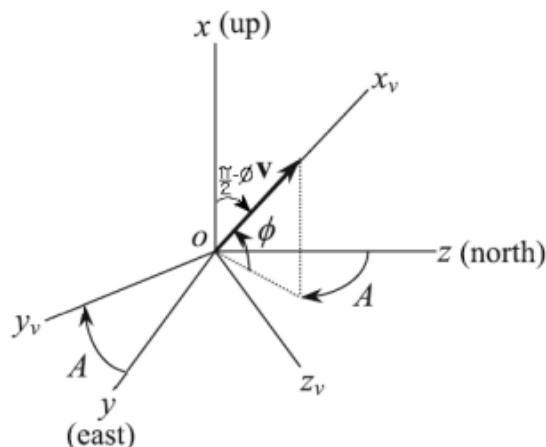
Cada força é escrita em um sistema de eixos de referência. Porém, para incluir os vetores de força na equação de dinâmica, é necessário que todas elas estejam escritas nos mesmos eixos. Portanto, são necessárias transformações de coordenadas. No entanto, para realizar a modelagem das forças, mais dois sistemas de eixos precisam ser definidos com origem no centro de massa do corpo: sistema de referência do vento (SRV) e sistema de referência propulsivo (SRP), descritos a seguir.

### 2.4.1 Sistema de Referência do Vento

O sistema de referência do vento é definido com respeito à velocidade aerodinâmica. No entanto, neste curso, assume-se que a atmosfera é estacionária, sem vento, de modo que o vetor velocidade relativa seja igual ao vetor velocidade aerodinâmica. Portanto, as definições serão feitas com base no vetor velocidade relativa.

Este referencial é importante para escrever a força aerodinâmica, a qual é uma das forças atuantes sobre o veículo. A Figura 2.2 mostra o SRV com respeito ao LVLH.

Figura 2.2 – Referencial do vento e sua orientação com respeito ao LVLH.



Fonte: (TEWARI, 2007), adaptado pelo Professor.

Da Figura 2.2, tem-se:

- A origem  $o$  é o centro de massa do veículo;
- O eixo  $x_v$  aponta na direção do vetor velocidade relativa  $v$ ;
- O eixo  $z_v$  será definido de maneira genérica, independente da atitude do veículo (não considera-se a mecânica de rotação). Ele será definido de modo que o plano  $x_v z_v$  seja normal ao plano horizontal;
- O eixo  $y_v$  é definido de modo a completar o sistema cartesiano ortogonal da mão direita, sendo paralelo ao plano horizontal local.

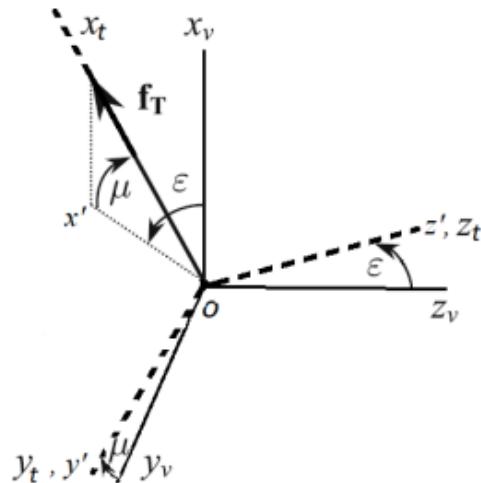
A matriz de transformação do sistema LVLH para o SRV é dada pelo produto de matrizes de rotação elementares, resultando em:

$$C_{srv}^{lvlh} = \begin{bmatrix} \sin \phi & \cos \phi \sin A & \cos \phi \cos A \\ 0 & \cos A & -\sin A \\ -\cos \phi & \sin \phi \sin A & \sin \phi \cos A \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

#### 2.4.2 Sistema de Referência Propulsivo

O sistema de referência propulsivo serve para determinar o apontamento da força propulsiva com respeito ao SRV. A figura abaixo mostra o SRP:

Figura 2.3 – Orientação da força propulsiva com respeito ao referencial LVLH e identificação das demais forças que agem sobre o veículo.



Fonte: (TEWARI, 2007), adaptado pelo Professor.

Da figura acima, tem-se:

- A origem é o centro de massa do corpo;
- O eixo  $x_t$  aponta na direção da força propulsiva (SRP é definido de modo que a força propulsiva esteja alinhada com o eixo  $x_t$ );
- O eixo  $z_t$  está contido no plano  $x_v z_v$  do SRV;
- O eixo  $y_t$  completa o sistema cartesiano ortogonal dextrogiro.

A transformação do SRV para o SRP é dada por uma sequência de rotações elementares, resultando em:

$$\mathbf{C}_{srp}^{srv} = \begin{bmatrix} \cos \mu \cos \epsilon & \sin \mu & -\cos \mu \sin \epsilon \\ -\sin \mu \cos \epsilon & \cos \mu & \sin \mu \sin \epsilon \\ \sin \epsilon & 0 & \cos \epsilon \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

### 2.4.3 Força Aerodinâmica

As forças aerodinâmicas resultantes são: sustentação  $L$ , arrasto  $D$  e lateral  $f_y$ . O SRV é definido de modo que essas forças sejam escritas como:

$$\mathbf{f}_{a_{srp}} = \begin{bmatrix} -D \\ f_y \\ -L \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Da equação acima, tem-se:

- A força de arrasto  $D$  age no sentido oposto ao da velocidade relativa;
- A força de sustentação  $L$  é perpendicular à força de arrasto. Ela está contida num plano vertical local;
- A força lateral também é perpendicular ao vetor velocidade relativa, mas é sempre paralela ao plano horizontal local.

### 2.4.4 Força Propulsiva

A força propulsiva, de magnitude  $f_T$ , aponta ao longo do eixo  $x_t$  do SRP. Dessa forma, tem-se:

$$\mathbf{f}_{T_{srp}} = \begin{bmatrix} f_T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Porém, para escrever as equações do movimento, todas as forças serão decompostas no SRV. Portanto, a força propulsiva escrita neste referencial, por meio da matriz de rotação, é dada por:

$$\mathbf{f}_{T_{srv}} = \begin{bmatrix} f_T \cos \epsilon \cos \mu \\ f_T \sin \mu \\ -f_T \cos \mu \sin \epsilon \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Os ângulos  $\mu$  e  $\epsilon$  representam a angulação da tubeira em relação à velocidade relativa do veículo. O ângulo  $\mu$  está relacionado à deflexão lateral em relação ao plano  $x_v z_v$ , enquanto  $\epsilon$  está relacionado à deflexão no plano  $x_v z_v$ . Na prática, eles representam os ângulos do guimbal de 2 GDL responsáveis pela fatoração da tração. Neste trabalho, definiu-se que os ângulos seriam calculados de modo a manter o pulso de tração alinhado com a velocidade inercial no segundo disparo do terceiro estágio. Para isso, a igualdade a seguir foi utilizada:

$$f_{T_{srv}} = C_{srv}^{lvlh} f_{T_{lvlh}} \quad (2.33)$$

A partir disso, as equações a seguir foram obtidas:

$$\begin{aligned} \mu &= \sin^{-1} (\cos A \cos \phi_i \sin A_i - \sin A \cos \phi_i \cos A_i) \\ \epsilon &= -\tan^{-1} \frac{-\cos \phi \sin \phi_i + \sin \phi \sin A \cos \phi_i \sin A_i + \sin \phi \cos A \cos \phi_i \cos A_i}{\sin \phi \sin \phi_i + \cos \phi \sin A \cos \phi_i \sin A_i + \cos \phi \cos A \cos \phi_i \cos A_i} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Durante as análises, considerou-se que até 200 km (100 km acima da linha de Kármán) os ângulos  $\mu$  e  $\epsilon$  eram nulos e, a partir desse ponto, eram calculados pelas equações obtidas.

#### 2.4.5 Força Gravitacional

Na modelagem das equações do movimento, será considerado o modelo gravitacional de planeta axis simétrico, onde a declinação longitudinal da gravidade é desprezada. Da formulação da gravidade de um planeta axis simétrico, tem-se: possui uma componente  $g_r$  na direção radial (com sinal negativo) e uma componente  $g_\phi$  na direção colatitudinal (vetor diretor  $e_\phi$  de coordenadas esféricas).

A aceleração da gravidade será escrita de maneira genérica, por meio das componentes  $g_c$  na direção centrípeta e  $g_\delta$  na direção norte. Dessa forma, a força gravitacional é

representada no referencial LVLH da seguinte maneira:

$$\mathbf{f}_{g_{vlh}} = m \begin{bmatrix} -g_c \\ 0 \\ g_\delta \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

onde  $m$  é a massa do corpo.

Novamente, para escrever a força no SRV, utiliza-se a matriz de transformação. Assim, obtém-se a força gravitacional no SRV:

$$\mathbf{f}_{g_{srv}} = \begin{bmatrix} -mg_c \sin \phi + mg_\delta \cos \phi \cos A \\ -mg_\delta \sin A \\ mg_c \cos \phi + mg_\delta \sin \phi \cos A \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

## 2.5 DINÂMICA DE TRANSLAÇÃO

A modelagem da dinâmica de translação parte da Segunda Lei de Newton para um corpo de massa variável, pois é necessário considerar as variações de massa devido à queima de combustível e descarte de estágios.

Na equação abaixo, o somatório de forças inclui todas as forças externas agindo sobre o corpo, onde  $m$  é a massa do sistema,  $v_0$  é a velocidade do centro de massa com respeito ao referencial inercial e  $mv_0$  é a quantidade de movimento linear.

$$\sum \mathbf{F} = \frac{dmv_0}{dt} \quad (2.37)$$

Para o caso de ejeção de massa, considera-se a exaustão de uma massa  $\Delta m$ , fazendo com que o corpo passe a ter massa  $m - \Delta m$ . É importante ressaltar que  $m$  é uma função do tempo, que necessita ser modelada a partir de uma equação diferencial ou algébrica.

Considerando um veículo aeroespacial, onde  $m$  é a massa no instante  $t$ , após descontar-se a massa de propelentes ejetados até determinado momento, bem como a massa estrutural dos estágios já desacoplados, tem-se:

$$\sum \mathbf{F} = m \frac{dv_i}{dt} \quad (2.38)$$

onde o somatório de forças inclui todas as forças externas que agem sobre o corpo, bem como a força de tração reativa, proveniente da queima de combustível. A velocidade  $v_i$  é a velocidade inercial do centro de massa instantâneo. O referencial inercial considerado para obter e diferenciar a velocidade inercial é o ICP. Na equação acima, substituiu-se

$\sum f + f_T$  por  $\sum F$ .

A velocidade inercial do ponto  $o$  com respeito ao referencial ICP, é dada pela soma da velocidade relativa com a velocidade devido à rotação do referencial PCPF com respeito ao ICP:

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega}_{icp}^{pcpf} \times \mathbf{r} \quad (2.39)$$

onde  $\boldsymbol{\omega}_{icp}^{pcpf}$  é a velocidade angular do referencial PCPF com respeito ao ICP escrita no referencial LVLH, dada por:

$$\boldsymbol{\omega}_{icp}^{pcpf} = \begin{bmatrix} \omega_e \sin \delta \\ 0 \\ \omega_e \cos \delta \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

onde  $\omega_e$  é a magnitude da velocidade de rotação do planeta.

Fazendo as devidas substituições na Equação 2.39, obtém-se:

$$\mathbf{v}_i = \begin{bmatrix} v \sin \phi \\ v \cos \phi \sin A + r\omega_e \cos \delta \\ v \cos \phi \cos A \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

A equação acima fornece a velocidade inercial escrita no referencial LVLH. A aceleração inercial, portanto, é dada pela derivada do vetor velocidade inercial com respeito a um referencial girante:

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} \Big|_{icp} = \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} \Big|_{lvlh} + \boldsymbol{\omega}_{icp}^{lvlh} \times \mathbf{v}_i \quad (2.42)$$

A velocidade angular  $\boldsymbol{\omega}_{icp}^{lvlh}$  é a soma das velocidades angulares  $\boldsymbol{\omega}_{pcpf}^{lvlh}$  e  $\boldsymbol{\omega}_{icp}^{pcpf}$ .

A fim de evitar utilizar as coordenadas esféricas  $\lambda$  e  $\delta$  na expressão da velocidade angular escrita no LVLH com respeito ao referencial ICP, realiza-se a substituição dessas coordenadas esféricas por suas respectivas relações já deduzidas nas equações de cinemática de translação. Com isso, obtém-se:

$$\boldsymbol{\omega}_{icp}^{lvlh} = \begin{bmatrix} \omega_e \sin \delta + \frac{v}{r} \cos \phi \sin A \tan \delta \\ -\frac{v}{r} \cos \phi \cos A \\ \frac{v}{r} \cos \phi \sin A + \omega_e \cos \delta \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Substituindo as equações 2.41 e 2.43 na Equação 2.42 e realizando os cálculos necessários, obtém-se uma expressão para cada componente da aceleração inercial  $\mathbf{a}_i$  no referencial LVLH. Mas, a fim de obter-se as derivadas das coordenadas de velocidade de forma explícita, reescreve-se a aceleração inercial no referencial do vento.

Portanto, as componentes da aceleração inercial no SRV, sem que haja acopla-

mento entre as derivadas, são:

$$\begin{cases} a_{xv} = \dot{v} + r\omega_e^2 \cos \delta (\cos A \sin \delta \cos \phi - \cos \delta \sin \phi) \\ a_{yv} = v \cos \phi \dot{A} + 2v\omega_e (\cos A \cos \delta \sin \phi - \sin \delta \cos \phi) - r\omega_e^2 \sin A \sin \delta \cos \delta - \frac{v^2}{r} \sin A \tan \delta \cos^2 \phi \\ a_{zv} = -v\dot{\phi} + r\omega_e^2 \cos \delta (\cos A \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi) + 2v\omega_e \sin A \cos \delta + \frac{v^2}{r} \cos \phi \end{cases} \quad (2.44)$$

Realizando-se as devidas substituições de equações (2º Lei de Newton aplicada no SRV e somatório das forças no SRV), obtém-se as equações diferenciais de dinâmica de translação, explicitando-se  $\dot{v}$ ,  $\dot{A}$  e  $\dot{\phi}$ :

$$\begin{cases} \dot{v} = \frac{1}{m}(-D + f_T \cos \epsilon \cos \mu - mg_c \sin \phi + mg_\delta \cos A \cos \phi) - r\omega_e^2 \cos \delta (\cos A \sin \delta \cos \phi - \cos \delta \sin \phi) \\ \dot{A} = \frac{1}{mv \cos \phi} (f_y + f_T \sin \mu - mg_\delta \sin A) - \frac{1}{v \cos \phi} 2v\omega_e (\cos A \cos \delta \sin \phi - \sin \delta \cos \phi) + \\ \frac{1}{v \cos \phi} (r\omega_e^2 \sin A \sin \delta \cos \delta + \frac{v^2}{r} \sin A \tan \delta \cos^2 \phi) \\ \dot{\phi} = \frac{1}{mv} (L + f_T \cos \mu \sin \epsilon - mg_c \cos \phi - mg_\delta \cos A \sin \phi) + \\ \frac{1}{v} (2v\omega_e \sin A \cos \delta + \frac{v^2}{r} \cos \phi + r\omega_e^2 \cos \delta (\cos A \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi)) \end{cases} \quad (2.45)$$

Dessa forma, o modelo de mecânica de voo de translação do veículo possui 3 graus de liberdade, sendo formado por um sistema de 6 equações diferenciais não lineares, onde as variáveis de estado são:

- Coordenadas esféricas da posição no referencial PCPF: distância radial  $r$ , longitude planetária  $l$  e latitude  $\delta$ ;
- Coordenadas da velocidade relativa expressa no referencial LVLH: magnitude  $v$ , azimute de velocidade  $A$  e elevação  $\phi$ .

## 2.6 MODELO GRAVITACIONAL

A hipótese de campo gravitacional conservativo, aplicada à segunda Lei de Newton para um corpo contínuo, permite a definição de potencial gravitacional:

$$g_i = \frac{\partial \phi_i}{\mathbf{r}_{mi}} = -G m_i \frac{\mathbf{r}_{mi}}{\mathbf{r}_{mi}^3} \quad (2.46)$$

A aceleração da gravidade  $g$  resultante sobre um corpo de massa  $m$  é dada pelo somatório desse potencial. Para um número infinito de partículas, o somatório discreto converge para uma integral de volume sobre toda matéria do corpo.

Para estabelecer uma geometria de referência é possível relacionar uma quantidade de massa infinitesimal  $dm$  com a gravidade exercida pelo corpo.

Um modelo gravitacional para um corpo axis simétrico foi utilizado, levando em consideração o potencial gravitacional já descrito:

$$\Phi(r, \phi) = \frac{GM}{r} \left( 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{R_e}{r} \right)^n J_n P_n(\cos\phi) \right) \quad (2.47)$$

onde:

- $G$  é a constante gravitacional;
- $M$  é a massa do corpo primário;
- $R_e$  é o raio equatorial;
- $r$  é a distância radial;
- $\phi$  é a colatitude;
- $J_n$  são as constantes de Jeffery;
- $P_n$  são os polinômios de Legendre.

As constantes de Jeffery são parâmetros de expansão em harmônicos esféricos.  $J_2$ ,  $J_3$  e  $J_4$  são suficientes para representar o campo magnético da Terra com alta precisão, isso ocorre por conta do achatamento dos polos e outros fatores. Dessa forma, os polinômios de Legendre necessários para o cálculo do potencial são:

$$P_2(v) = \frac{1}{2}(3v^2 - 1) \quad (2.48)$$

$$P_3(v) = \frac{1}{2}(5v^3 - 3v) \quad (2.49)$$

$$P_4(v) = \frac{1}{8}(35v^4 - 30v^2 + 3) \quad (2.50)$$

Aplicando o gradiente na função potencial, é possível obter a aceleração da gravidade para coordenadas esféricas:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \mathbf{i}_\phi + \frac{1}{r \sin \phi} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \mathbf{i}_\theta \quad (2.51)$$

Abaixo, são apresentadas as componentes para o cálculo do campo gravitacional:

$$g_r = -\frac{\mu_T}{r^2} - \frac{\mu_T}{r} \left( \frac{-J_2 R_e^2 (3\cos^2 \phi - 1)}{r^3} - \frac{1.5 J_3 R_e^3 (5\cos^3 \phi - 3\cos \phi)}{r^4} - \frac{J_4 R_e^4 (3 - 30\cos^2 \phi + 35\cos^4 \phi)}{2r^5} \right) + \frac{\mu_T}{r^2} \left( \frac{-J_2 R_e^2 (3\cos^2 \phi - 1)}{2r^2} - \frac{1.5 J_3 R_e^3 (5\cos^3 \phi - 3\cos \phi)}{2r^3} - \frac{J_4 R_e^4 (3 - 30\cos^2 \phi + 35\cos^4 \phi)}{8r^4} \right) \quad (2.52)$$

$$g_\phi = -\frac{\mu_T}{r^2} \left( -\frac{3J_2 R_e^2 \cos \phi \sin \phi}{2r^3} - \frac{J_3 R_e^3 (3 \sin \phi - 15 \cos^2 \phi \sin \phi)}{r^4} - \frac{J_4 R_e^4 (60 \cos \phi \sin \phi - 140 \cos^3 \phi \sin \phi)}{8r^4} \right) \quad (2.53)$$

$$g_\theta = 0 \quad (2.54)$$

$$g_\delta = -g_\phi \quad (2.55)$$

$$g_c = -g_r \quad (2.56)$$

onde:

- $R_e = 6378,137 \text{ E} + 03 \text{ m}$
- $\mu_T = 3,986004418 \text{ E} + 14 \text{ m}^3/\text{s}^3$
- $J_2 = 0,00108263$
- $J_3 = 0,00000254$
- $J_4 = 0,00000161$

## 2.7 MODELO ATMOSFÉRICO

Serão consideradas as hipóteses de equilíbrio hidrostático e gás ideal. Serão desenvolvidos os perfis verticais de pressão, densidade e temperatura em uma condição de atmosfera padrão estacionária. Diversos parâmetros adimensionais que são úteis para o cálculo de cargas aerodinâmicas e térmicas também serão modelados.

A modelagem da atmosfera padrão é dada por camadas consecutivas, definidas em função do perfil de variação de temperatura. Na Terra, convencionou-se a nomenclatura das seguintes camadas, de menor altitude para maior: troposfera, estratosfera, mesosfera, termosfera e exosfera.

Existem algumas variáveis termodinâmicas básicas que são estabelecidas de modo a definir as camadas em equilíbrio termodinâmico. A variação linear da temperatura com a altitude em relação a uma determinada camada é dada por:

$$T = T_i + a(h - h_i) \quad (2.57)$$

onde  $i$  refere-se à camada,  $h$  é a altitude geométrica e  $a$  é a taxa de lapso termal.

A taxa de lapso termal é relacionada diretamente ao expoente politrópico  $n$ , sendo importante para a determinação da estabilidade do equilíbrio hidrostático de uma camada atmosférica. Da equação abaixo, uma camada atmosférica com  $a < 0$  é termicamente estável, enquanto uma camada com  $a > 0$  é instável.

$$a = -g \frac{1}{R} \frac{n-1}{n} \quad (2.58)$$

Para  $a \neq 0$ , a pressão em função da altitude geométrica nas camadas com variação linear da temperatura é dada por:

$$p = p_i \left( 1 + \frac{a(h - h_i)}{T_i} \right)^{-\frac{g_0}{Ra}(1+\beta(\frac{T_i}{a}-h_i))} \exp\left(\frac{g_0\beta}{Ra}(h - h_i)\right) \quad (2.59)$$

onde  $g_0$  é o valor ao nível do mar da gravidade,  $R$  é a constante específica do gás e  $\beta$  é dado por  $\beta = 2/r_0$ , onde  $r_0$  é o raio médio da Terra.

A pressão em função da altitude geométrica nas camadas isotérmicas ( $a = 0$ ) é dada por:

$$p = p_i \exp\left(-\frac{g_0}{RT_i}(h - h_i)\left(1 - \frac{\beta}{2}(h + h_i)\right)\right) \quad (2.60)$$

Uma vez obtidas a temperatura e a pressão, determina-se a densidade através da equação de gás ideal:

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (2.61)$$

As expressões determinadas acima são utilizadas para determinar temperatura, pressão e densidade em qualquer altitude até 86 km, onde o equilíbrio hidrostático ainda é válido.

Existem diversos modelos de atmosfera padrão, sendo a taxa de lapso térmico o principal dos parâmetros adotados como base. Neste curso, para obter um modelo, utilizou-se a convenção da referência (TEWARI, 2007), que mescla dois modelos distintos. Assim, tem-se:

- Na faixa de  $0 \leq h \leq 86$  km, será adotado o modelo da atmosfera padrão norte americana de 1976. Este modelo possui duas camadas acima de 86 km, as quais possuem variação não linear de temperatura versus altitude e certa incerteza;
- Para altitudes acima de 86 km, será utilizado o modelo padrão norte americano de 1962. Este modelo representa camadas até a altitude  $h = 2000$  km, todas com temperatura linearmente variável.

A composição das atmosferas padrão norte americanas de 1976 e 1962 resulta num modelo de 21 camadas (contando as subcamadas). A combinação pode ser vista na figura abaixo.

Figura 2.4 – Combinação de atmosfera padrão norte americana de 1976 e 1962.

|              | <i>i</i> | <i>h<sub>i</sub></i> (km) | <i>T<sub>i</sub></i> (K) | <i>R</i> (J/kg.K) | <i>a</i> (K/km) | <i>M</i> |
|--------------|----------|---------------------------|--------------------------|-------------------|-----------------|----------|
| Troposfera   | 1        | 0                         | 288,15                   | 287,0             | -6,5            | 28,9644  |
|              | 2        | 11,0191                   | 216,65                   | 287,0             | 0,0             | 28,9644  |
| Estratosfera | 3        | 20,0631                   | 216,65                   | 287,0             | 1,0             | 28,9644  |
|              | 4        | 32,1619                   | 228,65                   | 287,0             | 2,8             | 28,9644  |
| Mesosfera    | 5        | 47,3501                   | 270,65                   | 287,0             | 0,0             | 28,9644  |
|              | 6        | 51,4125                   | 270,65                   | 287,0             | -2,8            | 28,9644  |
| Termosfera   | 7        | 71,8020                   | 214,65                   | 287,02            | -2,0            | 28,9644  |
|              | 8        | 86                        | 186,946                  | 287,02            | 1,693           | 28,9644  |
| Exosfera     | 9        | 100                       | 210,65                   | 287,84            | 5,0             | 28,88    |
|              | 10       | 110                       | 260,65                   | 291,06            | 10,0            | 28,56    |
| Termosfera   | 11       | 120                       | 360,65                   | 308,79            | 20,0            | 28,07    |
|              | 12       | 150                       | 960,65                   | 311,80            | 15,0            | 26,92    |
| Termosfera   | 13       | 160                       | 1.110,65                 | 313,69            | 10,0            | 26,66    |
|              | 14       | 170                       | 1.210,65                 | 321,57            | 7,0             | 26,4     |
| Termosfera   | 15       | 190                       | 1.350,65                 | 336,68            | 5,0             | 25,85    |
|              | 16       | 230                       | 1.550,65                 | 366,84            | 4,0             | 24,7     |
| Termosfera   | 17       | 300                       | 1.830,65                 | 416,88            | 3,3             | 22,66    |
|              | 18       | 400                       | 2.160,65                 | 463,36            | 2,6             | 19,94    |
| Exosfera     | 19       | 500                       | 2420,65                  | 493,63            | 1,7             | 17,94    |
|              | 20       | 600                       | 2.590,65                 | 514,08            | 1,1             | 16,84    |
| Exosfera     | 21       | 700                       | 2.700,65                 | 514,08            | 0,0             | 16,17    |

Fonte: (TEWARI, 2007), adaptado pelo Professor.

Além das variáveis termodinâmicas básicas, alguns parâmetros adicionais podem ser calculados a partir do modelo atmosférico. Tais parâmetros são úteis para determinar cargas aerotérmicas:

- Velocidade do som:

$$a_{\infty} = \sqrt{\gamma R T} \quad (2.62)$$

- Número de Mach:

$$M = \frac{v}{a_{\infty}} \quad (2.63)$$

onde *v* denota a velocidade do veículo relativa à atmosfera.

- Coeficiente de viscosidade dinâmica:

$$\mu = 1,458 \times 10^{-6} \frac{T^{\frac{3}{2}}}{T + 110,4} \quad (2.64)$$

- Número de Prandtl:

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k_T} \quad (2.65)$$

onde  $k_T$  é o coeficiente de condutividade térmica do gás perfeito, enquanto  $c_p$  é o seu calor específico de pressão constante, que pode ser calculado por:

$$c_p = \frac{R\gamma}{\gamma - 1} \quad (2.66)$$

- Número de Knudsen:

$$Kn = \frac{\lambda}{l_c} \quad (2.67)$$

onde  $\lambda$  é o caminho livre médio do escoamento não perturbado de moléculas e  $l_c$  é um comprimento característico. O caminho livre médio é baseado no diâmetro de colisão  $\sigma$ , sendo calculado por:

$$\lambda = \frac{m}{\sqrt{2\pi\sigma^2\rho N_a}} \quad (2.68)$$

onde  $m$  é a massa molecular em kg/Mol, e  $N_a = 6,0220978 \times 10^{23}$  é o número de Avogadro.

- O parâmetro de regime de escoamento  $d$ , baseado no número de Knudsen:

- Se  $d = 1$ , o escoamento é livre molecular. Para  $Kn \geq 10$ ;
- Se  $d = 2$ , o escoamento é contínuo. Para  $Kn \leq 0,01$ ;
- Quando  $d = 3$ , o escoamento é de transição entre os dois regimes. Para  $0,01 < Kn < 10$ .

- Número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho v l_c}{\mu} \quad (2.69)$$

## 2.8 MODELO AERODINÂMICO

O modelo aerodinâmico desenvolvido leva em conta os regimes de escoamento desde o subsônico até o hipersônico, bem como a densidade do ar desde o meio contínuo até o livre molecular. O modelo também considera diversos regimes de turbulência, além da dependência com a temperatura e reações químicas na termosfera e exosfera.

Os modelos aerodinâmicos, em geral, envolvem o cálculo de três coeficientes de momento e três de força:

- Coeficientes de momento de rolamento, arfagem e guinada:  $C_l$ ,  $C_m$  e  $C_n$ ;
- Coeficientes de força de arrasto, sustentação e lateral:  $C_D$ ,  $C_L$  e  $C_Y$ .

Entretanto, somente o movimento de translação de foguete é observado nesta disciplina, sendo assim, os coeficientes de momento não serão modelados. Os coeficientes de força serão avaliados segundo as hipóteses:

- Foguetes são corpos otimizados para baixa razão estrutural. Deste modo, eles suportam baixos fatores de carga normais ou laterais. Por tal razão, voam com baixo ângulo de ataque e derrapagem, de modo que as forças de sustentação e lateral sejam muito pequenas, sendo zeradas da modelagem.

A partir das limitações acima, somente o coeficiente de arrasto será tratado. Na modelagem do voo de foguete, o arrasto é importante para avaliar a perda de impulso de velocidade  $\Delta v$  que o veículo sofre na medida que vence a resistência atmosférica.

Devido à grande dificuldade em estimar modelos de arrasto, será tomado como base o modelo apresentado na referência (TEWARI, 2007), que se aplica para uma cápsula de reentrada. Porém, outros modelos também serão revisados, a fim de realizar adaptações no modelo de referência.

Será assumido que o veículo possui estabilidade estática, de modo que os ângulos de ataque e derrapagem permaneçam nulos. Para isso, o coeficiente de arrasto da cápsula, para uma área de referência da base da cápsula de  $S = 4m^2$ , é dado por:

$$\begin{cases} C_D = C_{D_c} & Kn < 0,0146 \\ C_D = C_{D_{fm}} & Kn > 14,5 \\ C_D = C_{D_c} + (C_{D_{fm}} - C_{D_c})\left(\frac{1}{3} \log_{10} \frac{Kn}{\sin 30^\circ} + 0,5113\right) & 0,0146 \leq Kn \leq 14,5 \end{cases} \quad (2.70)$$

onde  $Kn$  é o número de Knudsen, que é calculado para o comprimento de referência  $l_c = 0,5m$ ;  $C_{D_c}$  é o coeficiente de arrasto do meio contínuo e  $C_{D_{fm}}$  é o coeficiente de arrasto no regime de escoamento livre molecular. O coeficiente  $C_{D_c}$  é plotado como uma função do número de Mach, como mostra a Figura 2.5.

O coeficiente  $C_{D_{fm}}$  é determinado pela aproximação de parede fria, sendo dado por:

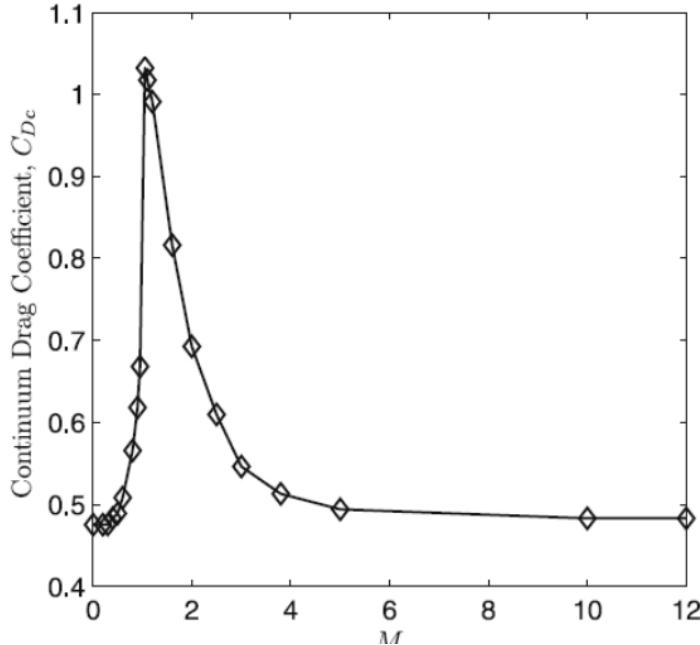
$$C_{D_{fm}} = 1,75 + \frac{\sqrt{\pi}}{2s} \quad (2.71)$$

onde  $s = \frac{v}{\sqrt{2RT}}$  denota a razão de velocidade molecular, sendo que  $v$  é a velocidade aerodinâmica,  $R$  é a constante de gás ideal do ar e  $T$  é a temperatura.

Um ajuste do coeficiente de arrasto para ângulo de ataque nulo é feito. Aplica-se a mesma proporção entre  $C_{D_{vlm-1}}$  e  $C_{D_{livro}}$  para toda a curva de  $C_D$  do meio contínuo versus Mach. Pela ausência de dados, o  $C_{D_{vlm-1}}$  possui o mesmo valor do  $C_{D_{vsb-30}}$ .

$$\frac{C_{D_{vlm-1}}}{C_{D_{livro}}} = \frac{0,609}{0,4753} = 1.28 \quad (2.72)$$

Figura 2.5 – Coeficiente de arrasto contínuo em função do número de Mach.



Fonte: (TEWARI, 2007).

Nota-se, a partir da Figura 2.5, que o princípio de independência do número de Mach hipersônico é válido, tendo em vista que  $C_{Dc}$  torna-se invariante com o número de Mach para  $M > 8$ .

A partir da Figura 2.5, pode-se extrair alguns pontos, principalmente das regiões de variações mais intensas de  $C_{Dc}$ , permitindo obter uma tabela de pontos da curva de  $C_{Dc}$  em função do número de Mach.

Um procedimento semi-empírico, desenvolvido pelo professor, foi adotado para obter as áreas de referência para o cálculo do arrasto:

- Assumir que a área molhada afeta em 50% o arrasto;
- Adotar o comprimento do veículo completo como referência;
- Reduzir as áreas de referência do segundo estágio e da carga útil a partir da relação entre o comprimento destes e o comprimento total do veículo;
- Aplicar a correção somente em 50% da área.

Com isso, as áreas de seção transversal foram calculadas a partir de  $\frac{\pi r^2}{4}$ :

$$S_1 = 7,6667 \quad (2.73)$$

$$S_2 = 1,5 \quad (2.74)$$

$$S_3 = 1,5 \quad (2.75)$$

$$S_L = 1,5 \quad (2.76)$$

Em seguida, os comprimentos do foguete completo ( $l_1$ ), sem o primeiro estágio ( $l_2$ ), sem o primeiro e segundo estágios ( $l_3$ ), e da carga útil receberam os valores:

$$S_1 = 20,71 \quad (2.77)$$

$$S_2 = 13,38 \quad (2.78)$$

$$S_3 = 6,28 \quad (2.79)$$

$$S_L = 1,0 \quad (2.80)$$

Com essas informações, calcula-se os fatores de correção de área, dados por  $(0,5 + 0,5\frac{l_2}{l_1})$  e, em seguida, as áreas de referência para o cálculo do arrasto:

$$S_{r1} = 7,6667 \quad (2.81)$$

$$S_{r2} = 1,2345 \quad (2.82)$$

$$S_{r3} = 0,9774 \quad (2.83)$$

$$S_{r4} = 0,7862 \quad (2.84)$$

Por último, é apresentado o comprimento de referência  $l_c$ , calculado através do diâmetro médio dos motores:

$$S_{r4} = 1,5 \quad (2.85)$$

## 2.9 VOO ASCENDENTE DE FOGUETE

A partir dos modelos desenvolvidos anteriormente, é possível simular o voo ascendente de foguete, o qual tem duas aplicações de interesse: voo de sondagem e voo de inserção orbital.

O voo de sondagem é uma trajetória vertical, ou quase vertical, onde o principal objetivo é varrer uma faixa de altitude. Normalmente, a intenção da missão é a aquisição de dados em função da altitude ou realização de experimentos em microgravidade. Nesse tipo de trajetória, o foguete deve ter capacidade de manter a trajetória vertical de maneira estável, geralmente de modo balístico, sem nenhuma execução de manobra. No momento em que o veículo atinge a altitude máxima que atende aos objetivos da missão, a velocidade relativa será nula, ou muito pequena.

Em relação ao voo de inserção orbital, o seu lançamento também ocorre na vertical,

ou próximo disso. No entanto, durante a subida, é necessário que a trajetória se curve gradativamente, de modo que, no momento de desligamento do motor do último estágio, o ângulo de trajetória seja nulo ou aproximadamente nulo. Ao atingir a altitude orbital, ao desligar o motor do último estágio, a velocidade relativa não será nula. Neste momento, a velocidade do veículo precisa ser igual à velocidade da órbita desejada. Dessa forma, não basta atingir a altitude desejada, mas também impor um impulso de velocidade compatível com uma órbita naquela altitude.

A trajetória de inserção orbital pode ter manobras associadas ou ocorrer de maneira puramente balística, isso depende no nível de precisão, tipo dos motores e características de estabilidade e controle. Independente de houver manobras ou não, a trajetória deve propiciar um ângulo de trajetória nulo ou aproximadamente nulo no momento da inserção orbital, que é o instante em que os motores são desligados.

Independente do tipo de missão do voo ascendente, além das equações de movimento, modelo aerodinâmico genérico, modelo atmosférico e modelo gravitacional já vistas, é preciso particularizar o veículo com algumas características básicas:

- Número de estágios;
- Massa de propelente de cada estágio;
- Massa estrutural de cada estágio;
- Massa de carga útil;
- Modelo propulsivo de cada estágio: tração e consumo de propelente;
- Parâmetros aerodinâmicos de cada estágio.

A definição da lógica de sequenciamento de estágios é muito importante para a modelagem. Dessa forma, adotou-se a seguinte padronização:

- Tempo de ignição  $t_{i_k}$  do estágio  $k$ , para  $k = 1, \dots, N$ . Trata-se do momento em que o  $k$ -ésimo estágio é ligado;
- Tempo de queima  $t_{q_k}$  do estágio  $k$ , para  $k = 1, \dots, N$ . Trata-se do momento em que o  $k$ -ésimo estágio é desligado;
- Tempo de separação  $t_{s_k}$  do estágio  $k$ , para  $k = 1, \dots, N$ . Trata-se do momento em que o  $k$ -ésimo estágio é separado.

A padronização de escrita do sequenciamento de tempos da missão também é de suma importância para a modelagem. De maneira similar, a padronização adotada foi:

- $t_{i_k} = t_{s_{k-1}} + T_{i_k}$ , para  $k = 2, \dots, N$ , onde  $T_{i_k}$  é o tempo de espera para ignição do estágio  $k$  após a separação do estágio  $k - 1$ ;

- $t_{q_k} = t_{i_k} + T_{q_k}$ , para  $k = 1, \dots, N$ , onde  $T_{q_k}$  é o tempo de duração da queima de propelente do motor do estágio  $k$ ;
- $t_{s_k} = t_{q_k} + T_{s_k}$ , para  $k = 1, \dots, N$ , onde  $T_{s_k}$  é o tempo de espera para separação do estágio  $k$  após a queima de seu propelente.

## 2.10 MODELO PROPULSIVO

Tendo como base a lógica de sequenciamento vista na seção anterior, serão desenvolvidos os modelos de tração e variação de massa. Para um veículo de  $N$  estágios, a variação da massa vai depender do desacoplamento dos estágios e do consumo de propelente pelos motores.

Serão utilizados modelos de alto nível, onde assume-se uma curva conhecida para a tração em função do tempo. Para encontrar a massa em função do tempo, a partir da curva de tração fornecida, a definição de impulso específico e a fórmula da tração reativa podem ser usadas:

$$v_{e_k} = gI_{sp_k} \quad , \quad f_{T_k}(t) = \dot{m}_{p_k} v_{e_k} \quad (2.86)$$

onde  $f_{T_k}(t)$  é a função que exprime a tração em função do tempo, durante a queima do estágio  $k$ ;  $v_{e_k}$ ,  $I_{sp_k}$  e  $\dot{m}_{p_k}$  são a velocidade de exaustão, o impulso específico e vazão mássica do motor do estágio  $k$ , respectivamente;  $g$  é o valor padrão da aceleração da gravidade adotado para modelar  $I_{sp_k}$ .

Assume-se que a variação da tração devido à pressão no bocal de exaustão esteja modelada no impulso específico  $I_{sp_k}$  ou velocidade de exaustão  $v_{e_k}$ . Desse modo, determina-se a relação entre  $f_{T_k}(t)$  e  $\dot{m}_{p_k}$ :

$$\dot{m}_{p_k} = \frac{f_{T_k}(t)}{gI_{sp_k}} \quad (2.87)$$

Portanto, para conhecer a variação de  $\dot{m}_{p_k}$  é preciso obter a curva de tração  $f_{T_k}(t)$  e o impulso específico  $I_{sp_k}$ .

A vazão mássica de propelente  $\dot{m}_{p_k}$  e a variação de massa do veículo  $\dot{m}$  têm sinais trocados, pois a vazão de propelente implica em uma diminuição da massa do veículo. Assim, para calcular a derivada da massa do veículo, troca-se o sinal de  $\dot{m}_{p_k}$ :

$$\dot{m} = -\frac{f_{T_k}(t)}{gI_{sp_k}} \quad (2.88)$$

Conhecendo a curva de tração em cada estágio durante a queima de propelente e a lógica de sequenciamento de estágios, o modelo da força propulsiva em função do tempo

é dado por:

$$f_T(t) = \begin{cases} f_{T_k}(t) & , \quad t_{i_k} \leq t \leq t_{q_k} \\ 0 & , \quad t_{q_k} < t < t_{i_{k+1}} \end{cases} \quad (2.89)$$

Como o estágio  $k + 1$  não inicia a sua queima instantaneamente após o estágio  $k$ , há um intervalo de tempo  $(t_{q_k}, t_{i_{k+1}})$  onde nenhuma tração é aplicada. Esse intervalo tem duração  $T_{s_k} + T_{i_{k+1}}$  e é chamado de fase de voo balístico. Em veículos lançadores de propulsão sólida e sem vetoração de tração, as únicas variáveis de controle são os tempos de duração das fases de voo balístico, ou seja, os intervalos de tempo  $(t_{q_k}, t_{i_{k+1}})$ .

A partir do conhecimento da lógica de sequenciamento de estágios, das massas estrutural e de propelente, da curva de tração e respectivo impulso específico de cada estágio, é possível determinar a massa em função do tempo durante todo o voo do veículo.

Para a modelagem da massa nos intervalos com consumo de propelente, o modelo da Equação 2.88 será utilizado. A massa total do veículo antes da queima do estágio 1 será escrita como  $m_{0_1}$ . Resumidamente, a lógica para determinação da massa estágio após estágio pode ser vista na equação condicional abaixo:

$$m(t) = \begin{cases} m_{0_1} = m_0 & , \quad t_0 \leq t < t_{i_1} \\ m_{0_k} - \Delta m_{p_k}(t) & , \quad t_{i_k} \leq t \leq t_{q_k} \\ m_{0_k} - m_{p_k} & , \quad t_{q_k} < t < t_{s_k} \\ m_{0_{k+1}} = m_{0_k} - m_{p_k} - m_{s_k} & , \quad t_{s_k} \leq t < t_{i_{k+1}} \end{cases} \quad (2.90)$$

onde  $k = 1, \dots, N$ . A massa  $m_{0_{N+1}}$  é da carga útil, sendo a massa resultante após o desacoplamento da estrutura do  $N$ -ésimo estágio.

A variável  $\Delta m_{p_k}(t)$  na Equação 2.90 é:

$$\Delta m_{p_k}(t) = \int_{t_{i_k}}^t \frac{f_{T_k}(\tau)}{g I_{sp_k}} d\tau \quad (2.91)$$

Por trás desta modelagem, há as seguintes hipóteses:

- Toda a massa de propelente é consumida durante a queima de cada estágio;
- O desacoplamento de cada estágio é instantâneo.

### 3 DESCRIÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

O problema abordado - realizar a inserção orbital de um CubeSat do tipo 8U em órbita geossíncrona - foi realizado através de um algoritmo no programa comercial *MATLAB*. O programa foi implementado utilizando a versão *MATLAB* 2018b, entretanto, para garantir que o código funciona para versões menos recentes, uma versão que foi validada para funcionar no *MATLAB* 2015a (recomenda-se testar primeiro a versão da pasta 2018b, pois algumas funcionalidades do código tiveram de ser desabilitadas, além de apresentar uma convergência mais rápida na otimização). A implementação foi feita considerando o que foi enunciado nas aulas 19, 26, 27, 28 e 29 da disciplina de Mecânica de Voo Espacial, disponibilizadas pelo professor.

Inicialmente, um código de otimização da configuração do veículo lançador foi implementado, conforme o que foi mostrado na aula 26. Para isso, uma função foi desenvolvida para calcular o impulso de velocidade que um veículo lançador de  $N$  estágios pode fornecer, com base na distribuição de massas e impulsos específicos de seus motores. O algoritmo foi desenvolvido para realizar o procedimento de avaliação da factibilidade de órbita em termos de  $\Delta v$ , e seus resultados são apresentados na Seção 4.1.1.

A segunda etapa desenvolvida no trabalho foi a implementação de um algoritmo para simular o voo de sondagem do veículo lançador, a fim de captar com maior precisão a condição de voo do veículo, de forma que a factibilidade de inserção orbital pudesse ser avaliada em termos da energia específica da órbita. O programa terá seu funcionamento geral aqui brevemente descrito, e alguns detalhes mais específicos são mostrados dentro dos próprios códigos.

O voo de sondagem foi brevemente descrito na Seção 2.9, onde é realizado um lançamento através de trilhos com uma determinada direção inicial. Na seção, também é apresentada uma descrição teórica do sequenciamento dos estágios. A principal função do programa desenvolvido é realizar a solução numérica do conjunto de equações diferenciais de cinemática (equação 2.27) e de dinâmica (equação 2.45). Para a solução das equações diferenciais, é utilizada a função *ode15s* do programa, para uma certa condição de lançamento.

No modelo, foram implementadas diversas funções auxiliares. O modelo atmosférico foi implementado conforme o que é descrito na Seção 2.7, que foi apresentado em aula. O modelo aerodinâmico foi implementado para calcular exclusivamente o coeficiente de arrasto  $C_D$ , pois, como indicado na Seção 2.8, as forças laterais são consideradas baixas e serão desprezadas do modelo.

O modelo gravitacional também foi implementado, considerando o modelo axis simétrico do planeta Terra. A descrição deste modelo é mostrada na Seção 2.6, bem como os valores de interesse aqui empregados. A implementação do voo de sondagem é mos-

trada na Seção 4.1.2, onde são mostradas as condições iniciais e de sequenciamento de lançamento.

Para viabilizar a obtenção da órbita, foi necessário acrescentar ao voo de sondagem a capacidade de dar múltiplos disparos no seu último estágio, bem como permitir um controle da direção do empuxo e do momento em que esse ocorre. Para isso, foram implementadas três grandes adições ao código do voo de sondagem, como mostrado nas Aulas 28 e 29 deste curso.

A primeira modificação foi em relação aos múltiplos disparos de estágio. Foi implementado um código genérico, por meio de variáveis do tipo *cell*, que permite que qualquer estágio do foguete realize um número qualquer de disparos. Basta utilizar um vetor de massas de propelente e tempos para o estágio desejado, que o programa calcula automaticamente os tempos, sequência de estágios, propulsão, etc.

Foi adicionada uma função para controle do ângulo do bocal, que permitiu que o empuxo gerado pelo foguete ficasse alinhado com a velocidade inercial do mesmo. Tomou-se o cuidado para que essa vetoração ocorresse apenas após os 200 km de altitude, quando as forças aerodinâmicas já não representam perigo à integridade do veículo.

Por fim, para que as manobras orbitais ocorressem corretamente, foi incluída uma função de navegação, que controla o tempo do segundo disparo do terceiro estágio para que o mesmo ocorresse apenas no apogeu da órbita. Com a generalização do código e um apontamento e momento de disparo correto, foi possível realizar análises de órbita com o código desenvolvido.

Com o objetivo de complementar as análises orbitais, foram incluídas também funções para mostrar, graficamente, a trajetória do veículo lançador em relação ao solo (*ground track*) e ao planeta, tridimensionalmente (*earth-sphere*). Para tornar a visualização mais intuitiva, foi implementado também uma animação da órbita tridimensional, que pode ser habilitada ou não, conforme o usuário desejar. Os resultados do código implementado podem ser vistos na Seção 4.2.

A fim de obter uma órbita o mais similar possível aos requisitos apresentados, foi decidido partir diretamente para a otimização, tendo em vista os resultados mais refinados atingíveis por este método. Foi implementado um algoritmo de otimização de diversas variáveis livres do lançamento proposto. Foram utilizados como parâmetros os tempos entre a separação do estágio prévio e o disparo do próximo estágio, para o segundo e terceiro estágios; a massa de propelente gasta em cada um dos dois disparos do terceiro estágio; e o ângulo de elevação do trilho de lançamento.

A otimização de um sistema de equações diferenciais para que se obtenha a órbita desejada a partir da base de lançamento apresenta-se como um problema de valor de contorno. Em problemas desse tipo, deseja-se variar parâmetros do sistema de equações diferenciais para que o sistema seja levado de uma condição de contorno conhecida até outra.

Inicialmente, desejou-se implementar a solução do problema de valor de contorno diretamente a partir de funções do *MATLAB*, como *bvp4c* ou *bvp5c*. Todavia, devido à elevada complexidade desse tipo de solução, decidiu-se por aplicar o método dos múltiplos tiros, que modifica os parâmetros de entrada e verifica a condição final do sistema avaliado.

Para isto, utilizou-se a função *fmincon*. O primeiro passo para sua otimização foi criar uma função objetivo para o problema. Esta recebe tanto as informações do veículo e demais dados do sistema de equações diferenciais, bem como os parâmetros de otimização. Como saída da função objetivo, é necessário que o mesmo represente o erro da função em comparação com um dado objetivo, que é minimizado.

O erro foi implementado ponderando os erros da excentricidade e do semi-eixo maior e somando-os. No caso do erro do semi-eixo maior, foi realizada uma normalização, para que o erro permanecesse entre 0 e 1, faixa compatível com a excentricidade. Todavia, devido ao elevado semi-eixo maior da órbita geossíncrona, é adotada uma ponderação maior para essa última variável.

É importante ressaltar que, para o correto funcionamento da otimização, deve-se normalizar todos os parâmetros, caso contrário, o algoritmo realiza apenas variações nos parâmetros de menor ordem de grandeza, graças ao maior impacto em seu valor. Como referência da normalização, foi utilizada a estimativa inicial dos parâmetros de entrada, es- colhida por valores médios vistos ao longo do desenvolvimento do programa, ou podendo ainda ser fornecida pelo usuário.

Como restrições gerais, limitou-se os valores mínimos e máximos de cada um dos parâmetros otimizados. Para a massa de propelente dos disparos, utilizou-se restrição por equação linear, para garantir que a massa do terceiro estágio permanecesse idêntica ao valor obtido na otimização das massas do foguete implementados anteriormente.

Para que fosse possível atingir maior desempenho com o mesmo foguete, optou-se por relaxar as restrições não relacionadas a órbita final, permitindo que menores perdas por gravidade fossem obtidas. Assim, a restrição utilizada em aula para a órbita de trans- ferência geossíncrona não foi observada.

Por meio da sintaxe de *function handle*, é passado para a função *fmincon* uma função que recebe apenas os parâmetros de otimização. Com isso, foi possível otimizar os parâmetros propostos, em concordância com o requisito ORB-08, obtendo uma órbita bastante similar àquela desejada. Os resultados do código implementado podem ser vistos na Seção 4.2.

### 3.1 COMO UTILIZAR O PROGRAMA DESENVOLVIDO

Nesta seção, será explicado como utilizar o código que foi desenvolvido para checar os resultados. Os códigos principais desenvolvidos estão na pasta principal enviada, e as

funções auxiliares estão na pasta de funções auxiliares. Quando executado, o código roda as funções necessárias da pasta.

Para verificar os resultados da Seção 4.1.1, o código *ajuste\_foguete* deve ser executado. O código *voo\_3\_estagios* é o principal desenvolvido, e possui as seguintes opções para o usuário quando executado:

- Realizar o voo de sondagem com três estágios, mostrando os resultados apresentados na Seção 4.1.2;
- Voo de inserção orbital com os dados da aula 29, apresentando os mesmos resultados do professor (pode ser usado para a validação do código desenvolvido);
- Voo de inserção orbital otimizado pelo grupo, onde são apresentados os resultados da Seção 4.2. O usuário pode escolher duas otimizações que foram realizadas pelo grupo, uma para uma inclinação de 5° (atendendo ao requisito ORB-04) (*variaveis\_optimizadas\_5.mat*), e outra para uma inclinação de 2,5° (*variaveis\_optimizadas\_2.5.mat*). Ainda, o usuário pode realizar uma nova otimização em cima destes valores (sobrepondo os dados antigos);
- Realizar um processo iterativo, onde o usuário digita as opções que deseja.

O usuário pode, ainda, rodar o código de otimização externamente, nomeado de *otimizacao\_lancamento* para executar alguma otimização de interesse.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 AVALIAÇÃO DE FACTIBILIDADE

Uma importante etapa da inserção orbital do veículo lançador é sua avaliação de factibilidade. A avaliação é feita em nível crescente de profundidade, e será feita inicialmente para o impulso de velocidade (Seção 4.1.1) e, então, com respeito à energia específica da órbita (Seção 4.1.2).

#### 4.1.1 Impulso de velocidade

A avaliação mais básica para inserção orbital de um veículo lançador é referente à avaliação de impulso de velocidade,  $\Delta V$ . A descrição desta etapa já foi feita pelo professor em aula, então será brevemente apresentada, conforme o que foi mostrado. A avaliação é feita através do cálculo da capacidade de  $\Delta V$ , como apresentado na Seção 2.2, de uma determinada configuração de veículo lançador, para uma certa quantidade de carga útil definida. O impulso total da configuração é, então, comparado com valores tabelados aproximados, já considerando as perdas esperadas durante o lançamento, como a perda de arrasto. Para a inserção em órbita geossíncrona, foi apresentado pelo professor o valor de requisito de  $\Delta V_{req} = 13 \text{ km/s}$ .

Para a solução do problema, o código "*ajuste\_foguete*" foi desenvolvido, juntamente com a função "*calcula\_dv*". A função utiliza como base as massas (estruturais, de propelente e de carga útil), além do impulso específico de cada estágio, retornando, então, o  $\Delta V$  para a configuração. O código toma como base a aceleração gravitacional padrão ao nível do mar, isto é,  $g = 9,80665 \text{ m/s}^2$ .

Como citado anteriormente, o veículo lançador utilizado no trabalho é o VLM, um veículo com 3 estágios em série, atendendo ao requisito ORB-06. O veículo lançador utiliza os motores S-44 e S-50, com seus dados de massa, de impulso específico e tração média  $\bar{F}$  apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Dados dos motores S-44 e S-50.

| Motor | $m_p \text{ [kg]}$ | $m_s \text{ [kg]}$ | $I_{sp} \text{ [s]}$ | $\bar{F} \text{ [kN]}$ |
|-------|--------------------|--------------------|----------------------|------------------------|
| S-50  | 11058              | 1367               | 271                  | 440                    |
| S-44  | 813                | 166,5              | 270                  | 38                     |

Fonte: Material do professor.

Foram apresentadas, pelo professor, três configurações alternativas ao VLM para que sejam avaliadas: C-1, C-2 e C-3. Essas configurações diferem, principalmente, em relação aos motores utilizados em cada estágio. Além dos motores já apresentados, um terceiro motor é empregado, o RD-843. Na Tabela 4.2 são apresentadas as massas de cada configuração, e características de desempenho dos motores. Os dados já são apresentados considerando o acoplamento dos motores, considerando 550 kg de elementos de fixação no primeiro estágio e pequenas reduções no desempenho dos motores devido às perturbações dos motores acoplados.

Tabela 4.2 – Configurações C-1, C-2 e C-3.

| Configuração | Estágio | Motores  | $m_p$ [kg] | $m_s$ [kg] | $I_{sp}$ [s] | $F$ [kN] |
|--------------|---------|----------|------------|------------|--------------|----------|
| C-1          | 1       | 3xS-50   | 33157      | 4650       | 251          | 1317     |
|              | 2       | 1xS-50   | 11058      | 1367       | 271          | 455      |
|              | 3       | 1xS-44   | 813        | 166,5      | 270          | 33       |
| C-2          | 1       | 3xS-50   | 33157      | 4650       | 251          | 1317     |
|              | 2       | 1xS-50   | 11058      | 1367       | 271          | 455      |
|              | 3       | 1xRD-843 | 609        | 161,9      | 315          | 2,5      |
| C-3          | 1       | 3xS-50   | 33157      | 4650       | 251          | 1317     |
|              | 2       | 1xS-50   | 11058      | 1367       | 271          | 455      |
|              | 3       | 4xRD-843 | 811        | 228,7      | 315          | 10       |

Fonte: Material do Professor.

Considerando as três configurações apresentadas nas tabelas para a carga útil em questão (13 kg) e, a partir do código apresentado, obtém-se os resultados apresentados na Tabela 4.3. Observa-se que, para todos os casos, tem-se que  $\Delta v < \Delta v_{req}$ . Dessa forma, as configurações não passam na primeira avaliação de factibilidade.

Tabela 4.3 – Impulso de velocidade das configurações C-1, C-2 e C-3.

| Configuração      | C-1    | C-2    | C-3    |
|-------------------|--------|--------|--------|
| $\Delta v$ [km/s] | 11,712 | 12,041 | 11,669 |

Fonte: Autores.

Assim, o professor apresenta possíveis alterações no veículo para tentar melhorar o seu desempenho. A primeira alternativa é a adição de um *booster* no primeiro estágio de cada uma das configurações. Assim, para todos os casos avaliados, o primeiro estágio foi adaptado para utilizar 4 motores S-50 ao invés de 3. Para avaliar as massas com a adição desse motor, foi utilizada uma proporção simples, de forma que as massas estruturais e de propelente do primeiro estágio passaram a ser 4/3 das configurações originais. Novamente, utilizando o código apresentado, são obtidos os novos impulsos de velocidade, mostrados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Impulso de velocidade das configurações C-1, C-2 e C-3 com 4xS-50 no primeiro estágio.

| Configuração      | C-1-b  | C-2-b  | C-3-b  |
|-------------------|--------|--------|--------|
| $\Delta v$ [km/s] | 12,051 | 12,380 | 12,008 |

Fonte: Autores.

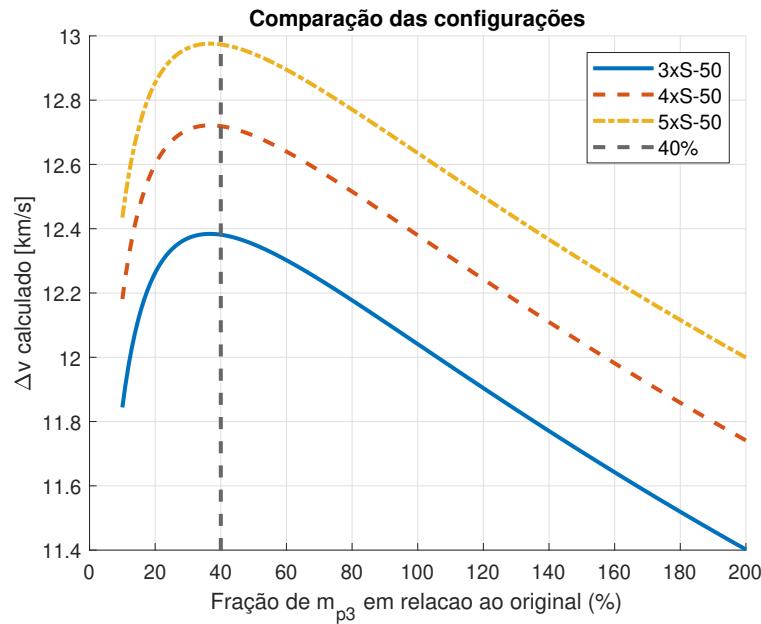
Novamente, para todas as configurações mostradas na tabela,  $\Delta v < \Delta v_{req}$ , de forma que as configurações não passam na primeira avaliação. Então, mais uma alternativa foi apresentada pelo professor. Nesta, adotou-se a configuração mais promissora até o momento, C-2-b, com uma varredura de massas de propelente no terceiro estágio. A varredura foi feita no terceiro estágio, pois, como visto nas aulas de *trade-off* de missão, variações no último estágio usualmente trazem maiores mudanças nas características do veículo lançador.

A varredura foi feita de forma a manter a razão estrutural do último estágio,  $\sigma_3$ , constante e igual ao seu valor original, ou seja,  $\sigma_3 = 0,21$ . Dessa forma, a massa de propelente foi varrida entre 10% e 200% do valor original. Por conta da razão estrutural ser mantida constante, a massa estrutural do último estágio é função da massa de propelente, de forma que:

$$m_{s_3} = \left( \frac{\sigma_3}{1 - \sigma_3} \right) m_{p_3} \quad (4.1)$$

A varredura foi feita considerando três configurações de C-2, com 3, 4 e 5 motores S-50 no primeiro estágio, e os resultados são mostrados na Figura 4.1. É observado que, das três configurações, a única que aproximadamente satisfaz o requisito de  $\Delta v_{req} = 13$  km/s é a configuração com 5xS-50 no primeiro estágio. Observa-se, ainda, que o valor ótimo de  $\Delta v$ , para os três casos, ocorre em aproximadamente 37% da massa original de propelente do terceiro estágio. Entretanto, nota-se que nesse pico de  $\Delta v$ , o seu valor é aproximadamente estável, dessa forma, considerando uma construção mais fácil do estágio, o valor foi fixado em 40% mantendo um bom desempenho, de aproximadamente  $\Delta v = 12,973$  km/s.

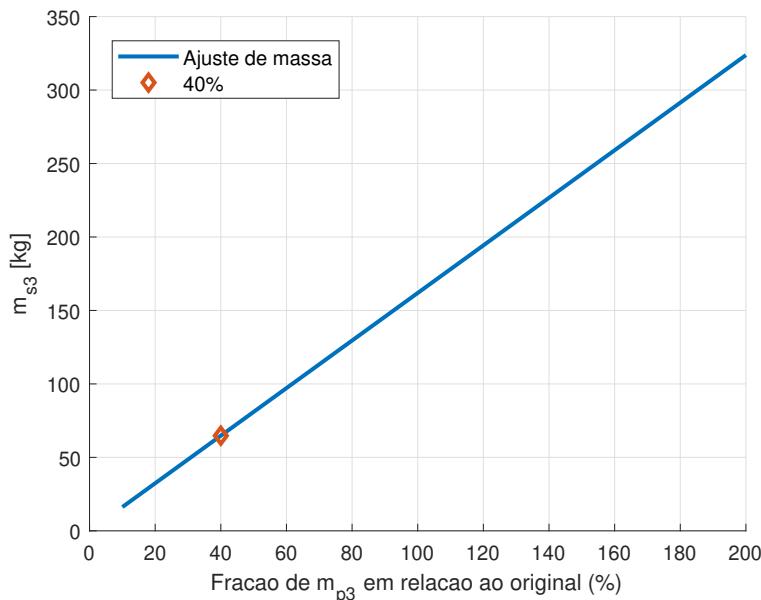
Figura 4.1 – Resultados da varredura de  $m_{p3}$  para as três configurações de C-2 avaliadas.



Fonte: Autores.

É mostrada, na figura 4.2, a variação de massa estrutural do terceiro estágio para a configuração adotada, de 5xS-50 no primeiro estágio. Os dados aproximados da configuração final adotada são mostrados na Tabela 4.5.

Figura 4.2 – Variação da massa estrutural do terceiro estágio para a configuração de 5xS-50.



Fonte: Autores.

Tabela 4.5 – Configuração final adotada para o trabalho.

| Estágio | Motores  | $m_p$ [kg] | $m_s$ [kg] | $I_{sp}$ [s] | $F$ [kN] |
|---------|----------|------------|------------|--------------|----------|
| 1       | 5xS-50   | 55262      | 7750       | 251          | 2195     |
| 2       | 1xS-50   | 11058      | 1367       | 271          | 455      |
| 3       | 1xRD-843 | 243,6      | 64,75      | 315          | 2,5      |

Fonte: Autores.

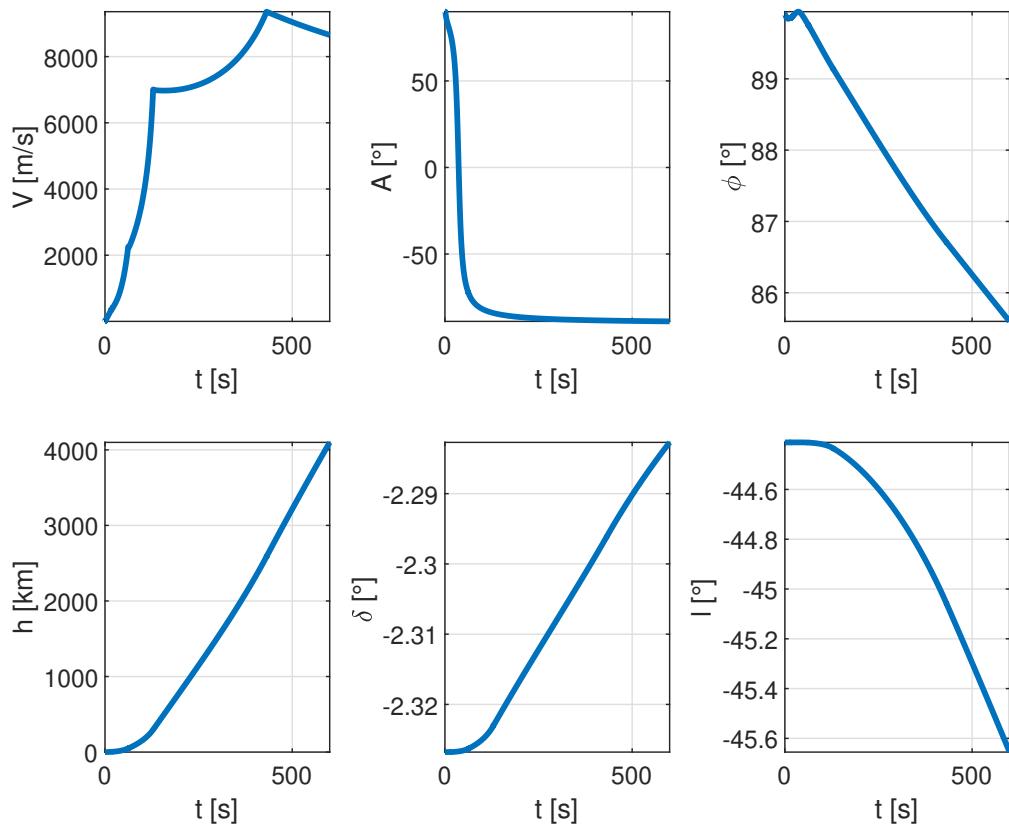
#### 4.1.2 Energia específica

Após passar pelo teste de impulso de velocidade, a próxima etapa para avaliação de factibilidade da órbita foi a verificação da energia específica. Na análise, de maneira preliminar, foi realizado um voo de sondagem, a partir do lançamento do veículo lançador descrito.

Buscando verificar o requisito ORB-03, adotou-se uma órbita circular de referência com raio igual ao semi-eixo maior de uma órbita geossíncrona (42164 km), a partir da qual foi definida a energia específica de referência necessária para atingir esta órbita. Além disso, utilizou-se como entradas um azimute inicial  $A_0 = 90^\circ$ ,  $\phi_0 = 89,9^\circ$  e fixou-se os tempos de ignição e espera em 1 s. Foi considerado um lançamento utilizando um trilho de 20,7 metros, dando estabilidade ao início do lançamento.

Para avaliação da energia específica no momento da inserção orbital, a primeira etapa foi a definição da velocidade relativa e da posição no referencial girante PCPF através do código "*dinamica\_foguete*". Com isso, os gráficos da Figura 4.3 foram obtidos.

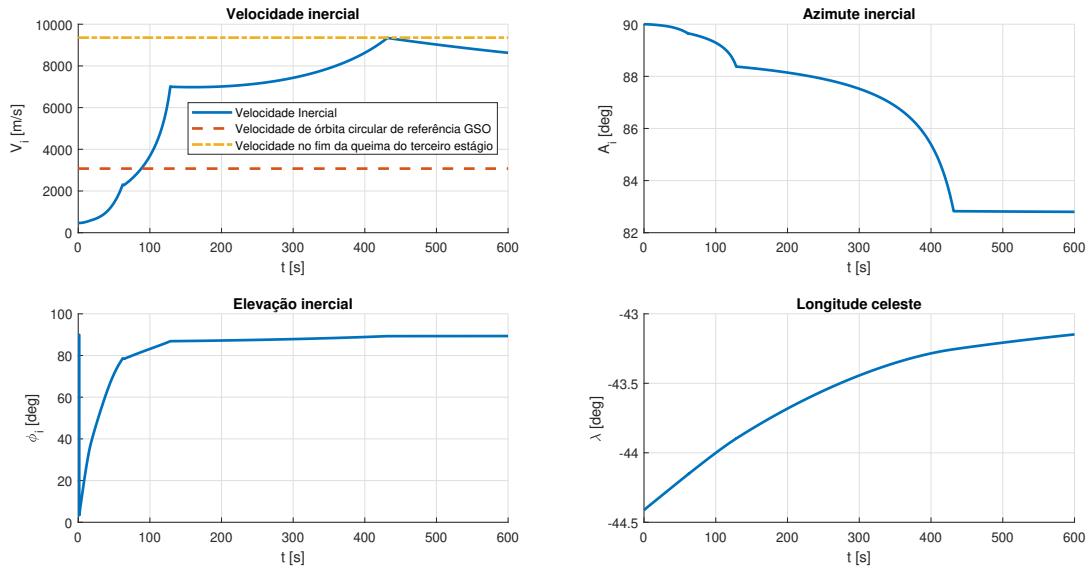
Figura 4.3 – Dinâmica do voo de sondagem.



Fonte: Autores.

Para estudo da inserção orbital, é necessário converter esses valores para a velocidade inercial e posição no referencial ICP. Para isso, o código "*converte\_inercial*" foi utilizado, obtendo os resultados da Figura 4.4.

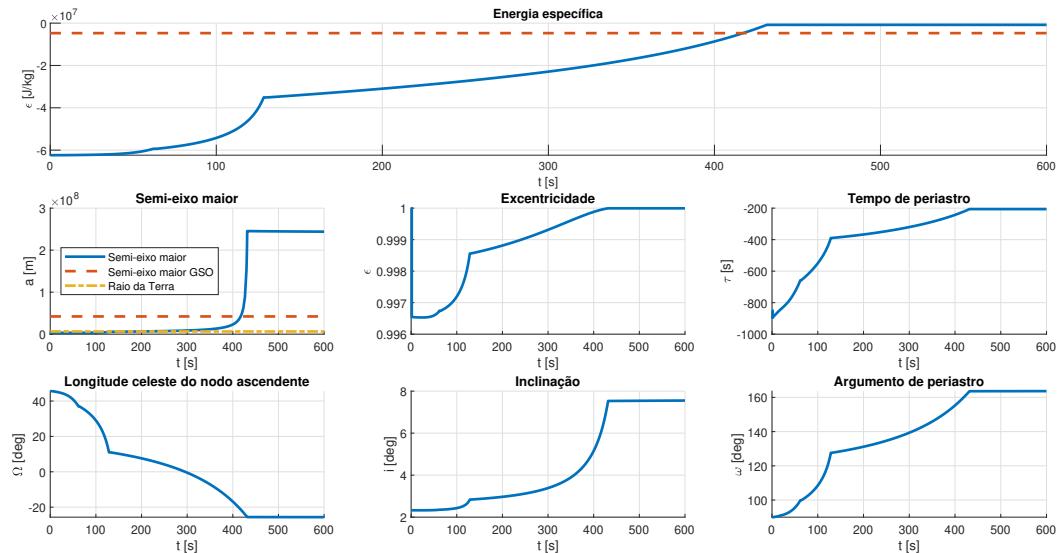
Figura 4.4 – Parâmetros iniciais do voo de sondagem.



Fonte: Autores.

A partir dos parâmetros iniciais, a determinação dos parâmetros orbitais foi realizada, utilizando o código "*det\_orbita*" e, então, o código "*calcula\_auxiliares*" foi utilizado para obter a energia específica do voo de sondagem. Na Figura 4.5, os parâmetros orbitais e a energia específica da órbita podem ser observados.

Figura 4.5 – Energia específica do voo de sondagem.



Fonte: Autores.

No gráfico da energia específica, a linha pontilhada representa a energia de referê-

cia, necessária para atingir órbita geossíncrona. Verificando a curva azul, que representa a energia específica do veículo lançador, percebe-se que, no momento de inserção orbital, há energia suficiente para atingir a órbita desejada.

## 4.2 INSERÇÃO ORBITAL

A inserção orbital foi realizada conforme descrito na Seção 3. Foi realizada uma otimização, buscando os parâmetros orbitais descritos na Seção 1. O veículo lançador utilizado foi o VLM modificado, atendendo ao requisito ORB-02 descrito na Seção 1, apresentado na Tabela 4.5. Inicialmente, a técnica utilizada foi realizar a inserção em uma órbita de transferência GTO, que tinha apoastro ocorrendo no semi-eixo maior da órbita final, ou seja:

$$r_{a_{gto}} = a_{gso} \quad (4.2)$$

onde foi realizada então uma manobra mono-impulsiva com o objetivo de circularizar a órbita.

Todavia, verificou-se que, devido ao desempenho limitado do veículo lançador, o semi-eixo maior obtido ficava muito aquém daquele necessário. Passou-se então a considerar a condição dos semi-eixos maiores serem iguais:

$$a_{a_{gto}} = a_{gso} \quad (4.3)$$

Para que essa condição não implicasse em uma órbita com semi-eixo maior que o desejado na órbita geossíncrona, foi utilizado como medida de erro durante a otimização a diferença relativa do semi-eixo maior. Assim, foi possível adquirir uma órbita com semi-eixo maior (e consequentemente período) muito similares ao objetivo do trabalho.

A otimização do grupo foi realizada, inicialmente, com base nos valores apresentados pelo professor. Após sucessivas correções e otimizações, a versão final das variáveis de otimização obtidas pelo grupo é mostrada na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Condições iniciais e variáveis otimizadas para a órbita desejada.

| Variável  | Estimativa inicial | Valor otimizado        |
|-----------|--------------------|------------------------|
| $T_{E2}$  | 6 s                | 6,1079 s               |
| $T_{E31}$ | 310 s              | 306,6304 s             |
| $m_{p31}$ | 200 kg             | 201,2714 kg            |
| $m_{p32}$ | 43,6 kg            | 42,3286 kg             |
| $\phi_0$  | 1,3439 rad / 77 °  | 1,3416 rad / 76.8698 ° |

Fonte: Autores.

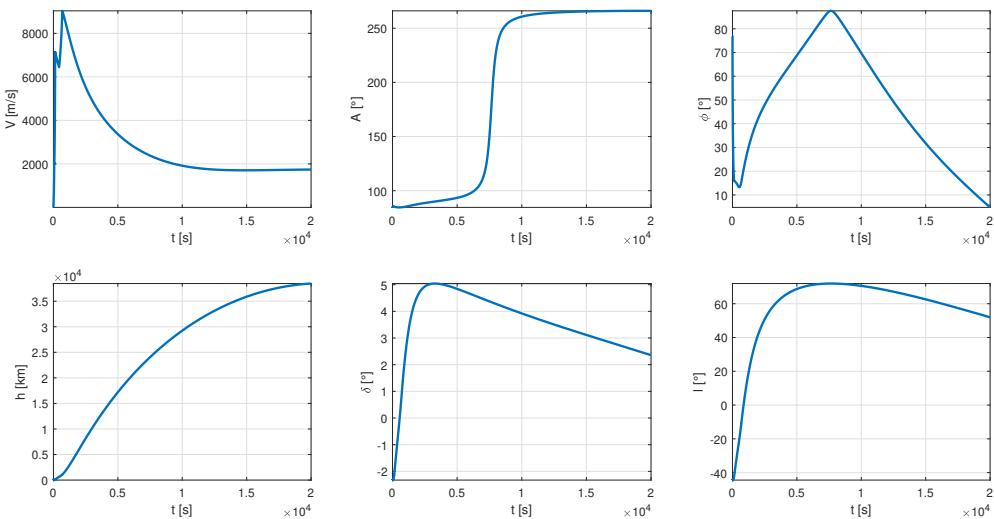
Utilizando os dados da tabela acima, foi realizada a simulação para o lançamento orbital do foguete desenvolvido. Abaixo, estão os resultados da órbita de transferência e órbita final obtidas pela otimização.

#### 4.2.1 Órbita de transferência GTO

O primeiro passo para a avaliação da otimização obtida foi a verificação da órbita de transferência. Iniciando-se pelas variáveis dinâmicas da órbita de transferência, mostradas na figura 4.6, observa-se que a restrição relacionada ao ângulo de elevação não é atendida.

Isso era esperado, pois houve um relaxamento das restrições para obtenção de maior desempenho. Pode-se verificar também um aumento de altitude mais rápido do que aquele visto em aula, onde era observada a restrição do ângulo de elevação.

Figura 4.6 – Variáveis de estado da órbita de transferência.



Fonte: Autores.

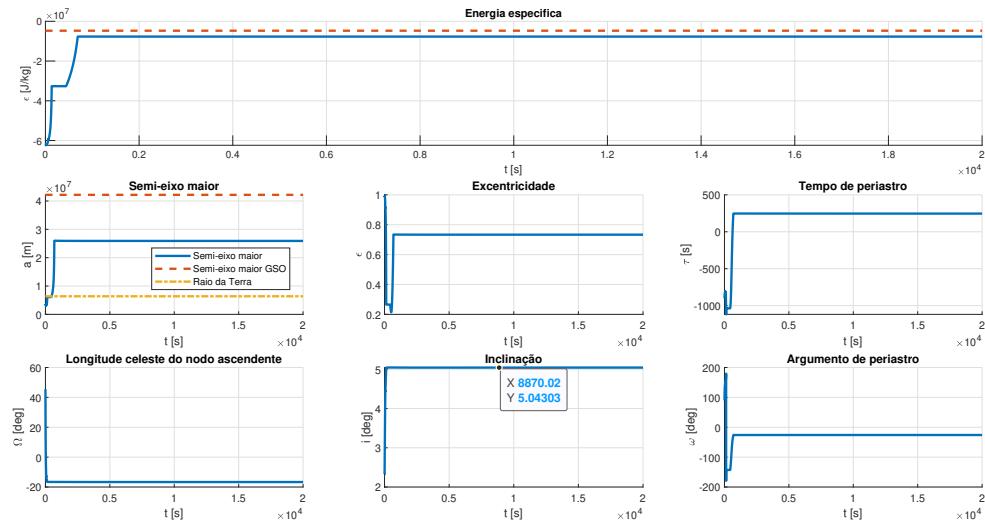
Em relação aos parâmetros orbitais, mostrados na Figura 4.7, como esperado, observa-se que a órbita de transferência tem elevada excentricidade. A inclinação já se apresenta correta, tendo um valor de  $5.04^\circ$ , bastante próxima do requisito.

Um dos receios do grupo era que, ao não observar o requisito de ângulo de elevação nulo no terceiro disparo, pudesse ocorrer uma reentrada prematura sem o disparo de circularização (cenário possível em um foguete real).

Todavia, verificou-se que o perigeu da GTO implementada é de, aproximadamente, 527 km, ao passo que seu apogeu é de aproximadamente 44906 km, ambos significativa-

mente acima da linha de von Kármán, sem risco de reentrada.

Figura 4.7 – Variáveis orbitais para a órbita de transferência.

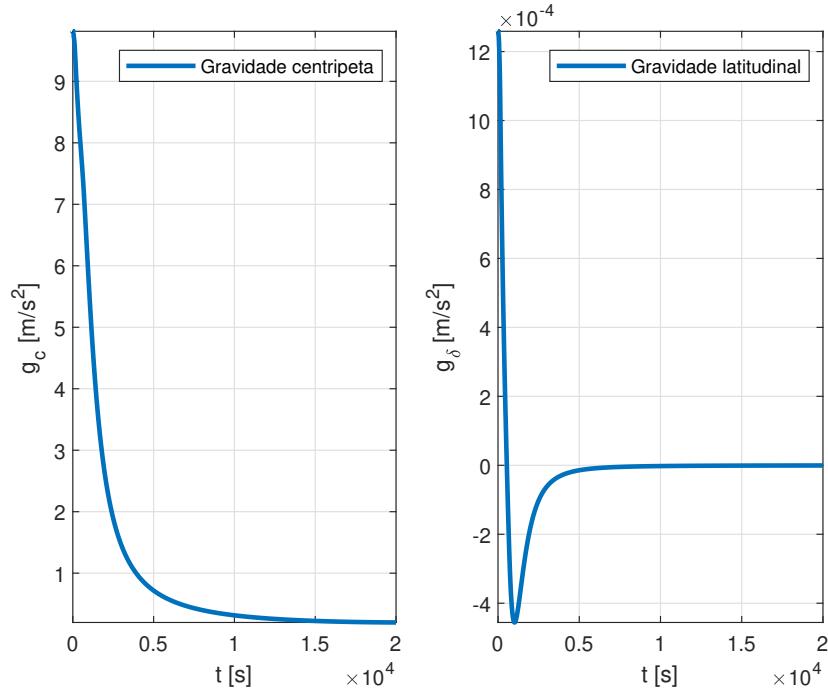


Fonte: Autores.

Em relação à gravidade, mostrada na Figura 4.8, a partir da sua componente centrípeta observa-se grande variação em seu módulo durante o lançamento, porém estabiliza-se em patamares mais baixos após a inserção em órbita de transferência.

Observa-se uma pequena componente latitudinal na gravidade, mais significativa durante o lançamento. Todavia, após a inserção em GTO, essa componente é muito próxima de zero, tornando-se desprezível para estudos conceituais posteriores, como é o caso da GSO.

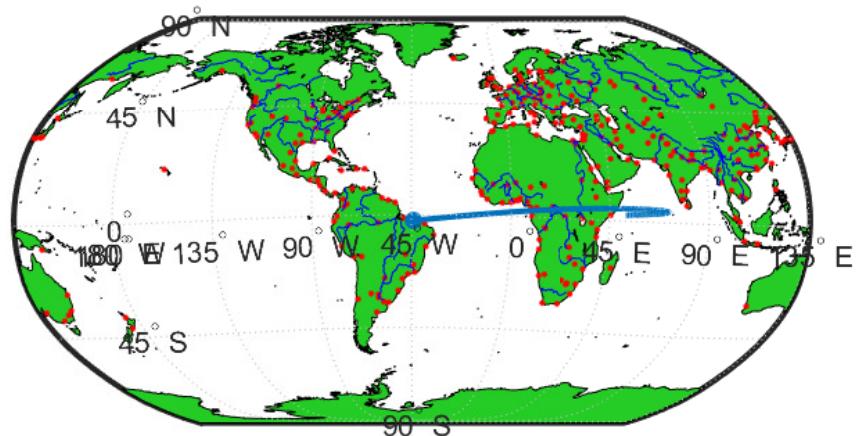
Figura 4.8 – Aceleração gravitacional para a órbita de transferência.



Fonte: Autores.

O *ground track* (Figura 4.9) mostra que, inicialmente, quando a velocidade é alta, o satélite percorre uma significativa distância. Todavia, mais próximo ao final da transferência, verifica-se que o satélite começa a se mover a oeste, indicando que sua velocidade orbital é próxima da velocidade necessária para a órbita geossíncrona.

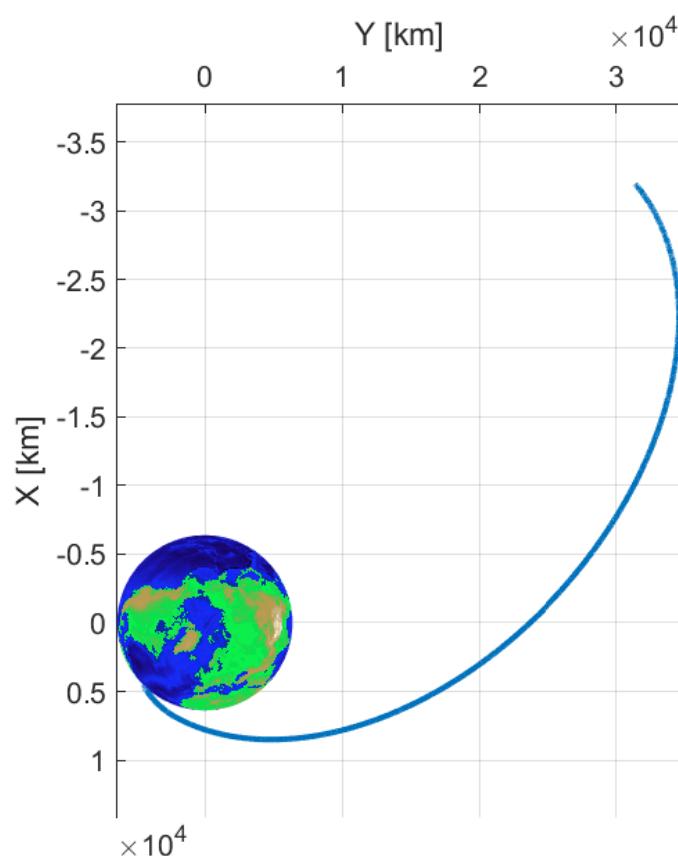
Figura 4.9 – *Ground track* da órbita de transferência.



Fonte: Autores.

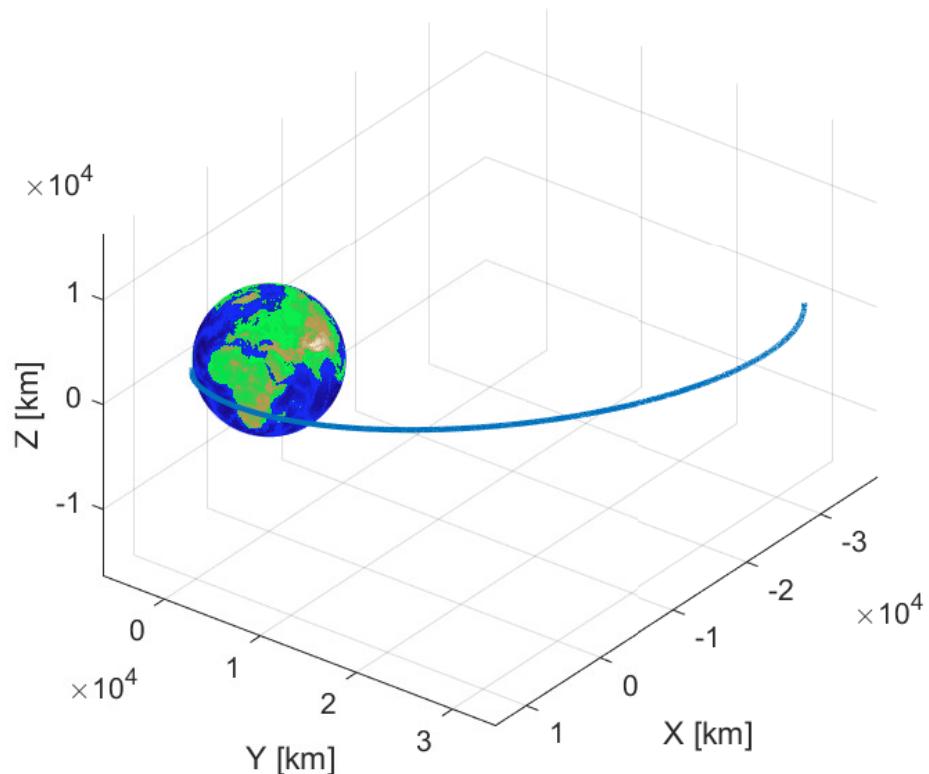
Para sumarizar a trajetória de transferência, são apresentados os gráficos tridimensionais e a vista superior da órbita, nas figuras 4.10 e 4.11.

Figura 4.10 – Vista superior da órbita de transferência.



Fonte: Autores.

Figura 4.11 – Órbita final atingida pelo grupo.

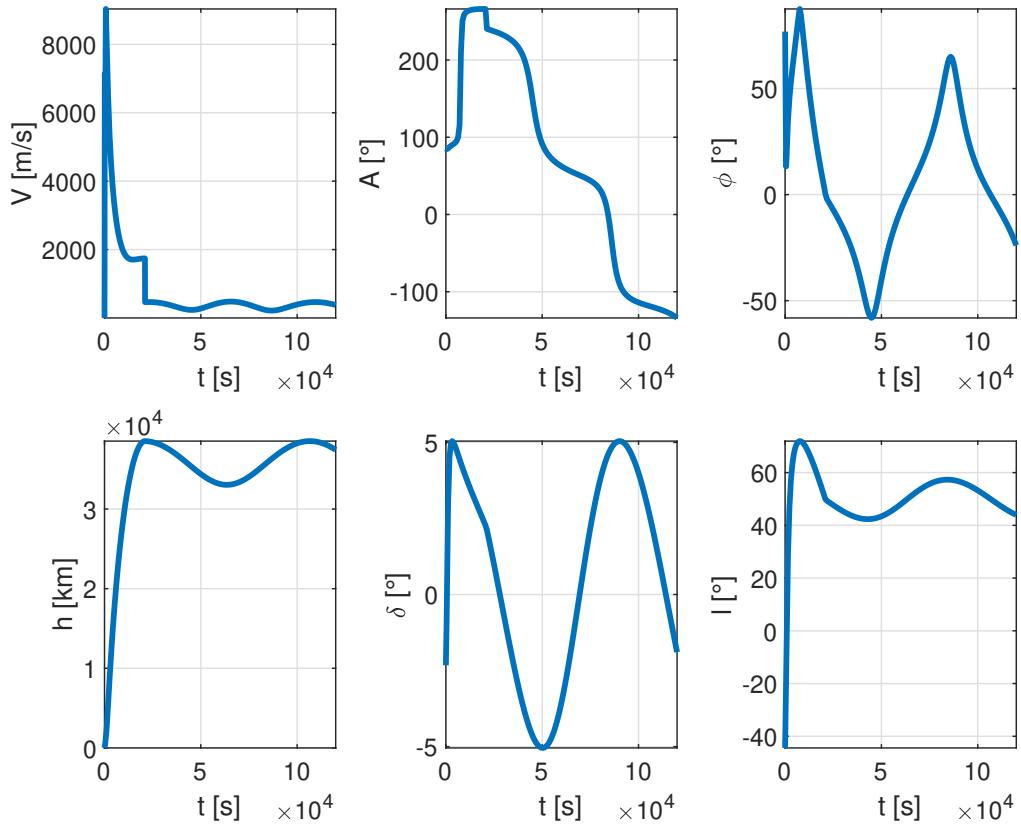


Fonte: Autores.

#### 4.2.2 Órbita final GSO

Na Figura 4.12, são mostradas as variáveis de estado da órbita final. É observado que a altitude atinge um valor próximo do semi-eixo, onde fica aproximadamente constante. Além disso, na velocidade, é observado um pico de velocidade durante o lançamento, que torna-se bem menor na órbita final.

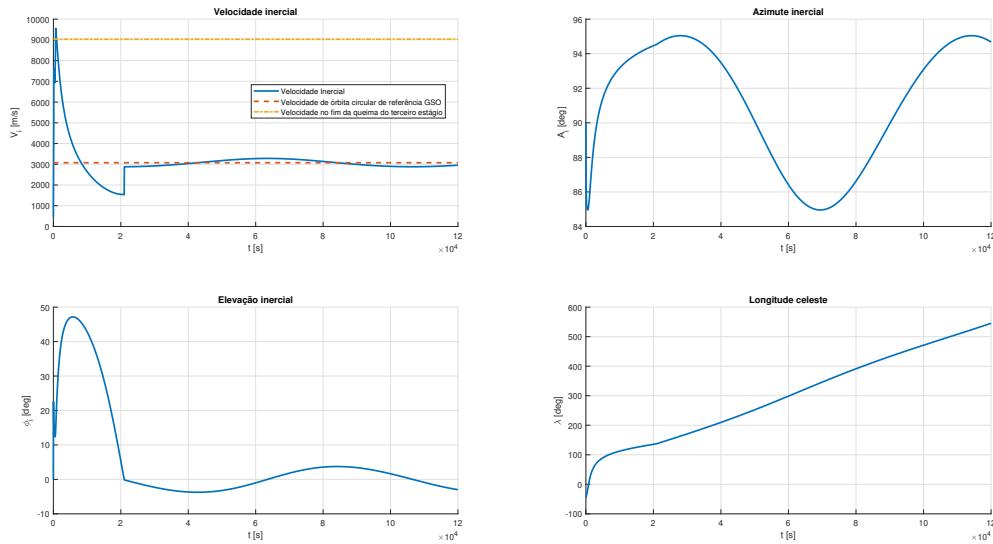
Figura 4.12 – Variáveis de estado da órbita final.



Fonte: Autores.

Na Figura 4.13, são mostradas as variáveis inerciais da órbita final atingida pelo grupo. O resultado mais elucidativo é o ângulo de elevação inercial  $\phi_i$ , que é aproximadamente nulo durante a órbita final, com variações decorrentes da pequena excentricidade que é estabelecida. Além disso, a velocidade inercial apresenta o mesmo comportamento, com flutuações em torno da velocidade de referência da órbita circular GSO.

Figura 4.13 – Variáveis iniciais da órbita final.



Fonte: Autores.

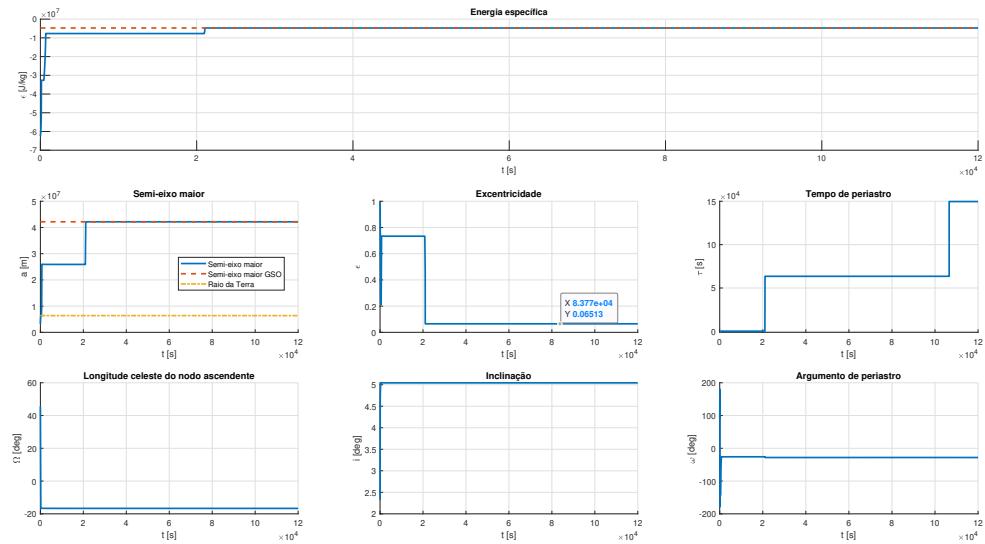
Na Figura 4.14 são mostrados os parâmetros orbitais finais da órbita atingida. Observa-se bons resultados para o lançamento. A energia específica foi aproximadamente a energia da órbita de referência, mostrando que o foguete está otimizado para a missão. O semi-eixo maior da órbita GSO foi atingido, como pode ser observado na figura. A excentricidade obtida pelo grupo ficou levemente maior do que zero, mostrando que a órbita é levemente excêntrica, o que é evidenciado pela figura 4.15. Além disso, observa-se que a inclinação também foi aproximadamente atingida, assumindo aproximadamente  $5^{\circ}$ , o que pode ser visualizado na Figura 4.16. Na Tabela 4.7 são mostrados os parâmetros orbitais finais obtidos.

Tabela 4.7 – Parâmetros orbitais finais.

| Inclinação [°] | Semi-eixo maior [km] | Excentricidade |
|----------------|----------------------|----------------|
| 5,043          | 42163,7              | 0,06517        |

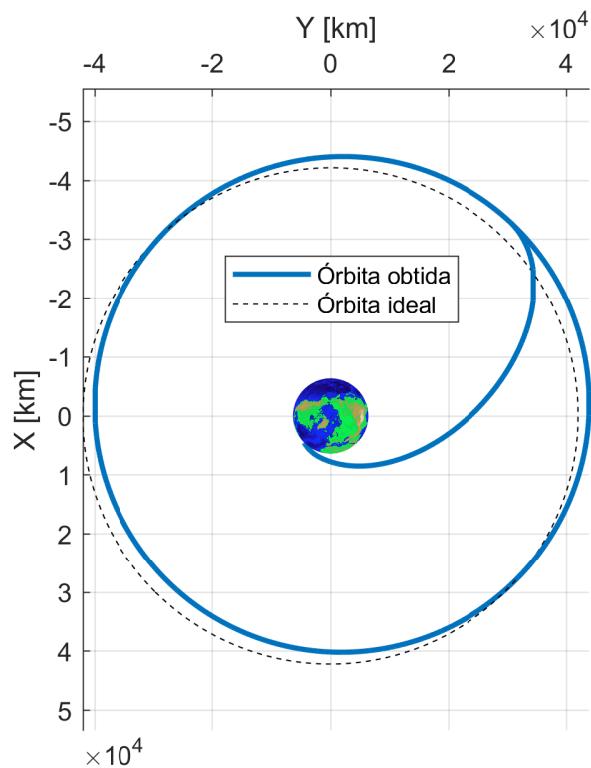
Fonte: Autores.

Figura 4.14 – Parâmetros da órbita final.



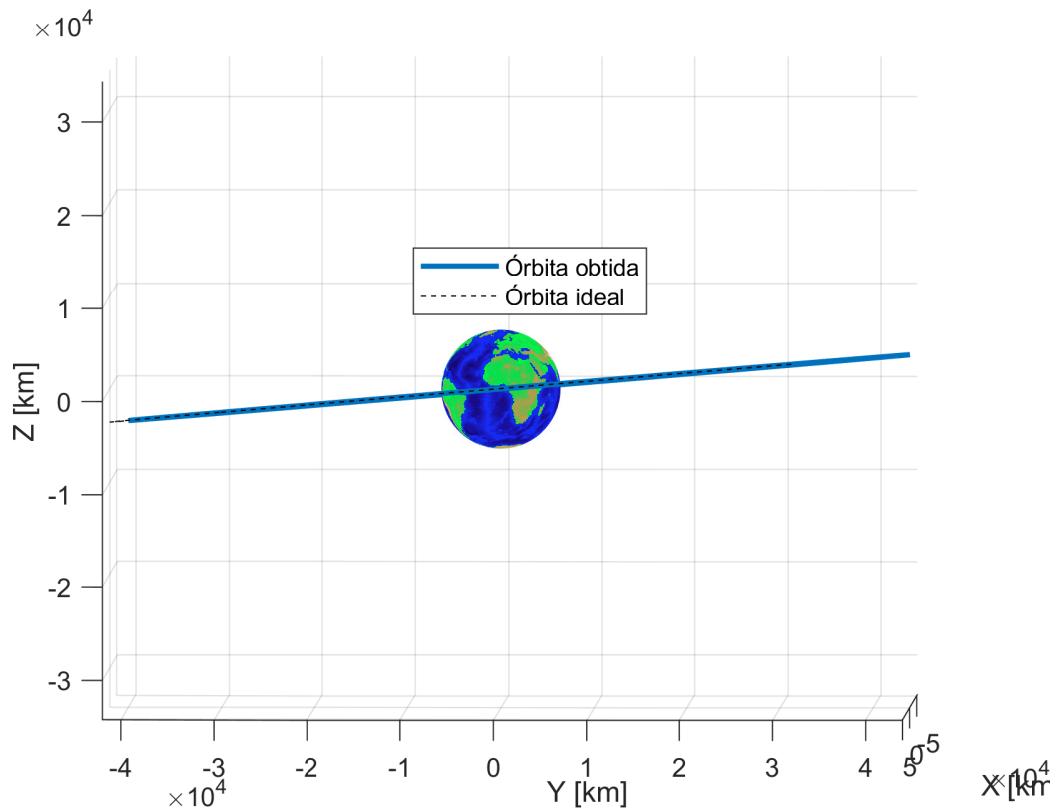
Fonte: Autores.

Figura 4.15 – Vista superior da órbita final.



Fonte: Autores.

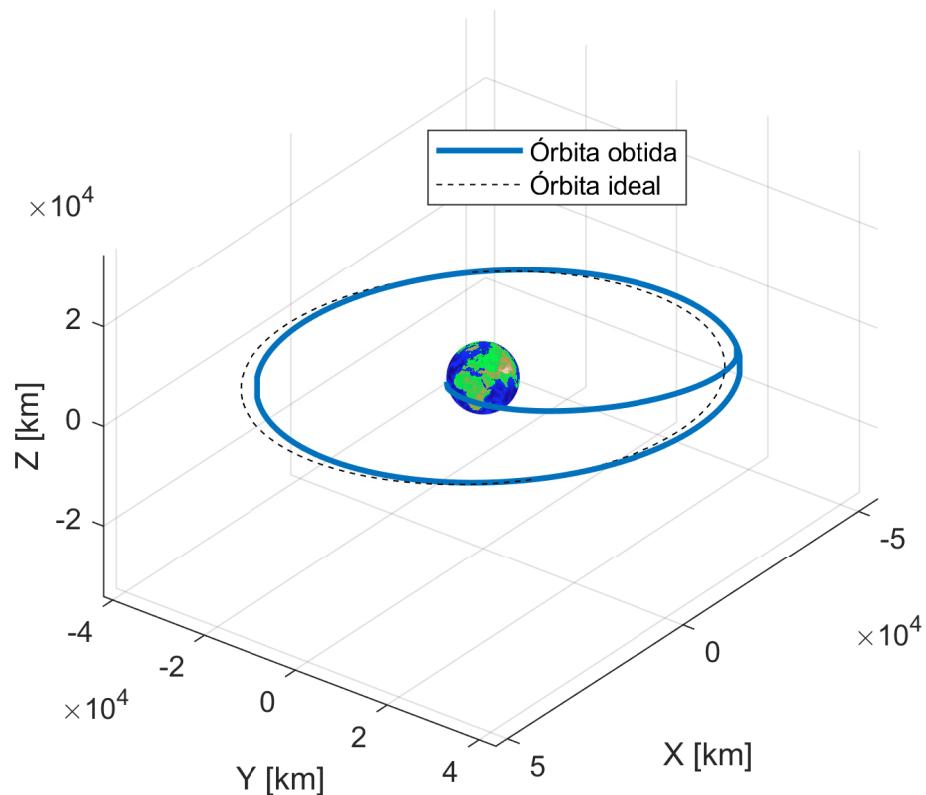
Figura 4.16 – Vista lateral da órbita final atingida pelo grupo.



Fonte: Autores.

Na Figura 4.17, é mostrada uma visão tridimensional da órbita atingida em comparação à órbita ideal. Na figura, é evidenciado um bom comportamento, mostrando que a aquisição orbital foi efetuada com sucesso.

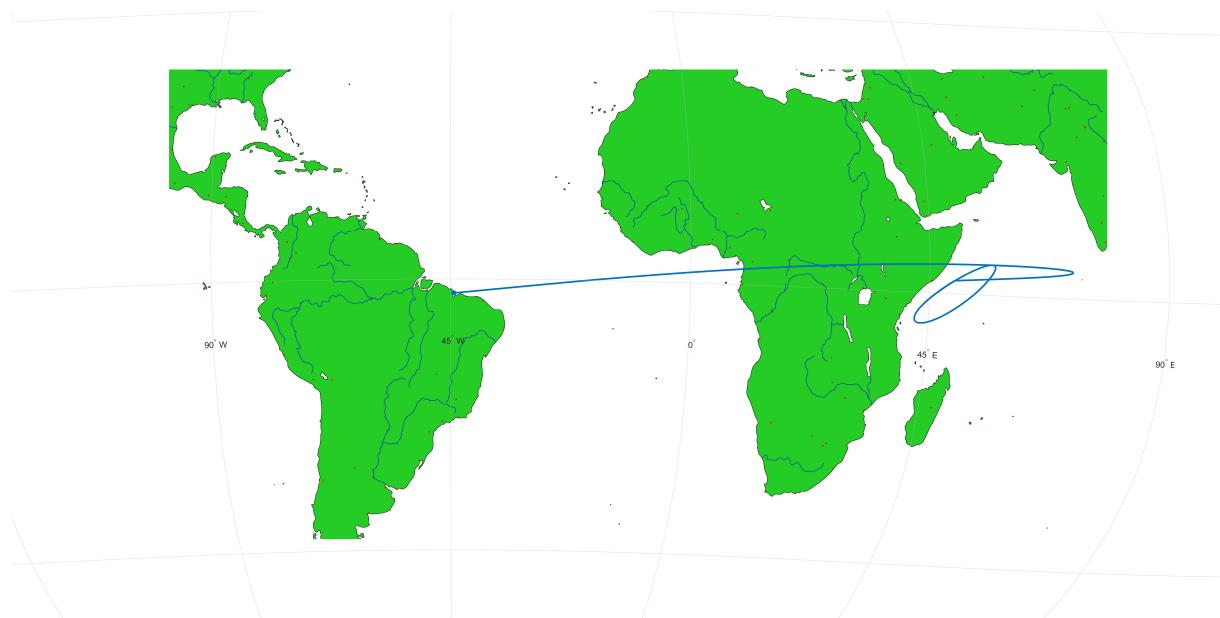
Figura 4.17 – Órbita final atingida pelo grupo.



Fonte: Autores.

Na Figura 4.18 é mostrado o *ground track* da órbita final. Observa-se que, como esperado, em decorrência do período orbital estar próximo do período de rotação da Terra, a posição do satélite fica aproximadamente fixa, contornando uma certa região da superfície terrestre.

Figura 4.18 – *Ground track* da órbita final.



Fonte: Autores.

## 5 CONCLUSÃO

Neste trabalho, foram descritos os métodos e a implementação de um código integrado para o cálculo de variáveis de um lançamento de inserção orbital, tendo como carga útil um CubeSat 8U de 13kg, em órbita geossíncrona. Fazendo adaptações ao veículo lançador VLM-1, foi possível simular uma missão a partir do Centro de Lançamento de Alcântara.

Com isso, colocou-se em prática o que foi aprendido na disciplina de Mecânica de Voo Espacial. As análises e simulações computacionais são importantes durante as fases preliminares de uma missão de lançamento espacial. Por isso, é de suma importância que o aluno de Engenharia Aeroespacial seja capaz de conhecer as ferramentas e aplicar os conceitos da mecânica orbital.

O conteúdo visto nas aulas teóricas serviu como base para este trabalho. Durante a aplicação prática, foi possível desenvolver habilidades de tomar decisões de acordo com as características da missão, de programação e de métodos numéricos. Além disso, através do planejamento e otimização do veículo lançador, ficou claro a relevância que cada decisão de projeto tem sobre resultado final da missão.

A partir da otimização implementada e dos resultados obtidos, foi possível atender de forma bastante satisfatória aos requisitos de órbita impostos. Foi possível atingir um semi-eixo maior muito próximo ao ideal, similarmente à inclinação. Todavia, a excentricidade não ficou próxima de 0, mesmo que tenha valor bem abaixo que nos casos solucionados de forma semi-analítica.

Isso pode ser explicado pelo limitado desempenho do veículo lançador, que apresentava um  $\Delta_V$  muito próximo ao limite mínimo requerido para a órbita. Como o veículo implementado teve apenas um controle de trajetória balístico, sua trajetória acaba tendo maiores perdas de gravidade ou um maior erro de apontamento e, consequentemente, maior excentricidade.

Ainda assim, a órbita final obtida foi muito satisfatória, ficando sob uma área bastante restrita do planeta Terra, compatível com seu objetivo - lançamento de um CubeSat para órbita geossíncrona.

### 5.1 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Uma das hipóteses utilizadas para o lançamento foi a de que o controle seria feito apenas pela quantidade de propelente carregada, tempos de queima, momento de ignição dos estágios e ângulo de elevação do trilho de lançamento. No entanto, sabe-se que o lançamento orbital é muito mais complexo.

Logo, seria interessante adaptar um controle realimentado de apontamento de tuberia e outras superfícies, como as empenas. Trabalhos futuros também podem investigar detalhes mais realistas do foguete VLM-1, visto que muitos dos dados utilizados partiram de estimativas.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

AEB. **VLM-1**. Brasilia: [s.n.], 2020. Disponível em: <<https://www.gov.br/aeb/pt-br/programa-espacial-brasileiro/transporte-espacial/vlm-1>>.

TEWARI, A. **Atmospheric and Space Flight Dynamics: Modelling and simulation with MATLAB and Simulink**. Birkhauser, Boston: [s.n.], 2007.

WALDEN, D. D. e. a. **Systems Engineering Handbook: A Guide for System Life Cycle Processes and Activities**. San Diego: International Council on Systems Engineering (INCOSE): [s.n.], 2015.