

MECÂNICA DE VOO ESPACIAL - DEM 1119

Aula 25

Prof. André Luís da Silva

1 Introdução

Voo ascendente de foguete:

- Voo de sondagem;
- Modelo de um foguete de sondagem;
- Simulação do voo de um foguete de sondagem.

Referência da aula:

[5]: TEWARI, A. Atmospheric and Space Flight Dynamics: Modelling and simulation with MATLAB and Simulink. Boston: Birkhauser, 2007.

Seção 12.5.

2 Voo de Sondagem

Para simular o voo de sondagem, serão utilizadas as equações do movimento de translação obtidas na aula 21. A rigor, dada a simplicidade do voo de sondagem, não é necessário o nível de profundidade daquelas equações, pois em virtude do tempo curto de voo e da natureza quase vertical da trajetória, os efeitos de curvatura da superfície do planeta e rotação não são significativos. Mas, por outro lado, a simplicidade do voo de sondagem é um bom artifício didático para implementar e estudar tais equações.

Na operação de um foguete, existe algum nível de controle de atitude, pois este é instável, se comportando analogamente a um pêndulo invertido. A forma mais elementar de controle de atitude é passiva, pelo uso de empenas, as quais geram momentos aerodinâmicos restauradores que compensam os efeitos desestabilizadores da gravidade e dos desvios propulsivos. No entanto, estes momentos restauradores têm pouca eficiência em baixa velocidade. Assim, os foguetes de sondagem costumam ser lançados de trilhos, os quais estabilizam o apontamento até o foguete possuir uma velocidade mínima, na qual a aerodinâmica possui efeito.

Outra forma passiva de controle é por *spin*, onde o foguete é induzido a girar em torno de seu eixo de simetria longitudinal, pela ação de um momento de rolamento aerodinâmico, provocado por uma deflexão das suas empenas em relação ao eixo longitudinal.

Em casos mais sofisticados, os foguetes de sondagem podem ser dotados de controle ativo de atitude, por meio de vetoração de tração. Neste caso, o bocal de exaustão dos motores é montado sobre um guimbal, o qual promove ajustes sobre a orientação da tração, mediante uma lei de controle automático, de modo a estabilizar os ângulos de atitude, medidos por uma unidade de navegação inercial.

As características acima são algo relacionado puramente à dinâmica e controle de atitude, mas elas têm influência sobre a translação, visto que a atitude influencia nos ângulos de ataque e de derrapagem. Além disso, a direção da tração tem influência direta sobre o controle da trajetória.

Devido a isso, é inevitável pensar que somente o uso da mecânica de translação não seja adequado para uma modelagem satisfatória do voo de foguete. No entanto, é possível realizar a **hipótese de desacoplamento**:

- O controle de atitude (ativo ou passivo) age de maneira a estabilizar a dinâmica de atitude e manter os ângulos de ataque e derrapagem nulos.

A hipótese acima guiará o trabalho na aula atual e nas seguintes, de modo que as trajetórias de voo ascendente de foguete possam ser simuladas sem a inserção da dinâmica de rotação. Na prática, essa hipótese pode ser colocada como um **requisito sobre o controle de atitude**.

Então, somente a mecânica de translação será estudada, a qual tem as seguintes variáveis de estado e de controle:

- Variáveis de **estado**:
 - Variáveis de dinâmica de translação, associadas ao vetor **velocidade relativa**: magnitude v (m/s); ângulo de azimuth A (rad); ângulo de trajetória ϕ (rad).
 - Variáveis de cinemática de translação, associadas à **posição do centro de massa** (cm) do foguete com **respeito ao referencial PCPF**: distância radial r (m); latitude planetária δ (rad); longitude planetária l (rad).
- Variáveis de **controle**:
 - Magnitude f_T da **força propulsiva** (N);
 - Direção da força propulsiva com respeito ao referencial SRV: ângulo de deflexão longitudinal ϵ (rad); ângulo de deflexão lateral μ (rad).

Usando a sintaxe de sistemas de controle, os vetores de estado \mathbf{x} e de controle \mathbf{u} são:

$$\mathbf{x} = [v \ A \ \phi \ r \ \delta \ l]^T \quad (1)$$

$$\mathbf{u} = [f_T \ \epsilon \ \mu]^T \quad (2)$$

Hipótese: assume-se que os foguetes simulados têm controle propulsivo simplificado, de modo que não haverá controle sobre a deflexão da tubeira. Ou seja, os ângulos ϵ e μ são

assumidos nulos. Desta forma, a única variável de controle é a magnitude f_T da tração e o vetor de controle \mathbf{u} será substituído pelo escalar de controle:

$$u = f_T \quad (3)$$

3 Modelagem de Veículo de Sondagem

A simulação de voo de sondagem vai utilizar o veículo VSB-30.

O VSB-30 é um veículo desenvolvido pelo Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE), do Brasil, e o Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), da Alemanha. É operado para lançamentos sub-orbitais a partir do Centro Espacial de Alcântara (CEA), em Alcântara Maranhão, e do campo de Esrange, em Kiruna na Suécia.

O VSB-30 tem dois estágios, com motores a propelente sólido, e carrega uma carga útil de até 400 kg, consistindo de uma cápsula para experimentos.

Diversos dados do veículo estão disponíveis na literatura: referências [1], [2], [3] e [4].

A tabela 1 apresenta os dados que serão utilizados: massa de cada estágio antes da queima de propelente m_{0_k} , massa estrutural de cada estágio m_{s_k} , massa de propelente de cada estágio m_{p_k} e impulso específico de cada estágio I_{sp_k} . Eles foram extraídos da referência [2]. Como os dados diferem de uma referência para outra, adotou-se esta por ser uma das mais atuais.

Tabela 1: Dados do VSB-30.

Estágio	m_{0_k} (kg)	m_{s_k} (kg)	m_{p_k} (kg)	I_{sp_k} (s)
Primeiro	961	284	677	260
Segundo	1218	320	898	260
Carga Útil	400			
Total	2579	604	1575	

Os dados da tabela 1 são necessários para a modelagem da tração e da massa do foguete, como visto na seção 3.2 da aula anterior. No entanto, eles são incompletos.

Infelizmente, não foi encontrado um único trabalho na literatura que apresentasse todos os dados necessários. Foi necessário consultar diferentes referências, comparar os dados e, ao final, fazer uma síntese. A seguir, primeiro é apresentado um resumo dos dados coletados em cada referência. Depois, a síntese de tais dados é apresentada, de modo a satisfazer os modelos propulsivo, mássico e aerodinâmico.

3.1 Dados da referência [2]

A referência [2] apresenta estudos propulsivos. A figura 1 mostra as **curvas de tração no vácuo** obtidas em duas testes do motor **S31**, que equipa o **primeiro estágio** do veículo VSB-30.

A referência [2] também mostra parâmetros numéricos associados a estes ensaios, os quais são apresentados na tabela 2

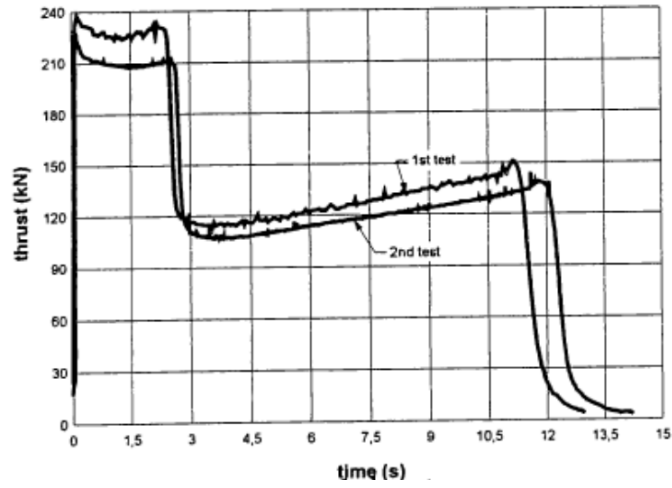


Figura 1: Curva de tração do motor S31. Fonte: referência [2].

Tabela 2: Parâmetros do motor S31 no vácuo.

Parâmetro	Primeiro teste	Segundo teste	Média
Massa de propelente (kg)	677	677	677
Impulso total (kNs)	1733	1729	1.731
Impulso específico (s)	261,2	260,7	260,95
Tempo de queima (s)	11,2	11,95	11,58
Tração máxima (kN)	241,4	224,5	232,95

O motor **S30** equipa o **segundo estágio** do veículo VSB-30. A sua **curva de tração nominal no vácuo** à 25°C apresentada por [2] é mostrada na figura 2.

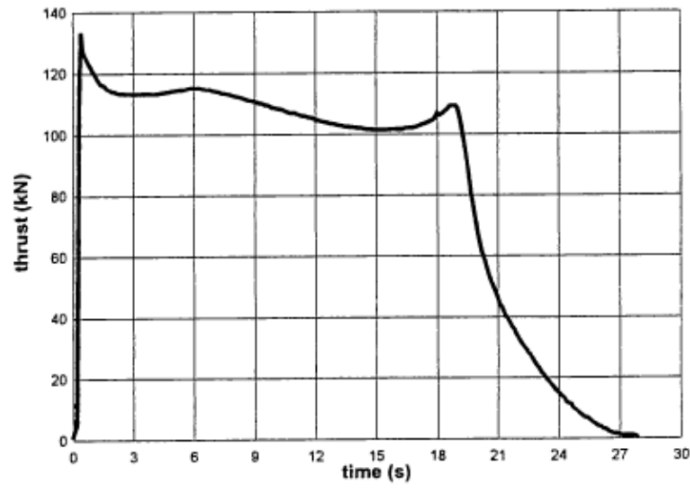


Figura 2: Curva de tração do motor S30. Fonte: referência [2].

A referência [2] apresenta os seguintes parâmetros propulsivos essenciais para o motor S30:

- Tração média no vácuo: $f_{T_2} = 108,0 \pm 5 \text{ kN}$
- Tempo de queima pelo critério da tração média: $T_{q_2} = 19 \pm 1 \text{ s}$;
- Tempo de queima pelo critério do tempo de ação $T_{q_2} = 27,9 \pm 1 \text{ s}$;

- Velocidade de exaustão no vácuo: $v_{e2} = 2.567 \pm 15 \text{ m/s}$. $I_{sp2} = 261,67 \pm 2 \text{ s}$ para $g = 9,81 \text{ m/s}^2$;
- Impulso total no vácuo: $I_2 = 2.300 \pm 23 \text{ kNs}$.

Também são apresentados dados geométricos, importantes na modelagem aerodinâmica:

- Comprimento total: $l_T = 12,6 \text{ m}$;
- Comprimento do primeiro estágio: $l_{e1} = 3,214 \text{ m}$;
- Comprimento do segundo estágio: $l_{e2} = 3,294 \text{ m}$.

3.2 Dados da referência [1]

A referência [1] é muito interessante por fornecer a **sequência temporal** de uma missão típica do VSB-30. Como se trata da referência mais recente consultada, admite-se que tais tempos sejam bem representativos das missões realizadas atualmente por este foguete.

A figura 3 mostra uma síntese dos eventos de um voo do sondagem do VSB-30.

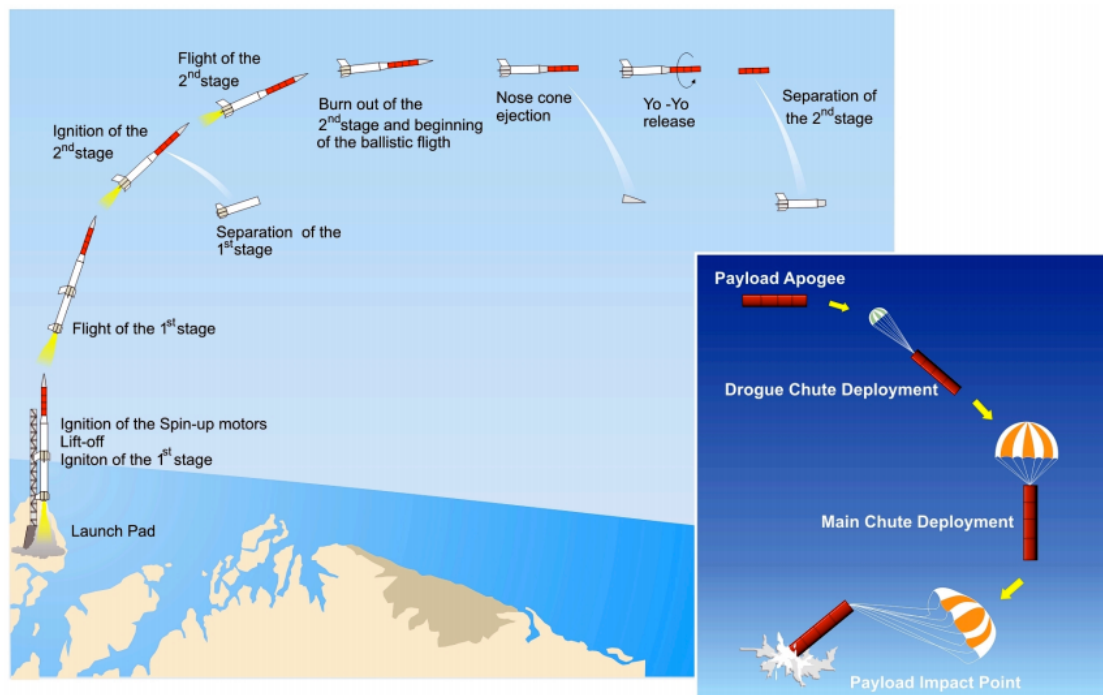


Figura 3: Eventos de voo de um voo de sondagem do VSB-30. Fonte: referência [1].

A tabela 3, com dados extraídos da referência [1] apresenta os tempos associados aos eventos da figura 3.

A partir dos tempos de missão, é possível extrair os seguintes tempos de queima do primeiro e segundo estágios:

- **Tempo de queima do motor do primeiro estágio:** $T_{q1} = 13,5 \text{ s}$;
- **Tempo de queima do motor do segundo estágio:** $T_{q2} = 44 - 15, T_{q2} = 29 \text{ s}$.

Tabela 3: Principais eventos de voo do VSB-30. Fonte dos dados: referência [1].

Eventos	Tempo(s)	Altitude(km)	Alcance(km)
Ignição do primeiro estágio	0,00	0,051	0,00
<i>Lift-off</i>	0,45	0,056	0,00
Fim da queima do 1º estágio	13,5	3,617	0,450
Separação do 1º estágio	13,5	3,617	0,450
Ignição do 2º estágio	15,0	4,323	0,552
Apogeu do 1º estágio	31,0	6,511	0,970
Fim da queima do 2º estágio	44,0	43,1	7,32
Ejeção do cone de nariz	55,0	64,3	11,3
Liberação do ioiô	56,0	66,1	11,6
Separação do 2º estágio	59,0	71,7	12,7
Impacto do 1º estágio	106,0	0,00	1,1
Apogeu da carga útil	259,0	252,7	81,1
Tempo de voo acima de 100 km		368 s	
Liberação do para quedas (drogue)	492,6	6,1	154,7
Impacto da carga útil (sem paraquedas)	497,0	0,00	155,6

A referência [1] também fornece uma ilustração, figura 4, do foguete a partir da qual é possível estimar as suas dimensões, que são úteis para a modelagem aerodinâmica.

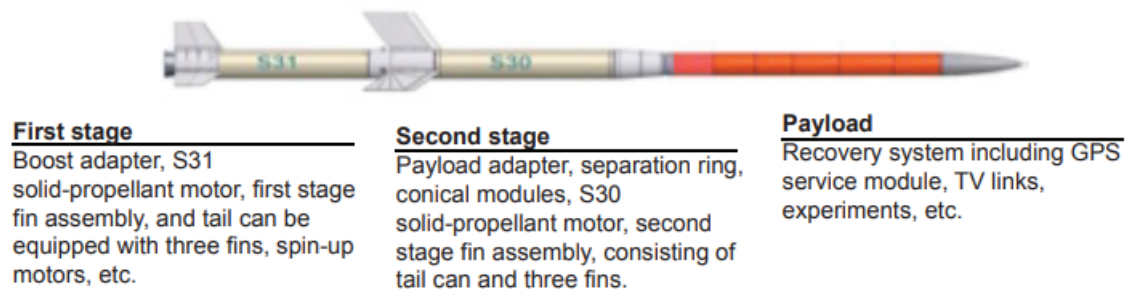


Figura 4: Arquitetura básica do VSB-30. Fonte: adaptado da referência [1].

Para modelagem aerodinâmica, serão necessários os diâmetros das seções transversais do foguete. A referência [2] fornece o valor do **diâmetro do primeiro e segundo estágios** (que são iguais): $d_1 = d_2 = 0,557$ m, mas não fala do diâmetro da carga útil. Pela figura 4, é possível estimar a relação entre os diâmetros do primeiro e segundo estágio e o da carga útil. Esta relação é $7,5/9$, o que resulta no **diâmetro estimado da carga útil** $d_L = 0,46$ m.

3.3 Dados da referência [4]

A referência [4] é importante para a obtenção de dados para o **modelo aerodinâmico**. Ela já havia sido citada na aula 23, onde foi apresentado o modelo aerodinâmico genérico que é adotado na disciplina.

Infelizmente, não foi encontrado um artigo específico sobre a modelagem aerodinâmica do veículo VSB-30. A referência [4] estuda a aerodinâmica do segundo estágio do foguete de sondagem **SONDA III**, que é um **precursor** do foguete VSB-30. É considerado um modelo em escala do SONDA III para testes em **túnel de vento**.

A referência mostra curvas de coeficiente de arrasto, força lateral e momentos de rolamento e guinada, em função do ângulo de ataque. Somente o coeficiente de arrasto será considerado, visto que a força lateral e momentos não são incluídos no modelo desta disciplina. A figura 5 reproduz a curva de arrasto apresentada na referência, sendo a média das medidas e incertezas de mais e menos um desvio padrão. O ensaio foi conduzido para Mach 0,3 e foram varridos 11 ângulos de ataque.

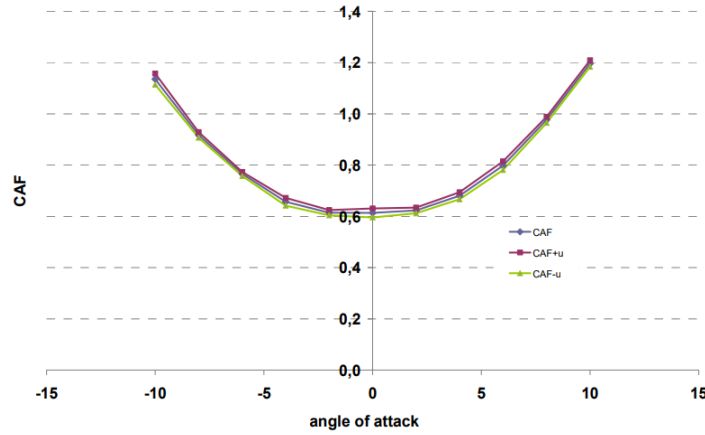


Figura 5: Coeficiente de força de arrasto em função do ângulo de ataque e incertezas *versus* ângulo de ataque. Fonte: referência [4].

A área de referência considerada na referência [4] é a seção transversal da fuselagem do modelo em escala $A = 6,2 \times 10^{-4}$ m. O comprimento de referência foi o diâmetro da fuselagem $d = 2,8 \times 10^{-2}$ m.

3.4 Síntese dos dados

Os dados das referências anteriores são uniformizados para gerar o modelo de simulação.

3.4.1 Parâmetros propulsivos

Para a modelagem do sequenciamento temporal, são assumidos os dados da referência [1], pois ela envolve dados reais da operação e foi publicada em um periódico com processo de revisão por pares.

Por outro lado, os dados propulsivos da referência [2] são mais completos e serão considerados, combinando-os com os tempos de queima de cada estágio propiciados pela referência [1]. Mais especificamente:

- São escolhidos os impulsos totais dos estágios 1 e 2 fornecidos pela referência [2];
- As massas de propelente são aquelas dadas pela referência [2], as quais estão na tabela 1.

Para conseguir uniformizar ambos os modelos, será necessário assumir uma simplificação para as curvas de tração: **a tração é assumida constante durante a queima**, modelada por seu valor médio. Assim sendo, as curvas de tração são representadas por pulsos retangulares,

com altura igual à tração média e base igual ao tempo de queima. Os cálculos associados são feitos abaixo.

O impulso total de um motor foguete com tração $f_{T_k}(t)$ é definido como:

$$I_k = \int_{-\infty}^{\infty} f_{T_k}(\tau) d\tau \quad (4)$$

A partir da equação 1 da aula passada, a força propulsiva é dada por:

$$f_{T_k}(t) = \dot{m}_{p_k} g I_{sp_k} \quad (5)$$

A partir da hipótese de tração constante durante a queima (pulso retangular), tem-se, da equação 5, que a taxa de queima de propelente também será constante.

Aplicando a hipótese de pulso de tração retangular e substituindo na equação 4:

$$I_k = \int_{t_{i_k}}^{t_{q_k}} \dot{m}_{p_k} g I_{sp_k} d\tau = \dot{m}_{p_k} g I_{sp_k} (t_{q_k} - t_{i_k})$$

$$I_k = \dot{m}_{p_k} g I_{sp_k} T_{q_k} \quad (6)$$

Em função da hipótese de que a **massa total de propelente** e o **tempo de queima** são **fornecidos**, aliando com a aproximação de taxa de queima de propelente constante, tem-se que \dot{m}_{p_k} é simplesmente:

$$\dot{m}_{p_k} = \frac{m_{p_k}}{T_{q_k}} \quad (7)$$

Substituindo na equação 6:

$$I_k = \frac{m_{p_k}}{T_{q_k}} g I_{sp_k} T_{q_k} = m_{p_k} g I_{sp_k}$$

$$I_{sp_k} = \frac{I_k}{m_{p_k} g} \quad (8)$$

A equação 8 fornece a relação para cálculo do **impulso específico** tal que o valor de **impulso total seja respeitado**. Então, pode-se calcular os valores que serão utilizados no modelo do VSB-30.

A partir da equação 8, dos dados de massa de propelente da tabela 1 e dos impulsos totais da seção 3.1, os impulsos específicos são:

$$I_{sp_1} = \frac{1.731.000}{677 \times 9,81} \rightarrow I_{sp_1} = 260,6 \text{ s} \quad (9)$$

$$I_{sp_2} = \frac{2.300.000}{898 \times 9,81} \rightarrow I_{sp_2} = 261,1 \text{ s} \quad (10)$$

Os valores de impulso específico calculados acima são coerentes com aqueles da tabela 1 e seção 3.1. Pequenas diferenças ocorrem porque a própria seção 3.1 mostra que todos os dados possuem uma margem de incerteza.

3.4.2 Modelo de variação de massa

A partir da equação 7, dos dados de massa de propelente da tabela 1 e dos tempos de queima da seção 3.2, as vazões mássicas são:

$$\dot{m}_{p_1} = \frac{677}{13,5} \rightarrow \dot{m}_{p_1} = 50,15 \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_{p_2} = \frac{898}{29} \rightarrow \dot{m}_{p_2} = 30,97 \text{ kg/s}$$

Para que seja calculada a massa do foguete em função do tempo durante a queima de cada estágio, a partir da equação 9 da aula passada, é preciso calcular $\Delta m_{p_k}(t)$ a partir da integral da taxa de variação da massa de propelente na equação 10 da aula passada.

Devido a hipótese de pulsos retangulares de tração, que resulta em pulsos retangulares de vazão mássica \dot{m}_{p_k} , a integral é calculada facilmente como segue:

$$\Delta m_{p_k}(t) = \int_{t_{i_k}}^t \frac{f_{T_k}(\tau)}{g I_{sp_k}} d\tau = \int_{t_{i_k}}^t \dot{m}_{p_k} d\tau = \dot{m}_{p_k} \int_{t_{i_k}}^t d\tau$$

$$\Delta m_{p_k}(t) = \dot{m}_{p_k}(t - t_{i_k}) \quad (11)$$

3.4.3 Parâmetros aerodinâmicos

O modelo aerodinâmico da aula 23 é relativo a uma cápsula de reentrada. Ele foi tomado na ausência de um modelo melhor para simular o voo de foguete. O principal mérito deste modelo é sua validade para uma ampla faixa de números de Mach e de Knudsen.

Para que ele possa ser associado a outro veículo de maneira realista, é necessário fazer algumas adaptações. Na aplicação ao foguete VSB-30, são duas:

- Ajuste do coeficiente de arrasto do meio contínuo;
- Cálculo de áreas de referência.

O principal dado sobre arrasto apresentado na seção 3.3 é a curva do seu coeficiente em função do ângulo de ataque para Mach 0,3. Essa informação é usada para adaptar o modelo de arrasto da cápsula de reentrada da aula 23 para tornar-se mais realista ao foguete VSB-30.

Para obter os valores numéricos associados à curva de arrasto da figura 5, foi utilizado o software **graphreader** disponível na internet no endereço www.graphreader.com. A figura 6 ilustra a aplicação.

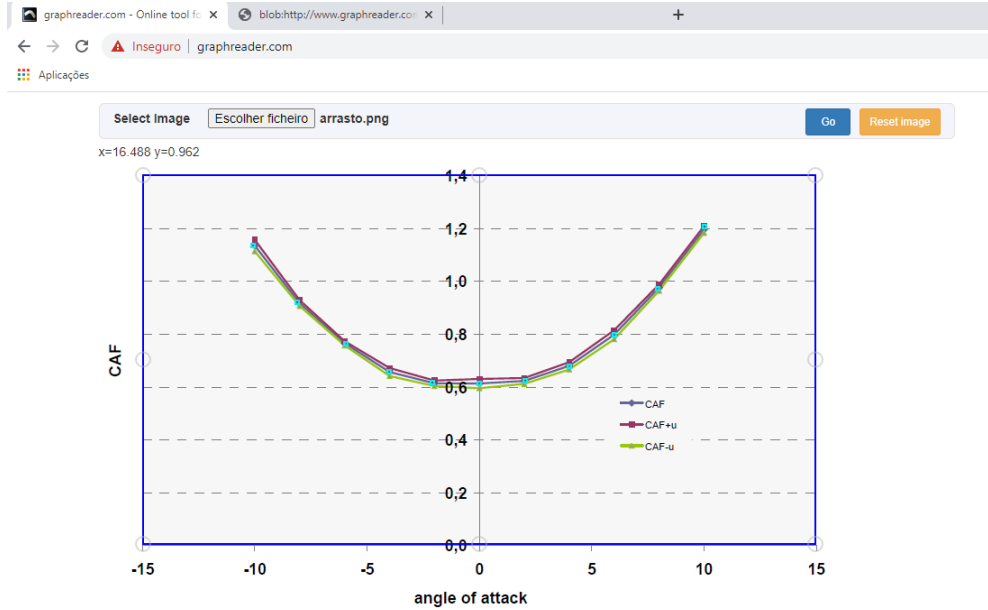


Fig. 5. Drag force coefficient C_{AF} and uncertainty values versus

Figura 6: Interface do software **graphreader** usado para extrair os pontos da curva de coeficiente de arrasto.

A tabela 4 apresenta os pontos de coeficiente de arrasto (C_D) *versus* ângulo de ataque (α). Como a figura 6 contém a média e as incertezas, foram extraídos somente os pontos associados à média.

Tabela 4: Pontos da curva de arrasto *versus* ângulo de ataque da figura 6.

α (°)	-10.1	-8.12	-5.95	-4.02	-2.09	0	2.05	4.02	6.03	7.96	10.1
C_D	1.13	0.92	0.76	0.65	0.61	0.609	0.62	0.67	0.79	0.97	1.21

Como o modelo aerodinâmico da aula 23 é válido somente para ângulo de ataque nulo, apenas o dado relativo a $\alpha = 0$ da tabela 4 é considerado: $C_{D_{vsb-30}} = 0,609$.

O coeficiente de arrasto acima é válido para Mach 0,3, pois esta foi a condição de ensaio. Para este valor, o modelo de arrasto do meio contínuo da cápsula de reentrada da aula 23 vale $C_{D_{livro}} = 0,4753$.

O ajuste do coeficiente de arrasto é feito simplesmente por “regra de três”. Determina-se a proporção entre $C_{D_{vsb-30}}$ e $C_{D_{livro}}$ e aplica-se a mesma para toda a curva de C_D do meio contínuo *versus* Mach da aula 23:

$$\frac{C_{D_{vsb-30}}}{C_{D_{livro}}} = \frac{0,609}{0,4753} = 1,28$$

Ou seja:

$$C_{D_{vsb-30}} = 1,28C_{D_{livro}} \quad (12)$$

A área de referência poderia ser tomada em analogia ao estudo da aerodinâmica feito na referência [4]. Nela, é utilizada a área da **seção transversal** da fuselagem do foguete. Se a mesma escolha for feita na modelagem do VSB-30, a área de referência do foguete com e sem o primeiro estágio será a mesma, pois as seções transversais do primeiro e segundo estágios são iguais. Neste caso, perde-se uma informação importante, que é a área molhada do foguete, a qual altera-se bastante ao desacoplar estágios.

Então, para calcular áreas de referência que sejam compatíveis com o arrasto de cada estágio do foguete, é feita uma aproximação onde **parte da área de referência** está relacionada com o **comprimento** do mesmo. Desta maneira, o procedimento **semi empírico** abaixo foi adotado:

- Assumir que a área molhada afeta em 50% o arrasto;
- Adotar o comprimento do foguete completo como referência;
- Reduzir as áreas de referência do segundo estágio e da carga útil a partir da relação entre o comprimento destes e o comprimento total do foguete;
- Aplicar a correção somente em 50% da área.

A partir dos diâmetros da seção 3.2, as áreas de seção transversal do primeiro e segundo estágio e carga útil são:

$$\begin{aligned} S_1 &= \pi \times 0,557^2/4 & S_1 &= 0,244 \text{ m}^2 \\ S_2 &= \pi \times 0,557^2/4 & S_2 &= 0,244 \text{ m}^2 \\ S_L &= \pi \times 0,46^2/4 & S_L &= 0,166 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Os comprimentos do foguete completo (l_1), sem primeiro estágio (l_2) e da carga útil (l_L) são apresentados abaixo, os quais são calculados com base nos dados no final da seção 3.1:

$$\begin{aligned} l_1 &= l_T & l_1 &= 12,6 \text{ m} \\ l_2 &= l_T - l_{e1} = 12,6 - 3,214 & l_2 &= 9,386 \text{ m} \\ l_3 &= l_2 - l_{e2} = 9,386 - 3,294 & l_3 &= 6,092 \text{ m} \end{aligned}$$

Então, as áreas de referência para cálculo de arrasto são calculadas conforme segue:

$$\begin{aligned} S_{r1} &= S_1 & S_{r1} &= 0,244 \text{ m}^2 \\ S_{r2} &= 0,5S_2 + \frac{l_2}{l_1}0,5S_2 = \left(0,5 + 0,5\frac{9,386}{12,6}\right)0,244 = 0,8725 \times 0,244 & S_{r2} &= 0,2129 \text{ m}^2 \\ S_{r3} &= 0,5S_L + \frac{l_3}{l_1}0,5S_L = \left(0,5 + 0,5\frac{6,092}{12,6}\right)0,166 = 0,7417 \times 0,166 & S_{r3} &= 0,1233 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

O modelo aerodinâmico também necessita de um comprimento de referência, é escolhida a média entre os diâmetros dos motores ($l_{e1} = l_{e2} = 0,557 \text{ m}$) e o diâmetro da carga útil ($l_L = 0,46 \text{ m}$):

$$l_c = \frac{l_{e1} + l_L}{2} = \frac{0,557 + 0,46}{2} \rightarrow l_c = 0.509 \text{ m} \quad (13)$$

3.5 Dados complementares

Para simular o lançamento do foguete, foi escolhido o Centro Espacial de Alcântara (CEA), o qual possui a seguinte altitude e coordenadas de latitude e longitude planetária. Estas são as condições iniciais da posição do foguete no referencial PCPF (obtidos a partir do Google Maps):

- Altitude $h_0 = 0$ m;
- Latitude $\delta_0 = -2,3267844^\circ$;
- Longitude planetária $l_0 = -44,4111042^\circ$.

Para simulação, os seguintes dados planetários foram usados:

- Velocidade de rotação da Terra com respeito ao espaço inercial: $\omega_e = 7,2921150 \times 10^{-5}$ rad/s;
- Raio equatorial da Terra: $R_e = 6.378,1370 \times 10^3$ m;
- Aceleração da gravidade padrão ao nível do mar: $g_0 = 9,80665$ m/s²;
- Constante gravitacional da Terra: $\mu_t = 3,986004418 \times 10^{14}$ m³/s²;
- Constantes de Jeffery: $J_2 = 0,00108263$, $J_3 = -0,00000254$, $J_4 = -0,00000161$.

O modelo aerodinâmico necessita de dados de atmosfera padrão. Na condição nominal, este modelo considera temperatura de 15°C ao nível do mar. Como é simulado um lançamento a partir do CEA, considera-se a correção ISA+10, ou seja: $\Delta T = 10^\circ\text{C}$, que corresponde à temperatura de 25°C ao nível do mar, mais coerente com o local de lançamento.

Para completar as condições iniciais, é necessário fazer uma representação do trilha de lançamento, o qual serve basicamente, para:

- Suportar o foguete antes do lançamento;
- Estabilizar a sua atitude até que o foguete possua uma velocidade mínima para tornar as empenas efetivas;
- Prover condições iniciais de ângulo de azimute e elevação.

As condições iniciais de ângulo de azimute e elevação da velocidade relativa não são fixas na modelagem. Tais dados são obtidos de maneira iterativa no programa de simulação, por digitação pelo usuário.

Quanto ao comprimento do trilha de lançamento, foi definido um valor de $l_{trilha} = 10$ m. Esta restrição é imposta nos primeiros segundos de simulação, mantendo as derivadas da elevação ϕ e azimute A iguais a zero enquanto $h - h_0 \leq l_{trilha}$.

Com isso, conclui-se a determinação de dados necessários para representar o VSB-30 na simulação.

4 Programação e Verificação do Modelo

Um programa foi desenvolvido pelo professor em MATLAB e Python. No Moodle, é fornecido o programa em MATLAB pronto para uso, já em Python é fornecido um documento a prova de cópia automática. Este deve ser interpretado pelos alunos e programado para realização do trabalho. Os programas estão comentados, de modo a entender a ideia da programação.

Para verificar o modelo desenvolvido, o professor comparou o resultado de simulação com os dados da referência [1], gerando a tabela 5. Considerou-se um voo com ângulo de elevação da velocidade relativa $\phi_0 = 90^\circ$, o que acarreta um voo puramente vertical. Mas, na prática, existe uma pequena inclinação, para que os fragmentos do foguete caiam no mar e não sobre o centro de lançamento.

Tabela 5: Comparação dos resultados de simulação com aqueles de voo real.

	Simulação	Referência [1]	Diferença
Altitude máxima (km)	253,5	252,7	0,8 km (0,32%)
Tempo de voo acima de 100 km (s)	367,04	368	-0,96 s (-0,26 %)

Os resultados mostram uma ótima compatibilidade entre os resultados de simulação e os dados reais, mesmo com a grande quantidade de incertezas e aproximações envolvidas.

Referências

- [1] Alexandre Garcia, Sidney Servulo Cunha Yamanaka, Alexandre Nogueira Barbosa, Francisco Carlos Parquet Bizarria, Wolfgang Jung, and Frank Scheuerpflug. Vsb-30 sounding rocket: history of flight performance. *J. Aerosp. Technol. Manag*, 3(3):325–330, sep-dec 2011.
- [2] Ariovaldo Felix Palmerio, José Pedro Claro Peres da Silva, Peter Turner, and Wolfgang Jung. The development of the vsb-30 sounding rocket vehicle. In *Proceedings of the 16th ESA Symposium European Rocket and Balloon Programmes and Related Research*, St. Gallen, Switzerland, August 2003.
- [3] Ariovaldo Felix Palmerio, Eduardo Dore Roda, Peter Turner, and Wolfgang Jung. Results from the first flight of the vsb-30 sounding rocket. In *Proceedings of the 17th ESA Symposium on European Rocket and Balloon Programmes and Related Research*, Sandefjord, Norway, 2005.
- [4] Maria Luísa Reis, João Batista Falcão, Giuliano Paulino, and Cláudio Truyts. Aerodynamic loads measurement of a sounding rocket vehicle tested in wind tunnel. In *XIX IMEKO World Congress Fundamental and Applied Metrology*, Lisbon, Portugal, September 2009.
- [5] A. TEWARI. *Atmospheric and Space Flight Dynamics: Modelling and simulation with MATLAB and Simulink*. Birkhauser, Boston, 2007.