

```

exemplo_axis_simetrico_livre_torque.m exemplo_axis_simetrico_com_torque.m +
1 function exemplo_axis_simetrico_livre_torque
2 % Dinamica e Controle de Veiculos Espaciais
3 % Programa 1 - Aula 5.
4 % Simular a dinamica de um corpo rigido axis simetrico na ausencia de
5 % torques externos. Usar a sequencia 3-1-3 dos ângulos de Euler.
6 clc;close all;clear all
7
8 %% Entrada de parametros
9 global J lzz wx0 wy0 n theta0
10 lzz=input('Informe o momento de inercia do eixo de simetria (kg.m^2): ');
11 J=input('Informe o momento de inercia transversal comum aos eixos x e y (kg.m^2): ');
12 n=input('Informe a velocidade angular em torno do eixo de simetria - spin (rad/s): ');
13 wx0=input('Informe a condicao inicial de velocidade angular em torno do eixo x (rad/s): ');
14 wy0=input('Informe a condicao inicial de velocidade angular em torno do eixo y (rad/s): ');
15 T=input('Informe o tempo de simulacao (s): ');
16
17 %% Simulacao
18 % Condicoes iniciais
19 % A condicao inicial do angulo de nutacao depende das condicoes iniciais de
20 % velocidade transversal, como visto em aula.
21 % De acordo com a modelagem feita em aula, POR DEFINICAO: o vetor quantidade de movimento
22 % angular deve estar alinhado com o eixo Z do sistema inercial. Assim, a condicao inicial
23 % de theta eh dada por: (caso isso nao for feito, ocorre singularidade)
24
25 theta0=atan2(J*sqrt(wx0^2+wy0^2),lzz*n);
26
27 % As condicoes iniciais dos outros angulos dependem de theta0. Elas sao
28 % determinadas de modo a satisfazer condicoes de equilibrio para a
29 % cinematica. Como visto em aula, a derivada de theta deve ser zero,
30 % enquanto as derivadas de phi e psi devem ser constantes. A cinematica nao
31 % depende de phi. Entao as incognitas no equilibrio sao psi e as derivadas
32 % de phi e psi.
33
34 % Chute inicial da solucao p = [psi0 PHIp PSIp]
35 p0=[180/pi 3.5 6];
36 p=fsolve(@equilibrio,p0);
37 psi0=p(1);
38 PHIp=p(2);
39 PSIp=p(3);
40 % Conferencia dos resultados
41 disp('Valor da derivada de phi previsto teoricamente [rad/s]: ');
42 disp(lzz*n/(J*cos(theta0)));
43 disp('Valor da derivada de phi calculado numericamente [rad/s]: ');
44 disp(PHIp);
45 disp('Valor da derivada de psi previsto teoricamente [rad/s]: ');
46 disp((J-lzz)*n/J);
47 disp('Valor da derivada de psi calculado numericamente [rad/s]: ');
48 disp(PSIp);

```

```

49 % Condicao inicial do vetor de estado x=[wx wy wz phi theta psi]
50 phi0=0; % Qualquer valor de phi pode ser usado
51 x0=[wx0;wy0;n;phi0;theta0;psi0];
52 % Integracao da dinamica
53 opt=odeset('RelTol',1e-12,'AbsTol',1e-12); % As tolerâncias são importantes, pois pequenos desvios prejudicam o
54 [t,x]=ode15s(@dinamica_livre_torque_axis_simetrico,[0 T],x0,opt);
55
56 %% Graficos
57 figure
58 subplot(231);
59 plot(t,x(:,1));grid;xlabel('t (s)');ylabel('\omega_x (rad/s)');axis tight
60 subplot(232);
61 plot(t,x(:,2));grid;xlabel('t (s)');ylabel('\omega_y (rad/s)');axis tight
62 subplot(233);
63 plot(t,x(:,3));grid;xlabel('t (s)');ylabel('\omega_z (rad/s)');axis tight
64 subplot(234);
65 plot(t,x(:,4)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\phi [^\circ]');axis tight
66 subplot(235);
67 plot(t,x(:,5)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta [^\circ]');axis tight
68 subplot(236);
69 plot(t,x(:,6)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\psi [^\circ]');axis tight
70 end
71
72 %%
73
74 function xp=dinamica_livre_torque_axis_simetrico(t,x)
75 % Vetor de estado: x=[wx;wy;wz;phi;theta;psi]
76 % wx, wy, wz: velocidades de rotação em torno dos eixos x, y e z do
77 % sistema de referencia do corpo
78 % phi, theta, psi: angulos de Euler na sequencia de rotacoes C3, C1 e C3,
79 % respectivamente.
80 %% Passagem de parametros por variaveis globais
81
82 global J lzz
83 %% Desmembra o vetor de estado
84 wx=x(1);wy=x(2);wz=x(3);
85 phi=x(4);theta=x(5);psi=x(6);
86 %% Condições de contorno
87 % Livre de torque
88 Mx=0;My=0;Mz=0;
89 % Axis simetrico
90 lxx=J;lyy=J;
91 %% Equacoes de dinamica
92 wxp=(Mx-(lzz-lyy)*wy*wz)/lxx;
93 wyp=(My-(lxx-lzz)*wz*wx)/lyy;
94 wzp=(Mz-(lxx-lzz)*wx*wy)/lzz;
95 %% Equacoes de cinematica
96 phip=(sin(psi)*wx+cos(psi)*wy)/sin(theta);
97 thetap=cos(psi)*wx-sin(psi)*wy;

```

```

97 - psip=(-cos(theta)*sin(psi)*wx-cos(theta)*cos(psi)*wy)/sin(theta)+wz;
98 %% Derivada do vetor de estado
99 - xp=[wxp;wyp;wzp;phip;thetap;psip];
100 - end
101
102 %% Calculo das condicoes iniciais, equilibrio
103 - function eqs=equilibrio(p)
104 - % Calculo numerico do equilibrio
105 % Entrada
106 % p: valores a serem determinados do vetor de estado
107 % x=[wx wy wz phi theta psi]
108 % Saida
109 % eqs: relacoes que devem ser satisfeitas no equilibrio
110 % eqs(1)=phip-PHlp: derivada de phi igual a uma constante
111 % eqs(2)=thetap: derivada de theta
112 % eqs(3)=psip-PSlp: derivada de psi igual a uma constante
112 % eqs(3)=psip-PSlp: derivada de psi igual a uma constante
113 % Equacoes que devem ser satisfeitas no equilibrio
114 %% Variaveis globais
115 - global wx0 wy0 n theta0
116 %% Incognitas que devem ser determinadas no equilibrio (t=0)
117 - psi0=p(1); % Valor do angulo psi na condicao inicial
118 - PHlp=p(2); % Valor constante da derivada de phi
119 - PSlp=p(3); % Valor constante da derivada de psi
120 %% Relacoes de cinematica
121 - phip=(sin(psi0)*wx0+cos(psi0)*wy0)/sin(theta0);
122 - thetap=cos(psi0)*wx0-sin(psi0)*wy0;
123 - psip=(-cos(theta0)*sin(psi0)*wx0-cos(theta0)*cos(psi0)*wy0)/sin(theta0)+n;
124 %% Relacoes que devem ser satisfeitas no equilibrio (iguais a zero)
125 - eqs(1)=phip-PHlp; % derivada de phi igual a uma constante
126 - eqs(2)=thetap; % derivada de theta
127 - eqs(3)=psip-PSlp; % derivada de psi igual a uma constante
128 - end

```

Corpo axis simétrico com torque constante.

```

exemplo_axis_simetrico_livre_torque.m exemplo_axis_simetrico_com_torque.m +
1 - function exemplo_axis_simetrico_com_torque
2 - % Dinamica e Controle de Veiculos Espaciais
3 % Simular a dinamica de um corpo rigido axis simetrico na presenca de um
4 % torque constante ao redor de um dos eixos transversais. Adotar a
5 % sequencia 123 de angulos de Euler.
6 - clc
7 - close all
8 - clear all
9 %% Entrada de parametros
10 - global J lzz Mx
11 - J=input('Informe o momento de inercia transversal comum aos eixos x e y (kg.m^2): ');
12 - lzz=input('Informe o momento de inercia do eixo de simetria (kg.m^2): ');
13 - n=input('Informe a velocidade angular em torno do eixo de simetria - spin (rad/s): ');
14 - Mx=input('Informe o momento de perturbacao em torno do eixo x (N.m): ');
15 - T=input('Informe o tempo de simulacao (s): ');
16 %% Simulacao
17 % Condicao inicial

```

```

18 - wx0=0;wy0=0; % Mantem-se a ideia da parte teorica da aula: sem C.I. na velocidade transversal
19 - theta1=0;theta2=0;theta3=0; % O referencial inercial e o do corpo estao alinhados em t=0.
20 - x0=[wx0;wy0;n;theta1;theta2;theta3];
21 - % Integracao da dinamica
22 - % As tolerâncias são importantes, pois pequenos desvios prejudicam os resultados
23 - opt=odeset('RelTol',1e-12,'AbsTol',1e-12,'MaxStep',0.1);
24 - [t,x]=ode45(@dinamica_torquex_axis_simetrico,[0 T],x0,opt);
25 - %% Calcula os angulos de nutacao theta, spin relativo psi e precessao phi
26 - phi=x(:,4)+pi/2; % phi=theta1+pi/2
27 - theta=x(:,5); % theta=theta2
28 - psi=x(:,6)-pi/2; % psi=theta3-pi/2
29 - %[phi, theta,psi]=converte_prec_nut(x(:,4),x(:,5),x(:,6),x(:,1),x(:,2),x(:,3));
30 - %% Calcula a orientacao dos vetores quantidade de movimento angular e velocidade angular
31 - N=length(t);
32 - phih=zeros(N,1);thetah=phih;psih=phih;
33 - phiw=zeros(N,1);thetaw=phiw;psiw=phiw;
34 - for i=1:N

35 - C=angle2dcm(x(i,4),x(i,5),x(i,6),'XYZ'); % Matriz de atitude, transforma do fixo para o corpo
36 - wb=[x(i,1);x(i,2);x(i,3)]; % Velocidade angular no referencial do corpo
37 - Hb=[J*x(i,1);J*x(i,2);Izz*x(i,3)]; % Quantidade de movimento angular no referencial do corpo
38 - w0=transpose(C)*wb; % Transformacao do referencial do corpo para o inercial
39 - H0=transpose(C)*Hb; % Transformacao do referencial do corpo para o inercial
40 - psiw(i)=atan2(w0(2),w0(1)); % Angulo de guinada da velocidade angular
41 - thetaw(i)=atan2(w0(3),sqrt(w0(1)^2+w0(2)^2)); % Angulo de elevacao da velocidade angular
42 - psih(i)=atan2(H0(2),H0(1)); % Angulo de guinada da quantidade de movimento angular
43 - thetah(i)=atan2(H0(3),sqrt(H0(1)^2+H0(2)^2)); % Angulo de elevacao da quantidade de movimento angular
44 - end
45 - %% Graficos
46 - figure
47 - subplot(231);plot(t,x(:,1));grid;xlabel('t (s)');ylabel('w_x (rad/s)');axis tight
48 - subplot(232);plot(t,x(:,2));grid;xlabel('t (s)');ylabel('w_y (rad/s)');axis tight
49 - subplot(233);plot(t,x(:,3));grid;xlabel('t (s)');ylabel('w_z (rad/s)');axis tight
50 - subplot(234);plot(t,x(:,4)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta_1 (°)');axis tight
51 - subplot(235);plot(t,x(:,5)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta_2 (°)');axis tight

52 - subplot(236);plot(t,x(:,6)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta_3 (°)');axis tight
53 - figure
54 - subplot(331);plot(t,phi*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\phi (°)');axis tight
55 - subplot(332);plot(t,theta*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta (°)');axis tight
56 - subplot(333);plot(t,psi*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\psi (°)');axis tight
57 -
58 - subplot(323);plot(t,psiw*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\psi_w (°) - guinada de \omega');axis tight
59 - subplot(324);plot(t,thetaw*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta_w (°) - elevacao de \omega');axis tight
60 -
61 - subplot(325);plot(t,psih*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\psi_h (°) - guinada de \omega');axis tight
62 - subplot(326);plot(t,thetah*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta_h (°) - elevacao de \omega');axis tight
63 -
64 - %% Estudo analítico
65 - mu=Mx/J;lamb=(J-Izz)*n/J;
66 - Ap=mu*J/(lamb*n*Izz);An=mu/(lamb*n);
67 - wp=Izz*n/J;wn=n;
68 - disp('Amplitude da precessao (graus):');

```

```

69 - disp(Ap*180/pi);
70 - disp('Amplitude da nutacao (graus):');
71 - disp(An*180/pi);
72 - disp('Frequencia da precessao (rad/s):');
73 - disp(wp);
74 - disp('Frequencia da nutacao (rad/s):');
75 - disp(wn);
76 - end
77 - function xp=dinamica_torquex_axis_simetrico(t,x)
78 - % Vetor de estado: x=[wx;wy;wz;theta1;theta2;theta3]
79 - % wx, wy, wz: velocidades de rotaçao em torno dos eixos b1, b2 e b3 do
80 - % sistema de referencia do corpo
81 - % theta1, theta2, theta3: angulos de Euler na sequencia de rotacoes C1, C2 e C3,
82 - % respectivamente. Sequencia 123
83 - %% Passagem de parametros por variaveis globais
84 - global J lzz Mx
85 - %% Desmembra o vetor de estado

86 - wx=x(1);wy=x(2);wz=x(3);
87 - theta1=x(4);theta2=x(5);theta3=x(6);
88 - %% Condiçoes de contorno
89 - % Livre de torque nos eixos y e z
90 - My=0;Mz=0;
91 - % Axis simetrico
92 - lxx=J;lyy=J;
93 - %% Equacoes de dinamica
94 - wxp=(Mx-(lzz-lyy)*wy*wz)/lxx;
95 - wyp=(My-(lxx-lzz)*wz*wx)/lyy;
96 - wzp=(Mz-(lyy-lxx)*wx*wy)/lzz;
97 - %% Equacoes de cinematica
98 - theta1p=(wx*cos(theta3)-wy*sin(theta3))/cos(theta2);
99 - theta2p=wx*sin(theta3)+wy*cos(theta3);
100 - theta3p=(-wx*cos(theta3)*sin(theta2)+wy*sin(theta3)*sin(theta2))/cos(theta2)+wz;
101 - %% Derivada do vetor de estado
102 - xp=[wxp;wyp;wzp;theta1p;theta2p;theta3p];

103 - end

```