

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
CURSO SUPERIOR DE BACHARELADO EM ENGENHARIA  
AEROESPACIAL

Willian Ribeiro de Paula

## **TRABALHO 2**

Santa Maria, RS  
2022

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>4</b>
2.1	CONTROLE DE VEÍCULO ESPACIAL (VE) COM SPIN	4
<b>2.1.1</b>	<b>Manobra de Spin-up</b>	<b>4</b>
2.1.1.1	<i>Objetivo do controle</i>	4
2.1.1.2	<i>Hipóteses da modelagem</i>	4
2.1.1.3	<i>Atuadores e sensores</i>	4
2.1.1.4	<i>Estrutura do controlador</i>	5
2.1.1.5	<i>Equações do movimento</i>	5
2.1.1.6	<i>Forma de ajuste dos parâmetros do controlador</i>	6
<b>2.1.2</b>	<b>Flat spin</b>	<b>6</b>
2.1.2.1	<i>Objetivo do controle</i>	6
2.1.2.2	<i>Hipóteses da modelagem</i>	6
2.1.2.3	<i>Atuadores e sensores</i>	7
2.1.2.4	<i>Estrutura do controlador</i>	7
2.1.2.5	<i>Equações do movimento</i>	7
2.1.2.6	<i>Forma de ajuste dos parâmetros do controlador</i>	8
2.1.2.7	<i>Controle ativo de nutação ANC</i>	8
2.1.2.8	<i>Objetivo do controle</i>	8
2.1.2.9	<i>Hipóteses da modelagem</i>	8
2.1.2.10	<i>Atuadores e sensores</i>	8
2.1.2.11	<i>Estrutura do controlador</i>	8
2.1.2.12	<i>Equações do movimento</i>	9
2.1.2.13	<i>Forma de ajuste dos parâmetros do controlador</i>	10
2.2	CONTROLE DE VEÍCULO ESPACIAL EM TRÊS EIXOS COM REALIMENTAÇÃO DE QUATÉRNIO E RODAS DE REAÇÃO	10
<b>2.2.1</b>	<b>Objetivo do controle</b>	<b>10</b>
<b>2.2.2</b>	<b>Hipóteses da modelagem</b>	<b>10</b>
<b>2.2.3</b>	<b>Atuadores e sensores</b>	<b>10</b>
<b>2.2.4</b>	<b>Estrutura do controlador</b>	<b>11</b>
<b>2.2.5</b>	<b>Equações do movimento</b>	<b>11</b>
<b>2.2.6</b>	<b>Forma de ajuste dos parâmetros do controlador</b>	<b>12</b>
<b>3</b>	<b>IMPLEMENTAÇÃO</b>	<b>13</b>
<b>4</b>	<b>INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS</b>	<b>14</b>
4.1	EXEMPLO 7.1	14
4.2	EXEMPLO 7.3	16
4.3	EXEMPLO 7.14	19
4.4	EXEMPLO 7.18 E 7.19	22
4.5	EXEMPLO 7.20 E 7.21	23
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>24</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>25</b>

## **1 INTRODUÇÃO**

O presente trabalho tem o objetivo de implementar os exemplos de controle de atitude de veículos espaciais visto em (André Luis da Silva, 2022). O trabalho foi dividido em metodologia, na qual se exemplifica os conteúdos teóricos necessários para implementar e compreender os dados da simulações, Implementação, na qual é apresentando como foi implementado o código das simulações, Interpretação, na qual são mostrados os gráficos das simulações e o entendimento deles e a Conclusão, na qual é feita uma análise do que pode ser aprendido e aproveitado durante o desenvolvimento do trabalho.

## 2 METODOLOGIA

### 2.1 CONTROLE DE VEÍCULO ESPACIAL (VE) COM SPIN

#### 2.1.1 Manobra de Spin-up

##### 2.1.1.1 *Objetivo do controle*

A manobra de *Spin-up* tem como objetivo imprimir uma rotação adequada em torno de um eixo principal de um satélite, de tal forma que garanta a estabilização giroscópica natural, com o objetivo de apontar o eixo de simetria em uma direção do espaço inercial. Além disso, vale ressaltar que essa manobra não é responsável por apontar o eixo de *spin* na direção desejada, antes da execução dela, deve-se efetuar uma manobra para esse apontamento.

##### 2.1.1.2 *Hipóteses da modelagem*

Para a modelagem, adota-se as seguintes hipóteses:

- O torque de gradiente gravitacional é desprezado, assim como qualquer outro torque perturbativo;
- O veículo é perfeitamente rígido, sem qualquer dissipação de energia interna;
- Os *thrusters* estão perfeitamente alinhados e geram momento somente em torno do eixo z, com amplitude  $M_z$  constante;

##### 2.1.1.3 *Atuadores e sensores*

O hardware normalmente utilizado para essa aplicação é dado abaixo:

Para os sensores:

- Giroscópio, o qual é utilizado para medir a velocidade de rotação em torno do eixo z

Para os atuadores:

- Conjunto de *thrusters* que geram um momento constante em torno do eixo z e operam na condição liga-desliga. Caso deseje-se uma ação sem indução de translação, usa-se 2 pares de *thrusters*.

#### 2.1.1.4 Estrutura do controlador

A estrutura do controlador normalmente é implementado pelas seguintes formas:

- Um relé temporizador que propícia o disparo dos *thrusters* por um determinado intervalo de tempo pré-programado pelo computador de controle de atitude;
- Um amplificador de potência para acionar os *thrusters*, no qual o seu tempo de acionamento é configurado por um computador de controle de atitude que tem o seu próprio *timer* interno
- Uma variação do segundo item, na qual o tempo de acionamento é variável, por meio da modulação por largura de pulso, gerada pelo computador de controle de atitude. Diferente dos outros dois controles anteriores, esse controle é implementado em malha fechada;

#### 2.1.1.5 Equações do movimento

A dinâmica do problema é representada pelas equações seguintes:

$$J\dot{\omega}_x - (J - I_{zz})\omega_z\omega_y = 0 \quad (2.1)$$

$$J\dot{\omega}_y - (J - I_{zz})\omega_z\omega_x = 0 \quad (2.2)$$

$$I_{zz}\dot{\omega}_z = M_z \quad (2.3)$$

Onde:

- $\omega_x$ ,  $\omega_y$  e  $\omega_z$  são as velocidades angulares do satélite com respeito a um referencial inercial, escritas no sistema de referencia do corpo (SRC);
- $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  e  $I_{zz}$  são os momentos de inércia principais ;
- $J = I_{xx} = I_{yy}$  (corpo axissimétrico) são os momentos de inércia dos eixos transversais;

Modelando  $M_z$  como um pulso retangular aplicado em um intervalo de duração  $T$ , temos:

$$\omega_z = \frac{M_z}{I_{zz}} \text{ para } 0 \leq t \leq T \quad (2.4)$$

$$\omega_z = \frac{M_z}{I_{zz}} T \text{ para } t > T \quad (2.5)$$

Caso as condições iniciais de  $\omega_x$  e  $\omega_y$  sejam não nulas ao iniciar a manobra de *spin-up*, o veículo espacial vai apresentar nutação e precessão após adquirir o *spin* desejado. Essa dinâmica é dada pelas equações abaixo:

Para as velocidades angulares:

$$\omega_x = \omega_x(0) \cos \frac{J - I_{zz}M_z t^2}{2JI_{zz}} + \omega_y(0) \sin \frac{J - I_{zz}M_z t^2}{2JI_{zz}} \quad (2.6)$$

$$\omega_y = \omega_y(0) \cos \frac{J - I_{zz}M_z t^2}{2JI_{zz}} - \omega_x(0) \sin \frac{J - I_{zz}M_z t^2}{2JI_{zz}} \quad (2.7)$$

Para os ângulos, quando utilizado a sequência de Euler 1-2-3, de nutação ( $\theta_2$ ) e ângulo de precessão ( $\theta_1 + \frac{\pi}{2}$ ):

$$\theta_1 = \sqrt{\frac{\pi J}{M_z}} \left( \omega_x(0) C \left( \sqrt{\frac{M_z}{J\pi}} t \right) - \omega_y(0) S \left( \sqrt{\frac{M_z}{J\pi}} t \right) \right) \quad (2.8)$$

$$\theta_2 = \sqrt{\frac{\pi J}{M_z}} \left( \omega_y(0) C \left( \sqrt{\frac{M_z}{J\pi}} t \right) + \omega_x(0) S \left( \sqrt{\frac{M_z}{J\pi}} t \right) \right) \quad (2.9)$$

Onde C(.) e S(.) são as integrais de Fresnel

#### 2.1.1.6 Forma de ajuste dos parâmetros do controlador

O único parâmetro para o ajuste desse controle de malha aberta é o tempo de acionamento T dos *thruster* de *spin*. Ele é feito por meio da equação (2.5), a qual pode ser reescrita como:

$$T = \frac{I_{zz}}{M_z} n \quad (2.10)$$

O valor de  $M_z$  é dado pelo projeto e teste dos *thrusters*, enquanto que  $I_{zz}$  é um parâmetro da estrutura do veículo espacial. Dessa forma, T é dado pela velocidade de *spin* n desejada pelo projeto do veículo espacial.

### 2.1.2 Flat spin

#### 2.1.2.1 Objetivo do controle

O objetivo da manobra *Flat spin*, ou manobra de reorientação passiva, é alterar o eixo de spin. A alteração ocorrerá do eixo intermediário de inércia ou do eixo de menor de inércia para o eixo de maior de inércia. Para que isso ocorra, é necessário existir um componente de dissipação interna no veículo espacial.

#### 2.1.2.2 Hipóteses da modelagem

As hipóteses adotadas são as mesmas do problema de *spin-up*, com exceção que o satélite é uma satélite de duplo *spin* com a presença de um elemento dissipativo de energia, o qual é um corpo rígido com um reservatório de propelente esférico.

### 2.1.2.3 Atuadores e sensores

Utilizam-se os seguintes hardwares:

- Sensores: manobras passivas normalmente não se utiliza sensores, mas pode-se utilizar giroscópios para ativar os disparos de *thrusters*;
- Atuadores: Um elemento de dissipação interna de energia, neste caso, o próprio reservatório de combustível;

### 2.1.2.4 Estrutura do controlador

Como se trata de um controle passivo, normalmente não se utiliza um controlador. Entretanto, em alguns casos, pode-se implementar um controlador (analógico ou digital) para coordenar os disparos de *thrusters*, caso haja esse elemento no satélite.

### 2.1.2.5 Equações do movimento

A dinâmica do *flat spin* é dado pelas equações abaixo:

$$(I_{xx} - J)\dot{\omega}_x = (I_{yy} - I_{zz})\omega_y\omega_z + \mu\sigma_x + M_x \quad (2.11)$$

$$(I_{yy} - J)\dot{\omega}_y = (I_{zz} - I_{xx})\omega_z\omega_x + \mu\sigma_y + M_y \quad (2.12)$$

$$(I_{zz} - J)\dot{\omega}_z = (I_{xx} - I_{yy})\omega_x\omega_y + \mu\sigma_z + M_z \quad (2.13)$$

$$\dot{\sigma}_x = -\dot{\omega}_x - \left(\frac{\mu}{J}\right)\sigma_x - \omega_y\sigma_z + \omega_z\sigma_y \quad (2.14)$$

$$\dot{\sigma}_y = -\dot{\omega}_y - \left(\frac{\mu}{J}\right)\sigma_y - \omega_z\sigma_x + \omega_x\sigma_z \quad (2.15)$$

$$\dot{\sigma}_z = -\dot{\omega}_z - \left(\frac{\mu}{J}\right)\sigma_z - \omega_x\sigma_y + \omega_y\sigma_x \quad (2.16)$$

Onde:

- $\sigma_x, \sigma_y$  e  $\sigma_z$  são as velocidade angulares relativas entre o propelente e o corpo rígido em torno dos eixos principais;
- $\mu$  é o coeficiente de amortecimento viscoso entre o fluido propelente e as paredes do tanque;
- $M_x, M_y$  e  $M_z$  são os torques de controle em torno dos eixos principais;

#### 2.1.2.6 *Forma de ajuste dos parâmetros do controlador*

Como a manobra de **flat spin** é realizada por um controle passivo e não tem controlador, não há ajuste de parâmetros do controlador. Mas essa manobra passiva poderia ser ajustada por meio do ajuste dos parâmetros do dispositivo dissipador de energia.

#### 2.1.2.7 *Controle ativo de nutação ANC*

#### 2.1.2.8 *Objetivo do controle*

O objetivo do controle é reduzir a amplitude do ângulo de nutação induzido pela velocidade angular transversal do veículo espacial.

#### 2.1.2.9 *Hipóteses da modelagem*

Adota-se as seguintes hipóteses:

- As perturbações externas e incertezas internas são ignoradas;
- O veículo espacial é axis simétrico;
- O corpo é rígido;
- Assume-se momentos de controle  $M_x$  e  $M_y$ ;

#### 2.1.2.10 *Atuadores e sensores*

Normalmente utiliza-se os seguintes componentes de hardware:

- Sensores: acelerômetros para medir as acelerações induzidas pela nutação e giroscópios para medir componentes transversais da velocidade do corpo;
- Atuadores: *thrusters*, no caso mais simples somente 1 par de *thrusters* axiais, mas ainda terá um efeito de translação. Caso queira anular isso, deve-se usar 2 pares.

#### 2.1.2.11 *Estrutura do controlador*

Normalmente ele tem duas implementações:

- Analógica, na qual portas lógicas podem comparar as leituras dos acelerômetros ou giroscópios., que irão controlar o disparo dos *thrusters* seguindo uma lógica de disparo pré-determinada;



- Com o uso de um computador digital, o qual recebe a leitura dos sensores e implementa uma função com a lógica de acionamento dos *thrusters*;

### 2.1.2.12 Equações do movimento

A dinâmica desse movimento é dado pelas equações abaixo:

$$J\dot{\omega}_x - (J - I_{zz})\omega_z\omega_y = M_x \quad (2.17)$$

$$J\dot{\omega}_y - (J - I_{zz})\omega_z\omega_x = M_y \quad (2.18)$$

$$I_{zz}\dot{\omega}_z = M_z \quad (2.19)$$

Onde  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  e  $\omega_z$  são as velocidades angulares inerciais escritas nos eixos do SRC.

A solução do sistema de equações anteriores, com algumas simplificações, é dado, para pulsos retangulares dos *thrusters*, em três partes: antes do pulso, durante o pulso e após o pulso. Considerando os pulso com largura T e amplitude M, temos:

Para  $0 \leq t < t_1$ :

$$\omega_x(t) = \omega_{y,0} \sin \lambda t \quad (2.20)$$

$$\omega_y(t) = \omega_{y,0} \sin \lambda t \quad (2.21)$$

Para  $t_1 \leq t < t_1 + T$ :

$$\omega_x(t) = \left( \omega_{y,0} \frac{M}{J\lambda} \cos \lambda t_1 \right) \sin \lambda t - \frac{M}{J\lambda} \sin \lambda t_1 \cos \lambda t \quad (2.22)$$

$$\omega_y(t) = \left( \omega_{y,0} \frac{M}{J\lambda} \cos \lambda t_1 \right) \cos \lambda t - \frac{M}{J\lambda} \sin \lambda t_1 \cos \lambda t - \frac{M}{J\lambda} \quad (2.23)$$

Para  $t > t_1 + T$ :

$$\omega_x(t) = \left( \omega_{y,0} + \frac{M}{J\lambda} (\cos \lambda t_1 - \cos \lambda(t_1 + T)) \right) \sin \lambda t + \frac{M}{J\lambda} (-\sin \lambda t_1 + \sin \lambda(t_1 + T)) \cos \lambda t \quad (2.24)$$

$$\omega_y(t) = \left( \omega_{y,0} + \frac{M}{J\lambda} (\cos \lambda t_1 - \cos \lambda(t_1 + T)) \right) \cos \lambda t - \frac{M}{J\lambda} (-\sin \lambda t_1 + \sin \lambda(t_1 + T)) \sin \lambda t \quad (2.25)$$

Após o tempo  $t > t_1 + T$ , após aplicação do pulso, pode-se verificar o ângulo de nutação  $\theta$  pela equação:

$$\tan \theta = \frac{J\omega_{xy}}{I_{zz}n} \quad (2.26)$$

$$\omega_{xy}^2(t) = \sqrt{\omega_x^2(t) + \omega_y^2(t)} \quad (2.27)$$

Onde:

- $n$ : velocidade angular do eixo de simetria;
- $\omega_{xy}$ : velocidade angular transversal;

#### 2.1.2.13 Forma de ajuste dos parâmetros do controlador

No algoritmo de controle, o único parâmetro ajustável é a largura do tempo de aplicação  $T$  do pulso de aplicação do *thruster* e o tempo  $t_1$  entre a aplicação dos pulsos. Esses parâmetros estão presentes nas seguintes equações:

$$t_1 = \frac{3\pi}{2\lambda} - \frac{T}{2} \quad (2.28)$$

$$\omega_{xymin} = \omega_{y,0} - \frac{2M}{J\lambda} \sin \frac{\lambda T}{2} \quad (2.29)$$

## 2.2 CONTROLE DE VEÍCULO ESPACIAL EM TRÊS EIXOS COM REALIMENTAÇÃO DE QUATÉRNIO E RODAS DE REAÇÃO

### 2.2.1 Objetivo do controle

O objetivo da estratégia do controle é apontar o satélite para alguma direção de referência no espaço inercial, a partir de uma qualquer, provendo estabilidade com respeito a esta condição de equilíbrio.

### 2.2.2 Hipóteses da modelagem

### 2.2.3 Atuadores e sensores

O hardware normalmente utilizado é:

- Sensores: giroscópios para mensurar a velocidade angular inercial decomposta nos eixos do sistema de referência do corpo (SRC). Para medir a atitude, utiliza-se sensores de estrela, os quais ainda podem ser combinados com sensores solares ou sistema de navegação inercial com integração de velocidade angular;
- Atuadores: normalmente utiliza-se um conjunto de 3 rodas de reação com eixos de torque alinhados com os eixos do SRC;

### 2.2.4 Estrutura do controlador

Para o controlador, utiliza-se um computador digital que recebe os dados dos sensores, calcula o comando a partir de uma lei de controle e envia os mesmos para os atuadores. Normalmente, esses computadores digitais não tem potencia necessária para fornecer o sinal para os atuadores, dessa forma, emprega-se um driver de controle para processar a saída de baixa potência do computador digital. Esse drive também implementa a lógica de controle das rodas de reação.

### 2.2.5 Equações do movimento

A dinâmica desse movimento, descrito em quaternários, é dado pelas equações:

$$\dot{q} = -\omega \times \mathbf{q} + q_4 \omega \quad (2.30)$$

$$\dot{q}_4 = -\omega \cdot \mathbf{q} \quad (2.31)$$

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Considerando um controle proporcional derivativo, a expressão da lei de controle é definida nas equações abaixo:

$$u = -Kq_e - C\omega \quad (2.33)$$

$$q_e = -e_e \sin \frac{\phi_e}{2} \quad (2.34)$$

$$q_{4e} = \cos \frac{\phi_e}{2} \quad (2.35)$$

Onde K é a matriz de ganhos de erro e C a matriz de ganhos da velocidade.  $q_e$  e  $q_{4e}$  são a parte vetorial e escalar do quatérnio de erro.  $e_e$  é o vetor unitário do eixo de Euler do quatérnio de erro e  $\phi_e$  é o ângulo principal do quatérnio de erro.

Para escolha das matrizes K e C, pode-se escolher os 4 conjuntos de equações, as quais torna o sistema de malha fechada globalmente estável em torno do ponto de equilíbrio:  $\omega = 0$  e  $q = 0$ .

$$K = kI_3, \quad C = \text{diag}(c_1, c_2, c_3) \quad (2.36)$$

$$K = \frac{k}{q_4^3} I_3, \quad C = \text{diag}(c_1, c_2, c_3) \quad (2.37)$$

$$K = k * \text{sgn}(q_4) I_3, \quad C = \text{diag}(c_1, c_2, c_3) \quad (2.38)$$

$$K = (\alpha I_3 + \beta I_3)^{-1} I_3, \quad K^{-1}C > 0 \quad (2.39)$$

### **2.2.6 Forma de ajuste dos parâmetros do controlador**

Os parâmetros de ajuste do controlador são as matrizes  $K$  e  $C$ , as quais dependem da lei de controle escolhida.

### 3 IMPLEMENTAÇÃO

De forma geral, os códigos foram escritos na linguagem de programação do software MATLAB. Além disso, implementou-se modelos no Simulink para resolver os problemas 7.18 ao 7.21 do livro do Tewari. Para resolver numericamente os modelos de dinâmica de cada problema, empregou-se a função `ode45` do MATLAB, com exceção dos problemas 7.18 ao 7.21, nos quais utilizou-se a opção *auto* do Simulink, na qual o *solver* do simulink escolhia automaticamente o método de resolução numérico.

Nessa seção não será tratado os comentários sobre as funções implementadas no código, pois já existe esses comentários no próprio código do MATLAB.

## 4 INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

Antes de comentar as simulações de cada exemplo, é preciso ressaltar que nos scripts desenvolvidos do Matlab, não se implementou a restrição de que os ângulos devem estar no intervalo  $[0, 360^\circ]$ , ou seja, haverá alguns gráficos com valores de ângulos superiores a  $360^\circ$ , mais isso somente quer dizer que o corpo deu mais de uma volta sobre o eixo analisado.

### 4.1 EXEMPLO 7.1

O exemplo 7.1 trata da manobra de controle *spin-up*, a qual tem o objetivo de colocar um rotação no eixo principal do satélite. O eixo principal é o eixo z e é feita a simulação com e sem controle ativo de nutação.

O resultado da simulação sem considerar o controle ativo de nutação é dado nos gráficos 4.1 e 4.2:

Figura 4.1 – Variáveis de estado do problema sem o ANC

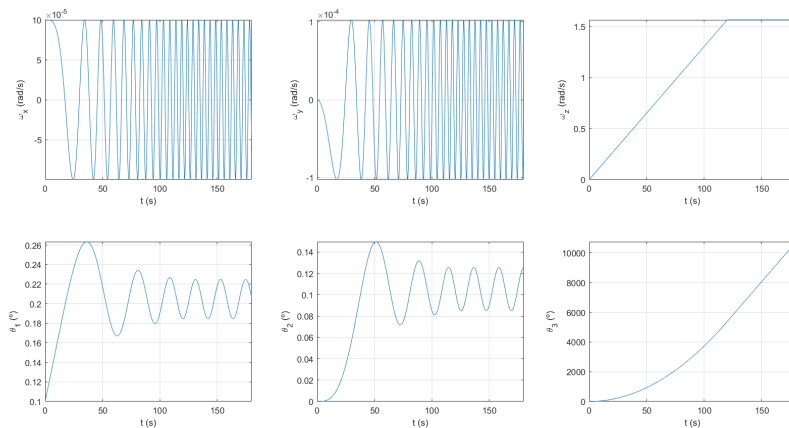
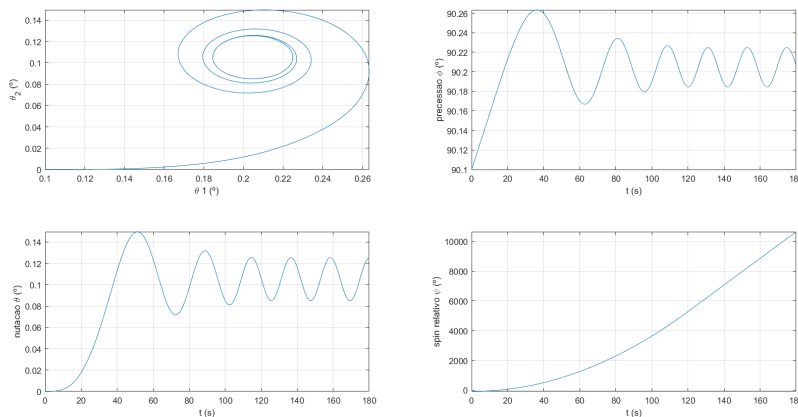


Figura 4.2 – Outros resultados importantes da simulação sem o ANC



No gráfico 4.1, é possível verificar o comportamento ondulatório do  $\omega_x$  e  $\omega_y$ , devido a condição inicial  $\omega_{x0}$  ser diferente de zero, e que, apesar dos valores deles não serem constante, a soma deles é constante, o que é coerente com a teoria. Além disso, por não ter um controle de nutação ativo, há a presença de oscilação nos ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$ .

No gráfico 4.2, é confirmar novamente o comportamento oscilatório de  $\theta_1$  e  $\theta_2$  devido a formação de uma elipse no gráfico  $\theta_2 \times \theta_1$ , além de verificar uma pequena oscilação na nutação e precessão, que ocorre devido a ausência do ANC e da condição inicial do problema ser diferente de zero.

O resultado da simulação considerando o controle ativo de nutação é dado pelos gráficos 4.3, 4.4 e 4.5:

Figura 4.3 – Variáveis de estado do problema com o ANC

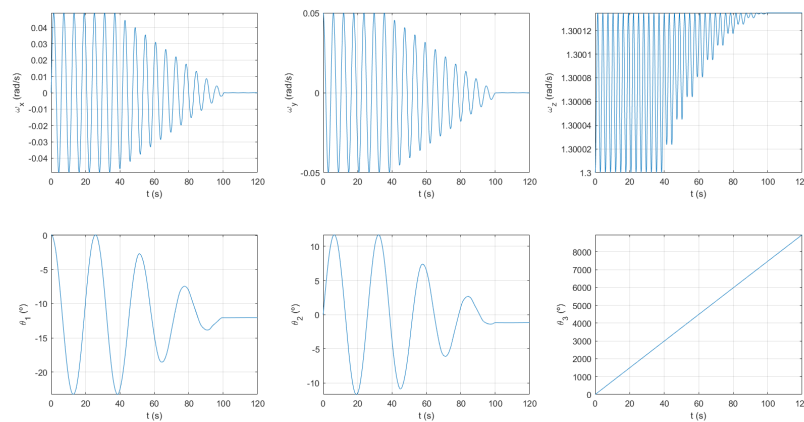
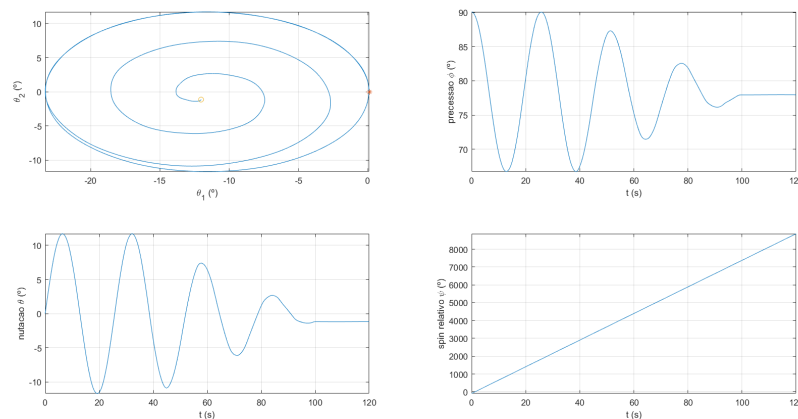


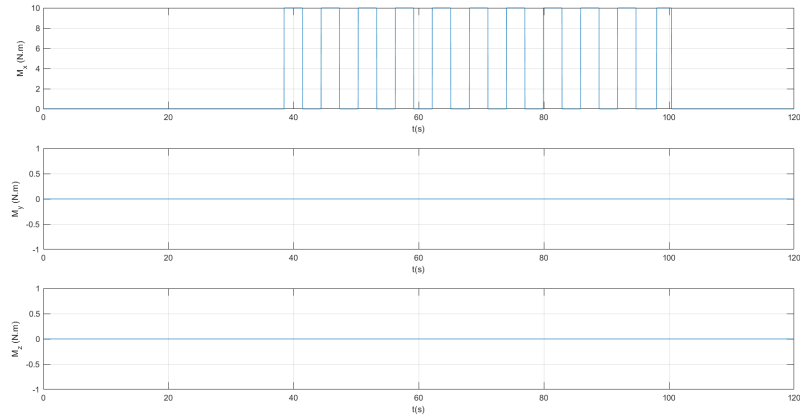
Figura 4.4 – Outros resultados importantes da simulação com o ANC



No gráfico 4.3, é possível verificar o efeito do ANC. As variáveis de estados, após 100 s aproximadamente, não apresentam um valor oscilatório. O gráfico de  $\omega_z$  dá a impressão que o seu valor é oscilatório, mas isso provavelmente só ocorre devido a precisão numérica do MATLAB, pois os valores de  $\omega_z$  só variam na quarta casa decimal. Apesar do ANC suprimir o valor oscilatório de  $\theta_2$ , ele induz um pequeno erro de referencia, pois o seu valor não atinge 0.

No gráfico 4.4 é possível verificar novamente que o ANC suprimiu o caráter oscilatório dos ângulos  $\theta_2$  e  $\theta_1$ , pois o gráfico dessas grandezas possuem um ponto inicial, representado

Figura 4.5 – Ação de controle do ANC



\* no gráfico, e um ponto final claro, representado por um círculo. Além disso, verifica-se que a precessão e a nutação não oscilam mais a partir do tempo  $t = 120$ .

No gráfico 4.5, é possível verificar a ação de controle por pulsos de onda, a qual representaria as ações dos *thrusters*. Na simulação, encontrou-se uma amplitude do pulso de 10 N.m e uma largura de pulso de 3s.

## 4.2 EXEMPLO 7.3

O exemplo 7.3 trata da manobra de *flat spin*, a qual realiza a troca de orientação do veículo espacial de forma passiva. O elemento passivo é o próprio tanque de propelente do veículo espacial. Além disso, na simulação tentou-se mostrar o caráter caótico desse comportamento, ou seja, que a resposta do sistema dinâmico varia radicalmente para uma variação muito pequena das condições iniciais do sistema dinâmico.

O resultado da simulação, utilizando a condição inicial:  $\omega_{x0} = 0.1224$ ,  $\omega_{y0} = 0$  e  $\omega_{z0} = 2.99$  é dado abaixo:

Figura 4.6 – Variáveis de estados do problema para  $\omega_{x0} = 0.1224$

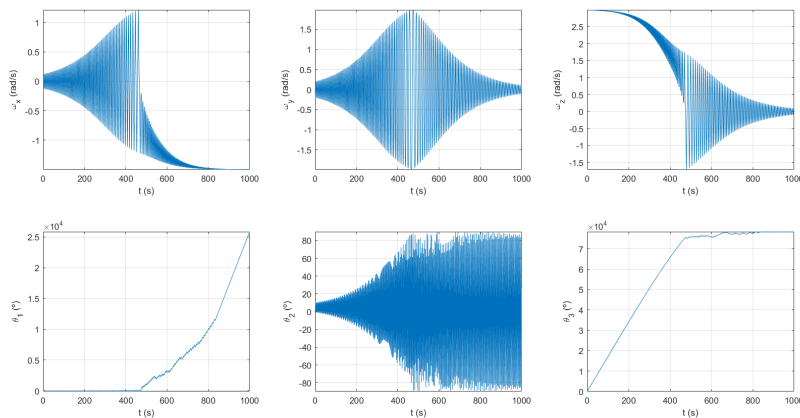




Figura 4.7 – Outras variáveis importantes do problema para  $\omega_{x0} = 0.1224$

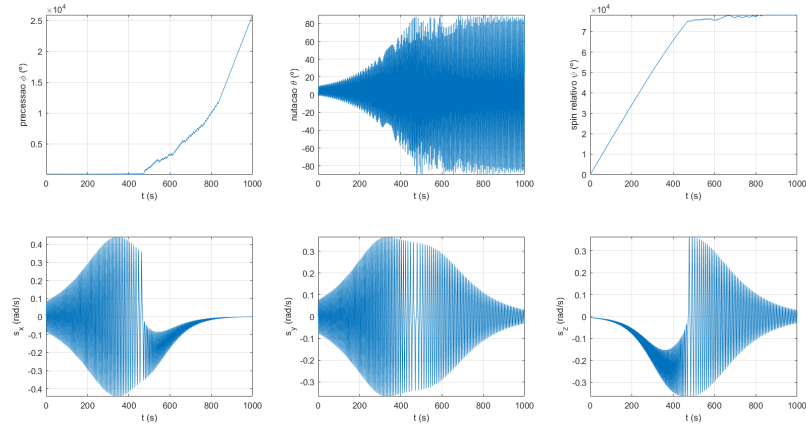
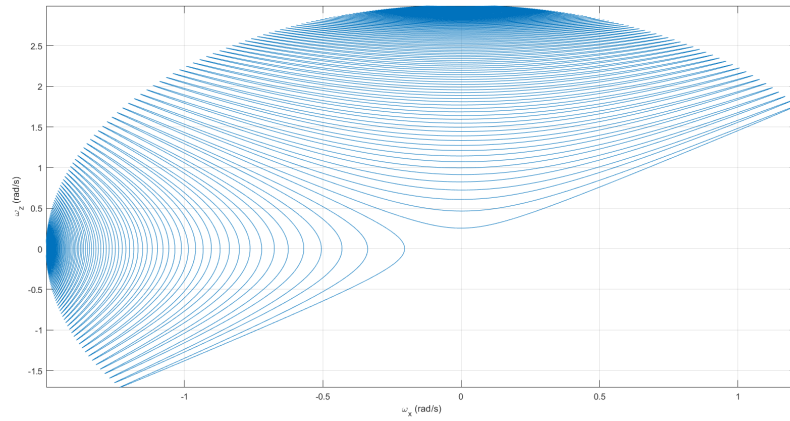
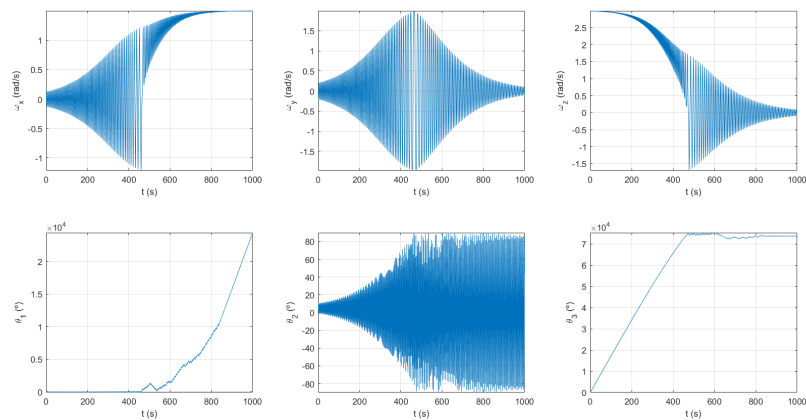


Figura 4.8 –  $\omega_z \times \omega_z$  para  $\omega_{x0} = 0.1224$



O resultado da simulação, utilizando a condição inicial:  $\omega_{x0} = 0.125$ ,  $\omega_{y0} = 0$  e  $\omega_{z0} = 2.99$  é dado abaixo:

Figura 4.9 – Variáveis de estados do problema com  $\omega_{x0} = 0.125$



Por meio da análise dos gráficos 4.6 a 4.11 é possível verificar que uma mudança

Figura 4.10 – Outras variáveis importantes do problema para  $\omega_{x0} = 0.1224$

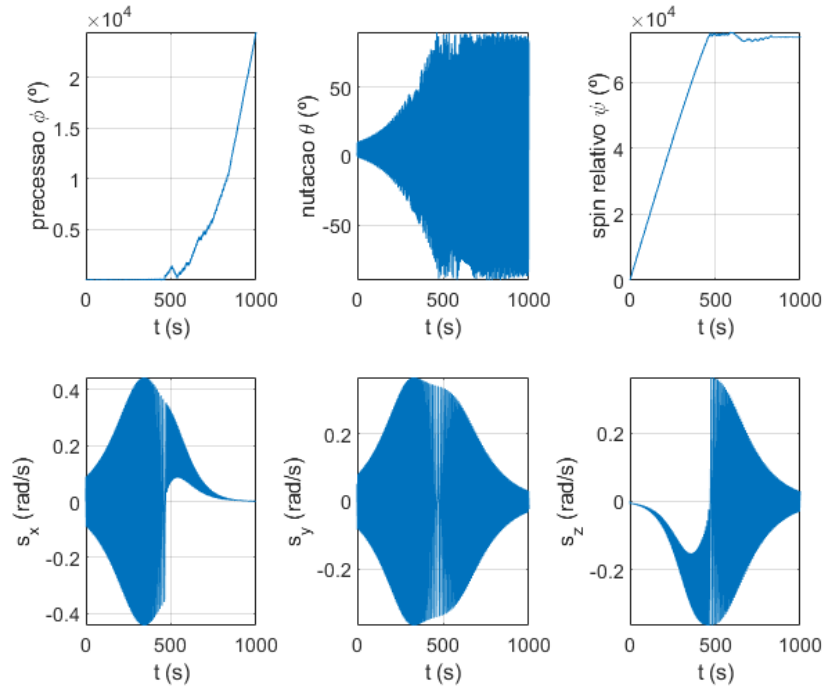
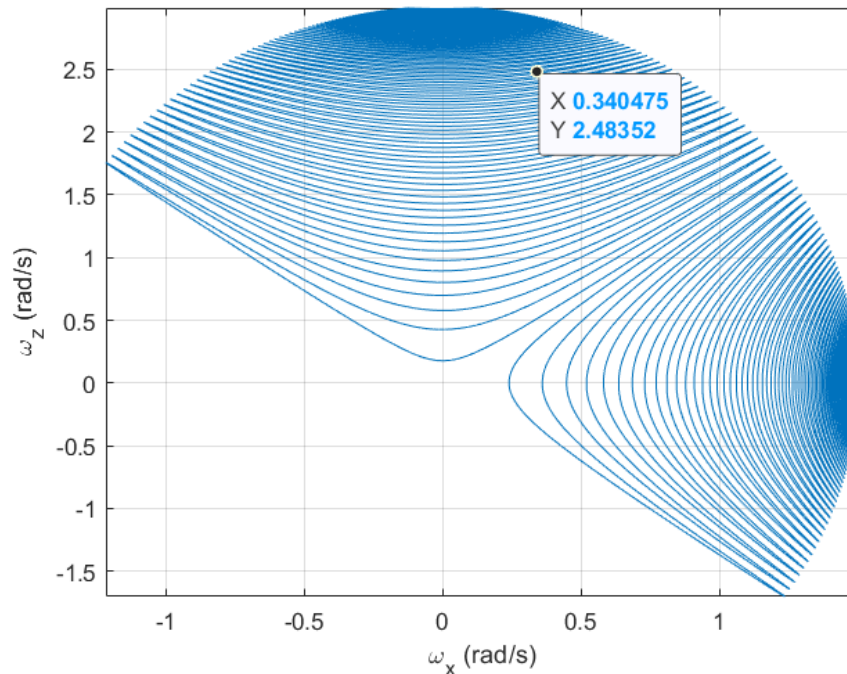


Figura 4.11 –  $\omega_z \times \omega_z$  para  $\omega_{x0} = 0.1224$



ínfima na condição inicial  $\omega_{x0}$  (cerca de 2.1%) muda completamente o resultado do comportamento dinâmico do corpo. Isso pode ser explicado pela lugar geométrico entre a quantidade de movimento  $H$  e a energia cinética  $T$ , do corpo, que é uma polhode. A condição inicial do problema vai afetar em qual região a dinâmica do corpo irá iniciar e saber o momento exato na qual a solução passa de uma região estável para um região instá-

vel é extremamente difícil ou impossível, mesmo sabendo descrever esse lugar geométrico completamente, por isso a manobra *flat spin* possui esse comportamento caótico.

### 4.3 EXEMPLO 7.14

O problema 7.14 trata do controle do veículo espacial nos três eixos utilizando realimentação de quatérnio.

O resultado da simulação é dado pelos gráficos ?? a ??. Utilizou-se o controlador com a estrutura 1 apresentada na seção de metodologia e os ganhos  $k = 100$ ,  $c1 = 90$ ,  $c2 = 90$  e  $c3 = 90$ . Escolheu-se esses ganhos de forma arbitrária (não houve nenhum cálculo para isso), visando uma resposta pouco oscilatória e com amplitudes da ação de controle menores.

Figura 4.12 – Componentes da velocidade angular de rotação  $\omega_{edoquatrnioq}$

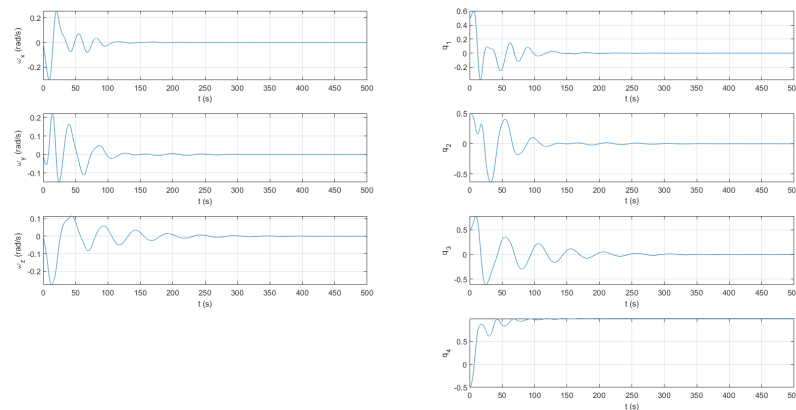
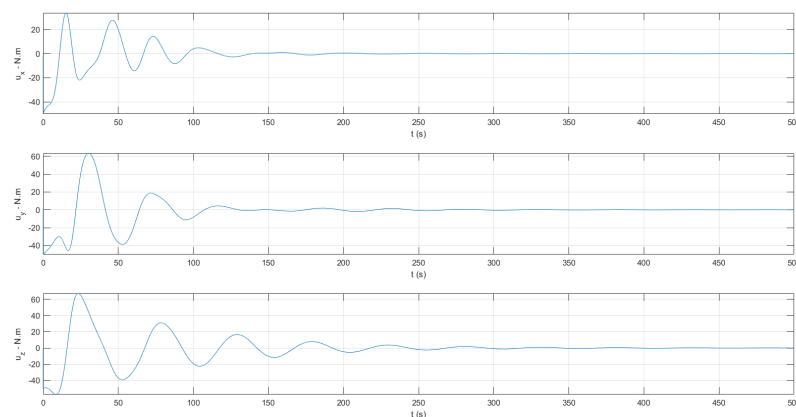


Figura 4.13 – Ação de controle



No gráfico 4.12 é possível verificar que o controle conseguiu realizar o seu objetivo, o qual é zerar os componentes dos vetores da velocidade angular e da parte vetorial do quatérnio e fazer a parte escalar do quatérnio igual a 1.

Figura 4.14 – Lugares geométricos entre  $q_2 \times q_1$ ,  $q_3 \times q_1$  e  $q_3 \times q_2$  e o ângulo principal

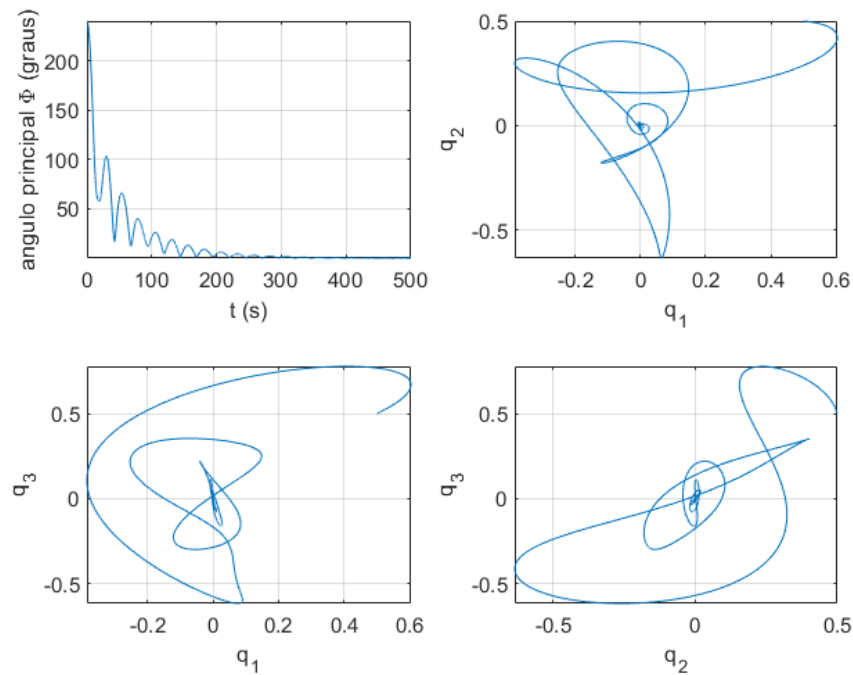
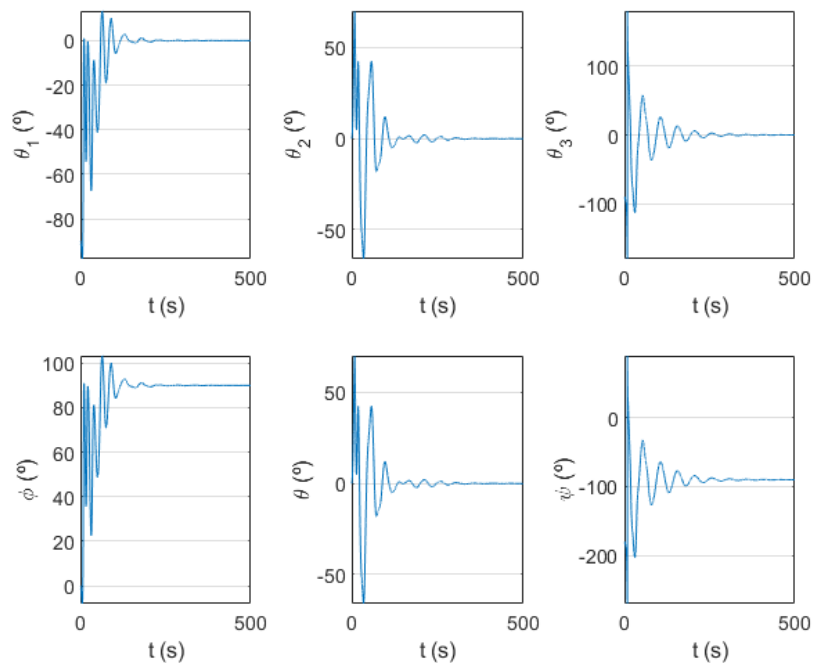


Figura 4.15



No gráfico 4.13 é possível verificar a ação de controle do controlador, a qual tem um caráter oscilatório inicial rápido e amplitudes aparentemente pequenas para o veículo espacial do problema.

No gráfico 4.14 há o caminho geométrico entre as componentes vetoriais do quatérnio. Aparentemente, não é possível extrair uma lógica do comportamento dessas quantidades,

eles parecem não ter um comportamento definido.

No gráfico 4.14 é possível verificar o comportamento dos ângulos  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ , e  $\theta_3$ . Apesar desses ângulos convergirem em um tempo curto, o valor da amplitude da oscilação inicial é muito grande, o que pode ser um problema para a missão do veículo espacial. Isso poderia ser resolvido ou mitigado com um projeto mais criterioso do controlador.

#### 4.4 EXEMPLO 7.18 E 7.19

Não foi possível retirar interpretações dos problemas 7.18 e 7.19, pois não se conseguiu implementá-los corretamente no MATLAB. O erro apresentado na simulação é dado na figura 4.16. Provavelmente o erro decorre dos valores utilizados no problema da simulação serem muito pequenos o que pode levar a uma imprecisão grande na representação desses valores no MATLAB, após sucessivas operações de multiplicações de matrizes e no cálculo da inversa da matriz. Apesar do problema da precisão da função "place" do MATLAB ter sido comentado em aula, não conseguiu-se resolver o problema de implementação dos problemas 7.18 e 7.19 no MATLAB.

Figura 4.16 – Erro no Simulink

```
Error using problema7p19 (line 113)
Error due to multiple causes.
Caused by:
    Error using problema7p19 (line 113)
    Complex signal mismatch. 'Output Port 1' of 'diagrama_problema7p19/Sum2' is a signal of numeric type complex. However, it
    is driving a signal of numeric type real
    Error using problema7p19 (line 113)
    Complex signal mismatch. 'Input Port 1' of 'diagrama_problema7p19/Transfer Fcn' expects a signal of numeric type real.
    However, it is driven by a signal of numeric type complex
```

#### 4.5 EXEMPLO 7.20 E 7.21

Apesar dos exemplos 7.20 e 7.21 terem sido simulados pelo Simulink, o resultado dessa simulação parece estar errado, devido as variáveis do problema, representadas nos gráficos 4.17 e 4.18, terem um módulo muito pequeno, com exceção do  $h_x$  e  $h_z$  do gráfico 4.18, o que não permite fazer uma interpretação desses problemas. Esses resultados podem parecer errados devido a uma implementação errado do Matlab ou um domínio pequeno sobre o assunto desses 2 problemas, o que leva pensar que os gráficos estão errados.

Figura 4.17 – Variáveis de estado do problema 7.20

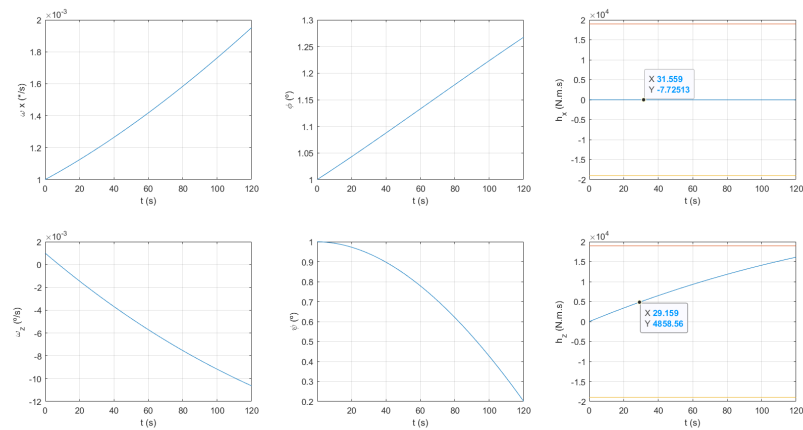
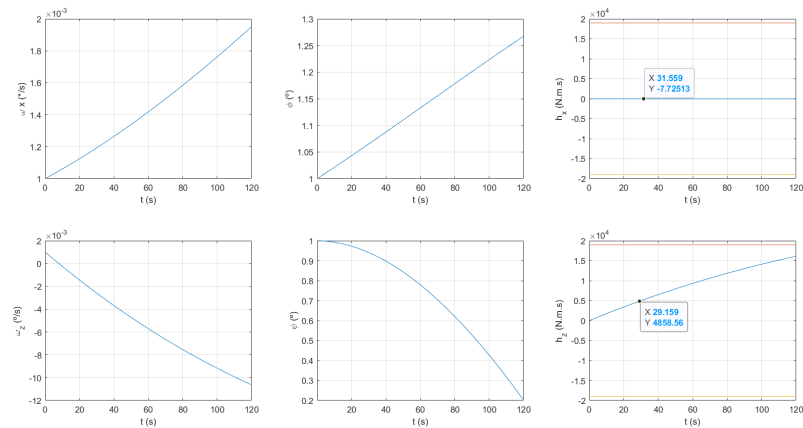


Figura 4.18 – Variáveis de estado do problema 7.21



## 5 CONCLUSÃO

Apesar de não ter concluído o trabalho integralmente, foi possível verificar que é possível realizar análises importantes sobre a atitude de um veículo espacial, mesmo utilizando modelos simplificados que não considera diversas perturbações. Além disso, foi possível verificar a dificuldade da implementação desses modelos simplificados e das estratégias de controle estudadas durante o curso.

Para os exemplos 7.1, 7.3 e 7.14 foi possível verificar o comportamento teórico deles nas implementações do MATLAB. Em relação aos exemplos 7.18 ao 7.21 não foi possível verificar o comportamento deles durante a simulação, pois não se conseguiu resolver os problemas de implementação do código, apesar deles terem sido executados durante as aulas do curso.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

André Luis da Silva. **Aulas 09 a 14.** 2022.