

Referência:

Wie, B. Space Vehicle Dynamics and Control. 2 . ed., AIAA Education Series, Reston, VA: AIAA, 2008. **Seção 7.1**

SPIN UP

7.1 Consider a nearly axisymmetric spacecraft with $(J_1, J_2, J_3) = (4223, 4133, 768) \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $(M_1, M_2, M_3) = (0, 0, 10) \text{ N}\cdot\text{m}$, and $(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = (0.0001, 0, 0) \text{ rad/s}$ at $t = 0$. (a) Perform nonlinear simulation for a 100-s spin-up maneuver. In particular, plot θ_2 vs θ_1 . (b) Compare the nonlinear simulation results with the analytical solutions Eqs. (7.16), (7.17), and (7.18) obtained for an axisymmetric body. (c) Discuss the rotational motion of the spacecraft after the spin-up maneuver in terms of a residual nutation angle and a spin-axis precession from the initial attitude. Note: The spin-up maneuvering time of this problem is somewhat long compared to the few seconds of burn time of solid-propellant spin motors.

```
problema7p1.m  x +
1  function problema7p1
2  % Dinamica e Controle de Veiculos Espaciais
3  % Exemplo 7.1 da referencia Wie, B. Space Vehicle Dynamics and Control. 2 . ed., AIAA
4  % Education Series, Reston, VA: AIAA, 2008.
5  % Adotar a sequencia 123 de angulos de Euler.
6  clc;close all;clear all;
7  %% Entrada de parametros
8  global lxx lyy lzz MX MY MZ T
9  % Momentos de inercia principais do VE quase axis simetrico
10 lxx=4223; % kg.m^2
11 lyy=4133; % kg.m^2
12 lzz=768; % kg.m^2
13 % Momento da manobra de spin up
14 MX=0;MY=0;MZ=10; % N.m
15 % Tempo da manobra de spin up
16 T=120; % s
17 % Condicoes iniciais
18 wx0=0.0001; % rad/s
19 wy0=0; % rad/s
20 wz0=0; % rad/s
21 %% Simulacao
22 % Condiacao inicial
23 theta2=0;theta3=0;
24 % IMPORTANTE: supondo o vetor quantidade de movimento angular alinhado com
25 % o eixo n3 do sistema inercial
26 % Inserir um valor pequeno para calculo de theta1 em t=0, caso contrario, tem singularidade
27 % quando se calcula o angulo de nutacao
28 theta1=0.1*pi/180;
29 x0=[wx0;wy0;wz0;theta1;theta2;theta3];
30 % Integracao da dinamica
31 % As tolerâncias são importantes, pois pequenos desvios prejudicam os resultados
32 opt=odeset('RelTol',1e-12,'AbsTol',1e-12,'MaxStep',1);
33 [t,x]=ode45(@dinamica torque VE ricado.10 1.5*T,x0,opt);
```

```

34 %% Calcula os angulos de nutacao theta, spin relativo psi e precessao phi
35 phi=x(:,4)+pi/2; % phi=theta1+pi/2
36 theta=x(:,5); % theta=theta2
37 psi=x(:,6)-pi/2; % psi=theta3-pi/2
38
39 %% Calcula a orientacao dos vetores quantidade de movimento angular e velocidade angular
40 N=length(t);
41 phih=zeros(N,1);thetah=phih;psih=phih;
42 phiw=zeros(N,1);thetaw=phiw;psiw=phiw;
43 for i=1:N
44     C=angle2dcm(x(i,4),x(i,5),x(i,6),'XYZ'); % Matriz de atitude, transforma do fixo para o corpo
45     wb=[x(i,1);x(i,2);x(i,3)]; % Velocidade angular no referencial do corpo
46     Hb=[lxx*x(i,1);lyy*x(i,2);lzz*x(i,3)]; % Quantidade de movimento angular no referencial do corpo
47     w0=transpose(C)*wb; % Transformacao do referencial do corpo para o fixo
48     H0=transpose(C)*Hb; % Transformacao do referencial do corpo para o fixo
49     psiw(i)=atan2(w0(2),w0(1)); % Angulo de guinada da velocidade angular
50     thetaw(i)=atan2(w0(3),sqrt(w0(1)^2+w0(2)^2)); % Angulo de elevacao da velocidade angular
51     psih(i)=atan2(H0(2),H0(1)); % Angulo de guinada da quantidade de movimento angular
52     thetah(i)=atan2(H0(3),sqrt(H0(1)^2+H0(2)^2)); % Angulo de elevacao da quantidade de movimento angular
53 end
54 %% Estudo analítico
55 disp('Velocidade de spin final pelo solucao analitica - rad/s')
56 disp(MZ*T/lzz);
57 disp('Velocidade de spin final pela simulacao nao linear - rad/s')
58 disp(x(end,3));
59 %% Graficos
60 figure
61 subplot(231);plot(t,x(:,1));grid;xlabel('t (s)');ylabel('\omega_x (rad/s)');axis tight
62 subplot(232);plot(t,x(:,2));grid;xlabel('t (s)');ylabel('\omega_y (rad/s)');axis tight
63 subplot(233);plot(t,x(:,3));grid;xlabel('t (s)');ylabel('\omega_z (rad/s)');axis tight
64 subplot(234);plot(t,x(:,4)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta_1 (°)');axis tight
65 subplot(235);plot(t,x(:,5)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta_2 (°)');axis tight
66 subplot(236);plot(t,x(:,6)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta_3 (°)');axis tight
67 figure
68 subplot(221);plot(x(:,4)*180/pi,x(:,5)*180/pi);grid;xlabel('\theta_1 (°)');ylabel('\theta_2 (°)');axis tight
69 subplot(222);plot(t,phi*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('precessao \phi (°)');axis tight
70 subplot(223);plot(t,theta*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('nutacao \theta (°)');axis tight
71 subplot(224);plot(t,psi*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('spin relativo \psi (°)');axis tight
72
73 %% Animacao 3D
74 % Momentos de inercia para calcular a animacao da quantidade de movimento
75 % angular
76 I=[lxx lyy lzz];
77 % Insere os angulos na sequencia 313 para gerar a animacao
78 x(:,4:6)=[phi theta psi];
79 % Escala de tempo
80 et=2;
81 % Chama a animacao
82 animacao_3d(t,x,I,et);
83 end
84

```

```

85 function xp=dinamica_torque_VE_rigido(t,x)
86 % Vetor de estado: x=[wx;wy;wz;theta1;theta2;theta3]
87 % wx, wy, wz: velocidades de rotaçao em torno dos eixos b1, b2 e b3 do
88 % sistema de referencia do corpo
89 % theta1, theta2, theta3: angulos de Euler na sequencia de rotacoes C1, C2 e C3,
90 % respectivamente. Sequencia 123
91 %% Passagem de parametros por variaveis globais
92 global lxx lyy lzz
93 %% Desmembra o vetor de estado
94 wx=x(1);wy=x(2);wz=x(3);
95 theta1=x(4);theta2=x(5);theta3=x(6);
96 %% Vetor de controle
97 [Mx,My,Mz]=controle_spin_up(t);
98 %% Equacoes de dinamica
99 wxp=(lxx-lzz)*wz*wy/lxx+Mx/lxx;
100 wyp=(lzz-lxx)*wz*wx/lyy+My/lyy;
101 wzp=(lxx-lyy)*wx*wy/lzz+Mz/lzz;

102 %% Equacoes de cinematica
103 theta1p=(wx*cos(theta3)-wy*sin(theta3))/cos(theta2);
104 theta2p=wx*sin(theta3)+wy*cos(theta3);
105 theta3p=(-wx*cos(theta3)*sin(theta2)+wy*sin(theta3)*sin(theta2))/cos(theta2)+wz;
106 %% Derivada do vetor de estado
107 xp=[wxp,wyp,wzp;theta1p;theta2p;theta3p];
108 end

109
110 %% Vetor de controle da manobra de spin up
111 function [Mx,My,Mz]=controle_spin_up(t)
112 global MX MY MZ T
113 % O controle eh malha aberta. Aplica-se um momento constante desde t=0 ateh
114 % t=T
115 if t<=T
116     Mx=MX;My=MY;Mz=MZ;
117 else
118     Mx=0;My=0;Mz=0;

119 end
120 end

```

RE-ORIENTAÇÃO DE SATÉLITE COM DISSIPACÃO INTERNA DE ENERGIA

7.3 Consider a spacecraft with the following numerical values: $(J_1, J_2, J_3, J) = (2000, 1500, 1000, 18)$ kg·m², $\mu = 30$ N·m·s, and $|M_i| = 20$ N·m ($i = 1, 2, 3$). (a) Perform computer simulation to verify that the trajectory starting from an initial condition $(0.1224, 0, 2.99, 0, 0, 0)$ rad/s ends up at $(-1.5, 0, 0, 0, 0, 0)$ rad/s. In particular, plot ω_3 vs ω_1 to show the separatrix crossing. Note: During computer simulation of this case with $M_i = 0$, the angular momentum H needs to be checked regardless of whether or not it is maintained at a constant value of 3000 N·m·s. (b) Also perform computer simulation with a slightly different initial condition $(0.125, 0, 2.99, 0, 0, 0)$ and $M_i = 0$, to verify that the trajectory ends up at $(+1.5, 0, 0, 0, 0, 0)$. In particular, plot ω_3 vs ω_1 to show the separatrix crossing. (c) Develop a thruster firing logic that provides a predetermined, final spin polarity using only the sign information of angular rates ω_1, ω_2 , and ω_3 . The control logic must be robust with respect to system modeling uncertainty, and the total thrust impulse needs to be minimized.

```

1  function problema7p3
2  % Dinamica e Controle de Veiculos Espaciais
3  % Exemplo 7.3 da referencia Wie, B. Space Vehicle Dynamics and Control. 2 . ed., AIAA
4  % Education Series, Reston, VA: AIAA, 2008.
5  % Adotar a sequencia 123 de angulos de Euler.
6  clc;close all;clear all
7  %% Entrada de parametros
8  global lxx lyy lzz MX MY MZ T mu J
9  % Momentos de inercia principais do VE quase axis simetrico
10 lxx=2000; % kg.m^2
11 lyy=1500; % kg.m^2
12 lzz=1000; % kg.m^2
13 % Momento de inercia comum a todos os eixos da massa de propelente
14 J=18; % kg.m^2
15 % Coeficiente de amortecimento viscoso nas paredes do reservatorio de
16 % propelente
17 mu=30; % N.m.s

18 % Momento da manobra flap-spin (Movimento livre sem momentos)
19 MX=0;MY=0;MZ=0; % N.m
20 % Tempo da manobra de spin up
21 T=1000; % s
22 % Primeira condicao inicial
23 wx0a=0.1224; % rad/s
24 wy0a=0; % rad/s
25 wz0a=2.99; % rad/s
26 % Segunda condicao inicial
27 wx0b=0.125; % rad/s
28 wy0b=0; % rad/s
29 wz0b=2.99; % rad/s
30 %% Estuda a resposta para a primeira condicao inicial
31 % Condicao inicial
32 theta2=0;theta3=0;
33 % IMPORTANTE: supondo o vetor quantidade de movimento angular alinhado com
34 % o eixo n3 do sistema inercial

35 % Inserir um valor pequeno para calculo de theta1 em t=0, caso contrario, tem singularidade
36 % quando se calcula o angulo de nutacao
37 theta1=0.1*pi/180;
38 x0=[wx0a;wy0a;wz0a;theta1;theta2;theta3;0;0;0];
39 % Integracao da dinamica
40 % As tolerancias são importantes, pois pequenos desvios prejudicam os resultados
41 opt=odeset('RelTol',1e-12,'AbsTol',1e-12,'MaxStep',1);
42 [t,x]=ode45(@dinamica_VE_semi_rigido,[0 T],x0,opt);
43 %% Calcula os angulos de nutacao theta, spin relativo psi e precessao phi
44 phi=x(:,4)+pi/2; % phi=theta1+pi/2
45 theta=x(:,5); % theta=theta2
46 psi=x(:,6)-pi/2; % psi=theta3-pi/2
47 %% Calcula a orientacao dos vetores quantidade de movimento angular e velocidade angular
48 N=length(t);
49 phih=zeros(N,1);thetah=phih;psih=phih;
50 phiw=zeros(N,1);thetaw=phiw;psiw=phiw;
51 for i=1:N

```

```

52 - C=angle2dcm(x(i,4),x(i,5),x(i,6),'XYZ'); % Matriz de atitude, transforma do fixo para o corpo
53 - wb=[x(i,1);x(i,2);x(i,3)]; % Velocidade angular no referencial do corpo
54 - Hb=[lxx*x(i,1);lyy*x(i,2);lzz*x(i,3)]; % Quantidade de movimento angular no referencial do corpo
55 - w0=transpose(C)*wb; % Transformacao do referencial do corpo para o fixo
56 - H0=transpose(C)*Hb; % Transformacao do referencial do corpo para o fixo
57 - psiw(i)=atan2(w0(2),w0(1)); % Angulo de guinada da velocidade angular
58 - thetaw(i)=atan2(w0(3),sqrt(w0(1)^2+w0(2)^2)); % Angulo de elevacao da velocidade angular
59 - psih(i)=atan2(H0(2),H0(1)); % Angulo de guinada da quantidade de movimento angular
60 - thetah(i)=atan2(H0(3),sqrt(H0(1)^2+H0(2)^2)); % Angulo de elevacao da quantidade de movimento angular
61 - end
62 - %% Mostra o valor final das velocidades angulares comparando com o inicial
63 - disp('Vetor velocidade angular inicial do VE - rad/s');
64 - disp([wx0a;wy0a;wz0a]);
65 - disp('Vetor velocidade angular final do VE - rad/s');
66 - disp(x(end,1:3));
67 - disp('Vetor velocidade angular relativa final da massa de propelente - rad/s');
68 - disp(x(end,7:9));

```

```

69 - %% Graficos
70 - figure
71 - subplot(231);plot(t,x(:,1));grid;xlabel('t (s)');ylabel('\omega_x (rad/s)');axis tight
72 - subplot(232);plot(t,x(:,2));grid;xlabel('t (s)');ylabel('\omega_y (rad/s)');axis tight
73 - subplot(233);plot(t,x(:,3));grid;xlabel('t (s)');ylabel('\omega_z (rad/s)');axis tight
74 - subplot(234);plot(t,x(:,4)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta_1 (^\circ)');axis tight
75 - subplot(235);plot(t,x(:,5)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta_2 (^\circ)');axis tight
76 - subplot(236);plot(t,x(:,6)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta_3 (^\circ)');axis tight
77 - figure
78 - subplot(231);plot(t,phi*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('precessao \phi (^\circ)');axis tight
79 - subplot(232);plot(t,theta*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('nutacao \theta (^\circ)');axis tight
80 - subplot(233);plot(t,psi*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('spin relativo \psi (^\circ)');axis tight
81 - subplot(234);plot(t,x(:,7));grid;xlabel('t (s)');ylabel('s_x (rad/s)');axis tight
82 - subplot(235);plot(t,x(:,8));grid;xlabel('t (s)');ylabel('s_y (rad/s)');axis tight
83 - subplot(236);plot(t,x(:,9));grid;xlabel('t (s)');ylabel('s_z (rad/s)');axis tight
84 - figure
85 - plot(x(:,1),x(:,3));grid;xlabel('\omega_x (rad/s)');ylabel('\omega_z (rad/s)');axis tight

```

```

86 - %% Animacao 3D
87 - % Momentos de inercia para calcular a animacao da quantidade de movimento
88 - % angular
89 - I=[lxx lyy lzz];
90 - % Insere os angulos na sequencia 313 para gerar a animacao
91 - x(:,4:6)=[phi theta psi];
92 - % Escala de tempo
93 - et=0.1;
94 - % Chama a animacao
95 - %animacao_3d(t,x,I,et);
96 -
97 - %% Estuda a resposta para a segunda condicao inicial
98 - % Condicao inicial
99 - theta2=0;theta3=0;
100 - % IMPORTANTE: supondo o vetor quantidade de movimento angular alinhado com
101 - % o eixo n3 do sistema inercial
102 - % Inserir um valor pequeno para calculo de theta1 em t=0, caso contrario, tem singularidade

```



```

1103 % quando se calcula o angulo de nutacao
1104     theta1=0.1*pi/180;
1105     x0=[wx0b;wy0b;wz0b;theta1;theta2;theta3;0;0;0];
1106     % Integracao da dinamica
1107     % As tolerâncias são importantes, pois pequenos desvios prejudicam os resultados
1108     opt=odeset('RelTol',1e-12,'AbsTol',1e-12,'MaxStep',1);
1109     [t,x]=ode45(@dinamica_VE_semi_rigido,[0 T],x0,opt);
1110     %% Calcula os angulos de nutacao theta, spin relativo psi e precessao phi
1111     phi=x(:,4)+pi/2; % phi=theta1+pi/2
1112     theta=x(:,5); % theta=theta2
1113     psi=x(:,6)-pi/2; % psi=theta3-pi/2
1114     %% Calcula a orientacao dos vetores quantidade de movimento angular e velocidade angular
1115     N=length(t);
1116     phih=zeros(N,1);thetah=phih;psih=phih;
1117     phiw=zeros(N,1);thetaw=phiw;psiw=phiw;
1118     for i=1:N
1119         C=angle2dcm(x(i,4),x(i,5),x(i,6),'XYZ'); % Matriz de atitude, transforma do fixo para o corpo
1120         wb=[x(i,1);x(i,2);x(i,3)]; % Velocidade angular no referencial do corpo
1121         Hb=[Ixx*x(i,1);Iyy*x(i,2);Izz*x(i,3)]; % Quantidade de movimento angular no referencial do corpo
1122         w0=transpose(C)*wb; % Transformacao do referencial do corpo para o fixo
1123         H0=transpose(C)*Hb; % Transformacao do referencial do corpo para o fixo
1124         psiw(i)=atan2(w0(2),w0(1)); % Angulo de guinada da velocidade angular
1125         thetaw(i)=atan2(w0(3),sqrt(w0(1)^2+w0(2)^2)); % Angulo de elevacao da velocidade angular
1126         psih(i)=atan2(H0(2),H0(1)); % Angulo de guinada da quantidade de movimento angular
1127         thetah(i)=atan2(H0(3),sqrt(H0(1)^2+H0(2)^2)); % Angulo de elevacao da quantidade de movimento angular
1128     end
1129     %% Mostra o valor final das velocidades angulares comparando com o inicial
1130     disp('Vetor velocidade angular inicial do VE - rad/s');
1131     disp([wx0b;wy0b;wz0b]);
1132     disp('Vetor velocidade angular final do VE - rad/s');
1133     disp(x(end,1:3));
1134     disp('Vetor velocidade angular relativa final da massa de propelente - rad/s');
1135     disp(x(end,7:9));
1136     %% Graficos
1137     figure
1138     subplot(231);plot(t,x(:,1));grid;xlabel('t (s)');ylabel('\omega_x (rad/s)');axis tight
1139     subplot(232);plot(t,x(:,2));grid;xlabel('t (s)');ylabel('\omega_y (rad/s)');axis tight
1140     subplot(233);plot(t,x(:,3));grid;xlabel('t (s)');ylabel('\omega_z (rad/s)');axis tight
1141     subplot(234);plot(t,x(:,4)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta_1 (^\circ)');axis tight
1142     subplot(235);plot(t,x(:,5)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta_2 (^\circ)');axis tight
1143     subplot(236);plot(t,x(:,6)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta_3 (^\circ)');axis tight
1144     figure
1145     subplot(231);plot(t,phi*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('precessao \phi (^\circ)');axis tight
1146     subplot(232);plot(t,theta*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('nutacao \theta (^\circ)');axis tight
1147     subplot(233);plot(t,psi*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('spin relativo \psi (^\circ)');axis tight
1148     subplot(234);plot(t,x(:,7));grid;xlabel('t (s)');ylabel('s_x (rad/s)');axis tight
1149     subplot(235);plot(t,x(:,8));grid;xlabel('t (s)');ylabel('s_y (rad/s)');axis tight
1150     subplot(236);plot(t,x(:,9));grid;xlabel('t (s)');ylabel('s_z (rad/s)');axis tight
1151     figure
1152     plot(x(:,1),x(:,3));grid;xlabel('\omega_x (rad/s)');ylabel('\omega_z (rad/s)');axis tight
1153

```

```

154 %% Animacao 3D
155 % Momentos de inercia para calcular a animacao da quantidade de movimento
156 % angular
157 l=[lxx lyy lzz];
158 % Insere os angulos na sequencia 313 para gerar a animacao
159 x(:,4:6)=[phi theta psi];
160 % Escala de tempo
161 et=0.1;
162 % Chama a animacao
163 %animacao_3d(t,x,l,et);
164 end

165
166 %% Dinamica de um veiculo espacial semi rigido com um reservatorio de propelente esferico
167 function xp=dinamica_VE_semi_rigido(t,x)
168 % Vetor de estado: x=[wx;wy;wz;theta1;theta2;theta3;sx;sy;sz]
169 % wx, wy, wz: velocidades de rotaçao em torno dos eixos x, y e z do
170 % sistema de referencia do corpo

171 % theta1, theta2, theta3: angulos de Euler na sequencia de rotacoes C1, C2 e C3,
172 % respectivamente. Sequencia 123
173 % sx, sy, sz: velocidades angulares relativas de uma massa interna de
174 % propelente
175 %% Passagem de parametros por variaveis globais
176 global lxx lyy lzz J mu
177 %% Desmembra o vetor de estado
178 wx=x(1);wy=x(2);wz=x(3);
179 theta1=x(4);theta2=x(5);theta3=x(6);
180 sx=x(7);sy=x(8);sz=x(9);
181 %% Vetor de controle
182 [Mx,My,Mz]=controle(t);
183 %% Equacoes de dinamica
184 wxp=((lxx-lzz)*wz*wy+Mx+mu*sx)/(lxx-J);
185 wyp=((lzz-lxx)*wz*wx+My+mu*sy)/(lxx-J);
186 wzp=((lxx-lyy)*wx*wy+Mz+mu*sz)/(lzz-J);
187 sxp=-wxp-(mu/J)*sx-wy*sz+wz*sy;

188 syp=-wyp-(mu/J)*sy-wz*sx+wx*sz;
189 szp=-wzp-(mu/J)*sz-wx*sy+wy*sx;
190 %% Equacoes de cinematica
191 theta1p=(wx*cos(theta3)-wy*sin(theta3))/cos(theta2);
192 theta2p=wx*sin(theta3)+wy*cos(theta3);
193 theta3p=(-wx*cos(theta3)*sin(theta2)+wy*sin(theta3)*sin(theta2))/cos(theta2)+wz;
194 %% Derivada do vetor de estado
195 xp=[wxp,wyp,wzp;theta1p,theta2p,theta3p;sxp,syp,szp];
196 end

197
198 %% Vetor de controle
199 function [Mx,My,Mz]=controle(t)
200 % Sem momento externo resultante
201 Mx=0;My=0;Mz=0;
202 end

```

CONTROLE ATIVO DE NUTAÇÃO

Exemplo 7.1 modificado.

```

1  function problema7p1_com_ANC
2  % Dinamica e Controle de Veiculos Espaciais
3  % Exemplo de controle ativo de nutação
4  % Problema 7.1 modificado da referencia Wie, B. Space Vehicle Dynamics and Control. 2 . ed., AIAA
5  % Education Series, Reston, VA: AIAA, 2008.
6  % Adotar a sequencia 123 de angulos de Euler.
7  clc;close all;clear all;
8  %% Entrada de parametros
9  global lxx lyy lzz MX MY MZ lam n tf thM t0 wyM dw J T t1 Tmin u tu theta0
10 % Momentos de inercia principais do VE quase axis simetrico
11 lxx=4223; % kg.m^2
12 lyy=4133; % kg.m^2
13 lzz=768; % kg.m^2
14 % Valor maximo dos momentos gerados pelos thrusters (assume-se, neste
15 % exemplo, que o momento dos thrusters axiais (de denutacao) tem o mesmo
16 % valor do momento dos thrusters de spin). Conforme o conteudo da aula, o
17 % momento de denutacao eh aplicado em torno do eixo x.
18 MX=10;MY=0;MZ=10; % N.m
19 % Velocidade de spin (condicao final do problema 7.1)
20 n=1.3; % rad/s
21 % Tempo da simulacao
22 tf=120; % s
23 % Condicoes iniciais
24 wx0=0; % rad/s
25 wy0=0.05; % rad/s. Em t=0, a velocidade angular eh maxima no eixo y, como na modelagem da aula
26 % (note que esta condicao inicial eh 500 vezes maior do que aquela do
27 % problema 7.1)
28 wz0=n; % rad/s
29 % Constante lambda (como os valores dos momentos de inercia transversais
30 % nao sao iguais, eh utilizada a media de ambos)
31 J=(lxx+lyy)/2;
32 lam=(J-lzz)*n/J;
33 %% Parametros do controle
34 % Valor de referencia do angulo de nutacao para ativacao do controle
35 thM=0.1*pi/180; % Na pratica, eh o nivel de precisao desejado para o apontamento
36 % Tempo minimo de ativacao dos thrusters
37 Tmin=0.1; % s
38 % Variaveis globais do controlador, calculadas uma vez dentro do mesmo e usadas em
39 % todas as demais iteracoes
40 % Define a referencia para contagem do tempo para aplicar o controle
41 t0=tf; % O valor de referencia inicial eh o termino da simulacao
42 % Amplitude maxima da velocidade transversal
43 wyM=eps; % Inicializa com um valor muito pequeno
44 % Valor da duracao do pulso do controle de denutacao
45 T=0; % Valor inicial nulo
46 % Tempo de aplicacao do controle
47 t1=tf; % O valor inicial eh o tempo final da simulacao
48 % Amplitude de omega_x usada para verificar se esta velocidade angular esta
49 % proxima de zero
50 dw=1e-3*wy0;
51 % Valor do angulo de nutacao theta no instante de referencia

```



```

52 - theta0=0; % Valor inicial nulo
53 %% Simulacao
54 % Variavel global para salvar o vetor de controle
55 u=zeros(1,3);
56 tu=0;
57 % Condicao inicial
58 theta2=0;theta3=0;
59 % IMPORTANTE: supondo o vetor quantidade de movimento angular alinhado com
60 % o eixo n3 do sistema inercial
61 % Inserir um valor pequeno para calculo de theta1 em t=0, caso contrario, tem singularidade
62 % quando se calcula o angulo de nutacao
63 theta1=0.1*pi/180;
64 x0=[wx0;wy0;wz0;theta1;theta2;theta3];
65 % Integracao da dinamica
66 % As tolerâncias são importantes, pois pequenos desvios prejudicam os resultados
67 opt=odeset('RelTol',1e-12,'AbsTol',1e-12,'MaxStep',0.02);
68 [t,x]=ode45(@dinamica_torque_VE_rigido,[0 tf],x0,opt);

69 %% Calcula os angulos de nutacao theta, spin relativo psi e precessao phi
70 phi=x(:,4)+pi/2; % phi=theta1+pi/2
71 theta=x(:,5); % theta=theta2
72 psi=x(:,6)-pi/2; % psi=theta3-pi/2
73 %% Calcula a orientacao dos vetores quantidade de movimento angular e velocidade angular
74 N=length(t);
75 phih=zeros(N,1);thetah=phih;psih=phih;
76 phiw=zeros(N,1);thetaw=phiw;psiw=phiw;
77 for i=1:N
78 C=angle2dcm(x(i,4),x(i,5),x(i,6),'XYZ'); % Matriz de atitude, transforma do fixo para o corpo
79 wb=[x(i,1);x(i,2);x(i,3)]; % Velocidade angular no referencial do corpo
80 Hb=[ix*x(i,1);ly*y(i,2);lz*z(i,3)]; % Quantidade de movimento angular no referencial do corpo
81 w0=transpose(C)*wb; % Transformacao do referencial do corpo para o fixo
82 H0=transpose(C)*Hb; % Transformacao do referencial do corpo para o fixo
83 psiw(i)=atan2(w0(2),w0(1)); % Angulo de guinada da velocidade angular
84 thetaw(i)=atan2(w0(3),sqrt(w0(1)^2+w0(2)^2)); % Angulo de elevacao da velocidade angular
85 psih(i)=atan2(H0(2),H0(1)); % Angulo de guinada da quantidade de movimento angular

86 thetah(i)=atan2(H0(3),sqrt(H0(1)^2+H0(2)^2)); % Angulo de elevacao da quantidade de movimento angular
87 end
88 %% Graficos
89 figure
90 subplot(231);plot(t,x(:,1));grid;xlabel('t (s)');ylabel('\omega_x (rad/s)');axis tight
91 subplot(232);plot(t,x(:,2));grid;xlabel('t (s)');ylabel('\omega_y (rad/s)');axis tight
92 subplot(233);plot(t,x(:,3));grid;xlabel('t (s)');ylabel('\omega_z (rad/s)');axis tight
93 subplot(234);plot(t,x(:,4)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta_1 (^\circ)');axis tight
94 subplot(235);plot(t,x(:,5)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta_2 (^\circ)');axis tight
95 subplot(236);plot(t,x(:,6)*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('\theta_3 (^\circ)');axis tight
96 figure
97 subplot(221);plot(x(:,4)*180/pi,x(:,5)*180/pi);grid;xlabel('\theta_1 (^\circ)');ylabel('\theta_2 (^\circ)');axis tight
98 subplot(222);plot(t,phi*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('precessao \phi (^\circ)');axis tight
99 subplot(223);plot(t,theta*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('nutacao \theta (^\circ)');axis tight
100 subplot(224);plot(t,psi*180/pi);grid;xlabel('t (s)');ylabel('spin relativo \psi (^\circ)');axis tight
101 figure
102 subplot(311);plot(tu,u(:,1));grid;xlabel('t(s)');ylabel('M_x (N.m)');axis tight

```

```

103 - subplot(312);plot(tu,u(:,2));grid;xlabel('t(s)');ylabel('M_y (N.m)');axis tight
104 - subplot(313);plot(tu,u(:,3));grid;xlabel('t(s)');ylabel('M_z (N.m)');axis tight
105
106 - %% Animacao 3D
107 - % Momentos de inercia para calcular a animacao da quantidade de movimento
108 - % angular
109 - I=[lxx lyy lzz];
110 - % Insere os angulos na sequencia 313 para gerar a animacao
111 - x(:,4:6)=[phi theta psi];
112 - % Escala de tempo
113 - et=2;
114 - % Chama a animacao
115 - animacao_3d(t,x,I,et);
116 - end
117
118 - %% Dinamica de rotacao de corpo rigido
119 - function xp=dinamica_torque_VE_rigido(t,x)
120 - % Vetor de estado: x=[wx;wy;wz;theta1;theta2;theta3]
121 - % wx, wy, wz: velocidades de rotaçao em torno dos eixos x, y e z do
122 - % sistema de referencia do corpo
123 - % theta1, theta2, theta3: angulos de Euler na sequencia de rotacoes C1, C2 e C3,
124 - % respectivamente. Sequencia 123
125 - %% Passagem de parametros por variaveis globais
126 - global lxx lyy lzz tf u tu
127 - %% Desmembra o vetor de estado
128 - wx=x(1);wy=x(2);wz=x(3);
129 - theta1=x(4);theta2=x(5);theta3=x(6);
130 - %% Vetor de controle
131 - % O controle eh habilitado alguns instantes a partir do tempo
132 - % inicial (20% do tempo total da simulacao).
133 - if t>=0.2*tf
134 -     % Chama a funcao que calcula o controle de denutacao
135 -     [Mx,My,Mz]=controle_denutacao(t,theta2,wx,wy);
136 - else
137 -     Mx=0;My=0;Mz=0;
138 - end
139 - % Salva o controle e o tempo associado ao mesmo
140 - u=[u; [Mx,My,Mz]];tu=[tu t];
141 - %% Equacoes de dinamica
142 - wxp=(lyy-lzz)*wz*wy/lxx+Mx/lxx;
143 - wyp=(lzz-lxx)*wz*wx/lyy+My/lyy;
144 - wzp=(lxx-lyy)*wx*wy/lzz+Mz/lzz;
145 - %% Equacoes de cinematica
146 - theta1p=(wx*cos(theta3)-wy*sin(theta3))/cos(theta2);
147 - theta2p=wx*sin(theta3)+wy*cos(theta3);
148 - theta3p=(-wx*cos(theta3)*sin(theta2)+wy*sin(theta3)*sin(theta2))/cos(theta2)+wz;
149 - %% Derivada do vetor de estado
150 - xp=[wxp;wyp;wzp;theta1p;theta2p;theta3p];
151 - end
152
153 - %% Controle de denutacao

```

```

154 function [Mx,My,Mz]=controle_denutacao(t,th2,wx,wy)
155 global t0 wyM dw J lam MX T t1 Tmin thM theta0
156 % A aplicacao do controle de denutacao eh feita com base no tempo a
157 % partir do valor maximo da velocidade angular transversal no eixo
158 % y, o qual ocorre quando a velocidade angular transversal no eixo
159 % x eh zero
160 if abs(wx)<dw % A comparacao eh feita num pequeno intervalo em torno de zero
161     if wy>0 % Quando wx eh zero, wy pode ser minima ou maxima, o interesse eh no valor maximo
162         t0=t; % O tempo de referencia eh aquele onde se detectou o maximo de wy
163         % Valor maximo da velocidade transversal
164         wyM=wy;
165     end
166 end
167 if t==t0 % Calcula os parametros do controle
168     % Calcula a duracao do pulso de controle
169     % Determinado a partir da solucao analitica de modo a zerar a
170     % velocidade angular transversal

171     if wyM*J*lam/(2*MX)>1
172         x=1;
173         disp('O tempo de pulso que zera a velocidade angular transversal nao eh factivel');
174     else
175         x=wyM*J*lam/(2*MX);
176     end
177     T=(2/lam)*asin(x); % Tempo do pulso
178     % Calcula o tempo no qual o pulso eh aplicado, tomando como base o
179     % tempo t0
180     t1=3*pi/(2*lam)-T/2;
181     t1=t0+t1; % Eh salvo em uma variavel global para utilizacao nas proximas iteracoes
182     % Calcula o angulo de nutacao theta
183     theta0=th2; % theta=theta2
184 end
185 % Entra em acao se o valor absoluto do angulo de nutacao no tempo de referencia
186 % for maior que um valor de referencia thM. Desliga quando a largura do pulso
187 % for menor que um valor minimo possivel

188 if ((abs(theta0)>=thM)&&(T>=Tmin))
189     My=0;Mz=0; % Momentos My e Mz nulos
190     % Aplica o pulso de momento em torno do eixo x
191     Mx=rect(t-t1,T,MX);
192 else
193     Mx=0;My=0;Mz=0;
194 end
195 end

196
197 %% Funcao pulso retangular de duracao T e amplitude M
198 function m=rect(t,T,M)
199     if (t>=0)&&(t<=T)
200         m=M;
201     else
202         m=0;
203     end
204 end

```