

MECÂNICA DE VOO ESPACIAL - DEM 1119

Aula 15

Prof. André Luís da Silva

1 Introdução

Desempenho de foguetes:

- Revisão de Motor Foguete;
- Força propulsiva;
- Equação de foguete.

Referência da aula [2]: TEWARI, A. Atmospheric and Space Flight Dynamics: Modelling and simulation with MATLAB and Simulink. Boston: Birkhauser, 2007. **Seção 8.2**

2 Motores Foguete

Esta seção apresenta um resumo básico de propulsão com motor foguete, tendo em vista que este assunto já foi tratado em outra disciplina. São apresentadas definições e informações simples para viabilizar os estudos que seguem na disciplina atual.

A principal parte do estudo se refere ao final da seção, onde é apresentada a equação da tração em função da velocidade de exaustão e razão de áreas.

Motores foguete são indispensáveis para prover tração para veículos espaciais. Eles são essenciais também para veículos lançadores e mísseis, devido a sua performance superior (magnitude da tração), bem como a sua relativa simplicidade de operação. Embora esforços sejam despendidos para substituir foguetes por motores aspirados na fase atmosférica do voo, devido a maior eficiência dos últimos, esta alternativa ainda não possui confiabilidade adequada, nem custo benefício de operação, para mísseis e veículos lançadores de longo alcance.

A propulsão a motor foguete é baseada na ejeção de um propelente mássico a alta velocidade, provendo geração de tração a partir da terceira lei de Newton do movimento (ação e reação). A alta velocidade de exaustão do propelente é obtida, primeiro, pela produção de uma mistura gasosa (ou plasma) com alta **energia interna**, a qual é, em seguida, acelerada em um bocal. Teoricamente, duas categorias de tecnologias são possíveis para geração da elevada energia interna requerida pelas partículas do propelente:

- **Térmica:** a qual inclui reações *química*, *nuclear* e *termonuclear*;
- **Eletromagnética:** incluindo dispositivos **magneto hidrodinâmicos** (MHD) para geração de plasma quente; e *iônicos* para produzir gases frios ionizados.

Dos métodos referidos acima, o mais comum e prático, embora também o menos eficiente, é o motor químico, onde os propelentes passam por uma reação química, de modo a liberar a energia química armazenada como energia interna.

Propulsores iônicos usam gás inerte e frio, como o Argônio, que é acelerado por um campo magnético. Embora propulsores iônicos já tenham sido construídos, sua tração é muito baixa, sendo o seu uso limitado para transferências orbitais de baixo empuxo. Um exemplo é o propulsor NSTAR de 2.3 kW da sonda Deep-Space da NASA, mostrado na figura 1. Esta é uma foto de um teste de disparo quente no laboratório JPL.

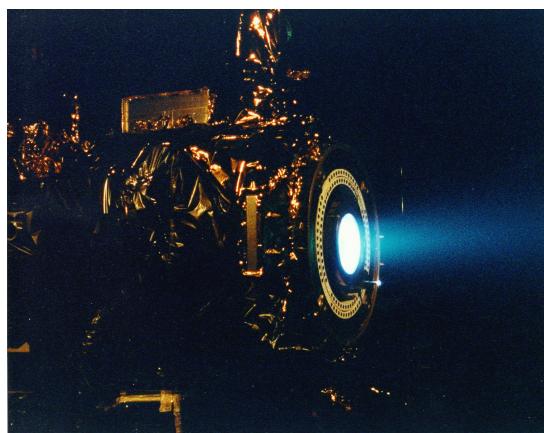


Figura 1: Thruster iônico do veículo espacial Deep Space. Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Ion_thruster

Um motor MHD, como ilustrado na figura 2, baseia-se na corrente elétrica de um fluido eletrolítico no interior de um campo magnético.

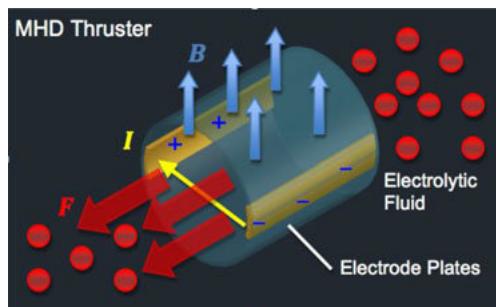


Figura 2: Esquema de um motor MDH. Fonte: referência [1]

Um motor nuclear, como ilustrado na figura 3, baseia-se na aceleração de fragmentos de fissão nuclear. A fissão ocorre em um núcleo e os fragmentos da reação são emitidos por um bocal para o ambiente exterior.

Um motor termonuclear, como ilustrado na figura 4, opera de maneira semelhante a uma usina termonuclear de geração de energia elétrica. Um núcleo é responsável por gerar energia

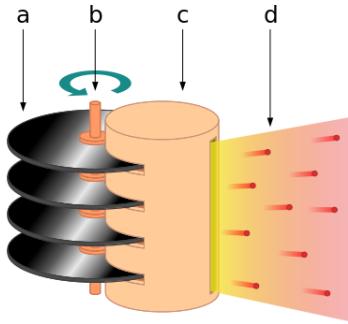


Figura 3: Conceito de propulsão por fragmentos de fissão. (a) Filamentos fissionáveis dispostos em discos, (b) eixo rotativo, (c) núcleo do reator, (d) exaustão dos fragmentos. Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Fission-fragment_rocket

térmica a partir da reação de fissão. Essa energia aquece um fluido propelente, que tem sua energia interna aumentada significativamente, sendo expelido na sequência por um bocal.

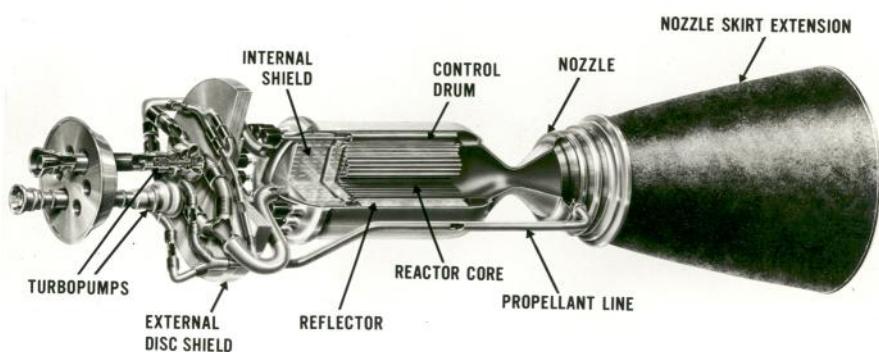


Figura 4: Esquema do conceito de motor “NERVA” (Nuclear Engine for Rocket Vehicle Application (NERVA)). Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Nuclear_thermal_rocket

Os motores MHD, nuclear e termonuclear estão longe de serem lançados em operação, devido a razões técnicas e ambientais, embora alguns experimentos já tenham sido realizados.

Independentemente do tipo de motor, um bocal é o elemento primário de qualquer foguete, sendo responsável por converter a energia interna em energia cinética da massa de propelente. Em um foguete térmico, o bocal é o dispositivo de expansão do escoamento, no qual o gás propelente tem sua pressão reduzida. Quando o propelente é um gás carregado, o bocal consiste de um campo eletromagnético ou eletrostático que acelera as partículas carregadas.

2.1 Motores Térmicos Químicos

Neste curso, a discussão será focada a motores térmicos químicos. Como ilustrado na figura 5, um motor térmico tem 3 componentes primários:

- Propelentes: que pode estar na forma sólida, líquida ou gasosa;
- Câmara de combustão: que é o dispositivo de geração de energia térmica;

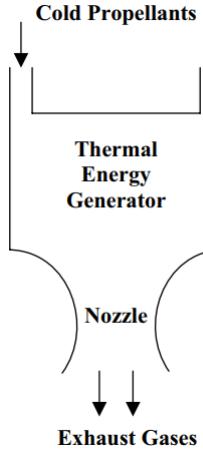


Figura 5: Diagrama esquemático de um motor térmico. Fonte: referência [2]

- Bocal: aparato que converte energia térmica em cinética.

Os propelentes de um motor químico consistem de um *combustível* e um *oxidante*. Devido à necessidade de carregar um oxidante, estes motores são inherentemente menos eficientes que os aspirados, os quais adquirem o oxidante requerido para a combustão do oxigênio atmosférico.

Os tipos mais comuns de propelentes são os sólidos e líquidos. Enquanto os propelentes sólidos são mais fáceis de armazenar, a sua reação química não pode ser controlada, ou mesmo cortada. Uma vez ignitados, os propelentes sólidos continuam a queimar até exaurir-se por completo.

A câmara de combustão provê um mecanismo para misturar eficientemente e combinar quimicamente os propelentes. O tipo de reação química executada nela é de *combustão* ou *queima*.

Uma expressão simples relacionando a energia interna e_i , com a máxima possível velocidade de exaustão v_e , de uma partícula de propelente de massa m , no bocal de um foguete térmico, pode ser obtida assumindo uma conversão perfeita de energia:

$$e_i = \frac{1}{2}mv_e^2 \quad (1)$$

Da teoria cinética de um gás diatômico ideal, pode ser escrito:

$$e_i = \frac{5}{2}kT \quad (2)$$

onde $k = 1,38 \times 10^{-23}\text{J/K}$ é a *constante de Boltzmann* e T é a temperatura de combustão em Kelvin (K).

Das equações 1 e 2:

$$v_e = \sqrt{\frac{2e_i}{m}} = \sqrt{\frac{5kT}{m}} \quad (3)$$

A equação 3 mostra que a máxima velocidade de exaustão possível depende somente dos

propelentes empregados e da temperatura da reação. Uma alta energia interna com baixa massa de partícula produz uma velocidade de exaustão mais elevada. Por exemplo, a maior velocidade de exaustão para uma dada massa de propelente é proveniente da combinação de **hidrogênio líquido (LH_2)** e **flúor líquido (LF_2)**. Entretanto, o produto da combustão, o ácido fluorídrico, é altamente corrosivo. Neste sentido, a próxima melhor combinação possível é composta por **hidrogênio líquido** e **oxigênio líquido (LO_2)**, onde a energia interna e_i é quase a mesma da composição de LH_2/LF , com um produto de combustão um pouco mais pesado (vapor de água).

Das equações 1 e 2, obtém-se a seguinte expressão para a temperatura de combustão:

$$T = \frac{mv_e^2}{5k} \quad (4)$$

A equação 4 impõe limitações na máxima velocidade de exaustão devido a considerações de materiais. Por exemplo, na câmara de combustão de um foguete utilizando LH_2/LO_2 , a temperatura é aproximadamente 6000 K.

Velocidades de exaustão mais elevadas podem ser obtidas com foguetes termonucleares, que são capazes de fornecer uma maior energia interna para o propelente. No entanto, como a temperatura aumenta com o quadrado da velocidade de exaustão, velocidades muito altas tornam-se proibitivas pela possibilidade de derretimento do material de construção do motor.

2.2 Força Propulsiva

Para determinar a tração gerada pela exaustão de propelente por um bocal, a segunda Lei de Newton pode ser aplicada para um corpo de massa variável. O resultado é mostrado na equação 5, que será deduzida em aulas posteriores.

$$\mathbf{f}_T = -\Delta m \frac{d(\mathbf{v} + \mathbf{v}_e)}{dt} - \mathbf{v}_e \frac{d\Delta m}{dt} - A(p_e - p_a) \frac{\mathbf{v}_e}{v_e} \quad (5)$$

onde \mathbf{v} é a velocidade do centro de massa do veículo, \mathbf{v}_e é a velocidade do gás de exaustão em relação ao centro de massa do veículo, Δm é a massa instantânea do gás de exaustão, A é a área de saída do bocal (normal a \mathbf{v}_e), p_e é a pressão estática do gás de exaustão e p_a é a pressão estática ambiente.

Geralmente, o gás de exaustão de um foguete térmico não é expandido até a pressão estática ambiente, implicando num termo adicional na expressão da tração devido à pressão aeroestática do gás de exaustão. Por isso, na equação 5, além dos termos associados à variação de massa, consta um relativo à diferença de pressão.

A direção de \mathbf{v}_e é, em geral, oposta àquela de \mathbf{v} em operação normal, ou a mesma em uma situação de tração reversa (retro foguete). Também existe o caso de foguetes de tração vetorada, onde se altera a direção do bocal para produzir deflexão da tração em relação à direção nominal, de modo a controlar a trajetória e/ou a atitude.

Abaixo, assume-se o caso mais comum, onde a **velocidade de exaustão** é aproximada-

mente constante em magnitude e direção, estando na **mesma linha do vetor velocidade do corpo**. Assim a equação 5 pode ser simplificada:

$$\mathbf{f}_T = -\Delta m \frac{d\mathbf{v}}{dt} - \mathbf{v}_e \frac{d\Delta m}{dt} - A(p_e - p_a) \frac{\mathbf{v}_e}{v_e} \quad (6)$$

Na equação 6, a tração é dependente da vazão mássica de propelente $\frac{d\Delta m}{dt}$, bem como da diferença de pressões $p_e - p_a$. Estes fatores estão intimamente relacionados ao bocal de exaustão, o qual é melhor discutido a seguir.

2.3 Influência do Bocal na Geração de Tração

O projeto do bocal de um foguete térmico é crucial para sua performance e eficiência. A magnitude da tração fornecida no foguete é diretamente proporcional à vazão mássica provida pelo bocal, a qual, por sua vez, é diretamente proporcional à sua área de saída. Então, um **bocal maior provê uma tração mais elevada para a mesma velocidade de exaustão**.

A pressão estática do gás de exaustão é raramente igual à pressão estática ambiente na saída do bocal, assim, o termo relativo à pressão na equação 6 exerce influência na tração gerada. Esta parcela é positiva em magnitude sempre que $p_e > p_a$. Quando essa relação entre as pressões ocorre, o bocal é dito **sub expandido**, isto é ilustrado no primeiro desenho da figura 6. A condição sub expandida ocorre em altitudes muito altas, onde as condições ambientes são próximas das do vácuo ($p_a \approx 0$). Entretanto, para utilizar essa tração adicional, a expansão do escoamento deve ocorrer dentro do bocal. Assim, ocorre uma perda da eficiência propulsiva, uma vez que a energia cinética não é totalmente convertida em tração nas paredes do bocal. É daí que vem o nome sub expandido, pois o escoamento não se expande totalmente dentro do bocal.

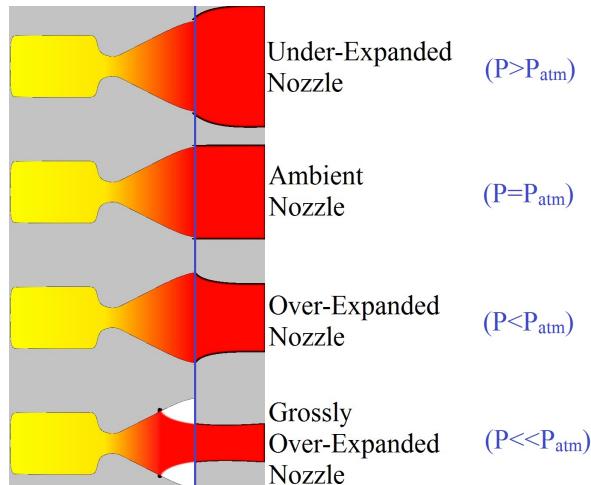


Figura 6: Tipos de expansão de bocal de motor foguete. Fonte: <https://space.stackexchange.com/questions/38012/what-factors-determine-the-altitude-at-which-rocket-exhaust-plumes-start-blooming/38016>

Já um bocal **super expandido** é aquele no qual $p_e < p_a$, é o terceiro caso ilustrado na

figura 6. Quando isso acontece, existe uma perda significativa de tração, pois a tração devido à pressão está no sentido oposto daquela provocada pela reação (vasão mássica). Esta situação costuma ocorrer em baixas altitudes, onde a pressão atmosférica é mais elevada.

As perdas de tração referidas acima poderiam ser zeradas pelo projeto de um bocal que propiciasse expansão completa ($p_e = p_a$), que é o segundo caso da figura 6. Mas, na prática, isso só é possível com um bocal de geometria variável, uma tecnologia que equipa alguns motores aspirados. Mas eles são proibitivos em motores foguete. Por isso, costuma-se adotar uma solução sub ótima, onde o bocal é projetado para propiciar **expansão completa em uma altitude moderada**. Logo, num voo de lançamento orbital ou de sondagem, no início do voo ocorrerão perdas devido à super expansão e, no final, devido à sub expansão. No entanto, em altitudes intermediárias, as perdas serão pequenas ou nulas. Nesta situação, otimiza-se a escolha da altitude de projeto para minimizar as perdas em baixa e alta altitude.

Uma outra alternativa para sanar os problemas de expansão é um novo conceito de bocal, que tem as laterais expostas, chamado de **Aerospike**, ilustrado na figura 7. Este conceito foi desenvolvido na década de 1970 pela Rocketdyne e testado para o projeto experimental X-33 da NASA nos anos 1990. O projeto X-33 chamava-se *Single Stage to Orbit* (SSTO) e hoje encontra-se cancelado. Neste projeto de bocal, a compensação com a altitude é inerente, sendo possível a operação ótima em uma vasta gama de altitudes. Esta é uma solução mais viável que um bocal de geometria variável, pois seria estático, resultando em menor peso e complexidade.

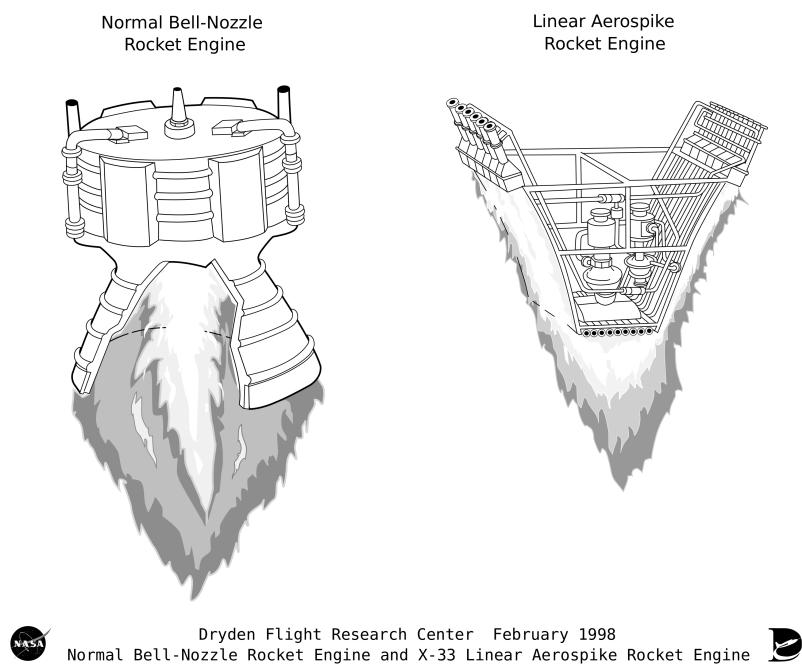


Figura 7: Comparação de bocal aerospike bocal sino. Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Aerospike_engine

3 Equação de Foguete

Como será demonstrado mais a frente no curso, a equação de dinâmica de translação de um veículo propelido a motor foguete é escrita como:

$$\mathbf{f} + \mathbf{f}_T = (M - \Delta m) \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (7)$$

onde \mathbf{f} é a força externa resultante agindo no centro de massa do veículo, proveniente da gravidade e aerodinâmica. $m = M - \Delta m$ é a massa do veículo após ejetar uma massa Δm de propelente, enquanto M é a massa total do veículo antes de ejetar o propelente.

Substituindo a equação 6 na equação 7 e notando que $\frac{d\Delta m}{dt} = -\frac{dm}{dt}$, escreve-se:

$$\mathbf{f} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \Delta m \frac{d\mathbf{v}}{dt} - \mathbf{v}_e \frac{dm}{dt} + A(p_e - p_a) \frac{\mathbf{v}_e}{v_e} \quad (8)$$

A massa Δm pode ser feita tão pequena quanto se queira, desde que a ejeção de massa não envolva o desprendimento de uma massa muito elevada em tempo muito curto, que seria a situação, por exemplo, do descarte de um estágio de um foguete. Como esta situação não está sendo levada em conta neste momento, pode-se fazer Δm tendendo a zero na equação 8, resultando no seguinte resultado:

$$\mathbf{f} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} - \mathbf{v}_e \frac{dm}{dt} + A(p_e - p_a) \frac{\mathbf{v}_e}{v_e} \quad (9)$$

De modo a avaliar analiticamente a propulsão com foguete, é usual tomar o caso de voo espacial (*força aerodinâmica nula*) e uma *aceleração devida à gravidade desprezível*. Essas são hipóteses válidas para manobras espaciais com ângulos de trajetória pequenos, para os quais a componente da gravidade ao longo da direção da tração é diminuta. Consequentemente, a força externa resultante \mathbf{f} aproxima-se de zero.

Considere as hipóteses acima e também assuma que o gás de exaustão é ejetado em uma *direção oposta ao vetor velocidade* ($\mathbf{v}_e = -v_e \frac{\mathbf{v}}{v}$). Então, o movimento resultante do veículo é diretamente oposto à direção do gás ejetado. Além disso, considere que ocorre uma *expansão completa* do gás para a pressão estática do ambiente externo, resultando numa força nula devido à diferença de pressões. Sob essas considerações, a equação 9 se torna a seguinte equação de movimento escalar:

$$-v_e \frac{dm}{dt} = m \frac{dv}{dt} \quad (10)$$

A equação 10 também pode ser escrita usando separação de variáveis:

$$-v_e \frac{dm}{m} = dv \quad (11)$$

Integrando ambos os lados da equação 11 entre os respectivos limites iniciais e finais, obtém-

se:

$$-v_e(\ln m - \ln m_0) = v - v_0 \quad (12)$$

Ou:

$$v - v_0 = v_e \ln \left(\frac{m_0}{m} \right) \quad (13)$$

Quando o gás de exaustão é ejetado na mesma direção do vetor velocidade (um retro foguete), $\mathbf{v}_e = v_e \frac{\mathbf{v}}{v}$, e a equação 13 se torna: $v - v_0 = -v_e \ln \left(\frac{m_0}{m} \right)$.

A equação 13 é uma expressão analítica simples que relaciona a massa com a variação da velocidade de um foguete, sendo chamada a **equação de foguete**. A observação mais importante acerca dessa equação é o fato de que a *mudança na velocidade do foguete é diretamente proporcional à velocidade relativa de exaustão*, v_e , para uma determinada redução da massa do veículo.

Como a operação de um foguete no espaço é limitada a curtos intervalos de tempo, comparando-se ao período orbital, é uma aproximação razoável **supor que a velocidade muda instantaneamente**. Então, o motor foguete provê um **impulso de velocidade** $\Delta v = v - v_0$, que é dado pela equação de foguete.

A equação 10 também pode ser escrita como: $-dmv_e = mdv$, que mostra que uma **variação de massa de propelente provoca uma mudança de quantidade de movimento linear do foguete**.

Vendo de outra forma: $v_e = \frac{mdv}{dm}$ mostra que a **velocidade de exaustão** é igual à **variação de quantidade de movimento linear do foguete por unidade de massa de propelente consumido**. Neste sentido, é comum utilizar ao invés da velocidade de exaustão, o **impulso específico**, I_{sp} , que é definido como a **variação da quantidade de movimento linear por unidade de peso do propelente consumido**, ou seja:

$$I_{sp} = \frac{v_e}{g} \quad (14)$$

onde g é a aceleração da gravidade em alguma condição de referência. Geralmente é utilizado o valor padrão ao nível do mar ($g = 9,80665 \text{ m/s}^2$).

Os vários propelentes de motores térmicos são classificados de acordo com o máximo impulso específico que eles podem produzir em um motor ideal, equação 3. Alguns valores práticos de I_{sp} são:

- I_{sp} : 180 – 270s para propelentes sólidos;
- I_{sp} : 260 – 310s para propelentes **hipergólicos**¹ tetra óxido de nitrogênio, NO_4 , combinado com mono-metil hidrazina, MMH ; ou NO_4 combinado com di-metil hidrazina

¹Propelentes hipergólicos não compostos químicos que não requerem uma fonte de ignição para combustão, reagindo espontaneamente quando combinados. Como é fácil iniciar e parar uma combustão usando propelentes hipergólicos, eles são comumente usados em veículos espaciais em sistemas de controle por reação.

liquida assimétrica, $UDMH$;

- I_{sp} : 300 – 350s para querosene combinada com LO_2 ;
- I_{sp} : 455s para LH_2 combinado com LO_2 ;
- I_{sp} : 475s para LH_2 combinado com LF .

Para tecnologias exóticas, valores teóricos de I_{sp} obtidos a partir de propelente de hidrogênio variam de

- I_{sp} : 5.000s para motores termo nucleares à fissão, até
- I_{sp} : 10.000s para motores termo nucleares com fusão.

Entretanto, as temperaturas necessárias para tais valores de I_{sp} não podem ser suportadas pelos materiais utilizados no presente. Se um resfriamento do reator nuclear pelo propelente é empregado para trazer as temperaturas para níveis toleráveis, o impulso específico resultante pode não ser maior que aquele de um motor foguete químico.

Considerações similares limitam o uso, nos dias atuais, de motores com íons frios ou plasma em veículos lançadores e manobras impulsivas. Embora o impulso específico de um foguete iônico seja da ordem de 50.000s, sua vazão mássica não pode ser substancial devido a restrições de temperatura e, consequentemente, a tração é muito pequena.

3.1 Margem de Velocidade

Como a **equação do foguete não considera a gravidade nem as forças atmosféricas**, é necessário adicionar uma margem ao impulso total de velocidade obtido pela equação 13, de modo a considerar as perdas devido à gravidade, arrasto atmosférico e perdas propulsivas devido a manobras e diferença de pressão estática na saída do bocal. Por exemplo:

- Em uma órbita baixa, deve-se adicionar cerca de 1,5km/s aos aproximados 8km/s de velocidade orbital requerida, levando a um impulso de 9,5km/s a ser fornecido pela equação de foguete;
- A margem necessária aumenta para cerca de 2km/s para uma lançamento até órbita geosíncrona.

Como os foguetes são lançados quase verticalmente, a tração inicial deve ser maior que o seu peso e arrasto combinados. Entretanto, conforme o foguete sobe para voo orbital, este requisito de tração elevada é removido e as considerações da equação de foguete são aproximadamente válidas.

Referências

- [1] T. S. Gregory, K. J. Wu, J. Yu, J. B. Box, R. Cheng, L. Mao, G. Tang, and Z. T. Ho Tse. Magnetohydrodynamic-driven design of microscopic endocapsules in mri. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20(6):2691–2698, 2015.
- [2] A. TEWARI. *Atmospheric and Space Flight Dynamics: Modelling and simulation with MATLAB and Simulink*. Birkhauser, Boston, 2007.