

# Example of IEEEtran.cls, adapted for Sibgrapi 2014

Leandro Botelho, Augusto Cunha\* e Thales Vieira\*  
Universidade Federal de Alagoas  
Instituto de Computação, \*Instituto de Matemática  
Maceió, Alagoas.



Fig. 1. Teasing result of our method: from this data input (left), the relevant feature are extracted using our technique (middle), producing effective result (right).

**Abstract**—A edição de superfícies suaves representadas por malhas de triângulos no computador é uma área ativa de pesquisa em Modelagem Geométrica, devido à sua gama cada vez maior de aplicações na indústria e no desenho artístico. Porém, a variedade de ferramentas de edição de superfícies disponíveis atualmente ainda é escassa. Problemas como deformação de forma livre, inserção de texturas geométricas, inpainting, reconstrução com restrições, remoção de ruído, reparos, entre outras, carecem de métodos robustos, flexíveis e eficientes que permitam edição interativa e que sejam capazes de reconstruir superfícies de qualidade. Neste trabalho, usamos a representação de superfícies baseada no operador gradiente discreto da malha, para desenvolver novas ferramentas interativas de edição de objetos 3d representados por malhas de triângulos.

**Keywords**—one or two words; separated by semicolon; from specific; to generic fields;

## I. INTRODUÇÃO

Representação e processamento de objetos 3d é um dos mais importantes tópicos em Computação Gráfica e Modelagem Geométrica. A maneira como um objeto 3d é definido restringe o conjunto de operações que podem ser aplicadas a ele. Diferentes representações de objetos podem exibir diferentes propriedades geométricas, combinatórias e até perceptivas da forma. Uma das representações de superfícies mais pesquisadas nos últimos anos é a que se baseia no operador gradiente discreto em malhas triangulares. Esta representação fornece intrinsecamente as propriedades geométricas destas

superfícies, e tem sido muito utilizada para resolver problemas de edição, onde destacamos [1].

No problema de edição de superfícies, deseja-se transformar uma superfície suave, representada no computador por uma malha de triângulos, em uma outra superfície, preservando características como continuidade, suavidade, detalhes, e ao mesmo tempo respeitando restrições impostas pelo usuário. A Figura 1 ilustra o problema.

Porém, a variedade de ferramentas de edição de superfícies disponíveis atualmente ainda é escassa. Problemas como deformação de forma livre, inserção de texturas geométricas, inpainting, reconstrução com restrições, remoção de ruído, reparos, entre outras, carecem de métodos robustos, flexíveis e eficientes que permitam edição interativa e que sejam capazes de reconstruir superfícies de qualidade. No projeto precedente, o operador Laplaciano e gradiente discreto foram estudados, e uma implementação computacional da equação de Poisson foi desenvolvida. Neste projeto, as propriedades do operador gradiente serão investigadas para o desenvolvimento de novas ferramentas de edição interativas de objetos 3d representados por malhas de triângulos. Estas ferramentas serão inspiradas na equação de Poisson, já adotada com sucesso para edição de imagens em [2].

*Contribuições:* [THALES ALTERE AQUI]

### A. Trabalhos Relacionados

Para o desenvolvimento desse nosso trabalho, percebemos que métodos de edição de superfícies têm uma participação forte na área de Modelagem Geométrica. Podemos visualizar esse tipo de atividade em aplicações envolvendo indústrias ou manipulação de desenhos artísticos.

Durante muitos anos, a abordagem utilizada na literatura, envolvia uma representação baseada em superfícies paramétricas [1], que podem ter uma generalização para domínios de base não regular usando técnicas de subdivisão [2].

Com o crescimento da divulgação dos Scanners 3D, a obtenção de geometrias de superfícies de objetos reais ficou acessível [3]. Porém, esses novos tipos de superfícies apresentam uma amostragem densa e não suave, não sendo os métodos de edição de superfícies já existentes. Devido à isso, houve o surgimento de novas ferramentas para edição desses tipos de superfícies.

Diversos métodos, surgiram até então para deformação de superfícies. Para o estado da arte dos métodos variacionais lineares, temos [4], principalmente em relação métodos baseados no operador Laplaciano discreto [5] e o Operador Gradiente Discreto [6]; que são versões adaptadas para superfícies diferenciadas, para malhas de triângulos.

Por fim, destacamos diversos problemas de edição que carecem de alternativas robustas e interativas. Ao nosso trabalho, a base de autovetores da matriz laplaciana de superfície é usada para realizar edição por meio de frequências.

## II. VISÃO GERAL

Sejam  $\mathcal{S}$  e  $\mathcal{D}$  superfícies discretas representada por malhas de triângulos. Por simplicidade, vamos considerar que ambas contêm apenas um componente conexo. Nosso objetivo é reconstruir uma nova superfície  $\mathcal{S}'$ , inserindo um detalhe geométrico representado por  $\mathcal{D}$  em uma determinada região de  $\mathcal{S}$ , minimizando possíveis cicatrizes.

Nosso método possui 3 etapas. Inicialmente, é realizado um alinhamento semi-automático, onde o usuário fornece correspondências desejadas entre pontos de  $\mathcal{S}$  e  $\mathcal{D}$ . Em seguida, a conectividade de  $\mathcal{S}'$  é obtida a partir de parametrizações conformes de  $\mathcal{S}$  e  $\mathcal{D}$ , que são alinhadas e costuradas. Finalmente, a geometria de  $\mathcal{S}'$  é reconstruída através de uma representação baseada em gradientes discretos.

## III. ALINHAMENTO SEMI-AUTOMÁTICO

Para inserir um detalhe  $\mathcal{D}$  em  $\mathcal{S}$ , é necessário inicialmente a intervenção do usuário para determinar em que região da superfície  $\mathcal{S}$  o detalhe  $\mathcal{D}$  deve ser inserido, e qual sua orientação. Desse modo, precisamos encontrar uma transformação  $T$  que alinhe  $\mathcal{D}$  em  $\mathcal{S}$ . Em nosso trabalho, optamos por limitar estas transformações apenas a movimentos rígidos.

Para tornar nossa interface mais simples e amigável para o usuário, realizamos o alinhamento baseado em correspondências do tipo  $c_i = (s_i, d_i)$ ,  $s_i \in \mathcal{S}$ ,  $d_i \in \mathcal{D}$  fornecidas pelo usuário, como ilustra a FIGURA!!!! Dado um conjunto

de correspondências  $C = \{c_1, \dots, c_n\}$ , existem diversas abordagens para encontrar um movimento rígido  $T$  que minimize a distância entre as correspondências. Alguns desses métodos usam, além geometria das correspondências, os seus vetores normais. Porém, para o nosso problema, os vetores normais não devem ser necessariamente iguais nas correspondências, visto que são provenientes de geometrias distintas. Desse modo, optamos por usar o método de Horn [?], que se baseia apenas na minimização da distância entre a posição geométrica dos pontos correspondentes, ou seja, buscamos uma rotação  $R$  e uma translação  $t$  que minimizem

$$\sum_{i=1}^n \|s_i - Rd_i - t\|. \quad (1)$$

A solução deste problema de minimização baseada no uso de quatérnios unitários pode ser encontrada em [?]. Destacamos que, apesar de calcular uma rotação  $R$  e uma translação  $t$ , apenas a rotação  $R$  será usada no restante do nosso método, visto que a reconstrução baseada em gradientes discretos é invariante por translações.

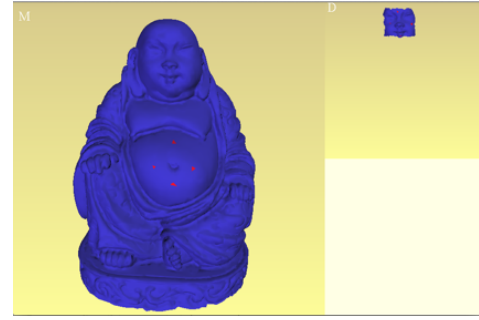


Fig. 2. Iterative Closest Point

## IV. GERAÇÃO DA TRIANGULAÇÃO

Para obtermos a conectividade da malha de triângulos de  $\mathcal{S}'$ , calculamos inicialmente parametrizações conforme de  $\mathcal{S}$  e  $\mathcal{D}$ . Em seguida, alinhamos os domínios das duas parametrizações usando o conjunto de correspondências  $C$ . Finalmente, uma nova triangulação é obtida costurando-se as duas triangulações.

### A. Parametrização conforme

Dada uma superfície  $M$  contida em  $\mathbb{R}^3$ , obter uma parametrização para  $M$  significa determinar um domínio paramétrico  $\Omega$ , e uma função  $f: \Omega \mapsto \mathbb{R}^3$ . Para evitar problemas causados por distorção, optamos por um método que gera uma parametrização mais conforme possível, ou seja, uma parametrização que tenta preservar ângulos. Usamos o método conhecido como LSCM (*Least Squares Conformal Maps*, [11]), que calcula uma parametrização quasi-conforme minimizando a energia conforme, descrita por equações de Cauchy-Riemann.

É importante destacar que o problema de mínimos quadrados a ser resolvido no método LSCM requer ao menos a

fixação de 2 vértices para admitir solução única. Em nosso trabalho, calculamos a caixa delimitadora alinhada aos eixos (*bounding box*) de  $M$  e determinamos qual dos eixos apresenta a maior dimensão. Fixamos os vértices com menor e maior coordenada correspondente a este eixo. Para mais detalhes, ver [11].

### B. Alinhamento dos domínios das parametrizações

Uma vez calculadas parametrizações  $f_S: \Omega_S \mapsto \mathbb{R}^3$  e  $f_D: \Omega_D \mapsto \mathbb{R}^3$  para  $S$  e  $D$ , respectivamente, é necessário alinhar os domínios das parametrizações  $\Omega_S$  e  $\Omega_D$ , para finalmente obtermos uma triangulação que irá representar  $S'$ .

Aqui, usaremos novamente o conjunto de correspondências  $C$  fornecido pelo usuário. Seja  $C_\Omega = \{(f_S^{-1}(s_1), f_D^{-1}(d_1)), \dots, (f_S^{-1}(s_n), f_D^{-1}(d_n))\}$ , ou seja, o conjunto das correspondências representadas nos domínios das parametrizações. Nosso objetivo é encontrar uma transformação  $T_\Omega$  a ser aplicada nos vértices de  $\Omega_D$ , de modo que

$$T_\Omega(f_D^{-1}(d_i)) = f_S^{-1}(s_i), i = 1 \dots n. \quad (2)$$

Porém, um simples movimento rígido não é capaz de garantir estas condições. Uma classe de transformações não rígidas que garantem a correspondência de pontos é a das *Thin Plate Splines* (TPS, [?]). Além desta característica, essas funções são globalmente suaves, fáceis de calcular, são separáveis em um componente afim, e outro não-afim que minimiza uma energia de distorção.

Consideraremos uma TPS 2d como uma função  $F: \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ , onde  $F(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}))$ , onde a energia

$$E(f) = \int \sum_{i,j} f_{x_i x_j}^2 dx_1 dx_2$$

é mínima para cada  $f_i, i = 1, 2$ . Além disso, estas funções terão a forma  $F(\mathbf{x}) = \mathbf{x}A + Kw$ , onde  $\mathbf{x}$  é um ponto escrito em coordenadas homogêneas,  $A$  é uma transformação afim,  $w$  é um vetor coluna  $n$ -dimensional de parâmetros não-afins, e  $K$  é um vetor linha  $n$ -dimensional, onde  $K_i$  é a função de Green  $U(|\mathbf{x} - f_D^{-1}(d_i)|)$ , onde  $U(r) = r^2 \ln(r)$ .

Desse modo, considerando  $X = \{f_D^{-1}(d_1), \dots, f_D^{-1}(d_n)\}$  e  $Y = \{f_S^{-1}(s_1), \dots, f_S^{-1}(s_n)\}$ , podemos obter  $F$  resolvendo diretamente:

$$\begin{pmatrix} w \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K & X \\ X^t & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} Y \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Finalmente, aplicamos  $F$  em  $\Omega_D$  para alinhar os domínios paramétricos. O último passo para obter a conectividade de  $S'$  é a costura das duas triangulações alinhadas  $\Omega_S$  e  $F(\Omega_D)$ . A partir de agora, consideraremos a nova parametrização do detalhe  $D$  como  $\hat{f}_D(u, v) = f_D(F^{-1}(u, v))$ .

### C. Costura dos domínios paramétricos

A conectividade de  $S'$  será definida pela conectividade da triangulação  $\Omega_{S'}$ , que será obtida costurando-se as triangulações de  $\Omega_S$  e  $F(\Omega_D)$ . Esta nova triangulação será o

domínio paramétrico de uma parametrização de  $S'$  definida como  $f_{S'}: \Omega_{S'} \mapsto \mathbb{R}^3$ , a qual será criada a partir das parametrizações  $f_S$  e  $\hat{f}_D$ , e cuja imagem  $f_{S'}(\Omega_{S'})$  será a superfície reconstruída  $S'$ . Vamos considerar apenas os casos onde o fecho convexo de  $\Omega_D$  está contido no fecho convexo de  $\Omega_S$ , visto que os detalhes geralmente são bem menores que a malha  $S$  e o usuário normalmente vai querer acrescentar o detalhe em alguma região do interior de  $S$ . Descrevemos a seguir como obter  $\Omega_{S'}$ .

Inicialmente, excluimos cada triângulo de  $\Omega_S$  que intersecta algum triângulo de  $\Omega_D$ . Desse modo, garantimos que a conectividade do detalhe será preservada ao máximo (e consequentemente sua geometria).

Seja  $\tilde{\Omega}_S$  a triangulação resultante, e vamos considerar inicialmente  $\Omega_{S'} = \tilde{\Omega}_S \cup \Omega_D$ . Esta triangulação é composta por dois componentes conexos:  $\tilde{\Omega}_S$  e  $\Omega_D$ . A faixa que separa estes componentes conexos será preenchida por triângulos usando um método de triangulação com restrições.

As arestas do bordo interno de  $\tilde{\Omega}_S$  e as arestas do bordo de  $\Omega_D$  serão fixadas como a restrição para gerar os novos triângulos  $\mathcal{T}$  que ligarão os dois componentes conexos, usando uma técnica de varredura. Para mais detalhes, ver [?].

A triangulação final  $\Omega_{S'} = \tilde{\Omega}_S \cup \Omega_D \cup \mathcal{T}$ , é composta por um único componente conexo, e será usada como domínio paramétrico para reconstruir a superfície  $S'$ .

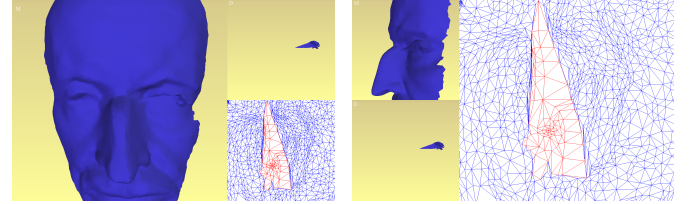


Fig. 3. Triangulação com restrições

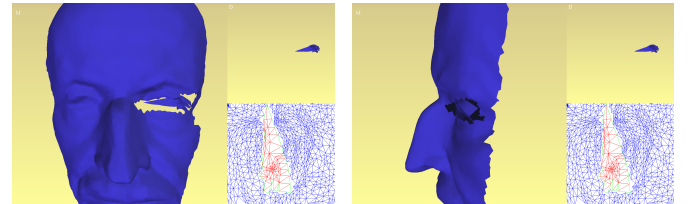


Fig. 4. Exclusão de triângulos pela parametrização

## V. RECONSTRUÇÃO

Dado  $\Omega_{S'}$ , vamos definir uma parametrização  $f_{S'}$  de  $S'$ . Inicialmente, queremos que o pedaço da superfície que não será substituído pelo detalhe tenha sua geometria preservada. Daí determinamos que

$$f_{S'}(\mathbf{x}) = f_S(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \Omega_S. \quad (3)$$

Para determinar o resto da parametrização, adaptamos um método baseado em gradientes.

Dada uma parametrização  $f$  de uma malha de triângulos, podemos calcular os gradientes de cada função coordenada como

$$\nabla f(u, v) = \sum_{i=1}^n f_i \nabla \phi_i(u, v),$$

onde  $\phi_i$  são funções que dão coordenadas baricêntricas,  $f_i$  é o valor da respectiva coordenada do ponto  $p_i$ . Além disso,  $\nabla \phi_i, \nabla \phi_j$  e  $\nabla \phi_k$  são constantes em cada triângulo  $\Delta$  formado pelos pontos  $(p_i, p_j, p_k)$ , e podem ser calculados como

$$(\nabla \phi_i, \nabla \phi_j, \nabla \phi_k) = \begin{pmatrix} (p_i - p_k)^T \\ (p_j - p_k)^T \\ n^T \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Assim, dada uma malha, é possível definir um operador global matricial  $\mathbf{G}$  que calcula os gradientes de cada função coordenada  $x'$ , de acordo com a fórmula abaixo:

$$\mathbf{G}x' = \mathbf{g}_x. \quad (4)$$

Consequentemente, podemos definir um problema de otimização que reconstrói as funções coordenadas a partir dos gradientes dos triângulos. Nosso objetivo será reconstruir a geometria que será a imagem da parametrização  $f_{S'}$  no subdomínio paramétrico  $\Omega_{\mathcal{D}} \cup \mathcal{T}$ .

O problema de minimização é então encontrar os valores de  $f_{S'}$  restrito a  $\Omega_{\mathcal{D}} \cup \mathcal{T}$  que minimizam a energia

$$\int_{\Omega_{\mathcal{D}} \cup \mathcal{T}} \|\nabla f_{S'}(u, v) - \mathbf{g}_x\|^2 dudv,$$

(e respectivamente  $y'$  e  $z'$ ), cuja condição de fronteira é o bordo de  $\Omega_{\mathcal{D}} \cup \mathcal{T}$ , que já foi definido na Equação 3. Esta condição é fundamental para garantirmos continuidade na superfície.

Usando a Equação 4, podemos obter os gradientes dos triângulos de  $\mathcal{S}$ . Além disso, como queremos uma transição suave, determinamos que os gradientes dos triângulos da superfície que serão dados como imagem de  $f(\mathcal{T})$  serão nulos.

Usando mínimos quadrados, a solução do sistema é dada por

$$G^T M G x' = G^T M g_x, \quad (5)$$

onde  $M$  é uma matriz diagonal contendo as áreas dos triângulos. As condições de fronteira são dadas por

$$p_i = c_i,$$

onde  $p_i$  é um ponto no bordo de  $\Omega_{\mathcal{D}} \cup \mathcal{T}$ , que deve ser igual ao valor já calculado na Equação 3.

## VI. RESULTADOS

We performed the above-mentioned experiments on the following type of data: ... For each data, we used the following tuning parameters of our method.

### A. Performances

We report on Table I the performances of our technique on a computer at xxGhz with this graphic card. We observe that our technique outperforms previous approaches on this kind of data, and an equivalent result on this other kind of data.

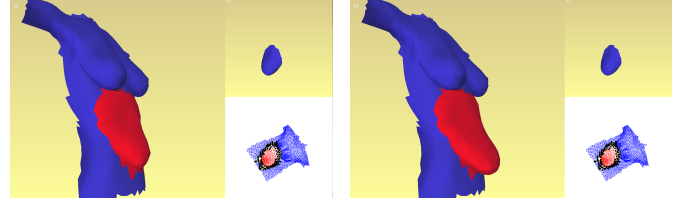


Fig. 5. Resolução do sistema com gradiente 0 para todos os triângulos gerados pela triangulação com restrição

TABLE I  
PERFORMANCES RESULTS: TIMINGS ARE EXPRESSED IN MILLISECONDS.

Data	Size	Ours	Previous	Gain
Data 1	50	0.1	1 000	$\times 10^3$
Data 2	100	0.2	2 000	$\times 10^3$
Data 3	500	0.8	10 000	$\times 10^3$
Data 4	1 000	1.2	20 000	$\times 10^3$
Data 5	5 000	1.9	100 000	$\times 10^4$
Data 6	10 000	2.1	200 000	$\times 10^4$

### B. Quality

As observed on Fig. 6, our method achieve good results in this situation. This can be measured by this criterion, and the results are reported on Table II.

### C. Limitation

As mentioned in Section III, we expect our method to suit better this kind of data. On the other kind, this particularity does not fit into our formulation for this and that reason. Indeed, this can be observed in the results of Fig. 6. We plan to improve for that kind of data in future work. However, our technique performed well on this data, which does not respect our condition, since this other aspect reduced the negative impact of its characteristic.

## VII. CONCLUSION

Ao longo dessa pesquisa, buscamos ao máximo enfatizar o potencial do operador Laplaciano Discreto e do operador Gradiente Discreto para a reconstrução e suavização de ferramentas.

Conseguimos melhores resultados de sobreposição, graças a uma delimitação em relação ao número de faces da malha a



Fig. 6. Quality assessment

TABLE II  
QUALITY MEASURES: TIMINGS ARE EXPRESSED IN MILLISECONDS.

Images	PSNR	MSE
Image 1	40.2	0.02
Image 2	30.9	1.02
Image 3	20.1	0.18

ser sobreposta; ajudando no calculo eficiente em relação aos gradientes.

Caracterizamos como próximos passos futuros, a técnica de subdivisão de triângulos, que nos favorece em uma melhor formação da nova malha a ser formada.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao CNPQ e PROEST pelo formento oferecido aos alunos, e a UFAL pelo e o laboratório CalaMgo pela estrutura física e materiais necessários para a realização deste trabalho.

#### REFERÊNCIAS

- [1] G. FARIN, "Curves and surfaces for cagd: a practical guide," *Academic Press*, 1996.
- [2] D. SCHRDER, P. ; ZORIN, "Subdivision for modeling and animation," *SIGGRAPH 2000 Course Notes*, 2000.
- [3] P. NEUGEBAUER, "Geometrical cloning of 3d objects via simultaneous registration of multiple range images." in *International Conference on Shape Modeling and Applications, Washington, DC : IEEE*, 1997.
- [4] M. Botsch and O. Sorkine, "On linear variational surface deformation methods," *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. 14, no. 1, pp. 213–230, Jan. 2008. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1109/TVCG.2007.1054>
- [5] S. LANG, *Analysis I.*, Addison-Wesley, Ed. Massachussets, 1968.
- [6] Y. Yu, K. Zhou, D. Xu, X. Shi, H. Bao, B. Guo, and H.-Y. Shum, "Mesh editing with poisson-based gradient field manipulation," *ACM Trans. Graph.*, vol. 23, no. 3, pp. 644–651, Aug. 2004. [Online]. Available: <http://doi.acm.org/10.1145/1015706.1015774>
- [7] M. Lage, T. Lewiner, H. Lopes, and L. Velho, "Che: A scalable topological data structure for triangular meshes," PUC-Rio, Preprint MAT 13/05, May 2005.
- [8] *Proceedings of the XXVII Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing (SIBGRAPI)*. Rio de Janeiro, Brazil: IEEE, August 2014.
- [9] Z. Zhang, "Iterative point matching for registration of free-form curves and surfaces," *Int. J. Comput. Vision*, vol. 13, no. 2, pp. 119–152, Oct. 1994. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01427149>
- [10] P. Mullen, Y. Tong, P. Alliez, and M. Desbrun, "Spectral Conformal Parameterization." *Comput. Graph. Forum*, vol. 27, no. 5, pp. 1487–1494, 2008. [Online]. Available: <http://dblp.uni-trier.de/db/journals/cgf/cgf27.html#MullenTAD08>
- [11] B. Lévy, S. Petitjean, N. Ray, and J. Maillot, "Least squares conformal maps for automatic texture atlas generation," *ACM Trans. Graph.*, vol. 21, no. 3, pp. 362–371, Jul. 2002. [Online]. Available: <http://doi.acm.org/10.1145/566654.566590>
- [12] J. Duchon, "Splines minimizing rotation-invariant semi-norms in sobolev spaces constructive theory of functions of several variables," in *Constructive Theory of Functions of Several Variables*, ser. Lecture Notes in Mathematics, W. Schempp and K. Zeller, Eds. Springer Berlin / Heidelberg, 1977, vol. 571, ch. 7, pp. 85–100. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1007/bfb0086566>