

# GPET Versuch 2

Tim Luchterhand, Paul Nykiel

30. April 2017

### 3.1 Bestimmung des Innenwiderstandes einer Quelle

**Aufgabe:** Nehmen Sie die Strom-Spannungskennlinie der Batterie auf. Verwenden sie hierzu Messtabelle 1 und tragen Sie die Messwerte in ein Diagramm ein. Schließen Sie das Spannungsmessgerät vor der Batterie an, damit Sie die Batterie nicht über einen längeren Zeitraum kurzschließen.

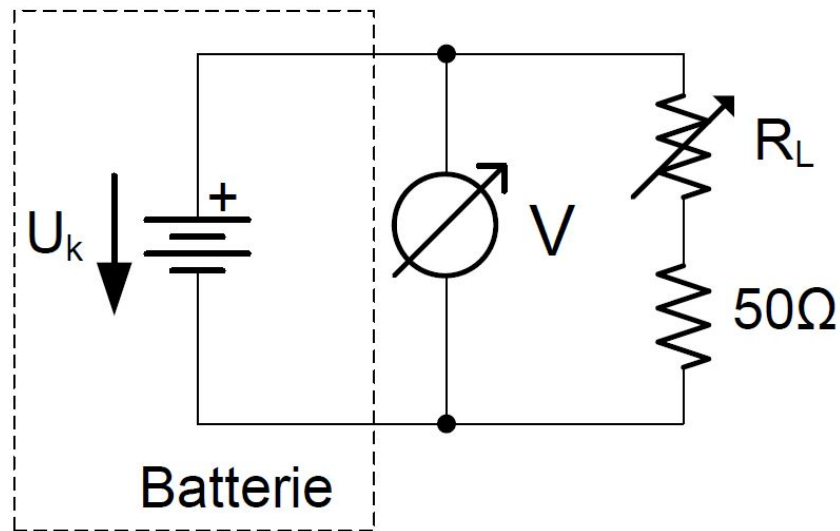


Abbildung 3.1: Schaltplan

#### 3.1.1 Vorgehensweise

Es werden verschiedene Lastwiderstände  $R_L$  eingebaut und die Arbeitsgerade des Netzwerks aufgenommen. Der Laststrom  $I_L$  berechnet sich aus

$$I_L = \frac{U_{mess}}{R_L + 50\Omega}$$

Der  $10^6$ -Wert bei  $R_L$  repräsentiert einen Widerstand von  $\infty\Omega$ .

Tabelle 3.1: Messtabelle für Versuch 1

$R_L$ $\Omega$	$U_{mess}$ V	$I_L$ mA
1 000 000	8.67	0
1000	8.63	0.0082
750	8.58	0.011
500	8.51	0.015
250	8.35	0.028
200	8.28	0.033
150	8.16	0.041
125	7.95	0.045
100	7.83	0.052
75	7.70	0.062

### 3.1.2 I-U-Kennlinie der Batterie

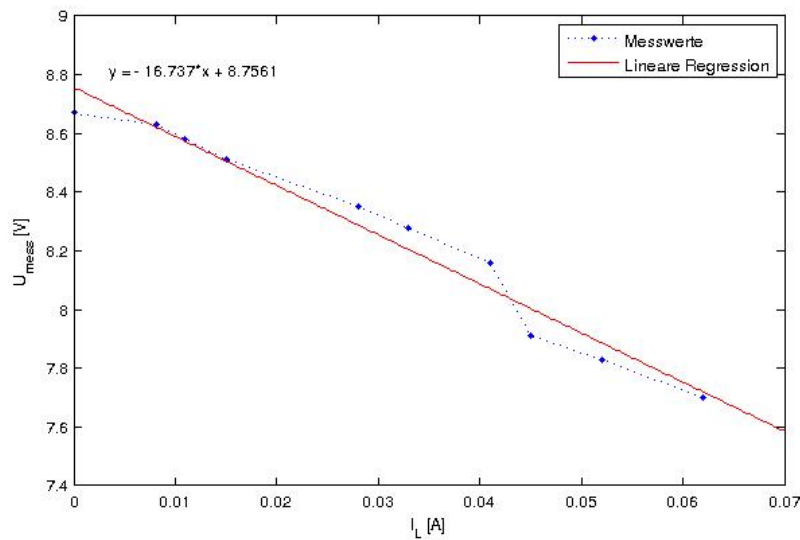


Abbildung 3.2: Arbeitsgerade

### 3.1.3 Charakterisierung der Ersatzspannungsquelle

**Aufgabe:** Charakterisieren Sie die Ersatzspannungsquelle mit Hilfe des erstellten Diagramms.

Die Steigung des Graphens ist der negative Innenwiderstand  $R_{innen}$ . Dieser beträgt:

$$R_{innen} = 16.737\Omega$$

Der x-Wert ( $I$ ) des Schnittpunkts mit der x-Achse ist der Kurzschlussstrom. Dieser beträgt:

$$I_{kurzschluss} = 0.523\text{A}$$

Der y-Wert ( $U$ ) des Schnittpunkts mit der y-Achse ist die Leerlaufspannung. Diese beträgt:

$$U_{leerlauf} = 8.75\text{V}$$

### 3.1.4 Messungenauigkeiten

Die Messungenauigkeit kommt durch das ungenaue Einstellen des Potentiometers und durch die Ungenauigkeit des Potentiometers selbst zustande. Weiterhin besitzt das Spannungsmessgerät eine Messungenauigkeit von ca. 1% und man sollte von einem systematischen Fehler von 5% ausgehen. Der linearer Verlauf der Kurve ist aber trotzdem gut zu erkennen.

## 3.2 Untersuchung eines einfachen Netzwerks

**Aufgabe:** Bauen Sie die Schaltung aus Abbildung 6 nach. Die Widerstandswerte sind  $R_1 = R_2 = 1\text{k}\Omega$  und  $R_3 = R_4 = 100\Omega$ .

Bestimmen Sie die äquivalente Ersatzspannungsquelle zwischen den Knoten 0 und 1 durch Messung ( $U_{in} = 3\text{V}$ ). Verwenden Sie hierzu wieder das Potentiometer mit  $1\text{k}\Omega$  und tragen Sie die Ergebnisse in Messtabelle 2 ein.

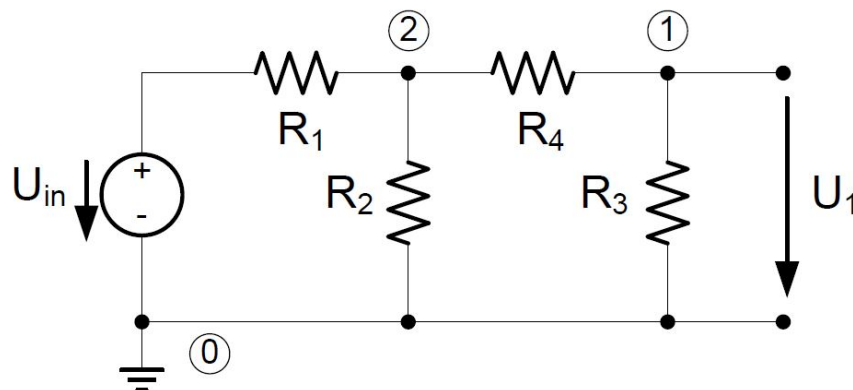


Abbildung 3.3: Schaltplan

### 3.2.1 Vorgehensweise

Es werden verschiedene Lastwiderstände  $R_L$  eingebaut und die Arbeitsgerade des Netzwerks aufgenommen. Der Laststrom  $I_L$  berechnet sich aus

$$I_L = \frac{U_{mess}}{R_L}$$

Der  $10^6$ -Wert bei  $R_L$  repräsentiert einen Widerstand von  $\infty\Omega$ .

Tabelle 3.2: Messtabelle für Versuch 2

$R_L$ $\Omega$	$U_{mess}$ mV	$I_L$ mA
1 000 000	0.2184	0
1000	0.2012	0.000 201 2
750	0.1958	0.000 261
500	0.1866	0.000 373
250	0.1485	0.000 594
100	0.1176	0.001 18
50	0.0805	0.001 61

### 3.2.2 Ersatzspannungsquelle

#### I-U-Kennlinie des Netzwerks

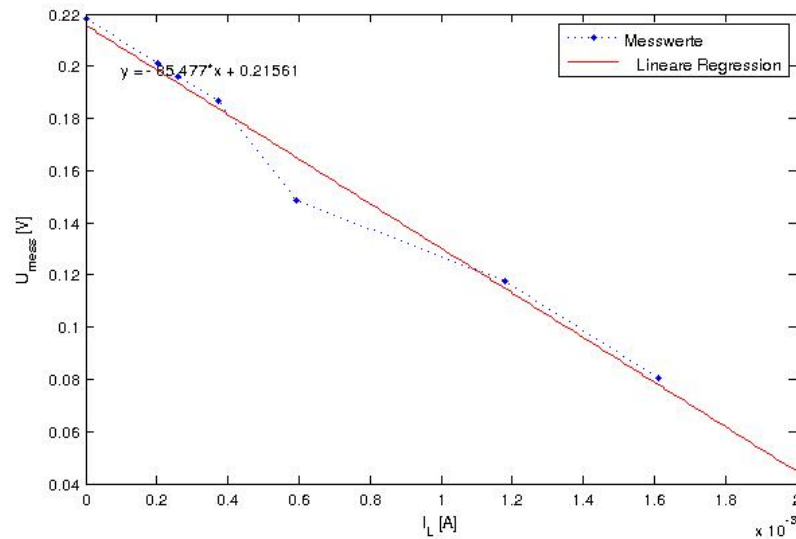


Abbildung 3.4: Arbeitsgerade

Durch identisches Vorgehen zu Aufgabe 3.1 ergibt sich folgende Charakterisierung:

$$\begin{aligned} U_{Quelle} &= 0.2156\text{V} \\ I_{Kurzschluss} &= 2.1\text{mA} \\ R_{Innen} &= 85.477\Omega \end{aligned}$$

Die gemessenen Werte stimmen mit den berechneten überein.

#### Messungenauigkeit

Die Messungenauigkeit kommt durch das ungenaue Einstellen des Potentiometers und durch die Ungenauigkeit des Potentiometers selbst zustande. Weiterhin besitzt das Spannungsmessgerät eine Messungenauigkeit von ca. 1% und man sollte von einem systematischen Fehler von 5% ausgehen. Der linearer Verlauf der Kurve ist aber trotzdem gut zu erkennen.

### 3.2.3 Spannungen an den Widerständen

**Aufgabe:** Messen Sie die Spannungen an den Widerständen in Abhängigkeit von  $U_{in}$ . Tragen Sie die Messwerten in Messtabelle 3 ein und vergleichen diese mit den berechneten Werten in einem Diagramm.

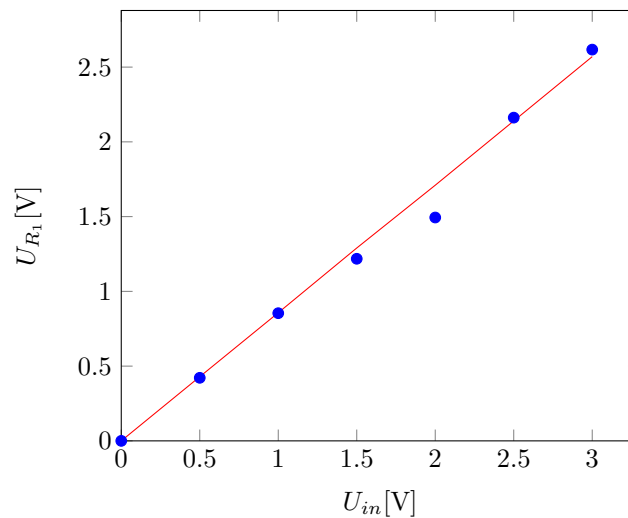
Tabelle 3.3: Messtabelle für Versuch 2

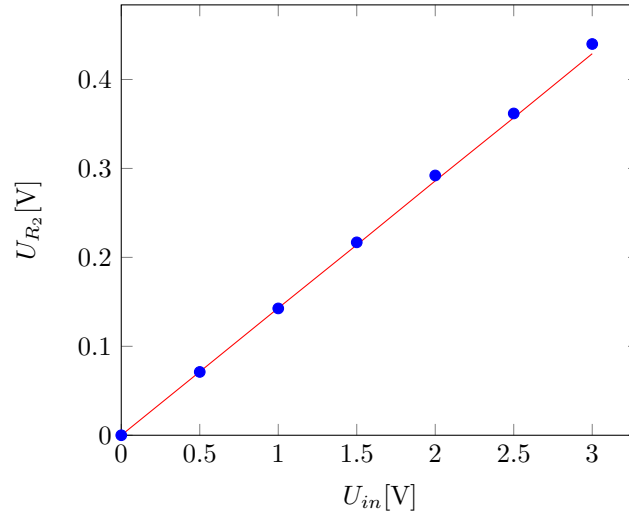
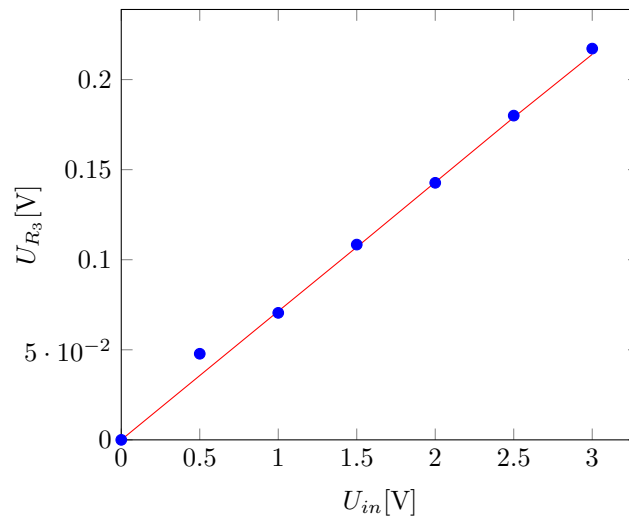
$U_{in}$ V	$U_{R1,soll}$ V	$U_{R2,soll}$ V	$U_{R3,soll}$ V	$U_{R4,soll}$ V	$U_{R1,mess}$ V	$U_{R2,mess}$ V	$U_{R3,mess}$ V	$U_{R4,mess}$ V
0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0	0	0	0
0.5	0.429	0.0714	0.0357	0.0357	0.4218	0.0712	0.0478	0.0354
1.0	0.857	0.143	0.0714	0.0714	0.854	0.1426	0.0705	0.0716
1.5	1.29	0.214	0.107	0.107	1.218	0.2169	0.1084	0.1094
2.0	1.71	0.286	0.143	0.143	1.494	0.2921	0.1427	0.1491
2.5	2.14	0.357	0.179	0.179	2.162	0.3618	0.1800	0.1940
3.0	2.57	0.429	0.214	0.214	2.617	0.4399	0.2172	0.2278

### 3.2.4 Diagramm

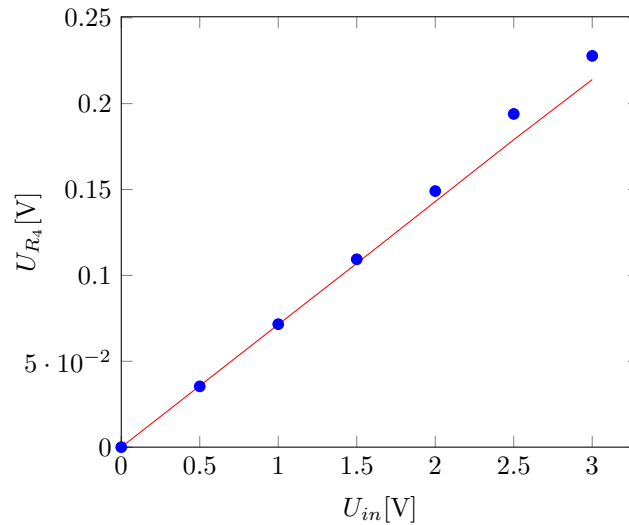
Berechnete Werte in **rot**, gemessene Werte in **blau**.

Vergleich  $R_1$



**Vergleich  $R_2$** **Vergleich  $R_3$** 



**Vergleich  $R_4$** **Messungenauigkeiten**

Wie in den Diagrammen zu erkennen ist, weichen die Messwerte nur sehr gering von den berechneten Werten ab.

Es ergibt es sich für jeden Widerstand eine charakteristische Gerade. Die kleinen Fehler rühren von einer gewissen Ungenauigkeit des Spannungsmessgeräts, sowie einem systematischen Fehler her.

### 3.3 Untersuchung eines komplizierten Netzwerks

**Aufgabe:** Messen Sie die Spannungen an allen Knoten in Abhängigkeit von  $U_{in,1} = 0 \dots 3V$  und tragen Sie die Ergebnisse in Messtabelle 4 ein. Erstellen Sie ein Diagramm für die Spannungen an allen Knoten in Abhängigkeit der Spannung  $U_{in,1} = 0 \dots 3V$ .

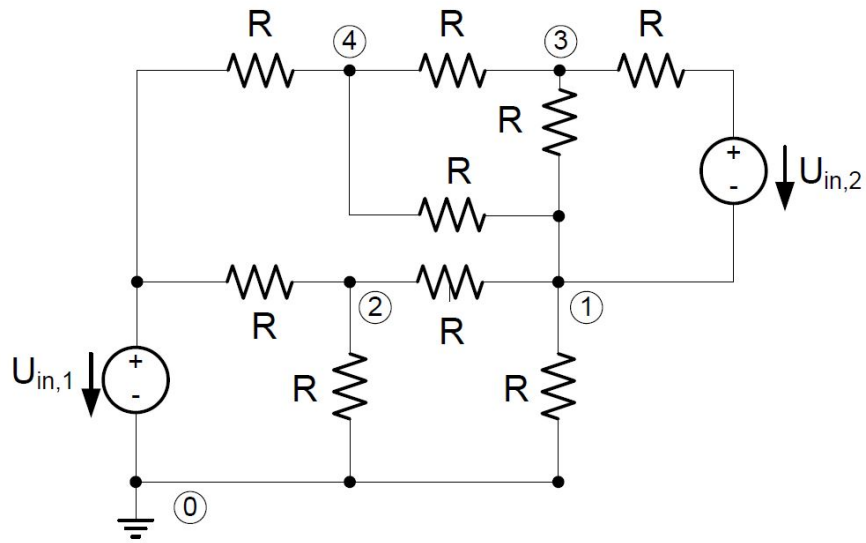


Abbildung 3.5: Schaltplan

Tabelle 3.4: Messtabelle für Versuch 3

$U_{in,1}$ V	$U_{1,mess}$ V	$U_{2,mess}$ V	$U_{3,mess}$ V	$U_{4,mess}$ V
0	-0.025	0.017	0.377	0.138
0.5	0.205	0.2407	0.847	0.4221
1	0.599	0.6047	0.930	0.762
1.5	0.671	0.711	1.127	1.077
2	1.462	1.169	1.950	1.756
2.5	1.223	1.188	1.610	1.894
3	1.238	1.711	1.773	2.071

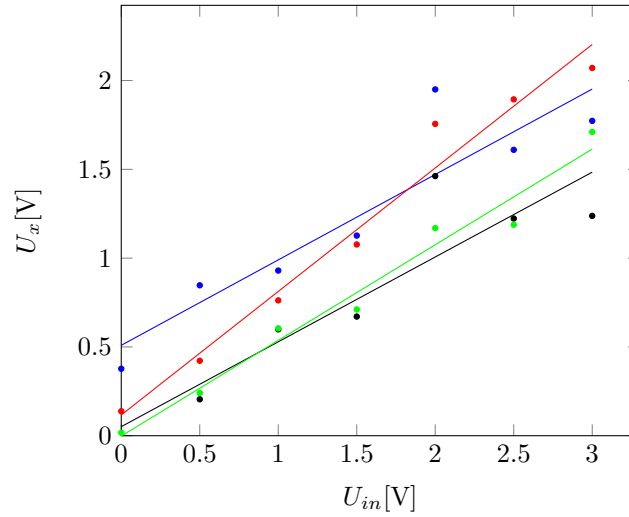
### 3.3.1 Diagramm der Knotenspannungen

$U_1$  in schwarz.

$U_2$  in grün.

$U_3$  in blau.

$U_4$  in rot.



### Messungenauigkeiten

Wie im Diagramm zu erkennen, verhalten sich die Kurven zwar generell linear, besitzen aber markante Abweichungen. Während des Versuchs ist aufgefallen, dass durch Wackeln an den Kabeln der Messgeräte sich die Messwerte signifikant beeinflussen ließen. Die Sprünge im Diagramm lassen sich also auf den mangelhaften Zustand der Kabel zurückführen. Wir haben einige, jedoch nicht alle Messungen wiederholen können. Zum Teil gab es stark unterschiedliche Ergebnisse bei ein und der selben Messung.

### 3.3.2 Knotenpotenzialanalyse mit Matlab

**Aufgabe:** Nun soll für dieses Netzwerk das in Abschnitt 2.2 aufgestellte KPV mit Hilfe von Matlab gelöst und mit den Ergebnissen der eben durchgeführten Messungen verglichen werden.

#### Matrix

$$\begin{bmatrix} -5G & G & 2G & G \\ G & -3G & 0 & 0 \\ 2G & 0 & -3G & G \\ G & 0 & G & -3G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3 \\ -I_2 \\ -I_3 \\ -I_1 \end{bmatrix}$$

## Lösung

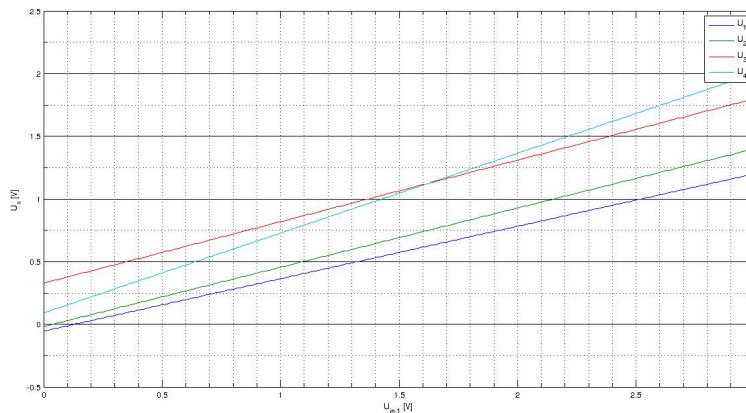


Abbildung 3.6: KPV\_plot mit MatLab

## Auswertung

Alle vier Potentiale Verhalten sich Linear. Die Steigung der Geraden repräsentiert das Spannungsteilerverhältniss zwischen  $U_{in}$  und des jeweiligen Potentials  $U_x$ . Da die Spannungsteilerverhältnisse jeweils unterschiedlich sind, besitzen die Geraden auch jeweils unterschiedliche Steigungen.

Beim Schnittpunkt zwischen  $U_3$  und  $U_4$  (bei ca. 1.6V) befinden sich beide Knoten auf dem selben Potential, d.h. es fließt kein Strom zwischen ihnen.

Das Offset der jeweiligen Kurven bei  $U_{in} = 0V$  kommt durch die zweite Spannungsquelle im Netzwerk, die eine konstanten Spannung von 1V liefert, zustande. Da die Knoten 1 und 2 am -Pol von  $U_{in2}$  angeschlossen sind, misst man mit  $U_{in1} = 0V$  hier ein negatives Potential, während  $U_3$  und  $U_4$  auf einem positiven Potential liegen.

Das Diagramm für die Messwerte verhält sich leider auf den ersten Blick nicht so, wie das berechnete. Durch die bereits oben geschilderten Messfehler und Probleme, sind zum Teil deutliche Sprünge und Abweichungen vom linearen Verlauf zu erkennen. In Diagramm 3.3.1 wurden die Messwerte durch Geraden angenähert. Hier ist nun, wie im berechneten Bild, der Schnittpunkt zwischen  $U_3$  und  $U_4$  gut zu erkennen, wenn auch etwas nach rechts verschoben (bei ca. 1.8V). Ein weiterer Schnittpunkt zwischen  $U_1$  und  $U_2$ , der im berechneten Diagramm nicht zu sehen ist, ist ebenfalls den Messfehlern geschuldet.

### 3.4 Aufbau einer Messbrücke nach Wheatstone

**Aufgabe:** Kann mit diesem Messaufbau jeder Widerstand gemessen werden? Falls dies nicht der Fall ist, wie muss der Messaufbau verändert werden, damit die restlichen Widerstände gemessen werden können?

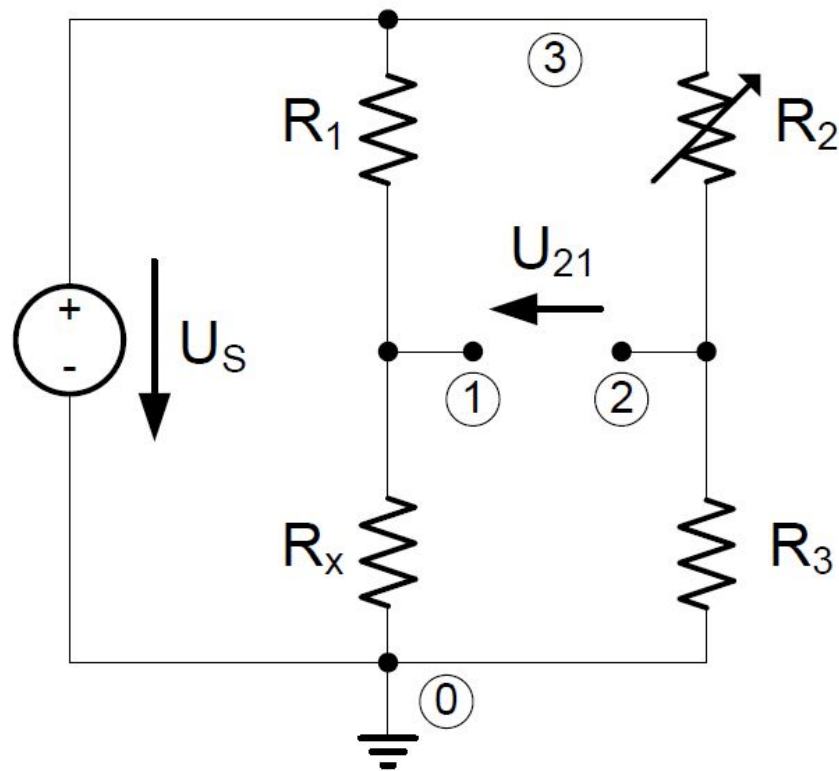


Abbildung 3.7: Messbrücke nach Wheatstone

#### 3.4.1 Vorgehensweise

Der Widerstand des Potentiometers wird so lange verändert, bis die Spannung zwischen beiden Spannungsteilern genau null Volt beträgt. Der gesuchte Widerstand  $R_x$  lässt sich dann wie folgt berechnen:

$$R_x = \frac{R_1 R_3}{R_{poti}}$$

Verwendet wurden folgende Widerstände:

$$\begin{aligned} R_1 &= 100\Omega \\ R_3 &= 1\text{k}\Omega \end{aligned}$$

### 3.4.2 Widerstand 1

$$\begin{aligned} R_{poti} &= 146.5\Omega \\ \Rightarrow R_x &= 682.6\Omega \\ R_{mitMultimeter} &= 678\Omega \\ R_{tatsaechlich} &= 680\Omega \\ \rho_{Wheatstone} &= 0.30\% \end{aligned}$$

### 3.4.3 Widerstand 2

$$\begin{aligned} R_{poti} &= 452.6\Omega \\ \Rightarrow R_x &= 220.9\Omega \\ R_{mitMultimeter} &= 219.7\Omega \\ R_{tatsaechlich} &= 220\Omega \\ \rho_{Wheatstone} &= 0.41\% \end{aligned}$$

### 3.4.4 Widerstand 3

$$\begin{aligned} R_{poti} &= 211.8\Omega \\ \Rightarrow R_x &= 472.1\Omega \\ R_{mitMultimeter} &= 469.0\Omega \\ R_{tatsaechlich} &= 470\Omega \\ \rho_{Wheatstone} &= 0.45\% \end{aligned}$$

### Messungenauigkeiten

Der relative Fehler der Messung nach Wheatstone zum offiziellen Widerstandswert ist verschwindend gering. Der Fehler kommt durch die Ungenauigkeit des Spannungsmessgeräts, des Potentiometers und durch die Abweichung des Widerstands an sich zustande.

### 3.4.5 Einschränkungen

$R_1$ ,  $R_2$  und  $R_3$  müssen so gewählt werden, dass  $I_L$  auch tatsächlich auf 0A gebracht werden kann.

Ist  $R_x$  beispielsweise zu groß für die gewählten Widerstände  $R_1$  und  $R_3$ , muss man mit dem Potentiometer sehr kleine Widerstandswerte (da das Potentiometer einen Bereich von  $0\Omega$  bis  $1\Omega$  darstellen kann, eignet es sich nicht für Widerstände unter  $1\Omega$ ) einstellen was zu Messungenauigkeiten führen kann.

Es sollte gelten:

$$\frac{R_1 \cdot R_3}{R_x} \gg 1$$

damit mit dem Potentiometer keine kleinen Widerstände eingestellt werden müssen.

Außerdem sollte  $R_1$  in der Größenordnung von  $R_x$  sein, damit auf der rechten Seite ein Spannungsteiler aus zwei großen Widerständen ist und auf der linken Seite vergleichsweise dazu zwei kleine Widerstände. Dadurch muss das Potentiometer auf einen großen Wert eingestellt werden und Messungenauigkeiten fallen nicht so sehr ins Gewicht. Um sehr große Widerstände zu messen, sollte man  $R_1$  und  $R_3$  nach oben genannter Abschätzung wählen, sodass  $R_1 \cdot R_3 \gg R_x$  gilt. Für kleine Widerstände  $R_x$  sollten  $R_1$  und  $R_3$  kleiner gewählt werden, sodass das Potentiometer nicht auf einen Wert außerhalb seiner Reichweite eingestellt werden muss.