Grundpraktikum der Elektrotechnik

Versuch 3: Transformieren und Telefonieren mit Fourier

Institut für Mikroelektronik
Universität Ulm

ulm university universität uulm

v 3

Grundpraktikum Elektrotechnik

Versuch 3: Transformieren und Telefonieren mit Fourier

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **2**

2 Grundlagen **3**

2.1 Signaleigenschaften und Signalklassifikation . . . 3

2.2 Transformation in den Frequenzbereich . . . 8

2.3 Telefonieren mit dem Mehrfrequenzwahlverfahren (MFV) . . . 14

3 Vorbereitende Aufgaben **16**

3.1 Signaleigenschaften und Signalklassifikation . . . 16

3.2 Transformation in den Frequenzbereich . . . 17

3.3 Mehrfrequenzwahlverfahren . . . 18

4 Versuchsdurchführung **20**

4.1 Messung harmonischer Signale . . . 22

4.2 Messung periodischer Signale . . . 23

4.3 Mehrfrequenzwahlverfahren . . . 24

4.4 Evaluation . . . 26

1 Einleitung

Wir nutzen die Fourier Transformation täglich, meist jedoch ohne es zu bemerken. Handys, Festplatten, DVDs sind nur einige Anwendungsbeispiele. Dieser Praktikumsversuch beschäftigt sich mit den grundlegenden Ideen und Prinzipien dieser Transformation und deren Anwendung am Beispiel des Mehrfrequenzwahlverfahrens (MFV).

Allgemeiner Hinweis: Diese Anleitung bietet eine gute Zusammenfassung der erforderlichen Kenntnisse für die erfolgreiche Durchführung dieses Versuchs. Scheuen Sie sich jedoch nicht zusätzlich auf weitere Hilfsmittel (Skripte, Bücher, Internet,...) zurückzugreifen, falls diese Versuchsanleitung für das Verständnis der behandelten Inhalte nicht ausreichen sollte. Arbeiten Sie insbesondere auch den Versuchsteil „Durchführung“ vor dem eigentlichen Versuchstag genauestens durch!

2 Grundlagen

Die Darstellung des Spektrums ist ein grundlegendes Hilfsmittel zur Beschreibung analoger und digitaler Signale. Es zeigt die frequenzmäßige oder spektrale Zusammensetzung eines Signals.

Im Gegensatz zum ursprünglichen Zeit- oder Originalbereich ist das Spektrum eine Signaldarstellung im Frequenz- oder Bildbereich. Diese beiden Darstellungsformen sind durch eine umkehrbar eindeutige Abbildung ineinander überführbar.

Diese Umkehrbarkeit bedeutet, dass sich durch diese so genannte „Transformation in den Frequenzbereich“ der Informationsgehalt eines Signals nicht ändert. Das Signal wird nur anders dargestellt. Grundsätzlich gibt es verschiedene solcher Transformationen. Dieser Versuch behandelt die Fourier Transformation, die eine der wichtigsten Transformationen der Elektrotechnik darstellt. Wie bereits erwähnt werden die Transformationen stets an Signalen durchgeführt. Daher werden wir uns zunächst mit einigen Signaleigenschaften und Möglichkeiten zur Klassifizierung beschäftigen bevor wir uns die Transformation an sich genauer ansehen.

2.1 Signaleigenschaften und Signalklassifikation

Es ist naheliegend, dass sich Signale anhand ihres Zeitverlaufs unterscheiden können. Daher betrachten wir zunächst die Unterteilung anhand des Zeitverlaufs. Abbildung 1 stellt eine Übersicht über die in diesem Praktikum gemachten Unterscheidungen dar.

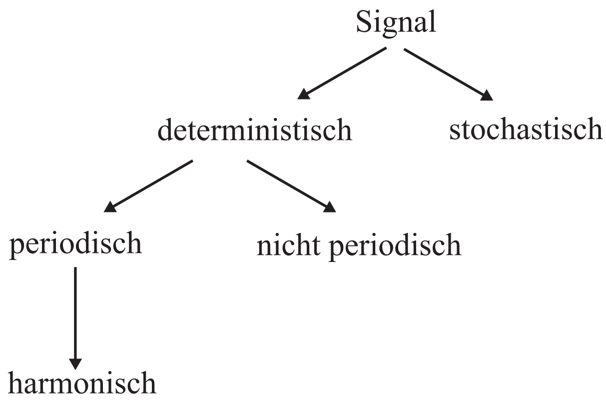


Abbildung 1: Unterteilung der Signale anhand des Zeitverlaufs.

2.1.1 Deterministische Signale

Wir können deterministische Signale und Ereignisse für alle Zeiten (Vergangenheit, Gegenwart, Zukunft) durch analytische Ausdrücke wie zum Beispiel eine mathematische Formel beschreiben. Sie sind damit auch für beliebige Zeiten voraussagbar und können beliebig oft identisch reproduziert werden.

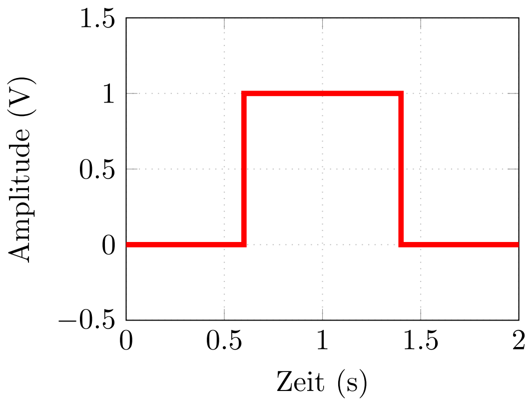
Abbildung 2a zeigt den Signalverlauf eines deterministischen Signals. Für $0.6\,\mathrm{s} < t < 1.4\,\mathrm{s}$ ist $x_1(t) = 1\,\mathrm{V}$ sonst $0\,\mathrm{V}$. Damit ist das Signal $x_1(t)$ für alle Zeitpunkte t festgelegt. Eine solche Beschreibung von $x_1(t)$ nennt man eine Darstellung im Zeitbereich, weil t die unabhängige Variable ist.

Deterministische Signale und Ereignisse sind normalerweise leicht zu erzeugen, einfach zu identifizieren und problemlos zu messen. Daher werden sie häufig in der Messtechnik und in der Systemanalyse verwendet.

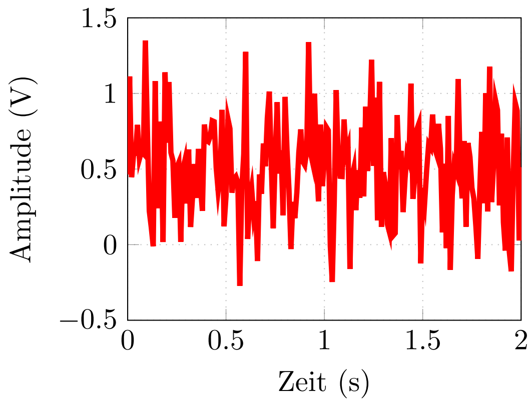
2.1.2 Stochastische Signale = Zufallssignale

Zufällige Signale (Zufallsvariable, Zufallsgröße, Rauschsignal) lassen sich als solche nicht in geschlossener Form darstellen. Sie weisen einen nicht vorhersagbaren Verlauf auf. Dies erschwert ihre Beschreibung.

Zufallssignale können einerseits Nutzsignale sein, deren Information in ihrem dem Empfänger noch unbekannten Verlauf enthalten ist, sie können andererseits Störsignale sein, wie beispielsweise das nicht determinierte Rauschen eines Widerstandes, eines Verstärkers oder einer Antenne. Abbildung 2b zeigt ein Beispiel eines stochastischen Signals $x_2(t)$.



(a) Beispiel deterministisches Signal $x_1(t)$.



(b) Beispiel stochastisches Signal $x_2(t)$.

Abbildung 2: Veranschaulichung verschiedener Signaltypen.

2.1.3 Periodische Signale

Ein periodisches Signal $x(t)$ verläuft mit der Zeit so, dass ein beliebig geformter Vorgang sich endlos und vollständig wiederholt. Die (Zeit-)Periode T gibt an wie viel Zeit ein solcher Vorgang benötigt bis er von neuem beginnt. Damit ist jedes periodische Signal deterministisch.

Definition: Periodizitätsbedingung

$$x(t) = x(t + kT) \qquad \text{für } k \in \mathbb{Z} \text{ und } T \text{ konstant,} \tag{1}$$

das heißt, das Signal $x(t)$ und das dagegen um die Zeitperiode T verschobene Signal $x(t + kT)$ sind deckungsgleich. Dies wird in Abbildung 3 am Beispiel des periodischen Signals $x_3(t)$ verdeutlicht.

Der Reziprokwert der Zeitperiode T führt auf die (Grund-) Frequenz f_p, die angibt wie oft sich der Vorgang pro Zeiteinheit wiederholt.

Definition: Frequenz

$$f_\mathrm{p} = \frac{1}{T} \quad [\mathrm{Hz}] \tag{2}$$

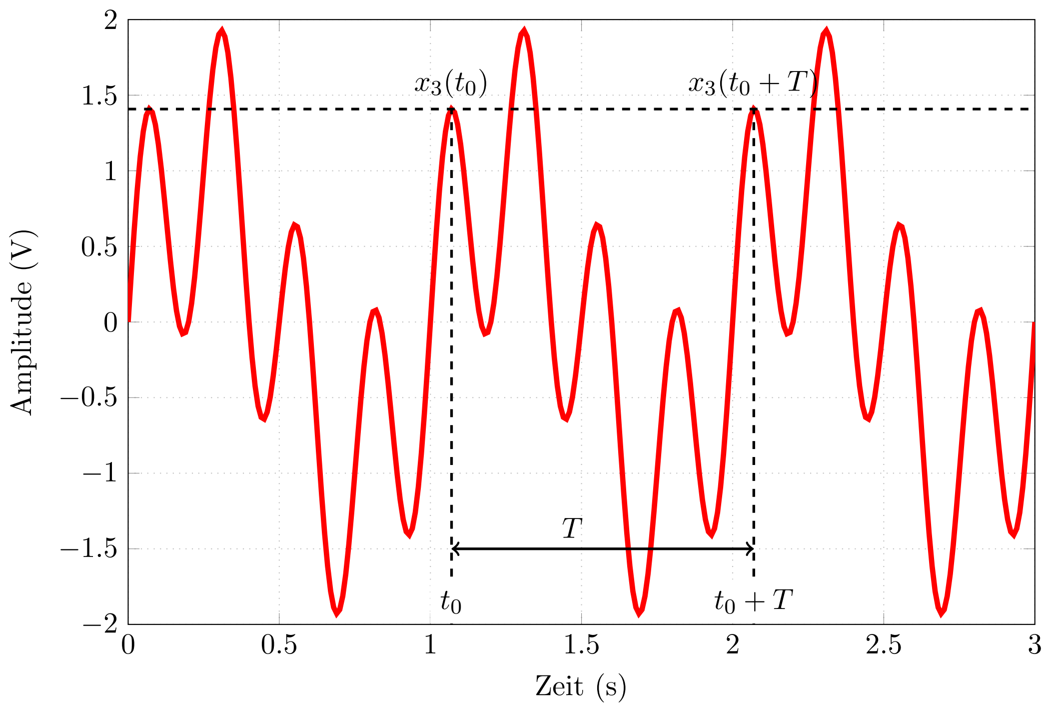


Abbildung 3: Ausschnitt des periodischen Signals $x_3(t)$.

Jedes periodische Signal setzt sich aus endlich oder unendlich vielen sinus- bzw. consiusförmigen Teilsignalen zusammen. Diese Eigenschaft werden wir in Abschnitt 2.2.1 ausnutzen.

2.1.4 Nichtperiodische Signale

Nichtperiodische Signale sind alle deterministischen, zeitlich nicht begrenzten Signale, die die Periodizitätsbedingung nicht erfüllen. Zu den nichtperiodischen Signalen gehören beispielsweise abklingende Schwingungen oder die Sprungfunktion.

2.1.5 Harmonische Signale

Die harmonischen Signale $\sin(2\pi f t)$ und $\cos(2\pi f t)$ sind ein Spezialfall der periodischen Signale. Sie stellen die Basissignale der Elektrotechnik dar und werden in vielfältiger Weise erzeugt und verwendet. In den meisten Fällen handelt es sich um Zeitsignale unterschiedlicher Frequenz. Ihr Verlauf lässt sich gemäß (3a) darstellen. Hier wurde die Darstellung mit Cosinus Funktion gewählt. Die Sinus Darstellung ist jedoch äquivalent.

Darstellung harmonischer Signale mittels Cosinus Funktion

$$x(t) = \hat{x}\cos(\phi(t) + \phi_0) \tag{3a}$$

$$\text{mit} \quad \phi(t) = 2\pi f_\mathrm{p} t = \frac{2\pi}{T} t \tag{3b}$$

$$\text{und} \quad \phi_0 = 2\pi f_\mathrm{p} \Delta t = \frac{2\pi}{T} \Delta t \tag{3c}$$

$x(t)$ steht dabei allgemein für Signal. Es kann sich dabei um eine Spannung $u(t)$, einen Strom $i(t)$ oder eine Leistung $p(t)$ handeln. Die einzelnen zeitabhängigen Werte $x(t)$ heißen **Augenblickswerte** oder **Momentanwerte**.

$\hat{x}$ entspricht dem Maximalwert, den das Signal annehmen kann und wird als **Scheitelwert** oder **Amplitude** bezeichnet.

Der Zusammenhang zwischen **Periodendauer** $\boldsymbol{T}$ und **Frequenz** $\boldsymbol{f}$ wurde bereit in (2) eingeführt. In Abbildung 4 ist die Periodendauer exemplarisch eingezeichnet. Im Spezialfall der harmonischen Signale entspricht die Periodendauer dem zeitlichen Abstand zwischen zwei gleichen, einander nächstliegenden Funktionswerten gleicher Steigung der Cosinus Kurve.

Die Frequenz entspricht dem Kehrwert der Periodendauer, d.h. der Anzahl der Perioden pro Zeiteinheit. Sie kann damit durch einfaches „abzählen“ der Nulldurchgänge pro Zeitintervall bestimmt werden. Das sogenannte Gleichsignal $x(t) = \text{const.}$ als zeitlich konstantes Signal ist ein Spezialfall des harmonischen Signals. Es besitzt die Periodendauer unendlich beziehungsweise die Frequenz Null.

Der **Nullphasenwinkel** $\boldsymbol{\phi_0}$ legt den Anfangswert des Signals zum Zeitpunkt $t = 0$ fest. Er wird in der Elektrotechnik normalerweise in Grad angegeben.

Nimmt man an, dass Abbildung 4 durch Verschiebung aus einer cos-Funktion nach rechts entstanden ist, lässt sich der Nullphasenwinkel aus dem zeitlichen Abstand Δt des ersten Maximums vom Koordinatenursprung gemäß (3c) ermitteln.

Der Nullphasenwinkel weist in diesem Fall ein negatives Vorzeichen auf (nacheilend gegenüber dem ursprüglichen Signal). Bei einer Verschiebung nach links ergibt sich ein positiver Nullphasenwinkel (voreilend gegenüber dem ursprünglichen Signal).

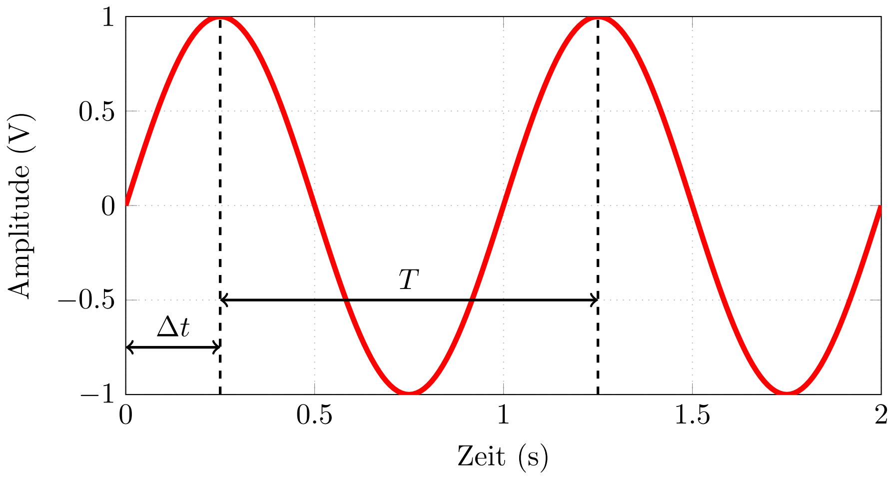


Abbildung 4: Ausschnitt des harmonischen Signals $x_4(t)$.

Vom mathematischen Standpunkt aus betrachtet, besitzen harmonische Funktionen eine Reihe überaus nützlicher Eigenschaften. Beispielsweise führen differenzieren und integrieren wieder zu harmonischen Signalen. Das heißt die Signalform bleibt erhalten.

Daraus folgt, dass die Form eines harmonischen Signals beim Durchgang durch lineare dynamische Systeme wie beispielsweise Hochpassfilter erhalten bleibt. Diese Eigenschaft wird in den Praktikumsversuchen 4 und 6 ausgenutzt werden.

Zur Charakterisierung elektrischer Signale werden drei weitere Bezeichnungen eingeführt. Diese sind in Abbildung 5 veranschaulicht.

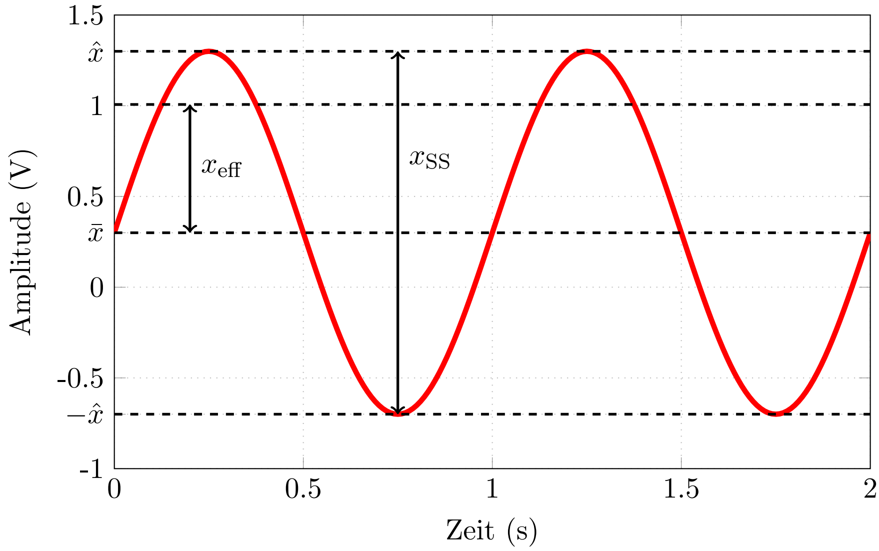


Abbildung 5: Ausschnitt des harmonischen elektrischen Signals $x_5(t)$.

Der arithmetische Mittelwert $\bar{x} = x_{\mathrm{DC}}$ über eine Periode bezeichnet man in der Elektrotechnik als **Gleichanteil** oder **DC-Anteil** eines Signals. Die allgemeingültige mathematische Beschreibung für periodische Signale lässt sich wie folgt angeben:

$$\bar{x} = x_{\mathrm{DC}} = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t)\mathrm{d}t \quad . \tag{4}$$

Bei harmonischen Signalen entspricht der Gleichanteil der Hilfsnullinie, auf die sich die Amplituden beziehen wie in Abbildung 5 dargestellt. In technischen Anwendungen z. B. bei einem Funktionsgenerator nennt man den DC-Anteil auch „Offset“.

Der **Spitze-Spitze Wert x_{SS}**, auch Peak to Peak Spannung genannt, gibt die Höhe der Auslenkung vom niedrigsten Wert bis zum höchsten Wert eines periodischen Vorgangs an und entspricht damit der Differenz zwischen positivem und negativem Maximalausschlag. Bei harmonischen Signalen entspricht der Spitze-Spitze Wert der doppelten Amplitude.

$$x_{\mathrm{SS}} = +\hat{x} - (-\hat{x}) \tag{5}$$

Unter dem **Effektivwert x_{eff}** versteht man den quadratischen Mittelwert einer zeitlich veränderlichen Größe. Er gibt den Wert einer Gleichgröße (Gleichstrom, Gleichspannung) an, die an einem ohmschen Widerstand während einer Periode dieselbe elektrische Energie umsetzt, wie die entsprechende Wechselgröße. Mathematisch gesehen ist der Effektivwert das Integral über das Quadrat einer Spannung bzw. eines Stroms über eine Periode und wird wie folgt berechnet:

$$x_{\mathrm{eff}} = \sqrt{\overline{x^2(t)}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t)\mathrm{d}t} \quad . \tag{6}$$

Der Effektivwert wird auch **RMS**-Wert (root mean square) genannt. Bei harmonischen Signalen ergibt er sich damit zu

$$x_{\mathrm{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{x} \quad . \tag{7}$$

2.2 Transformation in den Frequenzbereich

Wie im vorherigen Abschnitt deutlich wurde, ist die Bestimmung der Frequenz für harmonische Signale trivial. Damit gestaltet sich auch die Transformation in den Frequenzbereich als sehr einfach.

Wie sieht es nun jedoch bei komplizierteren Signalverläufen aus? Ein einfaches Beispiel ist dieser Ausschnitt aus einem Audiosignal, in Abbildung 6. Hier ist es nicht mehr ohne weiteres möglich, die Frequenz durch einfaches Abzählen der Nulldurchgänge zu bestimmen.

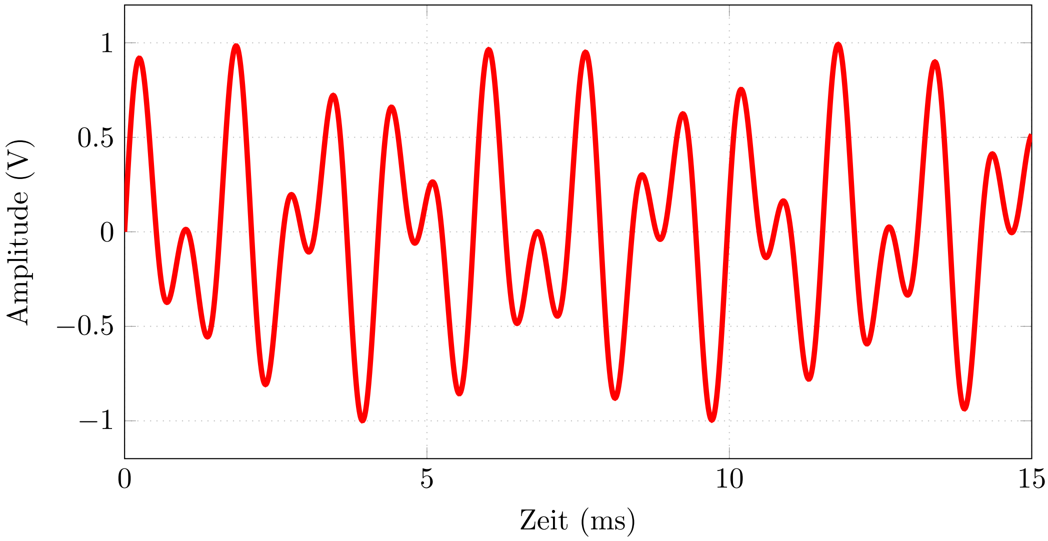


Abbildung 6: Ausschnitt aus einem Audiosignal.

Das menschliche Gehör zeigt uns wie dieses Problem gelöst werden kann. Ein Audiosignal kommt am Ohr als Schallwelle an. Diese wird durch das Trommelfell an das Innenohr weitergeleitet und erzeugt in der dortigen Flüssigkeit eine Druckwelle. Durch die Druckwelle werden, je nachdem welche Frequenzen im Audiosignal enthalten sind, unterschiedliche Haarzellen in Resonanz versetzt. Da bestimmte Haarzellen mit bestimmten Nervenfasern verbunden sind, bestimmt dies die Tonhöhe. Dadurch wird das Audiosignal in seine unterschiedlichen Frequenzanteile zerlegt und man kann hören ob es sich um einen hohen oder einen tiefen Ton oder um ein Gemisch aus mehreren Tönen handelt.

Die Lautstärke ergibt sich aus der Stärke des Schalldrucks und der davon abhängigen Stärke der Resonanz der Haarzellen. Statt einer Analyse im Zeitbereich wird das Signal folglich in seine einzelnen Frequenzkomponenten zerlegt. Das **eine** komplizierte Problem wird dadurch in **viele** einfach zu lösende Probleme überführt. Die Überlagerung der Einzellösungen ergibt schließlich die Gesamtlösung.

2.2.1 Fourier Reihe

Um diese Zerlegung in die einzelnen Frequenzkomponenten zu verstehen, betrachten wir zunächst den umgekehrten Weg. Dazu konstruieren wir ein periodisches Signal, welches bestimmte Frequenzanteile einer festgelegten Stärke enthält.

Wie bereits in Abschnitt 2.1.3 erwähnt wurde, können periodische Zeitfunktionen $x(t)$ als Überlagerung harmonischer Funktionen dargestellt werden. Damit lässt sich eine periodische Funktion in eine Reihe entwickeln.

Mit (1) lässt sich das periodische Signal $x(t)$ als endliche oder unendliche Reihe harmonischer Funktionen darstellen, deren Frequenzen f_k ganze Vielfache k der Frequenz $f_0 = \frac{1}{T}$ sind. Mathematisch lässt sich dieser Zusammenhang zwischen den einzelnen Frequenzen wie folgt dargestellt:

$$f_\mathrm{k} = k \cdot f_0 = k \cdot \frac{1}{T} \quad . \tag{8}$$

Der Ausdruck für die eigentliche Reihendarstellung des periodischen Signals $x(t)$ ist folgender:

$$x(t) = \frac{1}{2}A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_\mathrm{k} \cdot \cos(2\pi k f_0 \cdot t + \phi_\mathrm{k}) \quad . \tag{9}$$

Dabei ist $\frac{1}{2}A_0$ der **Signalteil bei der Frequenz 0**, A_k sind die **Amplituden** und ϕ_k die **Phasenwinkel der k-ten harmonischen Funktion** $x_\mathrm{k}(t)$. Diese Darstellung heißt **Fourier Reihe**.

Man erhält eine Darstellung im Frequenzbereich, indem man die Amplituden A_k über den Frequenzen $k \cdot f_0$ aufträgt. Die Frequenz dient folglich als unabhängige Variable.

Beispiel: Ziel ist es ein Signal mit Frequenzkomponenten bei $f_1 = 1\,\mathrm{Hz}$, $f_2 = 5\,\mathrm{Hz}$ und $f_3 = 10\,\mathrm{Hz}$ zu konstruieren, wobei alle 3 Komponenten „gleich stark“ enthalten sein sollen, d.h. $A_1 = A_2 = A_3 = 1\,\mathrm{V}$. Abbildung 7a zeigt die Darstellung dieses Zielsignals im Frequenzbereich. Mit (9) ergibt sich für das gesuchte Signal $x(t)$, wenn die Phasenwinkel ϕ_k zu Null angenommen werden:

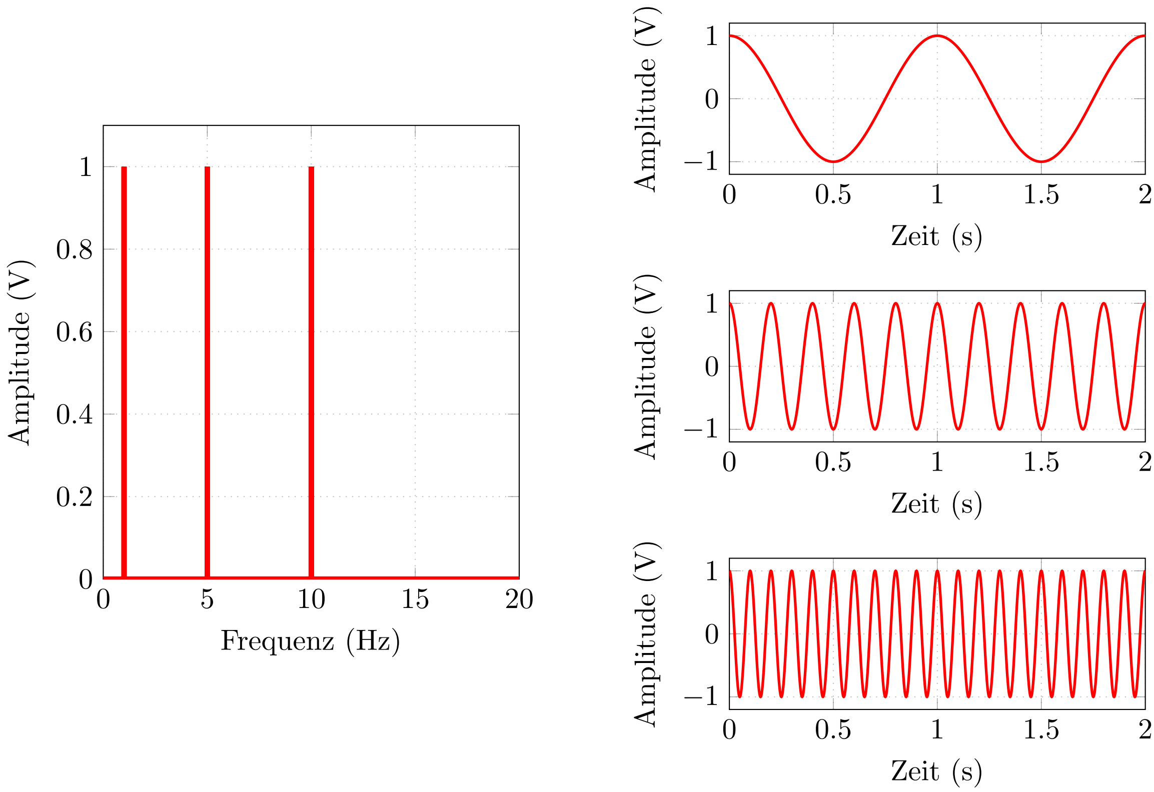
$$x(t) = 1\,\mathrm{V}\cos(2\pi \cdot 1\,\mathrm{Hz} \cdot t) + 1\,\mathrm{V}\cos(2\pi \cdot 5\,\mathrm{Hz} \cdot t) + 1\,\mathrm{V}\cos(2\pi \cdot 10\,\mathrm{Hz} \cdot t) \quad . \tag{10}$$

Abbildung 7b zeigt die einzelnen Signalkomponenten im Zeitbereich, während das Summensignal $x(t)$ in Abbildung 8 dargestellt ist.

Bei der Zerlegung eines periodischen Zeitsignals in seine Frequenzkomponenten wird genau wie im vorherigen Beispiel einer Konstruktion eines solchen Signals die Tatsache ausgenutzt, dass sich periodische Signale als Summe harmonischer Signale darstellen lassen. Im Zeitbereich kann dies durch (9) beschrieben werden.

Im Frequenzbereich gilt ein ähnlicher Zusammenhang. Anschaulich kann dies folgendermaßen erklärt werden. Der Übergang vom Zeit in den Frequenzbereich ist eine lineare Abbildung. Nach den Sätzen der Mathematik bleibt damit eine Summe im Zeitbereich auch im Frequenzbereich als Summe erhalten.

Da jedes einzelne harmonische Signal nur aus einer einzigen Frequenzkomponente besteht, setzt sich das periodische Signal im Frequenzbereich aus der Summe der Frequenzen aller harmonischen Signale zusammen. Aus (8) und (9) wird ersichtlich, dass ein periodisches Signal nur Frequenzkomponenten enthält, die vielfache der Grundfrequenz $1/T$ sind. Beim Spektrum eines periodischen Signals handelt es sich also um ein diskretes Linienspektrum.



(a) Zielsignal im Frequenzbereich.

(b) Einzelnen Signalkomponenten der Reihendarstellung.

Abbildung 7: Beispiel zur Signalsynthese.

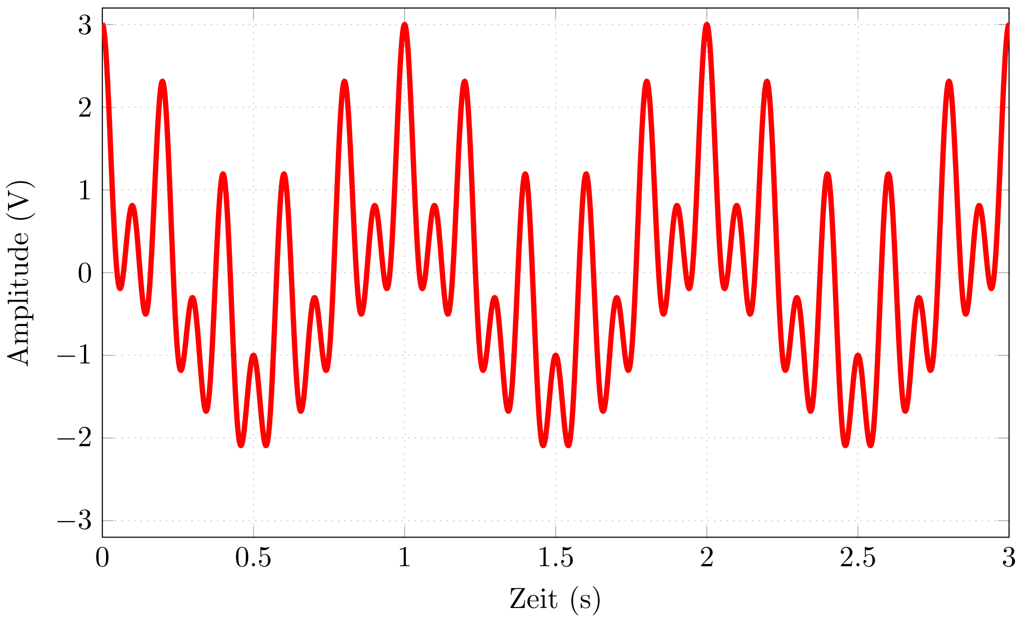


Abbildung 8: Zeitbereichsdarstellung des konstruierten Signals.

Es geht nun darum das Summensignal zu zerlegen und herauszufinden, welche Harmonische wie stark enthalten ist. Dazu wählen wir eine andere Darstellungsmöglichkeit für (9). Diese erhält man mit Hilfe der Eulerschen Formel $\cos(\alpha) = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha} + \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha})$:

$$
\begin{aligned}
x(t) &= \frac{1}{2}A_0 + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty} A_\mathrm{k}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi k f_0 t + \phi_\mathrm{k})} + \mathrm{e}^{-\mathrm{j}(2\pi k f_0 t + \phi_\mathrm{k})}\right) && (11)\\
&= \sum_{-\infty}^{k=\infty} \frac{1}{2}A_\mathrm{k}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi k f_0 t + \phi_\mathrm{k})} && (12)\\
&= \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}A_\mathrm{k}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_\mathrm{k}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi k f_0 t} && (13)\\
&= \sum_{-\infty}^{\infty} X_\mathrm{k}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi k f_0 t}. && (14)
\end{aligned}
$$

Der Ausdruck aus (14) heißt komplexe Fourier Reihe. Hier ist X_k ein komplexer Koeffizient, der die Amplitude $\frac{A_\mathrm{k}}{2}$ der k-ten Harmonischen und den zugehörigen Phasenwinkel ϕ_k in einer komplexen Zahl zusammenfasst. Die Gesamtheit der X_k für $k = -\infty ... +\infty$ nennt man das zweiseitige Amplitudenspektrum $X(f)$ der periodischen Zeitfunktion $x(t)$.

Als Funktion der Frequenz ist es nur an den Stellen $f = k \cdot f_0 = k \cdot \frac{1}{T}$ definiert. Bei der Entwicklung einer periodischen Funktion in eine Fourier Reihe erhält man, wie bereits zuvor deutlich wurde, im Frequenzbereich eine **Darstellung mit diskreten Werten**.

Die Fourier Koeffizienten X_k erhält man durch Umkehrung von (14). Dabei geht die Summe aufgrund der kontinuierlichen Darstellung im Zeitbereich in ein Integral über. Entsprechend der Anweisung zur Erstellung einer Fourier Reihe ergeben sich die Fourier Koeffizienten damit zu:

$$X_\mathrm{k}(k \cdot f_0) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi k f_0 t}\,\mathrm{d}t. \tag{15}$$

Wird die Berechnung des Spektrums digital per Software, mittels eines Spektrumanalysers oder über die in einem Oszilloskop implementieren Funktionen durchgeführt, stehen zur Berechnung nur eine endliche Anzahl an Werten zur Verfügung. Das bedeutet, die Bestimmung des Spektrums erfolgt in diskreter Form. Die verwendete Software bietet für die Transformation in den Frequenzbereich eine Routine an, die **FFT** (Fast Fourier Transformation) genannt wird. Zur Transformation des Signals in den Frequenzbereich wird also (15) gelöst. Der umgekehrte Weg erfolgt über die Berechnung von (14).

Damit können wir nun zu unserem ursprünglichen Problem zurückkehren und das Audiosignal in den Frequenzbereich transformieren um die darin enthaltenen Frequenzen zu bestimmen. In diesem Praktikum überlassen wir das Lösen der beiden Gleichungen dem Oszilloskop oder dem PC. Dazu nutzen wir MATLAB, ein mächtiges Software Tool zur Lösung mathematischer Probleme und zur grafischen Darstellung der Ergebnisse.

Eine gute Einführung in die Syntax wird im MATLAB Primer der Universität Aachen gegeben. Dieser ist auf der Internetseite zum Praktikum bereitgestellt. Um das Praktikum durchführen zu können empfiehlt es sich vor der Durchführung des Versuchs mit den wichtigsten Grundlagen vertraut zu machen.

2.2.2 Logarithmische Größen

Die Spektren von Signalen werden häufig nicht in einer absoluten Angabe der Spannung oder Leistung dargestellt sondern als logarithmische Größe in Dezibel (dB). Die Angabe in Dezibel hat den Vorteil, dass in einfacher Weise ein Signal über mehrere Dekaden dargestellt werden kann, was in absoluten Größen so nicht möglich ist. Zu beachten ist, dass es sich bei logarithmischen Größenangaben immer um das Verhältnis zweier absoluten Größen handelt. Um einen einzelnen Spannungs- oder Leistungspegel in einer logarithmischen Größe angeben zu können muss immer eine Bezugsgröße angegeben werden. Als Bezugsgröße für Spannungen wird typischerweise 1 µV oder 1 V verwendet, für Leistungen 1 mW oder 1 W. Die resultierenden logarithmischen Größen werden dann mit dBu, dBV, dBm oder dBW bezeichnet.

Für die Umrechnung zwischen absoluten und logarithmischen Größen ist außerdem zu beachten, ob es sich um eine Spannung (Strom) oder um eine Leistung handelt. In Gleichungen (16) und (17) ist die Umrechnung gezeigt.

Spannung (Strom): Leistung:

$$U_{\mathrm{dB}} = 20\,\mathrm{dB} \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{\mathrm{abs},2}}{U_{\mathrm{abs},1}}\right) \qquad P_{\mathrm{dB}} = 10\,\mathrm{dB} \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{\mathrm{abs},2}}{P_{\mathrm{abs},1}}\right) \tag{16}$$

$$\frac{U_{\mathrm{abs},2}}{U_{\mathrm{abs},1}} = 10^{\frac{U_{\mathrm{dB}}}{20\,\mathrm{dB}}} \qquad \frac{P_{\mathrm{abs},2}}{P_{\mathrm{abs},1}} = 10^{\frac{P_{\mathrm{dB}}}{10\,\mathrm{dB}}} \tag{17}$$

Der Grund für die beiden unterschiedliche Faktoren 10 dB und 20 dB lässt sich einfach zeigen. Für die elektrische Leistung gilt:

$$P = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R. \tag{18}$$

Außerdem gilt das Logarithmusgesetz

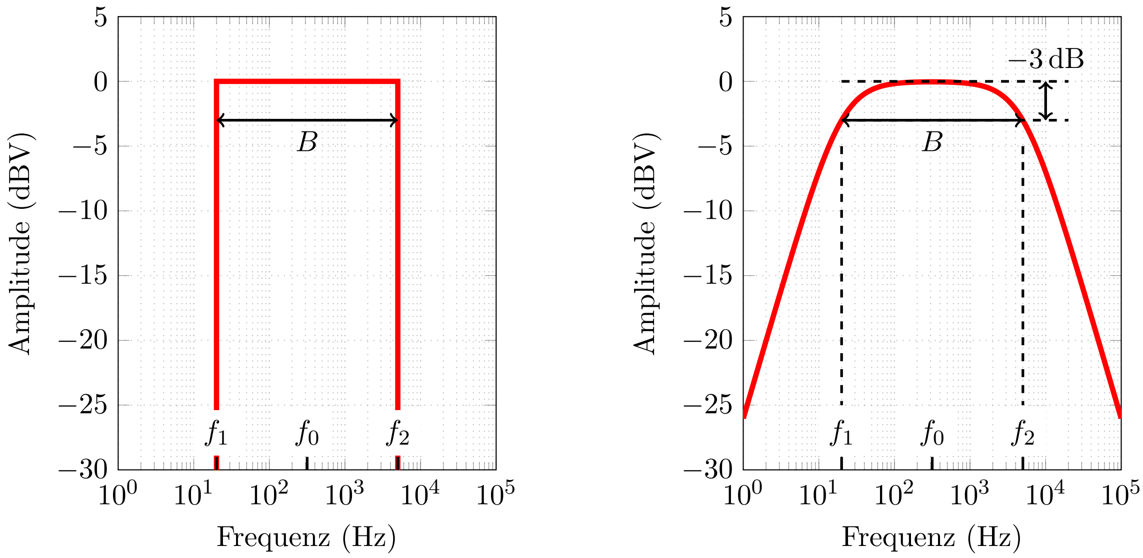
$$\log(x^y) = y \cdot \log(x). \tag{19}$$

Einsetzten von (18) in (19) liefert den um zwei größeren Vorfaktor bei der Berechnung mit Spannungen (Strömen) gegenüber der Berechnung mit Leistungen.

2.2.3 Bandbreite

Zur Angabe der „Breite“ oder „Ausdehnung“ eines Spektrums verwendet man den Begriff **Bandbreite B**. Sie ist definiert als Differenz der **oberen Grenzfrequenz f_2** und der **unteren Grenzfrequenz f_1** eines Signals oder Systems. Das geometrische Mittel dieser beiden Frequenzen ist die **Mittenfrequenz f_0**. In Abbildung 9 ist diese dargestellt.

Die Definition der Grenzfrequenzen bestimmt direkt den Frequenzbereich der Signalbandbreite. Idealer Weise bezieht sich die Signalbandbreite auf den Frequenzbereich, in dem das Signal eine Amplitude ungleich Null besitzt. Damit sind die Grenzfrequenzen als diejenigen Frequenzen definiert, oberhalb bzw. unterhalb derer die Amplitude Null ist. Abbildung 9a veranschaulicht diese ideale Definition. Hier ist zu beachten, dass in diesem Diagramm die Amplitude logarithmisch in dBV aufgetragen ist. Der Wert Null für die Amplitude entspricht hier deshalb dem Wert minus unendlich in dBV.



(a) Bandbreite nach idealer Definition.

(b) 3 dB Bandbreite.

Abbildung 9: Darstellung der Bandbreite eines nicht-periodischen Signals.

Da dieser Frequenzbereich einer Signalamplitude ungleich Null in der Realität sehr groß oder sogar unendlich ist, wird diese Definition üblicherweise weicher formuliert. Statt dessen wird die Bandbreite als Frequenzbereich definiert innerhalb dessen die Signalamplitude oberhalb eines gewissen Grenzwertes relativ zu seinem Maximalwert liegt.

Die am häufigsten verwendete Definition der Bandbreite bezieht sich auf die **−3 dB Bandbreite**. Bei $f_{-3\,\mathrm{dB}}$ ist die Spannung relativ zu ihrem Maximum um 3 dB abgesunken. Dies entspricht einem Faktor von $10^{\frac{-3\,\mathrm{dB}}{20\,\mathrm{dB}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$ des Maximums. Wird allerdings die Leistung gemessen, dann entsprechen −3 dB einem Faktor von $10^{\frac{-3\,\mathrm{dB}}{10\,\mathrm{dB}}} = 0.5$ des Maximums. Wie in Gleichung (18) gezeigt, hängt die Leistung quadratisch von der Spannung ab. Dies ist auch aus beiden unterschiedlichen Faktoren der −3 dB-Bandbreite ersichtlich: $0.5 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$.

2.2.4 Auflösung der FFT

Aus der diskreten Fourier Transformation, wie sie in Kapitel 2.2.1 hergeleitet wurde, ergibt sich wie bereits erwähnt ein Linienspektrum. In der Praxis steht man oft vor dem Problem, dass man zwei beliebig dicht beieinanderliegende Frequenzkomponenten eines Signals noch als zwei einzelne Komponenten erkennen möchte. Dazu muss die Auflösung der FFT erhöht werden. Anders ausgedrückt, der kleinste darstellbare Frequenzschritt zwischen den einzelnen Linien muss vergrößert werden.

Um dies zu verstehen sind zunächst einige weitere Definitionen nötig.

- **N:** Anzahl vom Messsystem während eines Zeitintervalls T_{Messung} aufgenommener Messpunkte
- **Abtastrate f_A:** Frequenz mit der die Messpunkte aufgezeichnet wurden. Dabei werden in gewissen, dem Reziprokwert der Abtastfrequenz entsprechenden Zeitab-

ständen Momentaufnahmen des Signalverlaufs in digitaler Form festgehalten. Das heißt das Messsignal wird zu bestimmten Zeiten als digitaler Wert (das heißt mit diskreter Amplitude) gespeichert. Bei einer höheren Abtastrate erfolgen mehr solcher Momentaufnahmen pro Zeitintervall.

Bei einer Abtastfrequenz f_{A} beträgt die höchste darstellbare Frequenz $0.5 \cdot f_{\mathrm{A}}$ (Dies soll an dieser Stelle akzeptiert, jedoch nicht weiter erklärt werden; in der Vorlesung „Signale und Systeme“ im dritten Semester wird darauf näher eingegangen).

Mit einer Anzahl von N Messpunkten lassen sich im Bereich von 0 Hz bis $0.5 \cdot f_{\mathrm{A}}$ genau $N/2$ äquidistante Spektrallinien berechnen. Der Abstand der einzelnen Linien beträgt demnach f_{A}/N oder $1/NT$. Dabei ist $T = 1/f_{\mathrm{A}}$ das Abtastintervall. In dieser Darstellung entspricht NT der Länge des Messintervalls T_{Messung}. Somit ergibt sich ein einfacher Zusammenhang zwischen der Beobachtungszeit und der spektralen Auflösung:

$$\textbf{Frequenzauflösung=1/Messintervall} \tag{20}$$

Aus der in (20) angegebenen Beziehung wird deutlich, dass es bei konstantem N nicht gleichzeitig möglich ist eine hohe Auflösung in Zeit und Frequenz zu erhalten.

Entweder man betrachtet einen kleinen Ausschnitt aus dem Zeitsignal, beispielsweise eine Periode, und erhält damit eine hohe zeitliche Auflösung, oder man betrachtet einen großes Zeitintervall um eine hohe Frequenzauflösung zu erhalten. Im zweiten Fall kann man den genauen zeitlichen Signalverlauf jedoch nicht mehr genau erkennen.

2.3 Telefonieren mit dem Mehrfrequenzwahlverfahren (MFV)

Das Mehrfrequenzwahlverfahren ist ein Beispiel der täglichen Verwendung der Fourier Transformation. Bei der analogen Telefontechnik ist das Mehrfrequenzwahlverfahren (auch Tonwahlverfahren) die heute gebräuchliche Wähltechnik. Sie ist im englischen Sprachraum auch unter DTMF (Dual-tone multi-frequency) oder Touch Tone bekannt.

Beim Mehrfrequenzwahlverfahren, das mit den Tastentelefonen aufkam, sendet jede Taste ein bestimmtes Tonsignal, welches durch die Überlagerung zweier Sinussignale unterschiedlicher Frequenzen repräsentiert wird. Auf der analogen Anschlussleitung des Telefons stellen die gewählten Ziffernfolgen bzw. Tastenkombinationen Wählsignale dar. Dieses Wählsignal wird von der Vermittlungsstelle erkannt und die entsprechende Leitung wird zum Aufbau der Verbindung geschaltet. Das Mehrfrequenzwahlverfahren wird auch für die Fernabfrage von Anrufbeantwortern oder die Steuerung von Telefoncomputern in Call-Centern oder bei Informationsdiensten benutzt.

Mit der Einführung der Tastentelefone wurde auch das heute bekannte Tastenlayout eingeführt. Aus der Position der Tasten ergeben sich die beiden Frequenzen. Abbildung 10 zeigt die Frequenzbelegung. Dabei repräsentiert jede Zeile einen tiefen und jede Spalte einen hohen Ton.

Wenn beispielsweise die Taste „2“ gewählt wird ergibt sich das Tonsignal aus einer Überlagerung zweier harmonischer Schwingungen mit den Frequenzen 697 Hz und 1336 HZ. Dies kann ausgedrückt werden als

$$\begin{aligned} x(t) &= \cos(2\pi f_{\mathrm{vertikal}} \cdot t) + \cos(2\pi f_{\mathrm{horizontal}} \cdot t) && (21) \\ &= \cos(2\pi \cdot 697\,\mathrm{Hz} \cdot t) + \cos(2\pi \cdot 1336\,\mathrm{Hz} \cdot t) && (22) \end{aligned}$$

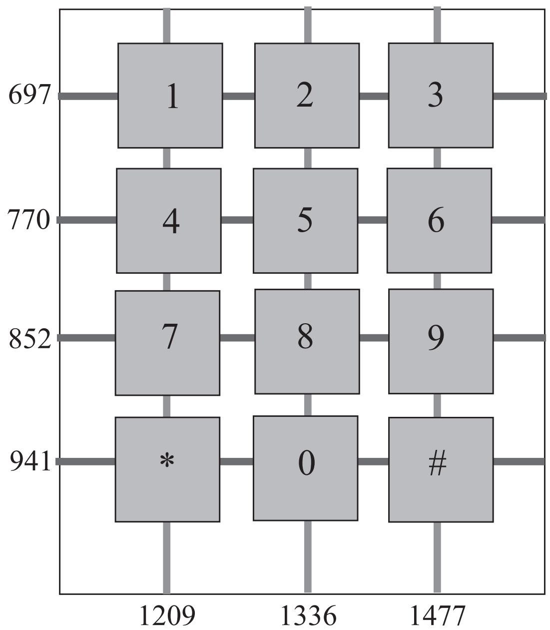


Abbildung 10: Tastenbelegung beim Mehrfrequenzwahlverfahren.

Da sich die Frequenzen der Mehrfrequenzwahl Signale innerhalb des normalen Sprachsignalbandes befinden, können sie vom Telefonierenden mitgehört werden. Dies hat jedoch zur Folge, dass natürliche Geräusche wie Musik von der Vermittlungsstelle ebenfalls als Signal aufgefasst werden können. Daher wurden die Frequenzen bei DTMF so gewählt, dass sie Dissonanzen erzeugen, die mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit in der Umgebung des Telefons auftreten.

Die DTMF-Tonsignale können mit Hilfe zweier Sinus-Oszillatoren für die Spalten- und Zeilenfrequenzen relativ einfach erzeugt werden. Die Detektion erfolgt mittels eines auf der Fourier Transformation basierenden Algorithmus.

Digitale Telefonsysteme wie ISDN-Anschlüsse oder VoIP benötigen kein Mehrfrequenzwahlverfahren zur Übertragung der Rufnummer. Bei diesen Systemen werden die einzelnen Ziffern der Telefonnummer als eine Bitfolge und nicht im Audioband übertragen. Die meisten Endgeräte übertragen jedoch parallel auch DTMF-Töne um weiterhin die Steuerung von Sprachdialogsystemen oder Anrufbeantwortern zu ermöglichen.

3 Vorbereitende Aufgaben

3.1 Signaleigenschaften und Signalklassifikation

3.1.1 Signalklassifikation

Um welche Art von Signaltypen handelt es sich bei den Signalen in Abbildung 11?

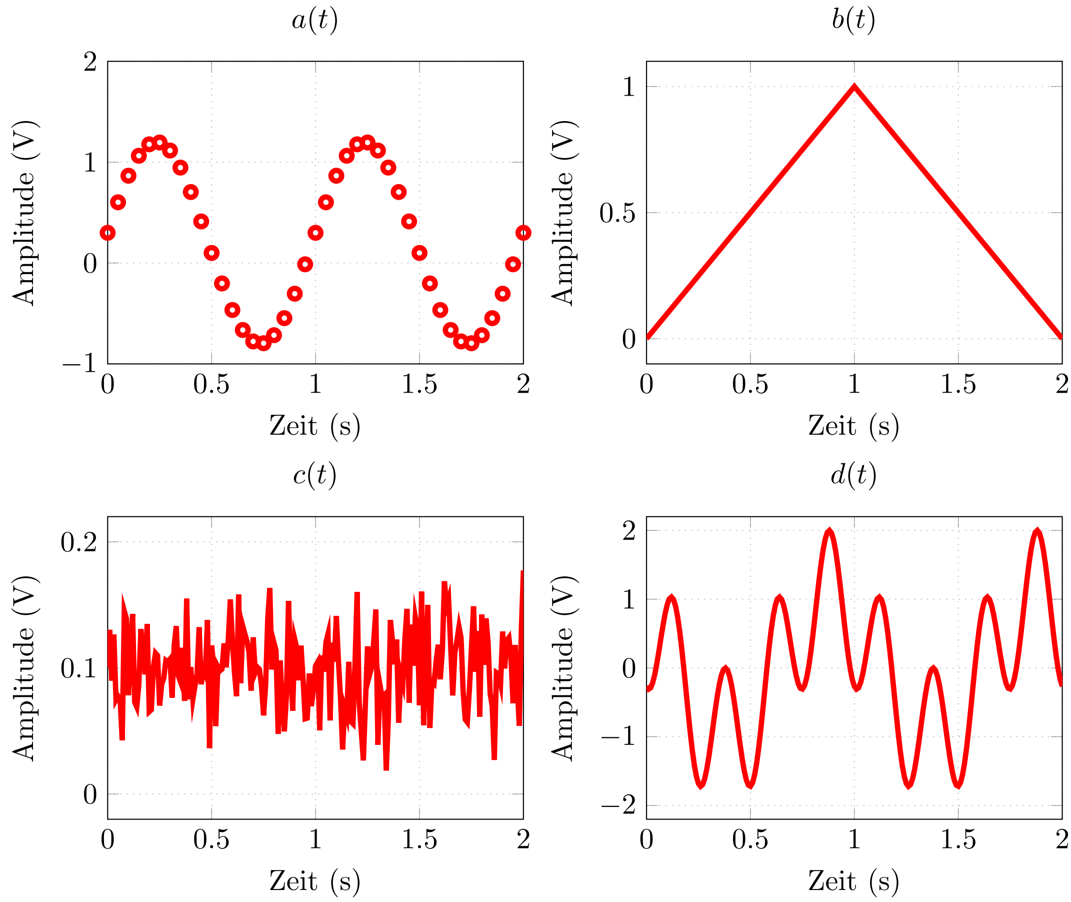


Abbildung 11: Signalbeispiele zur Aufgabe 3.1.1.

3.1.2 Harmonissche Signale

Bestimmen Sie die Frequenz f, Periode T und Nullphasenverschiebung ϕ_0 des harmonischen Signals $x_4(t)$ aus Abbildung 4. Wie auf Seite 6 beschrieben, handelt es sich hierbei um eine verschoben cos-Funktion. Zeichnen Sie die Frequenz in Diagramm ähnlich wie Abbildung 12 ein.

3.1.3 Elektrische Signale

Bestimmen Sie die Amplitude $\hat{x}$, den Effektivwert x_{eff}, den Spitze-Spitze Wert x_{ss} und den Offset $\bar{x}$ des elektrischen Signals $x_5(t)$ aus Abbildung 5.

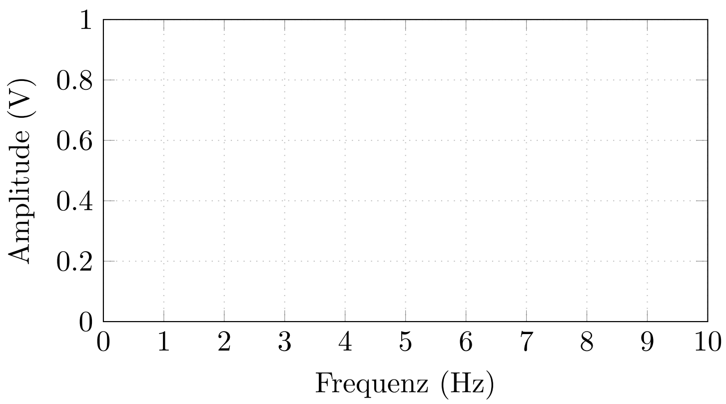


Abbildung 12: Spektrum des harmonischen Signals $x_4(t)$ (Aufgabe 3.1.2).

3.2 Transformation in den Frequenzbereich

3.2.1 Bandbreite

Bestimmen Sie die obere und untere Grenzfrequenz f_2 und f_1 und daraus die Bandbreite der Signale aus Abbildung 13. Dabei sollen die Definitionen der 3dB Grenzfrequenzen gelten. Hinweis: Bei den Signalen handelt es sich um von Musikinstrumenten gespielte Töne.

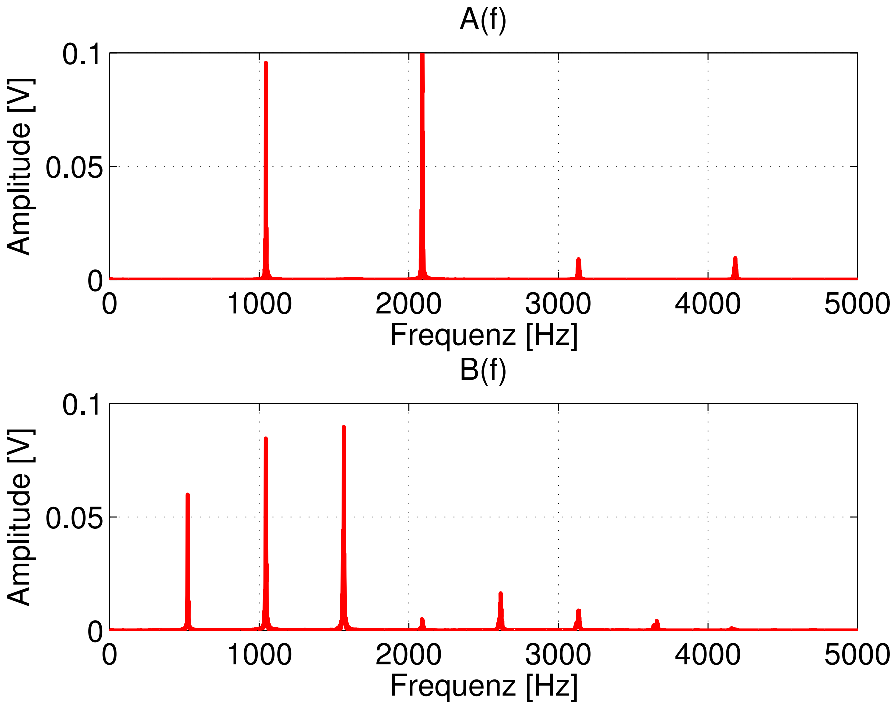


Abbildung 13: Signalbeispiele zur Aufgabe 3.2.1

3.2.2 Darstellung im Frequenzbereich

Zeichnen Sie das Spektrum eines Signals mit den Frequenzen $f_1 = 3\,\text{Hz}$ und $f_2 = 9\,\text{Hz}$ und den Amplituden $A_1 = 1\,\text{V}$ und $A_2 = 0.5\,\text{V}$ in ein Diagramm ein. Nutzen Sie dafür ein ähnliches Diagramm wie in Abbildung 12. Wie lautet die Signaldarstellung im Zeitbereich?

3.2.3 MATLAB

Verschaffen Sie sich einen Überblick über die folgenden Kapitel im auf der Praktikumsseite bereitgestellten MATLAB Primer. Da im Praktikum mit MATLAB gearbeitet wird ist ein prinzipielles Verständnis von Oberfläche, Syntax und den angegebenen Funktionen elementar.

- **i) Beschreibung der Benutzeroberfläche**:

  Welche Bereiche gibt es? Wozu werden sie benutzt?

- **ii) Erste Schritte**

  Wie kann der Wert einer Variablen „temp“ abgefragt werden?

- **iii) Benutzung der MATLAB Hilfe**

  Wie lautet der Befehl um mehr Information (in HTML-Form) zur in MATLAB implemetierten FFT zu erhalten?

- **iv) Zahlen, Vektoren, Matrizen**

  Wie kann auf die erste Zeile einer Matrix zugegriffen werden?

- **v) M-Files (Skripte/Funktionen)**

  Im Primer ist eine Funktion fsummdiff(a,b) gegeben. Wie erfolgt der Funktionsaufruf? Wie können beide Ausgabewerte in Variablen gespeichert werden?

3.2.4 FFT Auflösung

Das im Praktikum verwendete Oszilloskop berechnet jeweils die FFT über das auf dem Schirm dargestellte Zeitsignal. Wie viele Perioden müssen dargestellt werden um die Frequenzauflösung zu vervierfachen, wenn auf dem Schirm 2 Perioden dargestellt werden? Wie lange ist anschließend die Dauer des Messintervalls, wenn die Signalfrequenz 1500 Hz beträgt? Wie groß ist die resultierende Frequenzauflösung?

3.3 Mehrfrequenzwahlverfahren

3.3.1 MFV-Signale im Zeitbereich

Geben Sie den Ausdruck des MFV-Zeitbereichssignals an, für der Fall, dass eine „1“ gewählt wurde.

3.3.2 MFV-Signale im Frequenzbereich

Wie lautet die Gleichung zur Berechnung der Fourier Koeffizienten des MFV-Signals aus Aufgabe 3.3.1? Das Integral muss hierbei nicht gelöst werden. Zeichnen Sie das Amplitudenspektrum dieses MFV-Signals in ein Diagramm wie in Abbildung 14 ein.

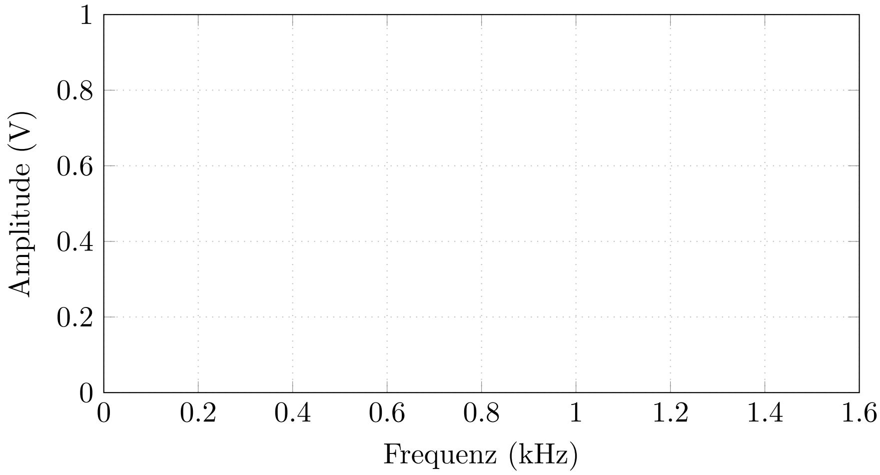


Abbildung 14: Spektrum des MFV-Signals.

3.3.3 Sprachsignale

In welchem Frequenzbereich liegen Sprach- bzw. Audiosignale? Vergleichen Sie diesen Frequenzbereich mit dem Bereich, der beim Mehrfrequenzwahlverfahren belegt wird. Was schließen Sie daraus?

3.3.4 Kopfhörer

Zur Durchführung dieses Praktikumsversuchs wird ein Kopfhörer benötigt. Im Praktikumsraum sind zwar einige Kopfhörer vorhanden, sollte es jedoch aus hygienischen Gründen Bedenken geben diese zu verwenden, sollten eigene Kopfhörer mitgebracht werden.

3.3.5 DTMF-App

Laden Sie sich zudem eine kostenlose „DTMF“App auf Ihr Mobiltelefon. Diese benötigen Sie dann in Versuch

4 Versuchsdurchführung

Für den ersten Teil dieses Versuchs werden das am Messplatz vorhandene Oszilloskop, ein weiterer Frequenzgenerator, ein T-Stück, 4 BNC-Kabel, ein Kopfhörer und der Mess-PC benötigt.

Die Messungen werden mittels eines Messprogramms (GUI), auf MATLAB aufbaut, durchgeführt. Damit ist es möglich das Oszilloskop automatisiert anzusteuern und die Messergebnisse auszulesen. Um MATLAB nutzen zu können ist für die Lizenz eine Internetverbindung notwendig. Starten Sie dazu den Webbrowser und loggen Sie sich mit ihrem kiz-Account ein.

Die GUI kann über den Shortcut „RunGUI“ auf dem Desktop oder über den entsprechenden Shortcut direkt in MATLAB gestartet werden. Der Start kann einige Sekunden dauern. Die GUI ist in Abbildung 15 dargestellt.

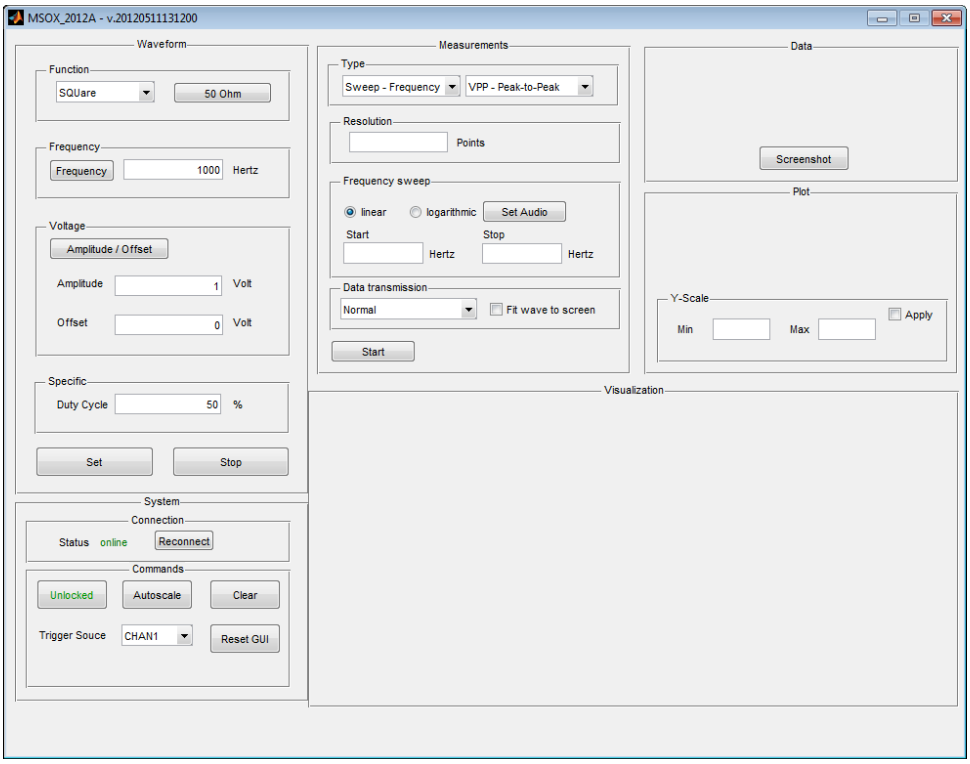


Abbildung 15: MATLAB GUI zur Ansteuerung des Oszilloskops.

Kurzbeschreibung der GUI

Die GUI ist einfach gehalten. Es ist eine Kontexthilfe implementiert, die über entsprechenden Elementen erscheint, wenn mit der Maus auf sie gezeigt und kurz gewartet wird. Zahlen können in jedem Textfeld in der üblichen Schreibweise für MATLAB eingegeben werden. Das bedeutet, dass der Punkt („`.`“) als Dezimaltrennzeichen dient und 10er-Potenzen mit „`xey`“ („`3.4e-3`“) eingegeben werden. Im folgenden werden die einzelnen Bereiche kurz erklärt:

- **Waveform**

  Im Bereich „Waveform“ können die Einstellungen des internen Funktionsgenerator gesetzt werden. Mit dem Button „Set“ werden die Einstellungen an das Oszilloskop übertragen, mit dem Button „Start“ wird der Funktionsgenerator mit entsprechenden Einstellungen gestartet. Über den Button „Stop“ wird der Funktionsgenerator deaktiviert.

- **System**

  Hier können Einstellungen zur Anzeige und zur Verbindung zum Oszilloskop gesetzt werden. Die GUI kommuniziert mit dem Oszilloskop über den Datenbus GPIB. Wenn die GUI das Oszilloskop steuert, ist die manuelle Bedienung über dessen Frontpanel blockiert. Der Button „Unlocked“ bzw. „Locked“ zeigt den aktuellen Zustand an. Sollte das Gerät blockiert sein und eine manuelle Konfiguration über das Frontpanel ist gewünscht, so lässt es sich über diesen Button entsperren.

  Der Button „Autoscale“ sorgt für eine automatische Einstellung der Anzeige des Oszilloskops. Über „Trigger Source“ kann dabei eingestellt werden, auf welchen der beiden Kanäle getriggert werden soll.

- **Measurements**

  Im Bereich Measurements können verschiedene Typen von Messungen ausgewählt werden. Für diesen Versuch werden „Wave“ und „FFT“ benötigt. „Wave“ bedeutet dabei eine zeitlichen Darstellung, „FFT“ eine spektrale. Über „Resolution“ können die Anzahl der Messpunkte für die **Darstellung** der Kurven eingestellt werden. Wenn eine detaillierte Anzeige gewünscht ist, sollte hier auch der Maximalwert von 25000 eingestellt sein. Mit dem Button „Start“ wird die Messung angestoßen.

- **Visualization**

  Hier wird der Plot angezeigt, wenn im Bereich Measurements eine Messung gestartet wurde.

- **Data**

  Die jeweils aktuellste Messung eines Typs sind hier aufgelistet. Diese Daten lassen sich unterschiedlich weiterverarbeiten. Sie lassen sich als mat-file speichern, in den Workspace von MATLAB übertragen um sie dort weiterzuverarbeiten, als Bild speichern und als Sound ausgeben. Außerdem lässt sich hier ein aktueller Screenshot des Oszilloskops anfertigen.

- **Plot**

  Im Bereich Plot lassen sich die Messungen aus dem Bereich Data noch einmal in Visualization anzeigen. Außerdem können die Plots in einer externen MATLAB-Figure angezeigt werden. Im Bereich Scale lassen sich dabei die Grenzen für die vertikale Achse festlegen.

Achten Sie generell auf die richtige Skalierung des Signals am Oszilloskop, was nicht richtig dargestellt wird kann auch über die GUI nicht ordentlich gemessen werden. Während des Versuchs müssen für das Protokoll einige Plots erstellt werden. Speichern Sie dafür diese Plots als Bilder ab und achten Sie auf eine konsistente Benennung der Bilder. Diese Plots sollen am Ende des Versuchs mit in das Versuchsprotokoll eingefügt werden.

4.1 Messung harmonischer Signale

4.1.1 Einstellung des Oszilloskops

Melden Sie sich zunächst mit ihrem kiz-Account im webvpn an und starten sie die GUI. Verbinden Sie anschließend den Funktionsgenerator des Oszilloskops über ein BNC Kabel mit Kanal 1 des Oszilloskops. Stellen Sie in der GUI für den Funktionsgenerator ein Sinussignal der Frequenz 697 Hz und der Amplitude 1 V ein. Verwenden Sie für die folgenden Messungen lediglich die im Oszilloskop integrierten Messfunktionen.

1. Überprüfen Sie, ob die von Ihnen gesetzte Einstellungen für den Funktionsgenerator der auf dem Schirm des Oszilloskops dargestellten Funktion entsprechen.

2. Geben Sie die Peak-to-Peak Spannung, den Effektivwert, den Offset und die Frequenz des Signals an. Verwenden Sie dazu die „Meas.“-Funktion und die Cursor des Oszilloskops.

3. Stellen Sie die Skalierung der Anzeige über die GUI so ein, dass $5 - 8$ Perioden des Signals angezeigt werden und geben Sie die Amplitude des Signals an. Speichern Sie den Plot und fügen Sie ihn in das Protokoll ein.

4.1.2 Fourier-Transformation

Das Oszilloskop verfügt intern über die Möglichkeit die Fourier Transformierte des dargestellten Zeitsignals zu berechnen. Diese soll im Folgenden verwendet werden.

Die Auswahl der FFT-Funktion am Oszilloskop erfolgt über „Math“ → „Operator“ → „FFT“. Anschließend müssen Spanne und Mittenfrequenz entsprechend des darzustellenden Frequenzbereichs gewählt werden. Unter „Mehr FFT“ lassen sich weitere Einstellungen zur FFT vornehmen: die Fensterfunktion und die vertikale Einheit.

Mit Hilfe einer Fensterfunktion lässt sich der sogenannte „Leakage effect“ vermindern. Dieser tritt in der in der digitalen Signalverarbeitung auf, wenn Blocklängen des zu verarbeitenden Signals endlich sind. Hier soll das „Hanning-Fenster“ als Voreinstellung beibehalten werden.

Für die vertikale Skalierung gibt es die beiden Möglichkeiten „Decibel“ und „V_{RMS}“. In der Einstellung „Decibel“ wird die vertikale Achse logarithmisch aufgetragen, in der Einstellung „V_{RMS}“ linear. Die Rauschleistung ist in diesem Versuch im Allgemeinen sehr viel kleiner als die Signalleistung. Deshalb ist in der linearen Auftragung mit dem bloßen Auge kein Rauschen sichtbar. Aufgrund dessen wählt man für Spektren in der Regel auch die logarithmische Darstellung, welche im Folgenden auch immer gewählt werden sollte. Die vertikale Einstellung lässt sich nicht über die GUI ändern, diese muss immer händisch am Oszilloskop eingestellt werden.

1. Wenden Sie die im Oszilloskop integrierte FFT-Funktion auf das Zeitsignal aus Teil 1 an um das Spektrum zu bestimmen, plotten sie dieses und geben Sie die gemessene Frequenz an. Sie können die Einstellungen zur FFT entweder direkt am Oszilloskop oder über die GUI vornehmen. Beachten Sie dabei, dass sie den dargestellten Frequenzbereich dem Signal entsprechend sinnvoll wählen. Erfassen Sie das Spektrum über die GUI und fügen Sie es in das Protokoll ein.

2. Das Signal lässt sich am PC akustisch ausgeben. Dazu muss das Zeitsignal mit der GUI aufgenommen werden. Wählen Sie dazu im Bereich Measurements Type „Wave“ und den entsprechenden Kanal. Über den Button „Start“ wird die Messung gestartet. Anschließend kann das Signal in der GUI im Bereich „Data“ ausgewählt werden und durch drücken des Button „Sound“ abgespielt werden. Achten Sie darauf, dass die Lautstärke in Windows nicht zu leise oder ganz abgeschaltet ist. Hören Sie sich das Signal an und beschreiben Sie Ihren Höreindruck.

4.1.3 FFT vs. Gehör

Stellen Sie am Funktionsgenerator des Oszilloskops unter Verwendung der GUI ein Sinussignal der Frequenz 1477 Hz und der Amplitude 1 V und einem Offset von 100 mV ein.

1. Plotten Sie das Signal in Zeit- und Frequenzbereich und geben Sie dabei die Amplitude und den Offset bzw. die gemessene Frequenz an. Wählen Sie den dargestellten Zeitabschnitt so, dass der Signalverlauf erkannt werden kann. Weshalb spielt der Offset im Frequenzbereich keine Rolle?
2. Hören Sie sich das Signal an und vergleichen Sie den Höreindruck mit dem zuvor abgespielten Signal.
3. Stellen Sie nun ein Signal der Frequenz 1480 Hz und der Amplitude 1 V am Funktionsgenerator ein und hören Sie sich auch dieses Signal an. Können die beiden Signale mit Frequenzen von 1477 Hz und 1480 Hz akustisch voneinander unterschieden werden? Wenn nicht, weshalb ist dies nicht möglich?
4. Wie groß muss dass Messintervall gewählt werden, damit diese beiden Signale mittels FFT unterschieden werden können? Wie vielen Perioden des Signals mit 1480 Hz entspricht dies?

4.2 Messung periodischer Signale

Verbinden Sie den Eingang des externen Trigges am Oszilloskop (auf der Rückseite) und den „TTL/CMOS OUTPUT“ des externen Funktionsgenerators mit einem BNC Kabel. Bei einigen Funktionsgeneratoren muss der „SYNC Out“ gewählt werden. Stellen Sie anschließend den Trigger des Oszilloskops auf „extern“ ein. Das Oszilloskop wird nun auf das Signal des externen Frequenzgenerators getriggert.

Im Folgenden werden ein Signal des externen und ein Signal des internen Funktionsgenerators über ein T-Stück addiert und auf Kanal 1 geführt.

Verbinden Sie dazu den Ausgang des externen Funktionsgenerators über die eine Seite des T-Stücks mit Kanal 1 des Oszilloskops. Stellen Sie nun ein Sinussignal der Frequenz 697 Hz ein. V_{SS} soll dabei etwa 2 V betragen. Überprüfen Sie die Amplitude des Signals auf dem Schirm des Oszilloskops.

Stellen Sie am Funktionsgenerator des Oszilloskops ein Signal der Frequenz 1336 Hz, Amplitude 1 V und Offset 0 V ein. Addieren Sie die beiden Signale unter Verwendung des T-Stücks indem Sie das Ausgangssignal des Funktionsgenerators des Oszilloskops über ein BNC-Kabel auf das zweite Ende des T-Stücks geben.

1. Wieso erhält man keine stehende Welle auf dem Schirm des Oszilloskops? Weshalb spielt das bei der Berechnung der FFT keine Rolle?
2. Plotten Sie einen geeigneten Ausschnitt des Summensignals im Zeitbereich. Geben Sie den Minimal- und Maximalwert des Signals an.
3. Hören Sie sich einen geeigneten Zeitausschnitt des Summensignals mit Hilfe der „Sound“-Funktion an und beschreiben Sie den Höreindruck.
4. Transformieren Sie das Signal in den Frequenzbereich und plotten Sie es. Geben Sie die auftretenden Frequenzen an.
5. Geben Sie die Bandbreite sowie die obere und untere Grenzfrequenz des Signals an.

4.3 Mehrfrequenzwahlverfahren

4.3.1 DTMF-App

Für diesen Versuchsteil benötigen Sie nun die zuvor auf Ihr Mobiltelefon geladene „DTMF“App. Verbinden Sie den Kopfhörerausgang Ihres Mobiltelefons mit einem 3.5 mm Klinke-Kabel über das Steckbrett mit Kanal 1 des Oszilloskops. Parallel dazu schalten Sie einen Kopfhörer.

Schauen Sie sich die Frequenzen einzelner Töne mit der Fourier-Transformation auf dem Oszilloskop an. Beschreiben Sie Ihren Höreindruck sowie Ihre Beobachtungen auf dem Oszilloskop bei einer waagrechten, senkrechten und diagonalen Tastenfolge.

4.3.2 Matlab

Im Folgenden sollen die zuvor durch die beiden Funktionsgeneratoren realisierten Oszillatoren in MATLAB umgesetzt werden. Dadurch sollen zunächst einige Töne, wie sie beim Mehrfrequezwahlverfahren verwendet werden synthetisiert und im abschließenden Versuchsteil eine „gewählte“ Telefonnummer unter Verwendung der FFT analysiert werden. Oszilloskop, BNC Kabel und Frequenzgenerator werden in diesem Versuchsteil nicht mehr benötigt.

Laden Sie sich das Archiv `DTMF_Student.zip` von der Praktikumsseite herunter und entpacken Sie es. Wechseln Sie anschließend innerhalb von MATLAB in den Ordner mit den entpackten Dateien. Hier finden Sie folgenden MATLAB Files:

- `dial_tones.m`
  Spielt die vom Benutzer gewählte Nummer ab und plottet die DTMF-Töne in Zeit- und Frequenzbereich. Zwischen den einzelnen Ziffern wird dabei eine Pause der Länge `pauslen` eingefügt.
- `dialed_number.mat`
  MATLAB Stuct, mit der zu analysierenden Nummer. Zur Weiteren Verabeitung muss das Struct zunächst in MATLAB importiert werden. Dies kann über einen Rechtsklick auf das File ausgewählt werden.

- `dtmfcut.m`
  Wird verwendet um die gesendete Nummer in einzelne Zeitabschnitte zu zerlegen und die Fourier Transformierte über diese einzelnen Zeitabschnitte zu berechnen. Der Aufruf erfolgt automatisch innerhalb der Funktion `receive_dial`.

- `fft_dtmf.m`
  Diese Funktion enthält ein Codefragment das während dieses Praktikumsversuchs vervollständigt werden soll um die gespeicherte Telefonnummer in Zeit- und Frequenzbereich zu plotten und anhören zu können.

- `generate_tones.m`
  Erzeugt die entsprechenden DTMF Töne, wenn eine Taste entsprechend der Tastenbelegung aus Abbildung 10 gewählt wird. Die Eingabe muss dabei nach der Eingabeaufforderung als String mit führendem „`'`“ und abschließendem „`'`“ erfolgen. Diese Funktion enthält einige Lücken und muss während des Versuchs vervollständigt werden.

- `receive_dial.m`
  Gibt die gewählte Telefonnummer zurück, indem das gewählte Signal mittels FFT analysiert wird. Zusätzlich wird jede einzelne erkannte Ziffer in Zeit und Frequenzbereich geplottet.

4.3.3 Sourcecode

In der Datei `generate_tones.m` fehlen einige Zeilen. Vervollständigen Sie den Code. Die Korrektheit des Codes kann durch Aufruf der Funktion `dial_tones.m` überprüft werden. (Eingabe von `dial_tones();` im Commandwindow und in der Eingabeaufforderung dann beispielsweise `'2'`, achten sie auf die Hochkommata).

4.3.4 FFT Tastentöne

1. Verwenden Sie die Funktion `dial_tones` um das Signal für die Taste „1“ im Mehrfrequenzwahlverfahren zu erzeugen und hören Sie es sich an. Geben Sie die auftretenden Frequenzen an und fügen Sie die beiden Plots in das Protokoll ein. Skalieren Sie die Diagramme dafür sinnvoll.

2. Hören Sie sich 2 weitere beliebige Tastentöne an und analysieren Sie die Signale im Frequenzbereich. Verwenden Sie dazu erneut die Funktion `dial_tones` und wählen Sie jeweils nur eine Ziffer auf einmal.

4.3.5 Identifikation einer unbekannten Nummer

Das in der Datei `dialed_number.mat` gespeicherte Signal enthält das DTMF-Signal einer 12-stelligen Telefonnummer.

1. Importieren Sie das Signal in MATLAB und hören Sie es sich mit Hilfe der Funktion `soundsc` an. Zusätzlich zur Variablen „number“ muss für `soundsc` die Abtastrate von 32 768 Hz übergeben werden.

2. Die Funktion `fft_dtmf.m` enthält einige Fragmente die vervollständigt werden sollen um das gesamte DTMF Signal in Zeit- und Frequenzbereich plotten zu können. Vervollständigen Sie den Code. Hinweis: eine solche Funktion ist bereits in `dial_tones` implementiert, es müssen lediglich die entsprechenden Zeilen kopiert werden.

3. Ist es möglich mittels der Fourier Transformation über das gesamte Signal die gewählte Nummer zu identifizieren? Falls nein, wie muss statt dessen vorgegangen werden?

4. Ermitteln Sie nun unter Verwendung von `receive_dial` die Fourier Transformierte über die einzelnen Zeitabschnitte. Fügen Sie einen Plot von drei der auftretenden Ziffern im Frequenzbereich in das Protokoll ein und geben Sie die Frequenzen sowie die gewählten Ziffern an.

5. Wie lautet die gewählte Telefonnummer?

6. In der Funktion `receive_dial` wird das Ergebnis der Fourier Transformierten der einzelnen Zeitabschnitte berechnet. In welcher Code Zeile geschieht dies?

7. Wie wird anschließend entschieden um welche Nummer es sich handelt?

4.4 Evaluation

Auf der Moodleseite gibt es zu jedem Versuch eine Umfrage zur Evaluation. Bitte helfen Sie die Qualität des Praktikums zu verbessern, indem Sie uns Rückmeldung geben wie Sie die Versuchsdurchführung empfunden haben!
Loggen Sie Sich beide einzeln vom Praktikumsrechner aus ein und beantworten Sie die Umfrage noch direkt nach der Versuchsdurchführung bevor Sie das Praktikum verlassen!