Grundlagen der Rechnerarchitektur

Tim Luchterhand, Paul Nykiel (Abgabegruppe 117)

18. Januar 2019

Hinweis: jede Zahl, bei der keine Basis angegeben ist, ist im 10er System zu interpretieren.

1 Zahlensysteme

1. In additiven Zahlensysteme ist Multiplikation und Division nur schwer durchführbar.
2. a) $7 \cdot 1 + 20 \cdot 2 + 360 \cdot 6 = 2207$

   b) $2 \cdot 1 + 20 \cdot 8 + 360 \cdot 4 + 7200 \cdot 5 = 37602$
3. a) $\mathrm{LI} = 50 + 1 = 51 = 32 + 16 + 2 + 1 = 110011_2$

   b) $\mathrm{CDXIX} = 500 - 100 + 10 + 10 - 1 = 419 = 256 + 128 + 32 + 2 + 1 = 110100011_2$
4. a)

$$\begin{aligned} 849 = 512 + 256 + 64 + 16 + 1 &= 1101010001_2 \\ 11\ 0101\ 0001_2 = 3\ 5\ 1_{16} &= 351_{16} \\ 1\ 101\ 010\ 001_2 = 1\ 5\ 2\ 1_8 &= 1521_8 \end{aligned}$$

   b)

$$\begin{aligned} 1022_3 = 1 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0{}_{10} = 27 + 6 + 2 &= 35 \\ 35 = 32 + 2 + 1_{10} &= 100011_2 \\ 10\ 0011_2 = 2\ 3_{16} &= 23_{16} \\ 100\ 011_2 = 4\ 3_8 &= 43_8 \end{aligned}$$

5. a)

$$\begin{aligned} 1001101_2 &= 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 64 + 8 + 4 + 1 = 77 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 100101101_3 &= 1 \cdot 3^8 + 0 \cdot 3^7 + 0 \cdot 3^6 + 1 \cdot 3^5 + 0 \cdot 3^4 + 1 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 \\ &= 6561 + 243 + 27 + 9 + 1 = 6841 \end{aligned}$$

c)

$$461_8 = 4 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = 265 + 48 + 1 = 305$$

d)

$$1AF4_{16} = 1 \cdot 16^3 + 10 \cdot 16^2 + 15 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0 = 6900$$

6. a)

$$AFFE_{16} = 1010\ 1111\ 1111\ 1110_2 = 1\ 010\ 111\ 111\ 111\ 110_2 = 1\ 2\ 7\ 7\ 7\ 6_8 = 127776_8$$

b)

$$F903_{16} = 1111\ 1001\ 0000\ 0011_2 = 1\ 111\ 100\ 100\ 000\ 011_2 = 1\ 7\ 4\ 4\ 0\ 3_8 = 174403_8$$

c)

$$3F8B_{16} = 0011\ 1111\ 1000\ 1011_2 = 0\ 011\ 111\ 110\ 001\ 011_2 = 0\ 3\ 7\ 6\ 1\ 3_8 = 37613_8$$

7. a)

$$\begin{aligned} 753_8 = 111\ 101\ 011_2 &= 1\ 1110\ 1011_2 \\ 753_8 = 7 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 448 + 40 + 3 &= 491 \\ 121 \cdot 4 + 11 \cdot 0 + 1 \cdot 7 &= 407_{11} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 372_8 = 011\ 111\ 010_2 &= 1111\ 1010_2 \\ 1111\ 1010_2 = 2^8 - 2^4 - 2^0 &= 250 \\ 250 = 2 \cdot 11^2 + 0 \cdot 11^1 + 8 \cdot 11^0 &= 208_{11} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} 3516_8 = 011\ 101\ 001\ 110_2 &= 0111\ 0100\ 1110_2 \\ 3516_8 = 3 \cdot 8^3 + 5 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 &= 1870 \\ 1870 = 1 \cdot 11^3 + 4 \cdot 11^2 + 5 \cdot 11^1 + 0 \cdot 11^0 &= 1450_{11} \end{aligned}$$

8. Annahme mit $\mathcal{Z}$ wird $\mathbb{Z}$ gemeint, also die Menge der ganzen Zahlen. Dann gilt (nach Axiom 2):

$$(-1) \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-1)' \in \mathbb{Z} \Rightarrow 0 \in \mathbb{Z}$$

Dies stellt einen Widerspruch zu Axiom 3 dar.