# Grundlagen der Rechnerarchitektur

Tim Luchterhand, Paul Nykiel (Abgabegruppe 117)

25. November 2018

**Hinweis:** Jede Zahl, bei der keine Basis spezifiziert ist, ist im 10er System zu interpretieren, sofern nicht anders angegeben.

## 1 Boolesche Algebra

### 1.1

#### 1.1.1 Absorbierendes Element

$$\begin{aligned}
\mathrm{kgV}(1,30) &= 30 \\
\mathrm{kgV}(2,30) &= 30 \\
\mathrm{kgV}(3,30) &= 30 \\
\mathrm{kgV}(5,30) &= 30 \\
\mathrm{kgV}(6,30) &= 30 \\
\mathrm{kgV}(10,30) &= 30 \\
\mathrm{kgV}(15,30) &= 30
\end{aligned}$$

### 1.1.2 Neutrales Element

$$
\begin{aligned}
\mathrm{ggT}(1,30) &= 1\\
\mathrm{ggT}(2,30) &= 2\\
\mathrm{ggT}(3,30) &= 3\\
\mathrm{ggT}(5,30) &= 5\\
\mathrm{ggT}(6,30) &= 6\\
\mathrm{ggT}(10,30) &= 10\\
\mathrm{ggT}(15,30) &= 15
\end{aligned}
$$

## 1.2

(a)

$$
\begin{aligned}
\overline{x_1}\cdot\overline{x_2} &= \overline{x_1+x_2}\\
\Leftrightarrow (\overline{x_1}\cdot\overline{x_2})\cdot(x_1+x_2) &= \overline{(x_1+x_2)}\cdot(x_1+x_2)\\
\Leftrightarrow (\overline{x_1}\cdot\overline{x_2})\cdot x_1+(\overline{x_1}\cdot\overline{x_2})\cdot x_2 &= 0\\
\Leftrightarrow (\overline{x_1}\cdot x_1)\cdot\overline{x_2}+(\overline{x_2}\cdot x_2)\cdot\overline{x_1} &= 0\\
\Leftrightarrow 0\cdot\overline{x_2}+0\cdot\overline{x_1} &= 0\\
\Leftrightarrow 0+0 &= 0\\
\Leftrightarrow 0 &= 0
\end{aligned}
$$

(b)

$$\overline{x_1}+\overline{x_2} = \overline{\overline{\overline{x_1}+\overline{x_2}}} \overset{(a)}{=} \overline{\overline{\overline{x_1}}\cdot\overline{\overline{x_2}}} = \overline{x_1\cdot x_2}$$

# 2 Minimierung Boolescher Funktionen

## 2.3

(a)

$$f(x_1)=\overline{x_1}\cdot(x_1+(x_1\cdot\overline{x_1}))=\overline{x_1}\cdot(x_1+0)=\overline{x_1}\cdot x_1=0$$

(b)

$$f(x_1,x_2)=x_1\cdot x_2+x_1\cdot(\overline{x_2}\cdot 1)=x_1\cdot x_2+x_1\cdot\overline{x_2}=x_1\cdot(x_2+\overline{x_2})=x_1\cdot 1=x_1$$

(c)

$$f(x_1, x_2) = x_1 \cdot (\overline{x_1} \cdot (\overline{\overline{x_2}} + \overline{x_2})) = x_1 \cdot (\overline{x_1} \cdot (x_2 + \overline{x_2})) = x_1 \cdot (\overline{x_1} \cdot 1) = x_1 \cdot \overline{x_1} = 0$$

(d)

$$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{(x_1 \cdot x_2)} + ((x_3 + 0) \cdot \overline{x_3}) = \overline{(x_1 \cdot x_2)} + (x_3 \cdot \overline{x_3}) = \overline{(x_1 \cdot x_2)} + 0 = \overline{(x_1 \cdot x_2)}$$

(e)

$$\begin{aligned}
f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= (\overline{x_1} \cdot (x_3 + \overline{x_3}) \cdot x_2) + (\overline{x_1} \cdot x_3) + \overline{(x_1 + x_4)} \\
&= (\overline{x_1} \cdot 1 \cdot x_2) + (\overline{x_1} \cdot x_3) + \overline{(x_1 + x_4)} \\
&= \overline{x_1} \cdot x_2 + \overline{x_1} \cdot x_3 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_4} \\
&= \overline{x_1} \cdot (x_2 + x_3 + \overline{x_4})
\end{aligned}$$

## 2.4

1.

$$\begin{aligned}
& \overline{(\overline{x_1} + \overline{x_2}) \cdot (x_1 + \overline{x_3}) \cdot (x_2 + x_3)} \\
\stackrel{\text{2b}}{=}\ & \overline{(\overline{x_1} + \overline{x_2}) \cdot (x_1 + \overline{x_3})} + \overline{(x_2 + x_3)} \\
\stackrel{\text{2b}}{=}\ & \overline{(\overline{x_1} + \overline{x_2})} + \overline{(x_1 + \overline{x_3})} + \overline{(x_2 + x_3)} \\
\stackrel{\text{2a}}{=}\ & (\overline{\overline{x_1}} \cdot \overline{\overline{x_2}}) \cdot (\overline{x_1} \cdot \overline{\overline{x_3}}) \cdot (\overline{x_2} \cdot \overline{x_3}) \\
\stackrel{\text{P7}}{=}\ & (x_1 \cdot x_2) \cdot (\overline{x_1} \cdot x_3) \cdot (\overline{x_2} \cdot \overline{x_3})
\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}
& \overline{\overline{(x_1 \cdot \overline{(x_2 \cdot x_2)})} \cdot \overline{(\overline{(x_1 \cdot x_1)} \cdot x_2)}} \\
\stackrel{\text{2b}}{=}\ & \overline{\overline{(x_1 \cdot \overline{(x_2 \cdot x_2)})}} + \overline{\overline{(\overline{(x_1 \cdot x_1)} \cdot x_2)}} \\
\stackrel{\text{P7}}{=}\ & (x_1 \cdot \overline{(x_2 \cdot x_2)}) + (\overline{(x_1 \cdot x_1)} \cdot x_2) \\
\stackrel{\text{P3}}{=}\ & x_1 \cdot \overline{x_2} + \overline{x_1} \cdot x_2
\end{aligned}$$