Grundlagen der Rechnerarchitektur

Tim Luchterhand, Paul Nykiel (Abgabegruppe 117)

9. November 2018

Hinweis: Jede Zahl, bei der keine Basis spezifiziert ist, ist im 10er System zu interpretieren, sofern nicht anders angegeben.

1 Zahlensysteme

1.1

(a) $b = 1$ sowie $\Sigma_{b1} = \{|\}$ die Niederwertigste Ziffer steht in der Mitte. Die Null wird durch $\sim$ dargestellt.

(b) $15 = |||||||||||||||_1$

(c) $7 = |||||||_1$

(d) $101 = |||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||_1$

(e) $0 = \sim_1$

2 Arithmetik natürlicher und ganzer Zahlen

2.2

(a)

$$\begin{array}{r} 1037 \\ +3802 \\ \hline =4839 \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{r} 9548 \\ -3027 \\ \hline =6521 \end{array}$$

(c) Folgende Rechnung ist im Dualsystem:

$$\begin{array}{r} 1010110 \\ +\ 1010001 \\ {\scriptstyle 1\ 1} \\ \hline =10101111 \end{array}$$

(d) Folgende Rechnung ist im Dualsystem:

$$\begin{array}{r} 1010111 \\ +1000101 \\ \hline =0010010 \end{array}$$

2.3

(a) 3-er System:

$$1001100_3 = 3^6 \cdot 1 + 3^5 \cdot 0 + 3^4 \cdot 0 + 3^3 \cdot 1 + 3^2 \cdot 1 + 3^1 \cdot 0 + 3^0 \cdot 0 = 765$$

(b) 4-er System:

$$1001100_4 = 4^6 \cdot 1 + 4^5 \cdot 0 + 4^4 \cdot 0 + 4^3 \cdot 1 + 4^2 \cdot 1 + 4^1 \cdot 0 + 4^0 \cdot 0 = 4176$$

(c) 5-er System:

$$1001100_5 = 5^6 \cdot 1 + 5^5 \cdot 0 + 5^4 \cdot 0 + 5^3 \cdot 1 + 5^2 \cdot 1 + 5^1 \cdot 0 + 5^0 \cdot 0 = 15775$$

(d) 6-er System:

$$1001100_6 = 6^6 \cdot 1 + 6^5 \cdot 0 + 6^4 \cdot 0 + 6^3 \cdot 1 + 6^2 \cdot 1 + 6^1 \cdot 0 + 6^0 \cdot 0 = 46908$$

(e) 7-er System:

$$1001100_7 = 7^6 \cdot 1 + 7^5 \cdot 0 + 7^4 \cdot 0 + 7^3 \cdot 1 + 7^2 \cdot 1 + 7^1 \cdot 0 + 7^0 \cdot 0 = 118041$$

(f) 8-er System:

$$1001100_8 = 8^6 \cdot 1 + 8^5 \cdot 0 + 8^4 \cdot 0 + 8^3 \cdot 1 + 8^2 \cdot 1 + 8^1 \cdot 0 + 8^0 \cdot 0 = 262720$$

(g) 9-er System:

$$1001100_9 = 9^6 \cdot 1 + 9^5 \cdot 0 + 9^4 \cdot 0 + 9^3 \cdot 1 + 9^2 \cdot 1 + 9^1 \cdot 0 + 9^0 \cdot 0 = 532251$$

(h) 10-er System:

$$1001100_{10} = 10^6 \cdot 1 + 10^5 \cdot 0 + 10^4 \cdot 0 + 10^3 \cdot 1 + 10^2 \cdot 1 + 10^1 \cdot 0 + 10^0 \cdot 0 = 1001100$$

(i) 11-er System:

$$1001100_{11} = 11^6 \cdot 1 + 11^5 \cdot 0 + 11^4 \cdot 0 + 11^3 \cdot 1 + 11^2 \cdot 1 + 11^1 \cdot 0 + 11^0 \cdot 0 = 1773013$$

(j) 12-er System:

$$1001100_{12} = 12^6 \cdot 1 + 12^5 \cdot 0 + 12^4 \cdot 0 + 12^3 \cdot 1 + 12^2 \cdot 1 + 12^1 \cdot 0 + 12^0 \cdot 0 = 2987856$$

2.4

In folgender Reihenfolge: Zahl, Vorzeichenbehaftete Binärzahl, Einerkomplement, Zweierkomplement. Alle Zahlen werden als 16-bit Breit angenommen.

$$\begin{aligned}
-861 &= -0000\;0011\;0101\;1101 = 1111\;1100\;1010\;0010 = 1111\;1100\;1010\;0011 \\
765_8 &= 0000\;0001\;1111\;0101 = 0000\;0001\;1111\;0101 = 0000\;0001\;1111\;0101 \\
-210_3 &= -0000\;0000\;0001\;0101 = 1111\;1111\;1110\;1010 = 1111\;1111\;1110\;1011
\end{aligned}$$

2.5

(a) Nebenrechnung:

$$765_{18} = 0000\;1001\;0100\;1101_2$$

Vorzeichenbehaftete Binärzahl:

$$\begin{array}{r}
0000\;1001\;0100\;1101 \\
-0000\;0000\;0001\;0101 \\
{\scriptstyle 1}\quad\quad \\
\hline
=0000\;1001\;0011\;1000
\end{array}$$

Zweierkomplement (binär):

$$\begin{array}{r}
0000\ 1001\ 0100\ 1101 \\
+\ 1111\ 1111\ 1110\ 1011 \\
\scriptstyle 1111\ 1111\ 1\quad 1\ 111 \\
\hline
=1\ 0000\ 1001\ 0011\ 1000
\end{array}$$

Einerkomplement (binär, zuerst nur addieren):

$$\begin{array}{r}
0000\ 1001\ 0100\ 1101 \\
+\ 1111\ 1111\ 1110\ 1010 \\
\scriptstyle 1111\ 1111\ 1\quad 1\qquad\quad \\
\hline
=1\ 0000\ 1001\ 0011\ 0111
\end{array}$$

Ergebniss der Subtraktion, durch addieren von 1:

$$\begin{array}{r}
1\ 0000\ 1001\ 0011\ 0111 \\
+\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001 \\
\scriptstyle 111\ \ \\
\hline
=1\ 0000\ 1001\ 0011\ 1000
\end{array}$$

(b) Vorzeichenbehaftete Binärzahl :

$$\begin{array}{r}
-0000\ 0011\ 0101\ 1101 \\
-0000\ 0000\ 0001\ 0101 \\
\hline
= -0000\ 0011\ 0100\ 1000
\end{array}$$

Zweierkomplement (binär):

$$\begin{array}{r}
1111\ 1100\ 1010\ 0011 \\
+\ 1111\ 1111\ 1110\ 1011 \\
\scriptstyle 1\ 1111\ 1111\ 11\qquad 11\ \ \\
\hline
=1\ 1111\ 1100\ 1000\ 1110
\end{array}$$

Einerkomplement (binär, zuerst nur addieren):

$$
\begin{array}{r}
1111\ 1100\ 1010\ 0010 \\
+\ 1111\ 1111\ 1110\ 1010 \\
\scriptstyle 1\ 1111\ 1111\ 11\ \ \ \ \ \ 1\ \ \ \ \\
\hline
=1\ 1111\ 1100\ 1000\ 1100
\end{array}
$$

Ergebniss der Subtraktion, durch addieren von 2 (zwei Zahlen im Einerkomplement):

$$
\begin{array}{r}
1\ 1111\ 1100\ 1000\ 1100 \\
+\ \ 0000\ 0000\ 0000\ 0010 \\
\hline
=1\ 1111\ 1100\ 1000\ 1110
\end{array}
$$

2.6

(a) Das Binary-Code-Decimal Format codiert die einzelnen Stellen der Zahl im Dezimalsystem, in dem die einzelnen Ziffern binär dargestellt werden. Das heißt jede Ziffer der Zahl im Zehnersystem wird mit 4 bit repräsentiert.

(b)

$$253 = 2{\cdot}10^2{+}5{\cdot}10^1{+}3{\cdot}10^0 = 0010_2{\cdot}10^2{+}0101_2{\cdot}10^1{+}0011_2{\cdot}10^0 = 0010\ 0101\ 0011_{\mathrm{BCD}}$$

(c)

$$0011\ 0101\ 0111_{\mathrm{BCD}} = 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 = 357$$