

Grundlagen der Rechnerarchitektur

Tim Luchterhand, Paul Nykiel (Abgabegruppe 117)

25. November 2018

Hinweis: jede Zahl, bei der keine Basis angegeben ist, ist im 10er System zu interpretieren.

1 Zahlensysteme

1. In additiven Zahlensysteme ist Multiplikation und Division nur schwer durchführbar.

2. a) $7 \cdot 1 + 20 \cdot 2 + 360 \cdot 6 = 2207$

b) $2 \cdot 1 + 20 \cdot 8 + 360 \cdot 4 + 7200 \cdot 5 = 37602$

3. a) $LI = 50 + 1 = 51 = 32 + 16 + 2 + 1 = 110011_2$

b) $CDXIX = 500 - 100 + 10 + 10 - 1 = 419 = 256 + 128 + 32 + 2 + 1 = 110100011_2$

4. a)

$$849 = 512 + 256 + 64 + 16 + 1 = 1101010001_2$$

$$11\ 0101\ 0001_2 = 3\ 5\ 1_{16} = 351_{16}$$

$$1\ 101\ 010\ 001_2 = 1\ 5\ 2\ 1_8 = 1521_8$$

b)

$$1022_3 = 1 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 27 + 6 + 2 = 35$$

$$35 = 32 + 2 + 1_{10} = 100011_2$$

$$10\ 0011_2 = 2\ 3_{16} = 23_{16}$$

$$100\ 011_2 = 4\ 3_8 = 43_8$$

5. a)

$$\begin{aligned} 1001101_2 &= 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 64 + 8 + 4 + 1 = 77 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 100101101_3 &= 1 \cdot 3^8 + 0 \cdot 3^7 + 0 \cdot 3^6 + 1 \cdot 3^5 + 0 \cdot 3^4 + 1 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 \\ &= 6561 + 243 + 27 + 9 + 1 = 6841 \end{aligned}$$

c)

$$461_8 = 4 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = 265 + 48 + 1 = 305$$

d)

$$1AF4_{16} = 1 \cdot 16^3 + 10 \cdot 16^2 + 15 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0 = 6900$$

6. a)

$$AFFE_{16} = 1010 \ 1111 \ 1111 \ 1110_2 = 1 \ 010 \ 111 \ 111 \ 111 \ 110_2 = 1 \ 2 \ 7 \ 7 \ 7 \ 6_8 = 12776_8$$

b)

$$F903_{16} = 1111 \ 1001 \ 0000 \ 0011_2 = 1 \ 111 \ 100 \ 100 \ 000 \ 011_2 = 1 \ 7 \ 4 \ 4 \ 0 \ 3_8 = 174403_8$$

c)

$$3F8B_{16} = 0011 \ 1111 \ 1000 \ 1011_2 = 0 \ 011 \ 111 \ 110 \ 001 \ 011_2 = 0 \ 3 \ 7 \ 6 \ 1 \ 3_8 = 37613_8$$

7. a)

$$\begin{aligned} 753_8 &= 111 \ 101 \ 011_2 = 1 \ 1110 \ 1011_2 \\ 753_8 &= 7 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 448 + 40 + 3 = 491 \\ 121 \cdot 4 + 11 \cdot 0 + 1 \cdot 7 &= 407_{11} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 372_8 &= 011 \ 111 \ 010_2 = 1111 \ 1010_2 \\ 1111 \ 1010_2 &= 2^8 - 2^4 - 2^0 = 250 \\ 250 &= 2 \cdot 11^2 + 0 \cdot 11^1 + 8 \cdot 11^0 = 208_{11} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} 3516_8 &= 011 \ 101 \ 001 \ 110_2 = 0111 \ 0100 \ 1110_2 \\ 3516_8 &= 3 \cdot 8^3 + 5 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = 1870 \\ 1870 &= 1 \cdot 11^3 + 4 \cdot 11^2 + 5 \cdot 11^1 + 0 \cdot 11^0 = 1450_{11} \end{aligned}$$

8. Annahme mit \mathcal{Z} wird \mathbb{Z} gemeint, also die Menge der ganzen Zahlen. Dann gilt (nach Axiom 2):

$$(-1) \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-1)' \in \mathbb{Z} \Rightarrow 0 \in \mathbb{Z}$$

Dies stellt einen Widerspruch zu Axiom 3 dar.