Grundlagen der Rechnerarchitektur

Tim Luchterhand, Paul Nykiel (Abgabegruppe 117)

8. November 2018

Hinweis: jede Zahl, bei der keine Basis angegeben ist, ist im 10er System.

1 Zahlensysteme

1. $b = 1$ sowie $\Sigma_{b1} = \{|\}$ die Niederwertigste Ziffer steht in der Mitte. Die Null wird durch $\sim$ dargestellt.
2. $15 = |||||||||||||||$
3. $7 = |||||||$
4. $101 = |||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||||$
5. $0 = \sim$

2 Arithmetik natürlicher und ganzer Zahlen

1.

$$\begin{array}{r} 1037 \\ +3802 \\ \hline =4839 \end{array}$$

2.

$$\begin{array}{r} 9548 \\ -3027 \\ \hline =6521 \end{array}$$

3.

$$\begin{array}{r} 1010110 \\ +\ 1010001 \\ {\scriptstyle 1\ 1}\quad\quad\ \\ \hline =10101111 \end{array}$$

4.

$$\begin{array}{r} 1010111 \\ +1000101 \\ \hline =0010010 \end{array}$$

1. 3-er System:

$$1001100 = 3^6 \cdot 1 + 3^5 \cdot 0 + 3^4 \cdot 0 + 3^3 \cdot 1 + 3^2 \cdot 1 + 3^1 \cdot 0 + 3^0 \cdot 0 = 765$$

2. 4-er System:

$$1001100 = 4^6 \cdot 1 + 4^5 \cdot 0 + 4^4 \cdot 0 + 4^3 \cdot 1 + 4^2 \cdot 1 + 4^1 \cdot 0 + 4^0 \cdot 0 = 4176$$

3. 5-er System:

$$1001100 = 5^6 \cdot 1 + 5^5 \cdot 0 + 5^4 \cdot 0 + 5^3 \cdot 1 + 5^2 \cdot 1 + 5^1 \cdot 0 + 5^0 \cdot 0 = 15775$$

4. 6-er System:

$$1001100 = 6^6 \cdot 1 + 6^5 \cdot 0 + 6^4 \cdot 0 + 6^3 \cdot 1 + 6^2 \cdot 1 + 6^1 \cdot 0 + 6^0 \cdot 0 = 46908$$

5. 7-er System:

$$1001100 = 7^6 \cdot 1 + 7^5 \cdot 0 + 7^4 \cdot 0 + 7^3 \cdot 1 + 7^2 \cdot 1 + 7^1 \cdot 0 + 7^0 \cdot 0 = 118041$$

6. 8-er System:

$$1001100 = 8^6 \cdot 1 + 8^5 \cdot 0 + 8^4 \cdot 0 + 8^3 \cdot 1 + 8^2 \cdot 1 + 8^1 \cdot 0 + 8^0 \cdot 0 = 262720$$

7. 9-er System:

$$1001100 = 9^6 \cdot 1 + 9^5 \cdot 0 + 9^4 \cdot 0 + 9^3 \cdot 1 + 9^2 \cdot 1 + 9^1 \cdot 0 + 9^0 \cdot 0 = 532251$$

8. 10-er System:

$$1001100 = 10^6 \cdot 1 + 10^5 \cdot 0 + 10^4 \cdot 0 + 10^3 \cdot 1 + 10^2 \cdot 1 + 10^1 \cdot 0 + 10^0 \cdot 0 = 1001100$$

9. 11-er System:

$$1001100 = 11^6 \cdot 1 + 11^5 \cdot 0 + 11^4 \cdot 0 + 11^3 \cdot 1 + 11^2 \cdot 1 + 11^1 \cdot 0 + 11^0 \cdot 0 = 1773013$$

10. 12-er System:

$$1001100 = 12^6 \cdot 1 + 12^5 \cdot 0 + 12^4 \cdot 0 + 12^3 \cdot 1 + 12^2 \cdot 1 + 12^1 \cdot 0 + 12^0 \cdot 0 = 2987856$$

In folgender Reihenfolge: Zahl, Vorzeichenbehaftete Binärzahl, Einerkomplement, Zweierkomplement. Alle Zahlen werden als 16-bit Breit angenommen.

$$\begin{aligned}
-861 &= -0000\ 0011\ 0101\ 1101 = &1111\ 1100\ 1010\ 0010 = &\ 1111\ 1100\ 1010\ 0011 \\
765_8 &= 0000\ 0001\ 1111\ 0101 = &0000\ 0001\ 1111\ 0101 = &\ 0000\ 0001\ 1111\ 0101 \\
-210_3 &= -0000\ 0000\ 0001\ 0101 = &1111\ 1111\ 1110\ 1010 = &\ 1111\ 1111\ 1110\ 1011
\end{aligned}$$

1. Nebenrechnung:

$$765_{18} = 0000\ 1001\ 0100\ 1101$$

Vorzeichenbehaftet:

$$\begin{array}{r}
0000\ 1001\ 0100\ 1101 \\
-0000\ 0000\ 0001\ 0101 \\
{\scriptstyle 1} \\
\hline
=0000\ 1001\ 0011\ 1000
\end{array}$$

Zweierkomplement:

$$\begin{array}{r}
0000\ 1001\ 0100\ 1101 \\
+\ 1111\ 1111\ 1110\ 1011 \\
{\scriptstyle 1111\ 1111\ 1\ 1\ 111} \\
\hline
=1\ 0000\ 1001\ 0011\ 1000
\end{array}$$

Einerkomplement (zuerst nur addieren):

$$\begin{array}{r}
0000\ 1001\ 0100\ 1101 \\
+\ 1111\ 1111\ 1110\ 1010 \\
{\scriptstyle 1111\ 1111\ 1\ 1} \\
\hline
=1\ 0000\ 1001\ 0011\ 0111
\end{array}$$

Ergebniss der Subtraktion, durch addieren von 1:

$$\begin{array}{r} 1\ 0000\ 1001\ 0011\ 0111 \\ +\quad 0000\ 0000\ 0000\ 0001 \\ {\scriptstyle 1\,1\,1}\ \ \\ \hline =1\ 0000\ 1001\ 0011\ 1000 \end{array}$$