

# Grundlagen der Rechnerarchitektur

Tim Luchterhand, Paul Nykiel (Abgabegruppe 117)

28. Januar 2019

## 1 Umcodierer

### 1.1

(a) Wahrheitstabelle:

$x_2$	$x_1$	$x_0$	$y_7$	$y_6$	$y_5$	$y_4$	$y_3$	$y_2$	$y_1$	$y_0$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

(b) Schaltfunktionen:

$$y_0 = \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_0}$$

$$y_1 = \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot x_0$$

$$y_2 = \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot \overline{x_0}$$

$$y_3 = \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot x_0$$

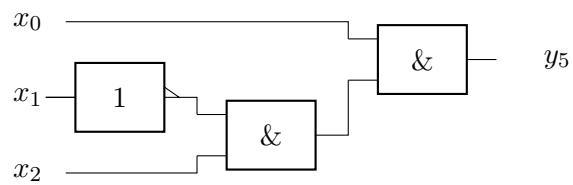
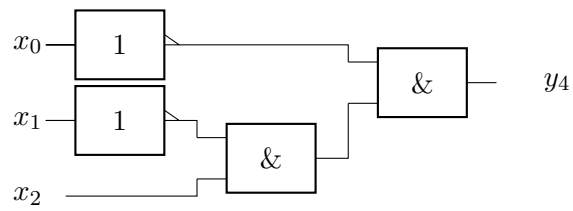
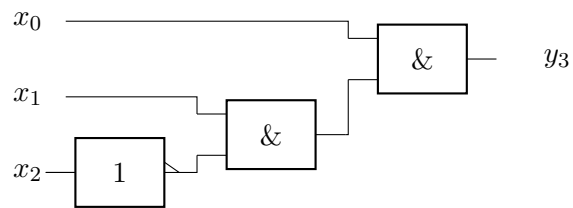
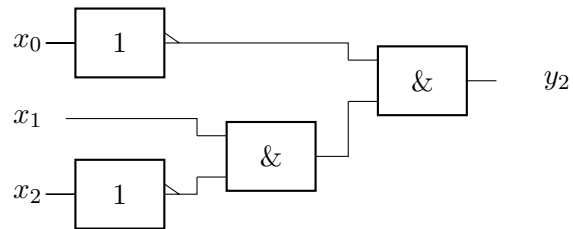
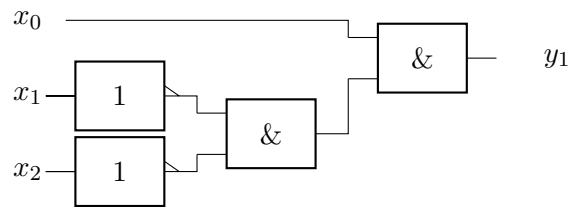
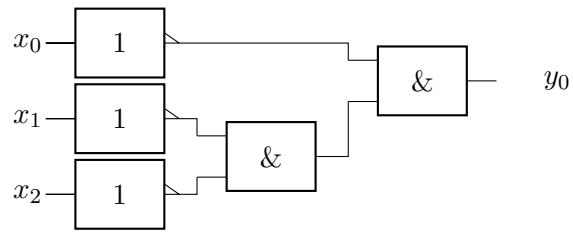
$$y_4 = x_2 \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_0}$$

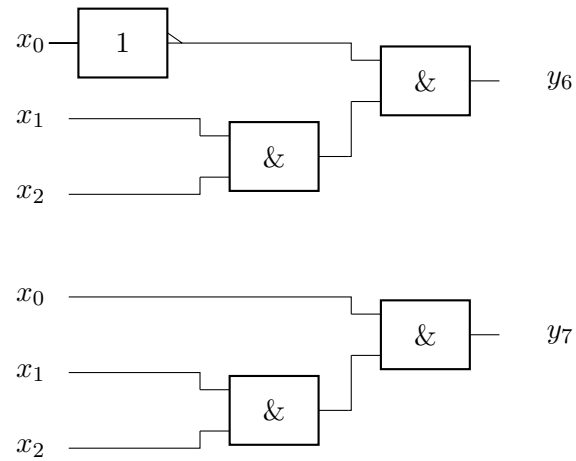
$$y_5 = x_2 \cdot \overline{x_1} \cdot x_0$$

$$y_6 = x_2 \cdot x_1 \cdot \overline{x_0}$$

$$y_7 = x_2 \cdot x_1 \cdot x_0$$

Gatterschaltungen:



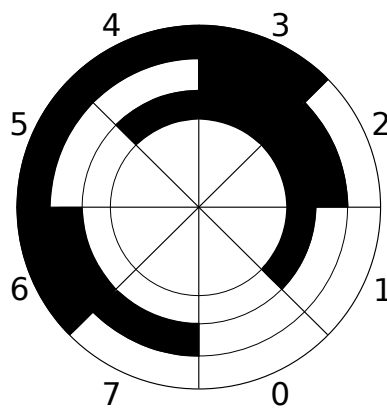


## 1.2

(a) Gray-Codierung:

$x_2$	$x_1$	$x_0$	$y_2$	$y_1$	$y_0$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	0

(b) Codescheibe für Gray-Codierung:



- (c) Wenn Grey-Codierte Daten über einen Kanal übertragen werden und es zu Fehlern kommt (zum Beispiel durch Rauschen oder ungenaue Messungen), so ist das decodierte Codewort in fast allen Fällen nur um ein Bit gegenüber dem gesendeten Codewort falsch. Bei „normaler“ Codierung treten Fehler in Codewörtern, die mehrere Bits des decodierten Codeworts betreffen, auch schon bei kleinen Fehlern auf. Im konkreten Beispiel der angegebenen Codescheibe kann es passieren, dass die Scheibe um einen falschen Winkel gedreht wird. Nehmen wir an, eine 3 (also in binär 011) wird „gesendet“, jedoch eine 4 „empfangen“. Der Fehler beträgt dann 3 Bit. Bei einer Gray-Codierung kann der selbe Winkelfehler maximal einen Datenfehler von einem Bit bedeuten.
- (d) Ausgehend von der DKNF mit Quine-McCluskey:

$$\begin{aligned}
 y_0(x_0, x_1, x_2) &= \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot x_0 + \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot \overline{x_0} + \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot x_0 + x_2 \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_0} \\
 &= (\overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot x_0 + \overline{x_2} \cdot x_1 \cdot x_0) + (\overline{x_2} \cdot x_1 \cdot \overline{x_0} + x_2 \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_0}) \\
 &= \overline{x_2} \cdot x_0 + \overline{x_0} \cdot (x_2 \cdot \overline{x_1} + \overline{x_2} \cdot x_1) \\
 &= \overline{x_2} \cdot x_0 + \overline{x_0} \cdot (x_1 \oplus x_2)
 \end{aligned}$$

### 1.3

- (a) Wertetabelle:

Dezimal $d$	Binär				Aiken-Code			
	$x_3$	$x_2$	$x_1$	$x_0$	$y_3$	$y_2$	$y_1$	$y_0$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0	0	1	0	0	0	1	0
3	0	0	1	1	0	0	1	1
4	0	1	0	0	0	1	0	0
5	0	1	0	1	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1	1	0	1
8	1	0	0	0	1	1	1	0
9	1	0	0	1	1	1	1	1
10	1	0	1	0	-	-	-	-
11	1	0	1	1	-	-	-	-
12	1	1	0	0	-	-	-	-
13	1	1	0	1	-	-	-	-
14	1	1	1	0	-	-	-	-
15	1	1	1	1	-	-	-	-

Die Zahlen 10 bis 15 sind nicht mit einem 4-Bit Aiken-Code darstellbar.

(b)

$$\begin{aligned}
y_0 &= x_0 \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} + x_0 x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} + x_0 \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} + x_0 x_1 x_2 \overline{x_3} + x_0 \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \\
y_1 &= \overline{x_0} x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} + x_0 x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} + x_0 \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} + \overline{x_0} \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 + x_0 \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \\
y_2 &= \overline{x_0} \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} + \overline{x_0} x_1 x_2 \overline{x_3} + x_0 x_1 x_2 \overline{x_3} + \overline{x_0} \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 + x_0 \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \\
y_3 &= x_0 \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} + \overline{x_0} x_1 x_2 \overline{x_3} + x_0 x_1 x_2 \overline{x_3} + \overline{x_0} \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 + x_0 \overline{x_1} \overline{x_2} x_3
\end{aligned}$$

(c) KV-Diagramm für  $y_0$ :

		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_1$	0	0	1	1	0	0	$x_3$
	1	0	1	1	0	0	
	1	X	X	X	X	1	
	0	0	1	X	X	1	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

Daraus folgt:

$$y_0 = x_0$$

KV-Diagramm für  $y_1$ :

		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_1$	0	0	0	1	0	0	$x_3$
	1	1	1	0	0	0	
	1	X	X	X	X	1	
	0	1	1	X	X	1	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

Daraus folgt:

$$y_1 = x_1 \cdot \overline{x_2} + \overline{x_2} \cdot x_3 + x_0 \cdot \overline{x_1} \cdot x_2$$

KV-Diagramm für  $y_2$ :

		$x_0$				
		0	1	1	0	
$x_1$	0	0	0	0	1	0
	1	0	0	1	1	0
	1	X	X	X	X	1
	0	1	1	X	X	1
		0	0	1	1	
		$x_2$				

Daraus folgt:

$$y_2 = x_3 + x_1 \cdot x_2 + \overline{x_0} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}$$

KV-Diagramm für  $y_3$ :

		$x_0$				
		0	1	1	0	
$x_1$	0	0	0	1	0	0
	1	0	0	1	1	0
	1	X	X	X	X	1
	0	1	1	X	X	1
		0	0	1	1	
		$x_2$				

Daraus folgt:

$$y_3 = x_3 + x_1 \cdot x_2 + x_0 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}$$