Grundlagen der Rechnerarchitektur

Tim Luchterhand, Paul Nykiel (Abgabegruppe 117)
30. Januar 2019

Hinweis: jede Zahl, bei der keine Basis angegeben ist, ist im 10er System zu interpretieren.

1 Zahlensysteme

- 1. In additiven Zahlensysteme ist Multiplikation und Division nur schwer durchführbar.
- 2. a) $7 \cdot 1 + 20 \cdot 2 + 360 \cdot 6 = 2207$

b)
$$2 \cdot 1 + 20 \cdot 8 + 360 \cdot 4 + 7200 \cdot 5 = 37602$$

3. a)
$$LI = 50 + 1 = 51 = 32 + 16 + 2 + 1 = 110011_2$$

b)
$$CDXIX = 500 - 100 + 10 + 10 - 1 = 419 = 256 + 128 + 32 + 2 + 1 = 110100011_2$$

4. a)

$$849 = 512 + 256 + 64 + 16 + 1 = 1101010001_2$$

 $11\ 0101\ 0001_2 = 3\ 5\ 1_{16} = 351_{16}$
 $1\ 101\ 010\ 001_2 = 1\ 5\ 2\ 1_8 = 1521_8$

b)

$$1022_3 = 1 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0_{10} = 27 + 6 + 2 = 35$$
$$35 = 32 + 2 + 1_{10} = 100011_2$$
$$10 \ 0011_2 = 2 \ 3_{16} = 23_{16}$$
$$100 \ 011_2 = 4 \ 3_8 = 43_8$$

5. a)

$$1001101_2 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

= 64 + 8 + 4 + 1 = 77

b)
$$100101101_3 = 1 \cdot 3^8 + 0 \cdot 3^7 + 0 \cdot 3^6 + 1 \cdot 3^5 + 0 \cdot 3^4 + 1 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0$$
$$= 6561 + 243 + 27 + 9 + 1 = 6841$$

c)
$$461_8 = 4 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = 265 + 48 + 1 = 305$$

d)
$$1AF4_{16} = 1 \cdot 16^3 + 10 \cdot 16^2 + 15 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0 = 6900$$

6. a)
$$AFFE_{16} = 1010\ 1111\ 1111\ 1110_2 = 1\ 010\ 111\ 111\ 1111\ 110_2 = 1\ 2\ 7\ 7\ 6_8 = 12776_8$$

b)
$$F903_{16} = 1111\ 1001\ 0000\ 0011_2 = 1\ 111\ 100\ 100\ 000\ 011_2 = 1\ 7\ 4\ 4\ 0\ 3_8 = 174403_8$$

c)
$$3F8B_{16} = 0011\ 1111\ 1000\ 1011_2 = 0\ 011\ 111\ 110\ 001\ 011_2 = 0\ 3\ 7\ 6\ 1\ 3_8 = 37613_8$$

7. a)

$$753_8 = 111\ 101\ 011_2 = 1\ 1110\ 1011_2$$

$$753_8 = 7\cdot 8^2 + 5\cdot 8^1 + 3\cdot 8^0 = 448 + 40 + 3 = 491$$

$$121\cdot 4 + 11\cdot 0 + 1\cdot 7 = 407_{11}$$

b)

$$372_8 = 011 \ 111 \ 010_2 = 1111 \ 1010_2$$

 $1111 \ 1010_2 = 2^8 - 2^4 - 2^0 = 250$
 $250 = 2 \cdot 11^2 + 0 \cdot 11^1 + 8 \cdot 11^0 = 208_{11}$

c)

$$3516_8 = 011 \ 101 \ 001 \ 110_2 = 0111 \ 0100 \ 1110_2$$
$$3516_8 = 3 \cdot 8^3 + 5 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = 1870$$
$$1870 = 1 \cdot 11^3 + 4 \cdot 11^2 + 5 \cdot 11^1 + 0 \cdot 11^0 = 1450_{11}$$

8. Annahme mit \mathcal{Z} wird \mathbb{Z} gemeint, also die Menge der ganzen Zahlen. Dann gilt (nach Axiom 2):

$$(-1) \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-1)' \in \mathbb{Z} \Rightarrow 0 \in \mathbb{Z}$$

Dies stellt einen Widerspruch zu Axiom 3 dar.