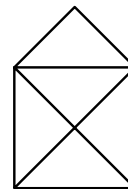
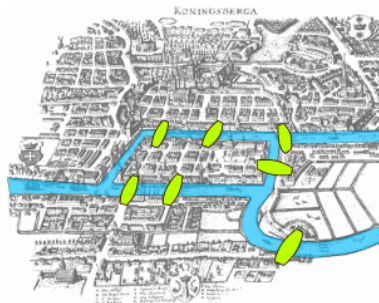


**Lista 11**

**Grafos (Introdução)**

**Questão 1**

O Problema das Sete Pontes de Königsberg é um problema matemático famoso e resolvido por Euler. Existe um percurso que passe exatamente uma vez por cada uma das sete pontes da antiga cidade de Königsberg? Euler respondeu que não.



(a) Modele o problema como um grafo:

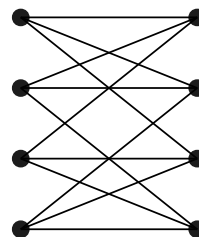
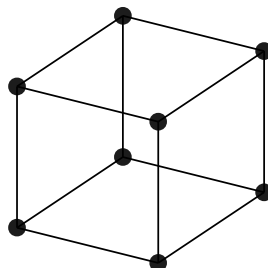
- Quem são os vértices? Quem são as arestas?
- Escreva uma pergunta sobre um grafo que seja equivalente ao problema das pontes.

(b) A figura da direita é uma casa. É apresentada com um desafio para crianças: desenhar sem tirar a ponta do lápis do papel e sem repetir linhas.

- Argumente que os dois problemas são os mesmos, mas para grafos diferentes.
- Desenhe o grafo para cada problema e conte o grau de cada vértices. Quantos vértices de grau par e ímpar tem cada um?
- Você consegue fazer o desenho da direita, sem levantar o lápis ou repetir linhas, mas começando pelo telhado?

**Questão 2**

Observe os grafos desenhados a seguir:



- 
- (a) Conte o número de vértices e arestas dos dois grafos. Para cada vértice diga qual é o seu grau.
  - (b) Rotule o primeiro grafo, i.e., dê nomes aos vértices.
  - (c) Os dois grafos são isomorfos. Isso significa que existe uma rotulação dos vértices do segundo grafo que preserva a vizinhança de cada vértice. Encontre uma tal rotulação.
  - (d) Para cada  $k = 1, 2, \dots, 8$ , responda: existe ciclo de tamanho  $k$ ? Desenhe um exemplo de ciclo para cada  $k$  para o qual há ciclo.
  - (e) Esse grafo é *bipartido*, isso é, pode ser particionado em dois conjuntos de vértices, tal que cada um não tem aresta. Dê um exemplo de um grafo que não é bipartido. Dica: responda se há algum ciclo ímpar no grafo de exemplo?

### Questão 3

A matriz  $A$  a seguir representa um grafo.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

- (a) Que tipo de grafo está representado e qual representação está sendo utilizada.
- (b) Desenhe o grafo.
- (c) Conte o número de componentes conexas e o número de ciclos no grafo.
- (d) Desenhe uma representação do grafo usando listas de adjacências.
- (e) Conte o número de vértices e arestas. Compare o uso de memória das várias formas de representação.
- (f) Concorde ou discorde: para esse grafo, verificar se dois vértices são vizinhos é quase tão eficiente usando lista ou matriz de adjacências. Justifique.

### Questão 4

Implemente uma versão melhorada da função `grau(Grafo *p, int u)` para um TAD que utiliza listas de adjacências.

Qual o custo computacional da função?

### Questão 5

Implemente a função `inserir_aresta(Grafo *p, int u, int v)` para um Digrafo.

---

### Questão 6

Uma celebridade  $X$  em uma Rede Social é um usuário que todos conhecem tal que  $X$  não conhece ninguém.

Implemente um algoritmo que detecta celebridades em um grafo.

### Questão 7

Escreva uma função que dado um digrafo  $G$  representado por matriz de adjacências, devolve o grafo  $G'$  resultante em transformar cada arco  $(u, v)$  de  $G$  em uma aresta  $\{u, v\}$  em  $G'$ .